

307226

23
1975

MAGYAR

FIZIKAI FOLYÓIRAT

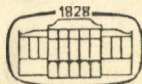
A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

GÁSPÁR REZSŐ, KOVÁCS ISTVÁN, NAGY ELEMÉR,
PÁL LÉNÁRD ÉS SZALAY SÁNDOR
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI
JÁNOSSY LAJOS

XXIII. KÖTET

1. FÜZET



AKADÉMIAI KIADÓ
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST 1975

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADEMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: 1363 BUDAPEST V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat a magyar fizikus kutatók lapja. A lap célja a magyar fizikai kutatás korszerű szinten való támogatása, elsősorban összefoglaló jellegű cikkek, tanulmányok stb. közlése által. Ilyen dolgozatok megjelentetésével a lap tájékoztatást kíván nyújtani a fizika különböző kutatási területeinek jelenlegi eredményeiről, problémáiról, további célkitűzéseiről. A lap „A klasszikus irodalomból” című rovatában rendszeresen közöl egy-egy téma köré csoportosított, immár klasszikussá vált cikkeket, amelyek a témakör befejezése, átlagosan 10–10 dolgozat megjelenése után a folyóiratfüzetekről leválasztva, az alsó lapszámozás szerint összekötve, önálló köteteket képeznek. A folyóiratban évenként egy kötet jelenik meg hat füzetben, füzetenként átlag 6 ív terjedelemben.

A kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus
1121 Budapest XII., Konkoly Thege út
Központi Fizikai Kutató Intézet

Ugyenerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőkhöz, de felelősséget a beküldött, el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként 48 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, 1363 Budapest V., Alkotmány utca 21. (pénzforgalmi jelzőszámunk 215-11 488), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, 1389 Budapest I., Fő utca 32. (pénzforgalmi jelzőszám: 218-10 990) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. A dolgozat elé rövid tartalmú ismertetőt írnak.
2. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közölik. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség azt külön fogja kérni.
3. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettős sorközzel készítsék el.
4. Az ábrákat ceruzával, sima fehér papírra rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a Kiadó vállalja.
5. Az ábrák alá rövid magyarázószöveget írnak.
6. A kéziratban az érvényben levő kiadói előírások szerint adjanak szedési útmutatásokat.
7. A szövegben az irodalmi utalásokat szögletes zárójelbe tegyék. Az irodalmi adatok megadásakor a folyóiratban kialakult formát használják.

SEJTMEMBRÁNOK ALKÁLI IONTRANSPORTJÁNAK SZTOHASZTIKUS MODELLJE

SUGÁR ISTVÁN

Biofizikai Intézet, Budapest

A dolgozat állati sejtmembránok alkáli iontransportjának egy lehetséges funkcionális modelljét írja le, amely az ionok aktív és passzív transportjának egységes tárgyalását adja.

A sztohasztikus folyamatok elméletét alkalmazó kvantitativ megfogalmazott modell eredményeit összehasonlítottuk a membrántransportra vonatkozó izotópkinetikai mérésekkel.

A modell felhasználható sok más esetben is, például az ion-membrán kölcsönhatások erősségének és típusának meghatározására, valamint gyógyszerek hatásmechanizmusának felderítésére.

Köszönetemet fejezem ki *Tarján Imre* egyetemi tanár úrnak, az Intézet igazgatójának, hogy doktori értekezésem kidolgozásához lehetőséget és segítséget nyújtott. Köszönöm *Abonyi Iván* docens és *Györgyi Sándor* adjunktus úrnak állandó segítségét és értékes tanácsait.

Hálával tartozom *Bogdányi Ferencnének*, *Fodor Bélánének* és *Takács Évának* a szép ábrák elkészítéséért és a gépelési munkálatokért.

TARTALOMJEGYZÉK

BEVEZETÉS	2
I. Az aktív transport molekuláris mechanizmusa	3
II. A passzív transport molekuláris mechanizmusa	6
III. Stacionárius állapotú rács-gázok (Ising-rácsok) és azok kvantitativ leírása (elsőrendű folyamatokra)	10
IV. Stacionárius állapotú rács-gázok (Ising-rácsok) és azok kvantitativ leírása (másodrendű folyamatokra)	14
V. Plazmamembránok iontransport modellje	16
VI. Kísérleti eredmények és a modell illesztése	22
VII. Eredmények összefoglalása és diszkussziója	27
FÜGGELÉK A	30
FÜGGELÉK B	32
FÜGGELÉK C	36
FÜGGELÉK D	37
Irodalom	41

* Érkezett 1973. szept. 21.

Bevezetés

A sejtek, szövetek és az egész élő szervezet működésének fenntartásában, regulációjában meghatározó szerepet játszanak a sejtmembránok. Érthető tehát, hogy a membránkutatás az utóbbi időben rohamos fejlődésnek indult és jelentősen kiszélesedett. A kezdeti, elsősorban morfológiai és biokémiai módszerek mellett előtérbe kerültek az élő membrán működési mechanizmusának, a membrán működést megszabó molekuláris kölcsönhatások felderítésére irányuló vizsgálatok.

A tárgyat különböző oldalról megközelítő kutatók a membránra is más-más meghatározást adnak. A morfológus szerint a membrán a sejt külső határolója, amely festéssel láthatóvá tehető és elektronmikroszkópos vizsgálatok szerint réteges szerkezetű. A fiziológus sajátos struktúrájának tekinti, amelynek segítségével a permeabilitási viszonyok, az egyes anyagok transzportja és eloszlása magyarázható. Biofizikai értelemben a membrán olyan molekuláris rendszer, amely struktúrájánál fogva, a benne levő energiaforrás hatására — molekuláris kölcsönhatások révén — szabályozza és fenntartja a rajta keresztül végbemenő különböző extenzív mennyiségek transzportját (Györgyi, 1972).

Jóllehet az előzőek alapján a biofizikai kutatások célja az, hogy a membrán struktúrájának ismeretében magyarázatot adjon a működési mechanizmusra, ma még túlnyomórészt külön vizsgálják a membrán struktúráját, illetve funkcionális viselkedését.

A polarizálódás oka a struktúrára vonatkozó ismeretek hiányos volta. A mindenképpen dinamikus struktúráról a közvetlen szerkezetvizsgáló módszerek (elektronmikroszkópia, röntgen-diffrakció) statikus képet adnak, míg az ESR, NMR, infravörös spektroszkópia a rendszer bonyolultsága miatt roppant nehezen értékelhető eredményeket szolgáltat.

A kísérleti eredmények rendszerezése és újabb vizsgálati lehetőségek kijelölésénél az elméleti modellek fontos szerephez jutnak. Az összetett modellek számítógépes kiértékelése pedig a rendszerre vonatkozóan új és meglepő eredményekre vezethet.

Napjainkban a membránfunkció vizsgálatára elsősorban izotópkinetikai és biokémiai módszereket alkalmaznak. Intézetünkben az alkáli ionok vörösvérsejt membránon keresztül történő transzportját tanulmányoztuk izotópkinetikai módszerrel. Ehhez csatlakozva munkánkban a membránok alkáli iontranszportjának egy lehetséges funkcionális modelljét írtam le.

Az I—III. fejezet összefoglalja és kritikailag értékeli azokat az irodalomban közölt eredményeket, amelyek modellünk megalkotásának kiindulópontjául szolgáltak; tartalmazza annak biokémiai, fizikai, valamint matematikai alapjait.

A IV. fejezetben általánosítottuk az előzőekben ismertetett matematikai apparátust és így az alkalmassá vált izotópkinetikai kísérletek modellezésére. — Az V. fejezet a membránok alkáli iontranszportjának funkcionális modelljét adja. A modell az aktív és passzív transport egységes, kvantitatív tárgyalását teszi lehetővé.

A VI. fejezetben az elmélet és kísérlet eredményeinek összehasonlítása, valamint az ebből adódó — ion—membrán kölcsönhatásra jellemző — paraméterek találhatók.

Az összefoglalásban megemlítünk a munka eredményei mellett olyan kísérleteket vagy kísérleti lehetőségeket is, melyek a leírt modellel kiértékelhetők, részletesen kitérünk a modell javításának lehetőségeire és korlátaira is.

A négy függelék a részletes matematikai levezetéseket tartalmazza.

I. Az aktív transzport molekuláris mechanizmusa

A sejtmembrán, mely a sejten kívüli (extracelluláris), illetve sejten belüli (intracelluláris) tér között található, egyrészt elválasztja, másrészt összeköti a sejtet a külvilággal. Elválasztja, biztosítván ezáltal a szervezet normális működéséhez szükséges standard állapotot, összeköti, a rajta és általa végbemenő szelektív anyagtranszport révén.

A múlt század közepe óta tudják, hogy az állati sejtek extra-, ill. intracelluláris oldalán az alkáli ion koncentráció egy nagyságrend eltérést mutat. Még az 1930-as években is a sejthártya kation átjárhatatlanságával, impermeabilitásával magyarázták a fizikokémiai szempontból anomális viselkedést. 1939 óta *Hahn*, *Cohn*, *Hevesy* munkái révén ismeretes, hogy az egyenlőtlen ioneloszlás nem statikus, hanem dinamikus egyensúlyi állapot eredménye (*Hahn* és mtsai, 1939; *Cohn* és *Cohn*, 1939; *Hevesy* és *Aten*, 1939). Ez a felfedezés megkövetelte a sejthártyáról való elképzelésünk lényeges módosítását.

A termodinamika második főtétele szerint a magárahagyott rendszerek az egyensúlyi állapot felvételére törekzenek, jelen esetben az intra- és extracelluláris tér elektrokémiai potenciáljának kiegyenlítésére. Minthogy ez nem következik be, kell, hogy a rendszerbe energia áramoljék, s ennek révén fennmaradjon az állandó elektrokémiai potenciálkülönbség, a fiziológias működés egyik alapja. A biokémiai módszerek egész tárházát vetették be a kérdés megfejtésére; vajon az energiaközlés milyen formában valósul meg és mi, ill. mik azok a vegyületek, melyeknek lényeges szerep jut az energia hordozásában, ill. célszerű felszabadításában?

Straub, *Gárdos*, *Skou*, *Post*, *Glynn*, *Whittam* bebizonyították, hogy az aktív, elektrokémiai potenciálgradienssel szemben történő kationtranszport energiaforrása az adenozintrifoszfát (ATP) és a Na^+ és K^+ -aktivált adenozintrifoszfátáz (ATPáz) enzimrendszer kapcsolatos az alkáli ionok aktív transzportjával (*Straub*, 1952, 1953; *Gárdos*, 1954; *Gárdos* és *Straub*, 1957; *Skou*, 1957, 1960, 1962, 1964; *Post* és mtsai, 1960; *Dunham* és *Glynn*, 1961; *Whittam*, 1962). Ezt a megállapítást a következő kísérleti tapasztalatok támasztják alá:

1. ATP hiányában az aktív Na^+ és K^+ transzport megszűnik, de ATP jelenlétében ismét megindul (*Straub*, 1952, 1953; *Gárdos*, 1954; *Gárdos* és *Straub*, 1957).

2. Az enzimrendszer (ATPáz) membránhoz kötött és úgy tűnik, hogy az állati sejtekben mindenütt fellelhető (*Post*, 1960; *Skou*, 1962; *Taylor*, 1962).

3. In vitro kutatások kimutatták, hogy az enzim aktivációjához Na^+ és K^+ jelenléte szükséges (*Skou*, 1960; *Post*, 1960; *Charnock* és mtsai, 1963).

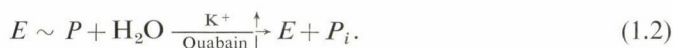
4. A vörösvérsejtben az enzim akkor aktiválódik, ha a Na^+ a sejten belül, a K^+ pedig a sejten kívül van (*Glynn*, 1961; *Whittam*, 1962).

5. A Na^+ , K^+ -aktivált ATPáz specifikusan gátolják a szívglükozidok (pl. ouabain), amelyek viszont köztudottan hatásos gátlószerei a kationtranszportnak, mind az in vitro, mind pedig in vivo kísérletekben (*Schatzmann*, 1953, 1965; *Skou*, 1960; *Post*, 1960).

6. In vitro kinetikai kísérletekkel kimutatták, hogy a szubsztrát és az ionok aktiváló, illetve a ouabain reakciógátló hatása fiziológias koncentrációk mellett jelentkezik (*Post* és mtsai, 1960; *Charnock* és mtsai, 1963).

A fenti eredmények felhasználásával *Charnock*, *Post* (1963), *Rose* (1963), vala-

mint *Judah és Ahmed* (1964) a következő reakciómechanizmust tételtezték fel az ATP hidrolízisére Na^+ , K^+ és Mg^{++} jelenlétében:

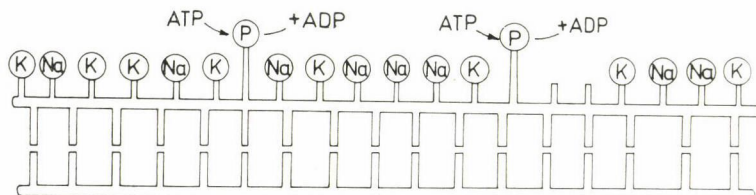


A második reakció végbemehet még NH_4^+ , Li^+ , Rb^+ , illetve Cs^+ jelenlétében is. Az $E \sim P$ komplex kémiai természete még nem tisztázott, de majdnem bizonyos, hogy foszfoproteinről van szó (*Charnock és Post*, 1963; *Judah és mtsai*, 1962; *Rose*, 1963; *Glynn és mtsai*, 1965).

Opit és Charnock (1965) ilyen előzmények után alkották meg molekuláris modelljüket, amely a Na^+ és K^+ aktív transzportját az ATPáz fenti reakciómechanizmusa alapján magyarázza a tapasztalatokkal összhangban.

A membrán és ATPáz kapcsolatára, valamint a membrán struktúrájára vonatkozóan a következőket teszik fel:

1. A membrán két fehérjerétegből áll, mely rétegek közt helyezkedik el a bimolekuláris lipidréteg. Lásd *unit* membrán elmélet *Danielli* (1952, *Robertson*) (1960).
2. Az ATPáz enzimrendszer a membrán belső fehérjerétegéhez kötött (*Whittam*, 1962);
3. A belső, ATPáz-t tartalmazó fehérjeréteg a felületre merőlegesen orientált negatív töltésű csoportokkal rendelkezik. Ezeknek kis hányada valószínűleg az ATPáz enzim aktív helyét képviseli (*Ling*, 1962).



1. ábra

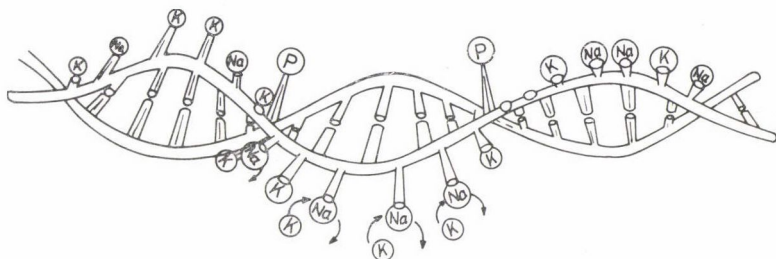
Az 1. ábrán feltüntetett állapot megváltozhat, ha a belső oldalon megkötött Na^+ ionok száma egy kritikus értéket túlhalad. *Opit és Charnock* szerint ugyanis a Na^+ pumpa működését visszacsatolás szabályozza: növekvő Na^+ koncentráció elősegíti csökkenő Na^+ koncentráció, ill. növekvő K^+ koncentráció pedig gátolja az enzim működését. A Na^+ ion megkötésének eredményeként az elektronsűrűség eloszlása megváltozik, melynek hatására a



reakció eltolódik.

Az aktív helyek foszforilációja következtében a felszabaduló energia a proteinlánc konformációs változásához vezet (2. ábra). A bekövetkezett elektronsűrűség megváltozás hatására viszont a kationkötő helyek adszorpciós energiája változik

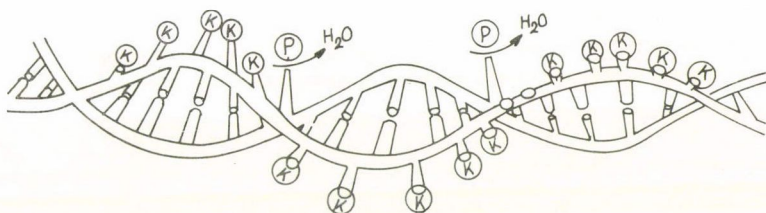
meg. A szerzők feltételezik, hogy a Na^+ kötő helyek adszorpciós energiája különösen lecsökken és így a konformációváltozás hatására kívültre került Na^+ leoldódik, s helyébe nagy valószínűséggel K^+ kerül. Ezen Na^+ , K^+ csere hatására kialakuló elektroneloszlás a foszforilált aktív centrumnál a foszfát-csoport leválásához vezet (3. ábra):



2. ábra

A foszfoproteinről való foszfát leválás lehetővé teszi a protein lánc visszacsavardását, s így a K^+ elektrokémiai potenciálgradienssel szembeni bevitelét. Ezután a folyamat kezdődik előlről.

Opit és *Charnock* aktív transzport modellje csak egy a sok közül és még nem is a legújabb. A membránok aktív transzport mechanizmusa még nem ismert. Azokat a modelleket kell előnyben részesítenünk, melyekkel a folyamatra vonatkozó kísér-



3. ábra

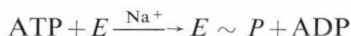
leti eredmények minél kielégítőbben magyarázhatók. Ha pedig ilyen szempontból egyenértékűek a modellek, akkor a választás alapja lehet pl. a könnyebb matematikai kezelhetőség, vagy a kevésbé mechanikus szemlélet, vagy ha a modell alapvetőbb fizikai paraméterekkel dolgozik, továbbá az egységes szemlélet.

Visszatérve, az *Opit*—*Charnock*-modell azonkívül, hogy jól összefoglalja a biokémiai eredményeket, erősen alkalmazza a modern fizika eredményeit: pl. a Na^+ ionok rövid és hosszútávú induktív hatását az elektroneloszlásra. A modell hiányossága, hogy a passzív transzport nem illeszthető be ebbe a képbe, valamint, hogy a fehérje konformációs változásának leírása kérdésessé teszi a modell helyességét. Az *Opit*—*Charnock*-modell figyelmen kívül hagyja *Post* és *Jolly* (1957) eredményét, hogy az aktív transzport miközben átlagban 3 db Na^+ -t hoz ki, 2 db K^+ -t visz be, valamint a membránpotenciál transzportra gyakorolt hatását is elhanyagolja.

Mindazonáltal *Opit* és *Charnock* 1965-ben közölt modellje mai biokémiai ismereteinknek nem mond ellent és kvalitatív alapjául szolgálhat egy kvantitatív kezelhető modellnek, melyben már az előbb említett hiányosságokat megpróbáljuk kiküszöbölni.

II. A passzív transzport molekuláris mechanizmusa

Az előző fejezetben azzal a mechanizmussal foglalkoztunk, mely fenntartja az állandó koncentrációkülönbséget az extra-, ill. intracelluláris térben. Mint láttuk, az



reakció szolgáltatja az energiát az ionok elektrokémiai potenciálgradienssel szembeni áramához, ezzel mintegy kompenzálva a rendszer egyensúly felé való törekvését.

Ebben a fejezetben szeretnénk az utóbbi — kiegyenlítődési — mechanizmussal foglalkozni. A kérdés elvi szempontból egyszerűbben megoldható, mint az aktív transzportnál. Az ionok „közönséges” diffúzióját kell feltételeznünk a magasabb elektrokémiai potenciállal rendelkező helyről az alacsonyabb felé. Azonban, ha kíváncsiak vagyunk rá, hogy a különböző ionok miért különböző sebességgel transzportálódnak azonos elektrokémiai potenciálgradiens esetén, akkor ismernünk kell a „közönséges” diffúzió módját és az ion és membrán közti kölcsönhatást. Sajnos, míg a membrán struktúráját pontosan nem ismerik, addig ezekre a kérdésekre biztos választ nem adhatunk. Így az aktív transzport magyarázatához hasonlóan itt is sok múlik a kutató fantáziáján.

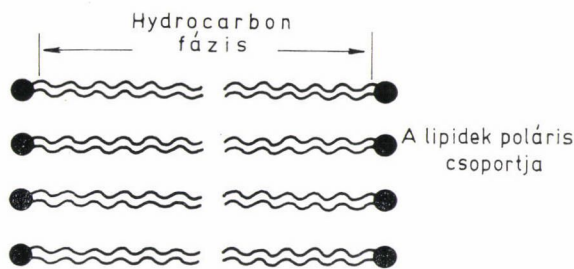
Az elektronmikroszkópos, valamint kémiai, biokémiai kutatások eredményeként, megállapították, hogy a plazmamembrán lipidből és a fehérjéből épül fel (*de Robertis*, 1956). Általánosan elfogadott, hogy a membrán két fala hidrophil, a közti rész pedig hidrophób tulajdonságú. A hidrophil jellegű részt a lipid, valamint a fehérje poláris részei alkotják, míg közbül vagy csak lipidet, s annak is apoláros részeit vagy hidrophób lipoproteidet képzelnek.

Arra vonatkozóan, hogy a passzív transzport milyen módon történik, két alapvető szemlélet alakult ki. Az egyik szerint a membrán nagy szelektivitási készsége onnan adódik, hogy szinte minden transzponálendő anyagot más-más mechanizmussal visz át (*carrier* mechanizmusok, pórus modellek, lyuk modellek). A másik szemlélet ugyanakkor, minél egységesebb modelljét keresi a szelektív anyagtranszportnak. Matematikailag a passzív transzport a fenomenológikus tárgyalás szintjén azonos módon kezelhető, legfeljebb a paraméterek kapnak különböző fizikai értelmezést.

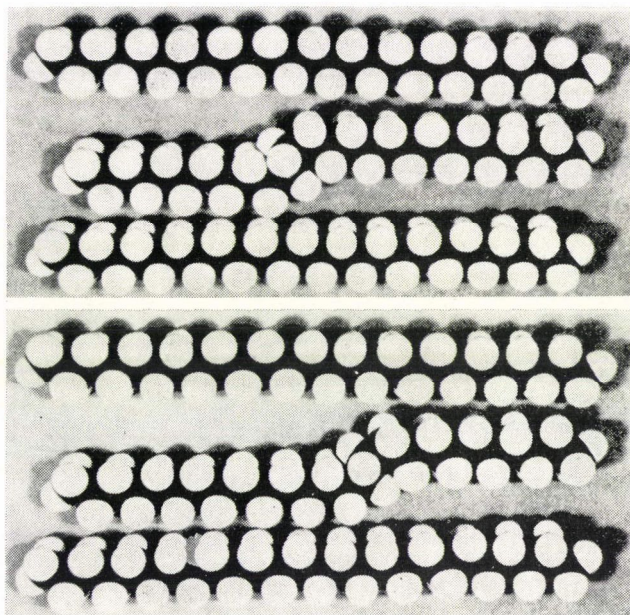
Nem célunk, hogy döntsünk a két szemlélet helyessége, ill. helytelensége felől, azonban az, hogy térben és időben jól definiálható helyeken történik a passzív transzport, valószínűleg téves elképzelés. A legújabb eredmények szerint ugyanis (*Chapman*, 1965; *Luzatti*, 1968; *Phillips* és *mtsai*, 1969; *Engelman*, 1970) a membrán szénhidrogén láncai folyadék kristály állapotban vannak. Eszerint a rendszer bizonyos irányokra nézve rendezett tulajdonságokat mutat, más irányokban teljes rendezetlenséget (kvázirend). Másrészt, mivel a különböző kvázirendezett fázisok energiája csak kevésbé különbözik egymástól, ezért az egyes fázisok térben és időben fluktuálva oszlanak meg a rendszerben. Természetesen a hőmérséklet megváltoztatása eltolja az arányt más fázisok javára. Ilyenformán véletlenszerűen

jelennek meg nagyobb vagy kisebb üregek, lyukak és csatornák a membrán lipid-rétegének felületén és ezek töltődhetnek molekulákkal, atomokkal vagy ionokkal, majd pedig a fázishatár vándorlásával ezek is vándorolnak.

E kvalitatív eredményeket szem előtt tartva alkotta meg *Träuble* (1971) molekuláris elméletét a semleges atomok és kis molekulák lipid membránokban történő passzív áramára. A modell feltételezi, hogy a membrán hidrofób része szénhidrogén láncból áll (4. ábra). *Lieb* és *Stein* (1969) kimutatták, hogy ilyen rendszer diffúziós

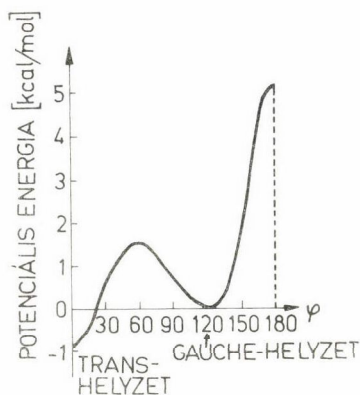


4. ábra



5. ábra. 2 g (*two gauche*) *kink* struktúra egy $-\text{CH}_2-$ láncban különböző helyzetekben. Ez a *kink* a $\text{C}-\text{C}$ kötések két elfordulása révén keletkezett, mely kötések egy láncegységnyi távolságra vannak egymástól. Egyik kötés $+120^\circ$ -kal a másik -120° -kal fordult el. A *kink* keletkezésekor a lánc megrövidül, ezért a *kink* nagy valószínűséggel a szénhidrogén fázis határán keletkezik

tulajdonságai hasonlítanak a lágy polimerek diffúziós tulajdonságaihoz nemelektrolit transport esetén. A polimerekre kidolgozott (Crank, Park, 1968) szabad térfogat elmélet tehát átvihető lipidmembránokra is. Ezen elmélet szerint időlegesen lyukak vagy zsebek nyílnak a rendszerben a hőmozgás következtében, amelyek azután a molekulák számára átvivőhelyként szolgálnak. Számos kutató kísérleti és elméleti munkája révén (Pechhold, 1963; Pechhold és Woermer, 1963; Pechhold és Blasenbrey,



6. ábra

1967) bizonyossá vált, hogy a polimer anyagok mind kristályos, mind folyadék kristály állapotban, mozgó strukturális hibákat, defekteket, úgynevezett *kink*-eket tartalmaznak, amelyek a lipidek szénhidrogén lánc konformációs változásának eredményeként jönnek létre. Ezek a *kink*-ek, ha létrejönnek a membránlipidek szénhidrogén részében, különböző molekulákat, illetve atomokat szállíthatnak az extra-, ill. intracelluláris tér között.

Nézzük a *kink*-ek kialakulásának és vándorlásának mechanizmusát a lipid fázisban. A legegyszerűbb ún. 2 g (*two gauche*) *kink* struktúrája az 5. ábrán látható. A C—C kötés elfordulásának energetikai viszonyait Harris és Harris (1952), valamint Volkenstein (1963) tanulmányozta bután molekulára (6. ábra). Mivel egy *trans-gauche* átmenet aktiválási energiája 2,4 kcal/mol, ezért egy *kink*

létrehozásához 4,8 kcal/mol aktiválási energia szükséges, amit a hőmozgás fedez. Polimér anyagban — tehát nem egy molekula esetén — a fellépő feszültségek miatt Pechhold (1968) szerint további 2 kcal/mol energiára van szükség.

A *kink*-ek kialakulása egyébként termodinamikai szükségszerűség. A lyukak megjelenése nagy konfigurációs entrópiainövekedést jelent és így a $\Delta G < 0$ ($\Delta G = \Delta H - T\Delta S$) miatt a rendszer törekszik a lyukak számának növelésére, míg nem $G = \min$ lesz. Továbbá a *kink*-ek kialakulásához és haladásához szükséges energia összevethető a szobahőmérséklethez tartozó ($RT \sim 0,6$ kcal/mol) hőmozgásból adódó energiával, ezért várható, hogy egyensúlyi állapotban sok *kink* található a membránban. Pechhold és Blasenbrey (1967) és Pechhold (1968) statisztikus módszerekkel kiszámították, hogy T_r hőmérséklet felett (amely hőmérséklet kapcsolatos a rotációs fázisátalakulással) és az olvadási hőmérséklet alatt (T_m) a *gauche* pozíciók 0,1—0,5 része *kink*-et alkot. A *kink*-ek koncentrációja a hőmérséklet növelésével növekszik.

Eddig csak a felületen keletkező *kink*-ekről esett szó, pedig a *kink*-ek megfelelő kombinációja révén azok a lipidfázis belsejében is előfordulhatnak (7. ábra).

Végül pedig foglalkozunk az üres *kink*-ek diffúziós állandójának kiszámításával. Esetünkben:

$$D = v\lambda^2 \cdot \exp(-\Delta G/kT),$$

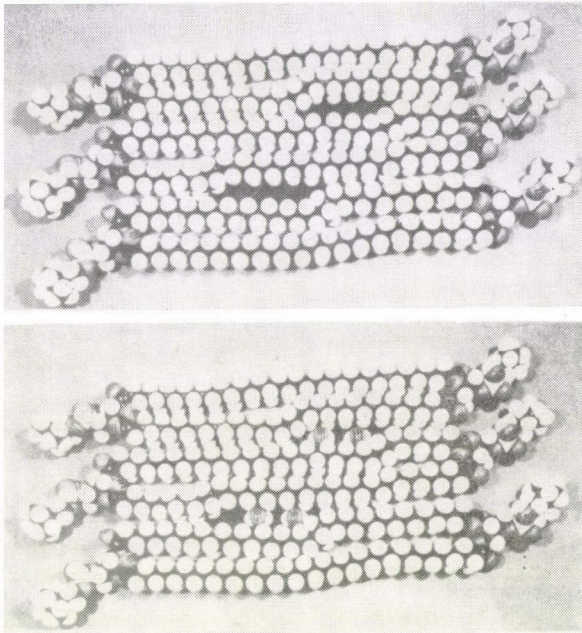
ahol $\Delta G = \Delta H - T\Delta S$ a *kink* elemi ugrásakor bekövetkező szabadentalpia megváltozása, λ az egy elemi ugrás távolsága (CH_2 lánc esetén $\lambda = 1,27 \text{ \AA}$) v a hőrezgés frekvenciája, feltehetően megegyezik a $-\text{CH}_2-$ vibrációs rezgésével, ami zsírokra $2 \times 10^{13} \text{ sec}^{-1}$ (Chapman, 1965), $\Delta H = Q = 4,8$ kcal/mol a *kink* képződéshője, míg az entrópiafaktor $e^{S/R} = 10$ (Pechhold, 1968).

Így

$$D = 1 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{sec}$$

adódik a *kink*-ek lipidbeli diffúziós állandójára szobahőmérsékleten.

Ahogy a szerző is hangsúlyozza; a semleges kis molekulák és atomok passzív transzportja más mechanizmusok révén is végbemehet a tárgyalt bimolekuláris lipid membránon át, például úgy, hogy a kisebb atomok elérnek az intersticiális tartományban. Másrészt ionok passzív transzportjára vonatkozóan a közismert



7. ábra. A diacil-phosphatidylcholine molekulák bimolekuláris elrendezésében (a) két darab 2 g *kink* kombinációja révén, elég nagy szabad térfogat formálódik a lipid belsejében. (b) H_2O vagy nagyobb molekulák is beleférnek ezekbe a zsebekbe. Ezen lyukak legtöbbje azonban csak néhány szénhidrogén-láncsegységnyi méretű, tehát pórusok ilyen mechanizmus révén nem keletkeznek

pórus modellt tartják helyesnek (Passow, 1969). A hipotézis szerint pórusok kötik össze az extra- és intracelluláris részeket, amelyek fala pozitív fix töltésekkel bélelt (*fixed charges* hipotézis).

Sajnos a sztatikus pórusok feltételezése nem illik bele abba a dinamikus képbe, amit a folyadék kristályszerkezettel kapcsolatban a fejezet elején vázoltunk. A folyadék kristályszerkezet feltételezése esetén kialakulhatnak fázishatárokon pórusok, de ezek, szemben a pórus modellel, térben és időben véletlenszerűen jelentkeznek.

Az eddigi eredmények alapján úgy tűnik, hogy a dinamikus folyadék kristály modell magában foglalja azokat a különböző modelleket, melyeket különböző anyagok passzív transzportjának magyarázatára alakítottak ki. A későbbiek szem-

pontjából elég annyit mondani, hogy: „a membránban véletlenszerűen alakulnak ki különböző helyek, ahol ionok, atomok, molekulák juthatnak be és át a membrán túloldalára”. A kialakult átvivőhelyek jellemzői közé tartozik például az, hogy milyen anyagokat képesek transzportálni, és hogy a transzportált anyagtól és az átvivőhely környezetétől függően milyenek a penetrációs lehetőségek. A lipid-membrán folyadék kristály modellje kvantitatíve még nem kidolgozott, de várhatóan a membránok passzív transzportjának egy egységes szemléletét adja majd.

A következőkben a plazmamembránokra kidolgozott modellt ismertetek, amely:

1. egységesen tárgyalja az aktív és passzív transzportot,
2. a sztohasztikus elmélet révén kvantitatíven megfogalmazott modell.

III. Stacionárius állapotú rács-gázok (Ising-rácsok) és azok kvantitatív leírása (elsőrendű folyamatokra)

A termodinamika apparátusa az ún. Onsager rendszerekre részletesen kidolgozott. Ilyen rendszerekben a termodinamikai erők és az általuk létrehozott fluxusok között lineáris kapcsolat áll fenn:

$$I_i = \sum_j L_{ij} X_j. \quad (3.1)$$

Entrópia reprezentációban fennáll az Onsager-féle reciprocitás:

$$L_{ij} = L_{ji}, \quad \forall i, j\text{-re.} \quad (3.2)$$

Hill és Plesner *Studies in Irreversible Thermodynamics* I. II. című munkájukban (1964, 1965) olyan egyszerű termodinamikai rendszereket tárgyalnak, melyek egyensúlyhoz közeli állapotban sem Onsager rendszerek. Mivel az élő sejtek egyensúlytól távoli stacionárius állapotban tartózkodnak, ezért Onsager rendszerként való kezelésük általában hibás kiindulást jelentene. Így egy nemlineáris termodinamikai leírás — fenomenologikus, vagy mélyebb szinten — a nemegyensúlyi statisztikus mechanika (sztohasztikus folyamatok elmélete) alkalmazása válik szükségessé.

A következőkben ismertetjük a *Hill és Plesner* (1965) által kidolgozott sztohasztikus modellt, oly részletességgel, mely a továbbiak megértése szempontjából elkerülhetetlen. A modellnek membránokkal való kapcsolatát csak a további fejezetek teszik világossá.

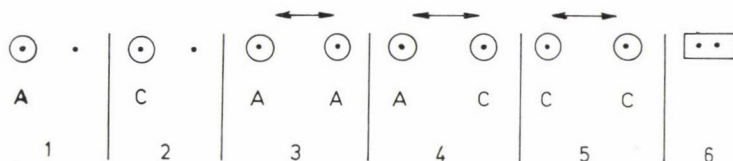
Tekintsük nyílt azonos rendszerek sokaságát, amely végtelen rezervoárba merül. A tartály időfüggetlen egyensúlyi állapotban van. A sokaság és a tartály állandóan T hőmérsékletű. A sokaság egy rendszere B rácspontról áll. Egy rácspontra legfeljebb egy molekula kötődhet, azonban egy molekula elfoglalhat két vagy több szomszédos rácspontról is.

Ezentúl a molekula egy vagy több rácspontra való kötődését a molekula adszorpciójának nevezzük. A rendszerek nyitottak mindegyik molekulafajta számára, amely meghatározott kémiai potenciállal van jelen a tartályban. A rácspontról egy-, két-, ill. háromdimenziós rácsot alkothatnak, valamint a rácspontra adszorbeált molekulák között megengedhetünk első szomszéd, illetve távolabbi kölcsönhatásokat is. Matematikai tárgyalhatóság szempontjából már az első szomszéd kölcsön-

hatás feltételezése is igen nehezen vihető ki. *Gordon* (1968) foglalkozik ezzel a problémával 4×4 -es szabályos sírács esetén.

Az egyszerűség kedvéért osszuk a rendszert kisebb, azonos kölcsönhatási egységekre, úgynevezett csoportokra, mely csoportok között nincs, de egy csoporton belül lehet kölcsönhatás.

Vegyünk egy példát, amikor két egymás melletti rácspont alkot egy csoportot ($b=2$), a rendszerünkben pedig három molekulafajta található (A, C, \square). A 8. ábra



8. ábra

mutatja egy csoport lehetséges állapotait, ahol az $A \rightleftharpoons C$ kémiai reakció végbemehet. A nyílak a csoporton belüli kölcsönhatást jelzik. A csoport hat fajta betöltését (nem üres állapotok) külön kell tárgyalni, mivel energetikai szempontból (kölcsönhatási energia, adszorpciós energia) különböznek egymástól.

A csoportok betöltésének fajtáit a rendszer sztohasztikus komponenseinek vagy egyszerűen komponenseinek nevezzük. Jelöljük N_i -vel egy adott rendszerben az i -edik betöltési típusú csoportok számát. Az ilyen N_i -ket a rendszer sztohasztikus változóinak nevezzük. A továbbiakban az N_i mennyiségek sokaság átlagának $\langle N_i \rangle$ időbeli változására szeretnénk összefüggést kapni.

A sztohasztikus paraméterek megváltozása lehet ún. külső folyamat eredménye, amikor is molekula lép be vagy hagyja el a rendszert (a rezervoárból vagy rezervoárba). Ezen belül is különbséget tehetünk egyszerű és komplex külső folyamat között. Egyszerű külső folyamat, amikor egy molekula belép egy üres csoportba (valamelyik N_i eggyel nő) vagy pl. egy 2-es típusú csoportból a C molekula kilép (ilyenkor N_2 eggyel csökken) és visszamarad egy üres csoport (8. ábra).

Komplex külső folyamat esetén vagy egy molekula kilép az egyik csoportból és visszamarad egy nem üres csoport, ezen folyamat révén valamely komponens száma eggyel csökkent, egy másiké eggyel nőtt, (pl. 5-ös állapotból egy C kilép, akkor $N_5 \rightarrow (N_5 - 1)$ és $N_2 \rightarrow (N_2 + 1)$ (vagy fordítva egy nem üres csoportba belép egy molekula (mondjuk, hogy a csoportban van még erre hely), így egy komponens száma eggyel nő, egy másiké eggyel csökken. A sztohasztikus paraméterek megváltozhatnak belső folyamat eredményeképpen is. Ilyen belső folyamat lehet pl. az $A \rightarrow C$ kémiai reakció. Ekkor pl. 3-ról 4-re változik a csoport állapota, vagyis $N_3 \rightarrow (N_3 - 1)$ és $N_4 \rightarrow (N_4 + 1)$. Itt a sztohasztikus változók megváltozása formai szempontból azonos a külső komplex folyamat esetével.

Ezek után definiáljunk egy, az előzőnél általánosabb sztohasztikus modellt. A rendszerünk jellemezhető az N_i mennyiségek összességével $\{N_i\}$ vagy N vektorral, valamint mindazon folyamatok valószínűségeivel, amelyeken a rendszer állapotváltozáskor átmehet. Tekintsünk egy δt időintervallumot, mely annyira kicsi, hogy legfeljebb egy esemény zajlik le a rendszerben δt idő alatt. Az események és valószínűségek definíciója a következő:

1. Belső- és külső komplex folyamatok esetén az $i \rightarrow j$ átmenet valószínűsége δt idő alatt

$$p_{ij} \delta t = \alpha_{ij} N_i \delta t, \quad \forall i, j\text{-re.} \quad (3.3)$$

2. Egyszerű külső folyamat esetén, amikor a molekula kilép a rezervoárba és üres csoport (jele: 0) marad vissza, az $i \rightarrow 0$ átmenet valószínűsége δt idő alatt:

$$p_{i0} \delta t = \alpha_{i0} N_i \delta t, \quad \forall i\text{-re.} \quad (3.4)$$

3. Egyszerű külső folyamat esetén, amikor a molekula belép a rácsba a rezervoárból, a $0 \rightarrow i$ átmenet valószínűsége δt idő alatt

$$p_{0i} \delta t = \beta_{0i} \left(B - b \sum_{j=1}^r N_j \right) \delta t, \quad \forall i\text{-re,} \quad (3.5)$$

ahol r a független komponensek száma.

Az α és β mennyiségek időfüggetlen és hőmérsékletfüggő sebességi állandók.

$$\alpha_{ij} \sim \exp(-\Delta E_{ij}/kT) \quad (3.6)$$

$$\beta_{0i} \sim c \cdot \exp(-\Delta E_{0i}/kT), \quad (3.7)$$

ahol c a molekula koncentrációja a rezervoárban és ΔE_{ij} az $i \rightarrow j$ állapotváltozáshoz szükséges energia. Esetünkben a rezervoár végtelen, ezért benne a molekulák koncentrációja a folyamat során változatlan, így az 1., 2., 3. állapotváltozások mind elsőrendű folyamatok. (U.i.: $p_{ij} \sim N_i^1 \delta t$.)

Gans (1960) nulladrendű folyamatokra, *Hill* és *Plesner* (1965) elsőrendű folyamatokra dolgoztak ki sztohasztikus modellt. Megjegyezzük, hogy a későbbiekben el kell vetnünk konkrét membrán modellünk esetén a végtelen rezervoár hipotézisét és így a sztohasztikus modellt másodrendű folyamatokra is ki kell terjeszteni, ahol

$$p_{ij} \sim N_i N_j \delta t. \quad (3.8)$$

Ezen megjegyzések után *Hill* tárgyalását követve, írjunk fel egy differenciál-differencia egyenletet a $P(\mathbf{N}, t)$ valószínűségre, ahol $P(\mathbf{N}, t)$ a valószínűsége annak, hogy a rendszer \mathbf{N} állapotban van a t időpillanatban:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{N}; t + \delta t) = & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r P(\mathbf{N}', N_i + 1, N_j - 1; t) p_{ij}(N_i + 1) \delta t + \\ & + \sum_{i=1}^r P(\mathbf{N}', N_i + 1; t) p_{i0}(N_i + 1) \delta t + \\ & + \sum_{i=1}^r P(\mathbf{N}', N_i - 1; t) p_{0i}(\mathbf{N}', N_i - 1) \delta t + \\ & + \left[1 - \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r p_{ij}(N_i) \delta t - \sum_{i=1}^r p_{0i}(\mathbf{N}) \delta t - \sum_{i=1}^r p_{i0}(N_i) \delta t \right] P(\mathbf{N}; t). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Ahol \mathbf{N}' az \mathbf{N} -től eltérő állapotokat jelöli és a zárójelben az \mathbf{N}' után azok a tagok vannak feltüntetve, amelyek eltérést mutatnak. A \sum jelek utáni vessző a $j=i$ indexű

tagok elhagyását jelenti. Az első három szumma azon folyamatok valószínűségeit összegzi, amelyek egyetlen lépéssel (δt idő alatt) N állapotra vezetnek. Az utolsó, a szögletes zárójeles tag annak a valószínűsége, hogy a rendszer a $(t, t + \delta t)$ időintervallumban az N állapotban marad. Az A Függelékben részletesen megmutatjuk, hogy:

$$\frac{d\langle N_i \rangle}{dt} = \sum_{j=1}^r (\alpha_{ji} - \beta_{0i} b) \langle N_j \rangle + \beta_{0i} B, \quad \forall i\text{-re}, \quad (3.10)$$

ahol

$$\alpha_{ii} \stackrel{\text{def}}{=} \alpha_{i0} - \sum_{j=1}^r \alpha_{ij}, \quad \forall i\text{-re} \quad (3.11)$$

és

$$\langle N_i \rangle = \sum_N N_i P(N, t) \quad (3.12)$$

az N_i átlaga.

Mivel az üres csoportok számának várható értéke

$$\langle N_0 \rangle = B/b - \sum_{j=1}^r \langle N_j \rangle, \quad (3.13)$$

ezért az

$$\frac{d\langle N_i \rangle}{dt} = \sum_{j=0}^r \alpha_{ji} \cdot \langle N_j \rangle - \langle N_i \rangle \sum_{j=0}^r \alpha_{ij}, \quad (3.14)$$

ahol

$$\alpha_{0i} = b\beta_{0i}, \quad \forall i\text{-re},$$

ekvivalens a (3.10) egyenletrendszerrel.

Összefoglalva tehát a fejezet eredményeit, vegyünk egy sokaságot, mely a következő tulajdonságokkal rendelkezik:

1. A sokaságot alkotó rendszerek végtelen, időfüggetlen egyensúlyi állapotban levő rezervoárba merülnek.
2. A sokaság és a rezervoár azonos, állandó T hőmérsékleten van.
3. A sokaságot alkotó rendszerek nyíltak.
4. Egy rendszer $\infty > B$ db azonos egységből áll.
5. Egy csoport $r < \infty$ különböző állapotban tartózkodhat. Az állapotok különbözhetnek a csoport
 - a) helyzete
 - b) betöltöttsége
 - c) környezete

szerint. Egy csoport b db egységből áll. A csoportok függetlenek egymástól.

6. Egy molekula egy vagy több egységre adszorbeálódhat. Egy egységre egynél több molekula nem adszorbeálódhat.

7. Egy csoport állapotát csak elsőrendű reakció révén változtathatja meg.

Ilyen rendszerek sztohasztikus változóinak időfüggését lineáris állandóegyütthatós elsőrendű inhomogén differenciálegyenlet-rendszerrel írhatjuk le. Stacionárius állapot esetén a sztohasztikus változók átlagértékei időfüggetlenek, így az elsőrendű differenciálegyenlet-rendszer,

$$d\langle N_i \rangle / dt = 0, \quad \forall i\text{-re}$$

miatt algebrai egyenletrendszerbe megy át. A kapott egyenletek tehát módot adnak egyensúlytól távoli folyamatok és stacionárius állapotok kvantitatív leírására is.

A következő fejezetben olyan rácsok matematikai leírásával foglalkozunk, melyek véges rezervoárba merülnek. Így tárgyalásunkat másodrendű folyamatokra is kiterjesztjük.

IV. Stacionárius állapotú rács gázok (Ising-rácsok) és azok kvantitatív leírása (másodrendű folyamatokra)

Ha modellünket a kísérleti eredményekkel össze akarjuk majd hasonlítani, általánosítanunk kell *Hill* és *Plesner* (1965) modelljét. Az izotópos kísérleti metódikánál ugyanis meghatározott mennyiségű izotópot adunk az extracelluláris térbe és időnként megmérve ugyanott az izotóp aktivitást, következtethetünk a membrán és az intracelluláris térbe beáramlott izotóp mennyiségére.

Így tehát ha az extracelluláris és intracelluláris teret egy-egy rezervoárnak tekintjük és a membránt ezekbe merülő rendszernek, akkor az izotópra vonatkozóan a rezervoárokat jogosulatlan végtelennek tekinteni, hiszen éppen az izotópakktivitás időbeli alakulását mérjük az extracelluláris térben. Ezért az előző fejezet végén felsorolt, a sokaságra jellemző tulajdonságok közül megváltoznak a következők:

1. A sokaságot alkotó rendszerek véges, időfüggő nem egyensúlyi állapotban levő rezervoárba merülnek.

6. Egy molekula egy egységre adszorbeálódhat, és a csoportok száma megegyezik az egységek számával, így $b=1$.

7. Az egység állapotát első vagy másodrendű reakció révén változtathatja meg (kizáró vagy!).

8. Továbbá feltesszük még, hogy izomér kémiai átalakulás nem történik.

Tartsuk meg az előző fejezetben bevezetett fogalmakat, amelyeket a sztohasztikus elmélet használ.

Jelölje n_{ik} kétindexes mennyiségek összessége a rendszer sztohasztikus változóit. Az első index jelöli a sztohasztikus komponenshez tartozó molekula fajtáját, a második index pedig a sztohasztikus komponens állapotára jellemző, amelyet az illető csoport helye, illetve környezete szab meg. Legyen a molekula fajták száma s és m_i az állapotok száma, mely az i típusú molekulával töltött komponensekre vonatkozik. Jelölje ezenkívül n_{00} az üres csoportok számát és n_{ix} az i -edik molekulafajta számát a rezervoárban.

A sokaságra vonatkozó 1. tulajdonság miatt s db megmaradási tételt írhatunk fel:

$$\text{konstans} = c_i = n_{ix}(t) + \sum_{k=1}^{m_i} n_{ik}(t), \quad \forall i\text{-re.} \quad (4.1)$$

Igaz továbbá a következő mellékfeltétel is (lásd: a 4. tulajdonságot):

$$B = \sum_{i=1}^s \sum_{k=1}^{m_i} n_{ik} + n_{00}. \quad (4.2)$$

Így a $\left(\sum_{i=1}^s s \cdot m_i \right) + s + 1$ db n_{ij} sztohasztikus változó között $s + 1$ összefüggő tehát a

rendszer $s \cdot \sum_{i=1}^s m_i$ db független n_{ik} változóval, vagyis $\{n_{ik}\} = \mathbf{n}$ mátrixszal írható le. A számításoknál $\{n_{ix}\}_{\forall i\text{-re}}$ vektort és n_{00} -át küszöböljük ki.

Definiáljuk a lehetséges elemi események valószínűségeit. A δt időintervallum legyen annyira kicsi, hogy δt idő alatt legfeljebb egy esemény zajlik le a rendszerben.

Külső folyamat esetén, amikor az i típusú molekula x hőtartályból a rendszer k állapotú egységébe jut, δt idő alatt, akkor a folyamat valószínűsége:

$$p_{i,xk} \cdot \delta t = \beta_{xk}^i \cdot n_{ix} n_{00} \cdot \delta t, \quad \forall i, k\text{-ra.} \quad (4.3)$$

A valószínűségeknél az első index a molekula fajtájára jellemző, a vesszővel elválasztott következő két index a folyamat során végbemenő állapotváltozás kiinduló és végállapotát jelzi. A β_{xk}^i mennyiségek alakja:

$$\beta_{xk}^i \sim \frac{1}{V_x} \exp(-\Delta E_{xk}^i/kT), \quad (4.4)$$

ahol V_x az x rezervoár térfogata és ΔE_{xk}^i az i, xk folyamat aktivációs energiája, k a Boltzmann-állandó, T az abszolút hőmérséklet.

Ha figyelembe vesszük, hogy n_{ix} és n_{00} függő változók, akkor

$$1. \quad p_{i,xk} \delta t = \beta_{xk}^i \left(c_i - \sum_{k=1}^{m_i} n_{ik} \right) \left(B - \sum_{i=1}^s \sum_{k=1}^{m_i} n_{ik} \right) \delta t, \quad \forall i, k\text{-ra} \quad (4.5)$$

és ez egyszerű külső folyamat, mert a független sztohasztikus változók közül csak az egyik $n_{ik} \rightarrow (n_{ik} + 1)$ változik meg. A másik egyszerű külső folyamat az előző fordítottja:

$$2. \quad p_{i,xk} \cdot \delta t = \beta_{kx}^i n_{ik} \delta t, \quad \forall i, k\text{-ra,} \quad (4.6)$$

ahol

$$\beta_{kx}^i \sim \exp(-\Delta E_{kx}^i/kT) \quad (4.7)$$

és

$$n_{ik} \rightarrow (n_{ik} - 1).$$

Végül a komplex belső folyamat valószínűsége:

$$3. \quad p_{i,kj} \delta t = \beta_{kj}^i n_{ik} \delta t \quad \forall i, k\text{-ra,} \quad (4.8)$$

amikor a rendszer i típusú molekulával töltött egysége k állapotból j állapotba kerül. Ilyen esetben

$$n_{ik} \rightarrow (n_{ik} - 1),$$

$$n_{ij} \rightarrow (n_{ij} + 1)$$

és

$$\beta_{kj}^i \sim \exp(-\Delta E_{kj}^i/kT). \quad (4.9)$$

Látjuk, hogy csak az első folyamat másodrendű, míg az összes többi Hill és Plesner modelljéhez hasonlóan elsőrendű. Ez a különbség azonban megváltoztatja a szto-

hasztikus változók átlagának időfüggését. Az n_{ik} változók átlagértékeinek $d\langle n_{ik} \rangle / dt$ időderiváltját a Függelék B részében számítottam ki. A számítás végeredménye:

$$\frac{d\langle n_{ik} \rangle}{dt} = \beta_{xk}^i \langle n_{ix} \cdot n_{00} \rangle - \left(\beta_{kx}^i + \sum_{j=1}^{m_i} \beta_{kj}^i \right) \langle n_{ik} \rangle + \sum_{j=1}^{m_i} \beta_{jk}^i \langle n_{ij} \rangle, \quad (4.10)$$

ahol

$$\langle n_{ix} n_{00} \rangle = \sigma_{ix, 00} + \langle n_{ix} \rangle \cdot \langle n_{00} \rangle. \quad (4.11)$$

Tehát, míg Hill modelljében a sztohasztikus változókra és a $\sigma_{ij;kl}$ kovariancia mátrix elemeire vonatkozó egyenletek szétváltak, itt csatoltak. Így az $\langle n_{ik} \rangle$ -okra vonatkozó nemlineáris differenciálegyenletek mellett még a kovariancia mátrix elemeire vonatkozó differenciálegyenleteket is meg kell oldani. Anélkül, hogy fizikai szempontból megindokolnánk, pusztán a számítások megkönnyítésére a következő elhanyagolást alkalmazzuk a továbbiakban:

$$\langle n_{ix} \cdot n_{00} \rangle - \langle n_{ix} \rangle \cdot \langle n_{00} \rangle = \sigma_{ix, 00} \approx 0 \quad \forall i\text{-re} \quad (4.12)$$

Így $\langle n_{ik} \rangle$ mennyiségek időfüggését a következő nemlineáris elsőrendű állandó-eggyütthatós differenciálegyenlet-rendszer megoldása adja:

$$\frac{d\langle n_{ik} \rangle}{dt} = \beta_{xk}^i \langle n_{ix} \rangle \langle n_{00} \rangle - \left(\beta_{kx}^i + \sum_{j=1}^{m_i} \beta_{kj}^i \right) \langle n_{ik} \rangle + \sum_{j=1}^{m_i} \beta_{jk}^i \langle n_{ij} \rangle, \quad \forall i, k\text{-ra.} \quad (4.13)$$

Ezen egyenletek közül $\left(s \cdot \sum_{i=1}^s m_i \right)$ db független és ezekhez járul még az s db megmaradási tétel és az egy mellékfeltétel. Ezzel az elhanyagolással a megoldandó egyenletek száma, a csatolás megszüntetésével, lényegesen lecsökkent, noha továbbra is megmaradt a nemlineáris jelleg.

A következő fejezetben a plazmamembrán egy lehetséges modelljét alkotjuk meg, felhasználva az előzőekben ismertetett biokémiai, fizikai és elméleti fizikai eredményeket.

V. Plazmamembránok iontranszport modellje

A modell célja a plazmamembránok aktív és passzív alkáli iontranszportjának egységes és kvantitatív tárgyalása. Törekedtünk arra, hogy a modell az izotópkinetikai kísérletek eredményeivel összehasonlítható legyen, ezért a tárgyalásban alkáli ionok és azok izotópjai is szerepelnek. Ez a szemlélet a modell bizonyos specializálódását jelenti, de elvi szempontból semmi akadálya sincs annak, hogy izotóp anyagáram vizsgálata mellett például a belső energia áramlásviszonyait írjuk le.

Tekintsük a 9. ábrát, mely a plazmamembrán lehetséges állapotait szimbolizálja.

Álljon a membrán B db független és azonos egységből (minden egyes egység egy átvivőhely az alkáli ionok szállítására a sejt extracelluláris és intracelluláris terei között). Az átvivőhelyek természetéről a II. fejezetben volt szó. Minden egység véges sok diszkrét állapotban egzisztálhat. A 9. ábra mutatja sematikusán egy egység lehetséges állapotait.

Egy átvivőhely állapotát megszabja:

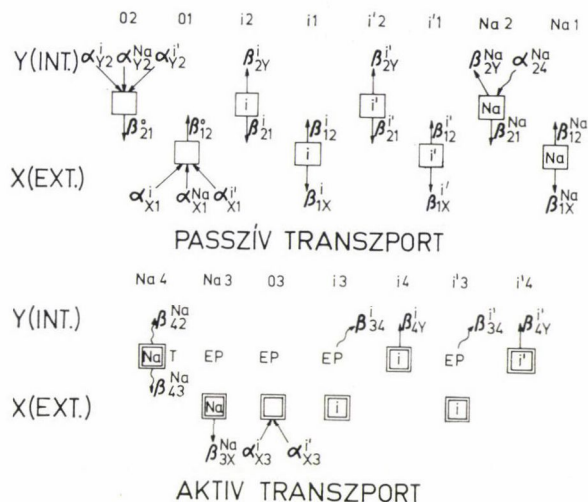
- helye,
- betöltöttsége,
- környezete.

ad *a*) Az átvivőhely lehet a membrán intracelluláris (*Y*) vagy extracelluláris (*X*) oldalán. Ilyenkor a négyzetet (az átvivőhely) följebb vagy lejjebb ábráztuk.

ad *b*) Az átvivőhely állapota függ attól, hogy van-e, és ha van milyen típusú ion foglal helyet a lyukban.

Ha van benne ion, akkor: \boxed{i} ,

ha az ion izotópja, akkor: $\boxed{i'}$



9. ábra

jelölést alkalmaztuk, ahol \boxed{i} bármelyik alkáli iont jelentheti a Na^+ iont kivéve, azt ugyanis $\boxed{\text{Na}}$ -val jelöltük. (A Na^+ ion az aktív transzportban megkülönböztetett jelentőséggel bír!)

ad *c*) Környezetváltozást jelent, ha az alapállapothoz képest, a membrán lyuk környezetében levő része magasabb energiájú állapotba kerül. Az átvivőhely dinamikus jellemzői ekkor megváltoznak. Ilyenkor a lyukat kettős négyzettel $\boxed{\square}$ jelöltük.

Megtartottuk a IV. fejezet jelölésrendszerét. Az átvivőhely egyes állapotainak kétindexes jelölése a 9. ábrán az illető állapot felett van feltüntetve. A IV. fejezetben az üres átvivőhelyet a (00) index jelölte. Modellünkben az üres lyuk különböző állapotban lehet hely szerint (01), (02), illetve környezet szerint (03).

Mivel a membrán két rezervoárt választ el egymástól, ezért n_{ix} jelöli az *i* típusú ionok számát az extracelluláris oldalon és n_{iy} az intracelluláris oldalon. Újak még az α_{ij}^k koncentrációval arányos mennyiségek, amelyekre:

$$\alpha_{ij}^k = \beta_{ij}^k \cdot n_{kl}, \quad \beta_{ij}^k \sim \frac{1}{V_l} \exp(-\Delta E_{ij}^k/kT), \quad (5.1)$$

$$\alpha_{24}^{\text{Na}} = \beta_{24}^{\text{Na}} \cdot n_{\text{ATP } y}, \quad (5.2)$$

összefüggések adhatók meg. A nyilak valamely ion vagy ionnal töltött lyuk helyváltoztatásának irányát adják meg. A hullámos nyilak molekulák membránhoz való kötődését (adszorpcióját), illetve arról leválását (deszorpcióját) mutatják. Ezek a folyamatok az átvivőhely környezetének megváltoztatásával járnak.

Vegyük sorra az állapotokat, így a modell működésének fizikai és biokémiai mechanizmusát jobban megvilágítjuk.

Az intracelluláris oldali üres lyuk, az alkáli ionok koncentrációjától és a β_{y2}^i sebességi állandótól függően, különböző valószínűséggel töltődhet valamilyen ionnal, vagy β_{21}^0 sebességi állandóval a (01) jelű állapotba ugorhat. A (01) állapotban tartózkodó lyuk az extracelluláris oldali ionkoncentrációktól, illetve a β_{x1}^i sebességi állandóktól függően töltődhet valamilyen ionnal, vagy visszaugorhat (02) állapotba.

Ha kialakul ($i1$), ($i'1$) vagy (Na 1) állapot, akkor a megfelelő β_{12}^i , $\beta_{12}^{i'}$ vagy β_{12}^{Na} sebességi állandóval megtörténhet az ionnal töltött lyuk átugrása az intracelluláris oldalra vagy β_{1x}^i , $\beta_{1x}^{i'}$, ill. β_{1x}^{Na} sebességi állandóval az ion kilép az extracelluláris térbe. Hasonlók érvényesek az ($i2$), ($i'2$) és (Na 2) állapotok megváltozásaira is.

Az eddig felsorolt állapotok, melyek megváltozása vagy az extra-, ill. intracelluláris oldali ionkoncentrációkkal vagy a membránbeli fázishatárokon kialakuló hibák (lyukak) vándorlásával kapcsolatosak, az alkáli ionok passzív transzportját írják le. Ha csak ezen állapotok összessége jelentené rendszerünket, akkor az iontranszport a csökkenő elektrokémiai potenciál irányába menne végbe az egyensúly beálltaig.

A többi állapot az aktív transzporttal kapcsolatos. Úgy képzeljük, hogy minden egyes átvivőhely egyformán kölcsönhatásba kerülhet az energiaforrást jelentő K^+ , Na^+ -aktivált ATPáz enzimrendszerrel.

Az (Na 2) állapot megváltozhat úgy, hogy az átvivőhely közelében levő ATP enzimköti helyre ATP kötődik. A folyamat reverzibilis és $\alpha_{24}^{\text{Na}} \cdot n_{\text{Na}2} \cdot \delta t$, illetve $\beta_{42}^{\text{Na}} \cdot n_{\text{Na}4} \cdot \delta t$ valószínűséggel mehet végbe a megkötődés, illetve a leválás. Az (Na 4) állapot β_{43}^{Na} sebességi állandóval való megváltozása az aktív transzport beindulását jelenti. Ekkor ugyanis lezajlik az



reakció, mely során a felszabaduló energia irányított változáshoz vezet, vagyis a Na^+ ionnal töltött, aktivált környezetű (az enzim ATP-t kötött meg!) lyuk a reakció eredményeként a membrán extracelluláris oldalára kerül. A reakció lejátszódásakor az ADP ledisszociál az intracelluláris térbe és kialakul az $E \sim P$ komplex a membrán intracelluláris oldalán. Kialakul az (Na 3) állapot. Itt felhasználtuk Hill és Kedem (1966) eredményét, mely szerint: aktív transzport létrejön, ha a kémiai reakció hatására a membrán felületére merőleges irányított változás történik.

Az (Na 3) állapottól kezdve a változások nagy valószínűséggel egy irányban zajlanak le. Ebben az irányultságban jut kifejezésre a membrán alapállapot felé való törekvése. Elvileg megvan ugyan a lehetőség az ellenirányú folyamatok lezajlására, azonban ezek valószínűségét elhanyagolhatóan kicsinek tekintettük.

A Na^+ ion β_{3x}^{Na} sebességi állandóval kilép X-be. Kialakul a (03) állapot. A megváltozott (aktivált) környezetű üres lyuk szelektíven fogadja be az alkáli ionokat. A Na^+ iont közel $0 \cdot \delta t$ valószínűséggel, míg a többi alkáli iont $\alpha_{x3}^i n_{03} \delta t$ valószínűséggel. Az utóbbi folyamat bekövetkezésekor kialakul az ($i3$) állapot. Most, hogy

az ATPáz környezetébe K^+ ion került, vagy a K^+ iont helyettesíteni képes Cs^+ , Rb^+ vagy Li^+ ion, végbemehet az

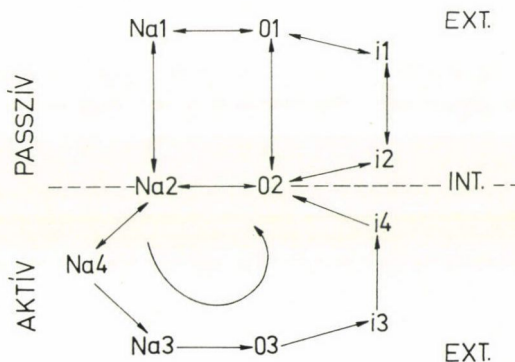


folyamat. A reakció β_{34}^i sebességi állandóval zajlik le és irányított változást hoz létre. A lyuk környezetében a membrán alacsonyabb energiájú állapotba jut. Ebben az állapotban a lyuk átkerül a membrán intracelluláris oldalára ($i4$). Ha pedig β_{4y}^i sebességi állandóval kilép az ion Y -ba, akkor visszazáll a (02) alapállapot a lyuk környezetére nézve.

Az utóbb felsorolt állapotváltozások az elektrokémiai potenciál növekedésének irányába végbemenő transzportot eredményeznek, ugyanis vörösvérsejt esetén Gárdos (1968) által megadott adatokat felhasználva:

	Vörösvérsejt (Y)	Plazma (X)
	mEq/l víz	
Na^+	10—25	120—150
K^+	95—130	3,8—5,5

Míg a 9. ábra inkább a rendszer egységeinek lehetséges állapotait szimbolizálta, a következő folyamatábra az állapotok kapcsolatát, a rendszer dinamikáját tünteti fel. A gráf csúcsai az állapotokat jelentik, az őket összekötő élek azokat a folyamatokat, amelyek átvisznek egyik állapotból a másikba. Megfordítható folyamatot kettős



10. ábra

nyíllal (\leftrightarrow), nagy valószínűséggel egy irányba végbemenő folyamatot nyíllal (\rightarrow) jelöltünk. A folyamatábrán jól elkülönül a szimmetrikus passzív transzporttal kapcsolatos rész az aszimmetrikus aktív transzporttal kapcsolatos résztől. A szimmetriaviszonyok fizikai alapja az, hogy a passzív transzport növeli, az aktív csökkenti a rendszer entrópiáját. Morfológiai szempontból az aszimmetria az ATPáz Na^+ , ill. K^+ aktiváló helyeinek intra-, ill. extracelluláris oldali elhelyezkedésében jelentkezik.

A IV. fejezet eredményeit felhasználva írjuk fel a rendszer sztohasztikus változóinak átlagára vonatkozó elsőrendű nemlineáris állandó együtthatós differenciálegyenleteket.

A következő sztohasztikus változók időderiváltjára írhatunk fel differenciálegyenletet:

Helyzet \ Betöltés	üres	i ionnal	i ion izotópjával	Na ⁺ ionnal
extracelluláris tér		n_{ix}	$n_{i'x}$	$n_{Na x}$
membrán extracelluláris oldala	$n_{01} n_{03}$	$n_{i1} n_{i3}$	$n_{i'1} n_{i'3}$	$n_{Na1} n_{Na3}$
membrán intracelluláris oldala	n_{02}	$n_{i2} n_{i4}$	$n_{i'2} n_{i'4}$	$n_{Na2} n_{Na4}$
intracelluláris tér		n_{iy}	$n_{i'y}$	$n_{Na y}$

Ezek között összefüggést teremt a három megmaradási tétel:

$$C_i = n_{ix} + n_{iy} + \sum_{j=1}^4 n_{ij}, \quad \forall i, i', \text{Na-ra} \quad (5.5)$$

és az egy mellékfeltétel:

$$B = \sum_{j=1}^3 n_{0j} + \sum_{j=1}^4 n_{i'j} + \sum_{j=1}^4 n_{ij} + \sum_{j=1}^4 n_{Na j}. \quad (5.6)$$

Így 17 db független differenciálegyenlet írható fel a rendszerre, ha a Na⁺ ionon kívül csak egy alkáli ionfajta és annak izotópja szerepel. Tekintsük az n_{iy} , $n_{i'y}$, $n_{Na y}$, n_{03} mennyiségeken kívül felsorolt változókat függetleneknek és írjuk fel ezekre a differenciálegyenleteket, a B Függelék eredménye alapján:

$$\frac{d\langle n_{ix} \rangle}{dt} = -\langle \alpha_{x1}^i \rangle \langle n_{01} \rangle - \langle \alpha_{x3}^i \rangle \langle n_{03} \rangle + \beta_{1x}^i \langle n_{i1} \rangle, \quad (5.7)$$

$$\frac{d\langle n_{i'x} \rangle}{dt} = -\langle \alpha_{x1}^{i'} \rangle \langle n_{01} \rangle - \langle \alpha_{x3}^{i'} \rangle \langle n_{03} \rangle + \beta_{1x}^{i'} \langle n_{i'1} \rangle, \quad (5.8)$$

$$\frac{d\langle n_{Na x} \rangle}{dt} = -\langle \alpha_{x1}^{Na} \rangle \langle n_{01} \rangle + \beta_{1x}^{Na} \langle n_{Na1} \rangle + \beta_{3x}^{Na} \langle n_{Na3} \rangle, \quad (5.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle n_{01} \rangle}{dt} = & -\langle \alpha_{x1}^i + \alpha_{x1}^{i'} + \alpha_{x1}^{Na} \rangle \langle n_{01} \rangle - \beta_{12}^0 \langle n_{01} \rangle + \\ & + \beta_{21}^0 \langle n_{02} \rangle + \beta_{1x}^i \langle n_{i1} \rangle + \beta_{1x}^{Na} \langle n_{Na1} \rangle + \beta_{1x}^{i'} \langle n_{i'1} \rangle, \end{aligned} \quad (5.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle n_{02} \rangle}{dt} = & -\langle \alpha_{y2}^i + \alpha_{y2}^{i'} + \alpha_{y2}^{Na} \rangle \langle n_{02} \rangle - \beta_{21}^0 \langle n_{02} \rangle + \\ & + \beta_{12}^0 \langle n_{01} \rangle + \beta_{2y}^i \langle n_{i2} \rangle + \beta_{4y}^i \langle n_{i4} \rangle + \beta_{2y}^{i'} \langle n_{i'2} \rangle + \beta_{4y}^{i'} \langle n_{i'4} \rangle + \beta_{2y}^{Na} \langle n_{Na2} \rangle, \end{aligned} \quad (5.11)$$

$$\frac{d\langle n_{i1} \rangle}{dt} = -(\beta_{12}^i + \beta_{1x}^i)\langle n_{i1} \rangle + \langle \alpha_{x1}^i \rangle \langle n_{01} \rangle + \beta_{21}^i \langle n_{i2} \rangle, \quad (5.12)$$

$$\frac{d\langle n_{i'1} \rangle}{dt} = -(\beta_{12}^{i'} + \beta_{1x}^{i'})\langle n_{i'1} \rangle + \langle \alpha_{x1}^{i'} \rangle \langle n_{01} \rangle + \beta_{21}^{i'} \langle n_{i'2} \rangle, \quad (5.13)$$

$$\frac{d\langle n_{i2} \rangle}{dt} = -(\beta_{21}^i + \beta_{2y}^i)\langle n_{i2} \rangle + \langle \alpha_{y2}^i \rangle \langle n_{02} \rangle + \beta_{12}^i \langle n_{i1} \rangle, \quad (5.14)$$

$$\frac{d\langle n_{i'2} \rangle}{dt} = -(\beta_{21}^{i'} + \beta_{2y}^{i'})\langle n_{i'2} \rangle + \langle \alpha_{y2}^{i'} \rangle \langle n_{02} \rangle + \beta_{12}^{i'} \langle n_{i'1} \rangle, \quad (5.15)$$

$$\frac{d\langle n_{i3} \rangle}{dt} = -\beta_{34}^i \langle n_{i3} \rangle + \langle \alpha_{x3}^i \rangle \langle n_{03} \rangle, \quad (5.16)$$

$$\frac{d\langle n_{i'3} \rangle}{dt} = -\beta_{34}^{i'} \langle n_{i'3} \rangle + \langle \alpha_{x3}^{i'} \rangle \langle n_{03} \rangle, \quad (5.17)$$

$$\frac{d\langle n_{i4} \rangle}{dt} = -\beta_{4y}^i \langle n_{i4} \rangle + \beta_{34}^i \langle n_{i3} \rangle, \quad (5.18)$$

$$\frac{d\langle n_{i'4} \rangle}{dt} = -\beta_{4y}^{i'} \langle n_{i'4} \rangle + \beta_{34}^{i'} \langle n_{i'3} \rangle, \quad (5.19)$$

$$\frac{d\langle n_{Na1} \rangle}{dt} = -(\beta_{12}^{Na} + \beta_{1x}^{Na})\langle n_{Na1} \rangle + \beta_{21}^{Na} \langle n_{Na2} \rangle + \langle \alpha_{x1}^{Na} \rangle \langle n_{01} \rangle, \quad (5.20)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle n_{Na2} \rangle}{dt} = & -\langle \alpha_{24}^{Na} \rangle \langle n_{Na2} \rangle - (\beta_{2y}^{Na} + \beta_{21}^{Na})\langle n_{Na2} \rangle + \\ & + \langle \alpha_{y2}^{Na} \rangle \langle n_{02} \rangle + \beta_{12}^{Na} \langle n_{Na1} \rangle + \beta_{42}^{Na} \langle n_{Na4} \rangle, \end{aligned} \quad (5.21)$$

$$\frac{d\langle n_{Na3} \rangle}{dt} = -\beta_{3x}^{Na} \langle n_{Na3} \rangle + \beta_{43}^{Na} \langle n_{Na4} \rangle, \quad (5.22)$$

$$\frac{d\langle n_{Na4} \rangle}{dt} = -(\beta_{42}^{Na} + \beta_{43}^{Na})\langle n_{Na4} \rangle + \langle \alpha_{24}^{Na} \rangle \langle n_{Na2} \rangle. \quad (5.23)$$

Nézzük milyen összefüggéseket írhatunk fel a sebességi állandókra.

Mivel az üres lyuk töltése zérus, ezért rá a membránpotenciál elektromos tere nem hat. A passzív transzport szempontjából szimmetrikusnak feltételezett membránra tehát igaz, hogy

$$\beta_{21}^0 = \beta_{12}^0. \quad (5.24)$$

A mérésekből tudjuk, hogy a vörösvérsejt membránok extracelluláris oldala pozitívabb, mint az intracelluláris (normális működés esetén). Jelöljük ψ_1 -gyel a membrán extracelluláris és ψ_2 -vel az intracelluláris oldali potenciálját. A passzív transzport

szempontjából szimmetrikusnak tekinthető membránra, egyszer pozitív ionok esetén:

$$\beta_{12}^i = A^i \exp\left(-\frac{q(\psi_2 - \psi_1)}{kT}\right),$$

$$\beta_{21}^i = A^i \exp\left(-\frac{q(\psi_1 - \psi_2)}{kT}\right), \quad \psi_1 > \psi_2 \quad (5.25)$$

Az A^i arányossági tényezők azonossága a szimmetriából következik. Az ion töltését q jelöli. Így:

$$\frac{\beta_{21}^i}{\beta_{12}^i} = \exp\left(-\frac{2q(\psi_1 - \psi_2)}{kT}\right) < 1. \quad (5.26)$$

Ugyanez az összefüggés i' és Na-ra is!

Végül, az izotóppal töltött állapotok megváltozásához tartozó sebességi állandók megegyeznek a megfelelő inaktív ionhoz tartozó sebességi állandókkal. Tehát,

$$\beta_{jk}^i = \beta_{jk}^{i'}, \quad \forall j, k, i, i' \text{-re.} \quad (5.27)$$

A modellben szereplő β_{jk}^i paraméterek meghatározásával lehetőség nyílik a membránpotenciál hozzávetőleges leírására. Ez a potenciál iononként és állapotonként más és más. Az iononkénti különbség természetesen a mechanikai potenciálban jelenti a változást. A potenciálgörbe pontos alakját ilyen módon nem ismerhetjük meg, mivel a β_{jk}^i mennyiségek az állapotváltozáshoz szükséges energiával kapcsolatosak, tehát csak a potenciálgörbe nevezetesebb pontjaira kapunk információt (lokális extrémum helyek).

A következő fejezetben ismertetem azokat a kísérleti körülményeket, amelyeknél 17 differenciálegyenlet helyett csak ötöt kell megoldani, továbbá az elméleti és kísérleti eredmények illesztését, vagyis a β_{jk}^i paraméterek meghatározását.

VI. Kísérleti eredmények és a modell illesztése

Fiziológiás működés közben a vörösvérsejt stacionárius állapotban van. Matematikailag $\frac{d\langle n_{ij} \rangle}{dt} = 0, \forall i, j$ -re. Végezzük a kísérletet a következő módon. Az izotópot bevisszük az extracelluláris térrészbe, de ugyanannyi inaktív iont kivonunk. Így megzavarjuk a stacionárius állapotot, azonban az aktív és inaktív anyag azonos áramlási tulajdonságai miatt (lásd: 5.27 egyenletet) és mivel az összes aktív és inaktív ion mennyiség megegyezik a fiziológiás inaktív ion mennyiségével (jele: $C_{\text{fiziológiás}}$), ezért:

$$\frac{d\langle n_{ij} \rangle}{dt} + \frac{d\langle n_{i'j} \rangle}{dt} = 0, \quad \forall i, j \text{-re,} \quad (6.1)$$

$$C_{\text{fiziológiás}} = C_i + C_{i'} = (n_{ix} + n_{i'x}) + (n_{iy} + n_{i'y}) + \sum_{j=1}^{m_i} (n_{ij} + n_{i'j}). \quad (6.2)$$

A többi sztohasztikus változóra ($n_{\text{Na},x}, n_{01}, n_{02}, n_{\text{Na},1}, n_{\text{Na},2}, n_{\text{Na},3}, n_{\text{Na},4}$) továbbra is

fennáll a $\frac{d\langle n_{ij} \rangle}{dt} = 0$ összefüggés, ez (5.27) és (6.1) felhasználásával bizonyítható.

Az (5.9), (5.10), (5.11), (5.20), (5.21), (5.22) és (5.23) egyenletek jobb oldala, értékét tekintve időben állandó. Vegyük például az (5.10) egyenletet. A jobboldali első tag:

$$-\langle \alpha_{x1}^i + \alpha_{x1}^{i'} + \alpha_{x1}^{Na} \rangle \langle n_{01} \rangle$$

időben állandó, mert

$$\langle \alpha_{x1}^i + \alpha_{x1}^{i'} \rangle = \beta_{x1}^i \langle n_{ix} + n_{i'x} \rangle$$

a 6.1 egyenlet miatt állandó és $\langle n_{01} \rangle$ állandó, hiszen összeadva 5.12 és 5.13 egyenleteket:

$$\begin{aligned} \frac{d\langle n_{i1} \rangle}{dt} + \frac{d\langle n_{i'1} \rangle}{dt} &= 0 = -(\beta_{12}^i + \beta_{1x}^i) \langle n_{i1} + n_{i'1} \rangle + \\ &+ \beta_{x1}^i \langle n_{ix} + n_{i'x} \rangle \langle n_{01} \rangle + \beta_{21}^i \langle n_{i2} + n_{i'2} \rangle. \end{aligned} \quad (6.3)$$

Látjuk, hogy a jobboldal első és harmadik tagja a 6.1 egyenlet miatt időben állandó, ezért a második tagnak is állandónak kell lenni, így $\langle n_{01} \rangle$ állandó. Ugyanígy (5.14) és (5.15) egyenletek összeadásából kiderül, hogy $\langle n_{02} \rangle$ is időben állandó. Így (5.10) egyenlet második és harmadik tagja állandó. A negyedik és hatodik tag összege (6.1) egyenlet miatt állandó. Marad még $-\langle \alpha_{x1}^{Na} \rangle \langle n_{01} \rangle + \beta_{1x}^{Na} \langle n_{Na1} \rangle$ állandóságának bebizonyítása. Vegyük észre, hogy a Na^+ ionnal kapcsolatos állapotok megváltozására vonatkozó (5.9), (5.20), (5.21), (5.22), (5.23) és

$$C_{Na} = n_{Na x} + n_{Na y} + \sum_{j=1}^4 n_{Na j}$$

egyenletekben a stacionárius állapotot megzavaró izotóp hozzákeverése semmit sem változtatott. Természetesen, ha a kísérletet nem így vezetnénk, vagyis (6.1) nem állna fenn, akkor $\langle n_{01} \rangle$ és $\langle n_{02} \rangle$ időbeli változása a $\frac{d\langle n_{Na j} \rangle}{dt} \neq 0$ -hoz vezetne. Tehát 17 db differenciálegyenlet helyett a következő 5 független differenciálegyenletet kell megoldani.

$$\frac{d\langle n_{i'x} \rangle}{dt} = -(\beta_{x1}^{i'} \langle n_{i'x} \rangle \langle n_{01} \rangle + \beta_{x3}^{i'} \langle n_{i'x} \rangle \langle n_{03} \rangle + \beta_{1x}^{i'} \langle n_{i'1} \rangle), \quad (6.4)$$

$$\frac{d\langle n_{i'1} \rangle}{dt} = -(\beta_{12}^{i'} + \beta_{1x}^{i'}) \langle n_{i'1} \rangle + \beta_{x1}^{i'} \langle n_{i'x} \rangle \langle n_{01} \rangle + \beta_{21}^{i'} \langle n_{i'2} \rangle, \quad (6.5)$$

$$\frac{d\langle n_{i'2} \rangle}{dt} = -(\beta_{21}^{i'} + \beta_{2y}^{i'}) \langle n_{i'2} \rangle + \beta_{y2}^{i'} \langle n_{i'y} \rangle \langle n_{02} \rangle + \beta_{12}^{i'} \langle n_{i'1} \rangle, \quad (6.6)$$

$$\frac{d\langle n_{i'3} \rangle}{dt} = -\beta_{34}^{i'} \langle n_{i'3} \rangle + \beta_{x3}^{i'} \langle n_{i'x} \rangle \langle n_{03} \rangle, \quad (6.7)$$

$$\frac{d\langle n_{i'4} \rangle}{dt} = -\beta_{4y}^{i'} \langle n_{i'4} \rangle + \beta_{34}^{i'} \langle n_{i'3} \rangle, \quad (6.8)$$

ahol $\langle n_{i'y} \rangle$ értékét a következő megmaradási tétel adja:

$$c_{i'} = \langle n_{i'x}(0) \rangle = \langle n_{i'x}(t) \rangle + \langle n_{i'y}(t) \rangle + \sum_{j=1}^4 \langle n_{i'j}(t) \rangle \quad (6.9)$$

A (6.4–6.8) egyenletek $\langle n_{01} \rangle$, $\langle n_{02} \rangle$ és $\langle n_{03} \rangle$ állandósága miatt, lineáris állandó-együtthatós elsőrendű differenciálegyenletek. Ha ismertek az együtthatók és $\langle n_{01} \rangle$, $\langle n_{02} \rangle$, $\langle n_{03} \rangle$, akkor (6.9) figyelembevételével a differenciálegyenlet-rendszer megoldható, vagyis $\langle n_{i'j}(t) \rangle$ függvény meghatározható $\forall t$ és j -re. Esetünkben, azonban fordított utat kell járni. A mérésekből $\langle n_{i'x}(t) \rangle / \langle n_{i'x}(0) \rangle$ ismert és ezen függvény, valamint a (6.4–6.9) egyenletrendszer ismeretében kell megmondanunk az állandó együtthatók értékét. Ez a probléma paraméterillesztés néven vonult be a szakirodalomba és súlyos nehézségekkel küszködik, főleg ami a kapott paramétersorozat egyértelműségét illeti. Ez a nehézség biofizikai, biológiai méréseknél különösen jelentkezik, tekintve ezen mérések nagy hibáját. Így a nyert paraméterek amellet, hogy kérdéses egyértelműségűk, igen nagy hibával is rendelkezhetnek.

Az egyértelműséget lényegesen javítaná, ha nemcsak $\langle n_{i'x}(t) \rangle / \langle n_{i'x}(0) \rangle$ időfüggését tudnánk kimérni, hanem a többi $\langle n_{i'j} \rangle$ időfüggését is. Sajnos ezek a rendszer belső paraméterei és közvetlen mérésük makroszkopikus eszközökkel nem lehetséges.

A paraméterhibák lecsökkenthetők az eddig is alkalmazott mérési eljárás sokszori megismétlésével, a pontosabb összesített eredmény kiértékelésével. Az összesített eredmény pontossága azonban csak megfelelően homogén mintán, azaz lehetőleg azonos nemű és fejlettségű patkányok véréen végzett kísérletekkel biztosítható. A mérési eredmények kiértékelésének legkisebb hibára vezető módját a C Függelékben közöltük. A paraméterek optimális szimultán becslése az ún. maximum *likelihood* módszer alkalmazásával elvégezhető. A módszert több munka is részletesen ismerteti, ezért itt csak hivatkozom *Prékopa* (1962), ill. *Jánossy* (1965) művére.

Esetünkben sok mérés összesített eredményéhez végezzük az illesztést. Ilyenkor az egyes mérési időpontokhoz tartozó $Y(t)$ (értelmezése a C Függelékben) értékek eloszlása a Gauss-eloszlást közelíti a központi határeloszlástétel miatt (*Prékopa*, 1962), s ekkor a maximum *likelihood* módszer azonos eredményre vezet a súlyozott legkisebb négyzetek módszerével. Vagyis:

$$E(\{\beta_{ij}^k; \langle n_{0l} \rangle\}) = \sum_{j=1}^m \frac{[\langle n_{i'x}(t) \rangle / \langle n_{i'x}(0) \rangle - \bar{Y}(t_j)]^2}{\delta \bar{Y}(t_j)^2} = \text{minimum}, \quad (6.10)$$

ahol m a mérési időpontok száma, $\bar{Y}(t_j)$ a t_j -edik időponthoz tartozó mérési eredmények összesített átlaga (lásd: a Függelék C pontját) és $\delta \bar{Y}(t_j)$ a hozzá tartozó empirikus szórás. A (6.10) kifejezésben szereplő $\langle n_{i'x}(t) \rangle / \langle n_{i'x}(0) \rangle$ függvény alakját a (6.4–6.9) egyenletek, rögzített paraméterértékek esetén, egyértelműen meghatározzák. Ha a paramétereknek sikerül olyan értékeit megtalálni, melyre (6.10) kifejezés minimális, akkor elvégeztük a paraméterek optimális becslését.

Matematikai szempontból tehát az $E(\{\beta_{ij}^k; \langle n_{0l} \rangle\})$ többdimenziós hiperfelület abszolút minimumát kell keresnünk.

A minimumkeresés sok módja alkalmazható (gradiens módszer, simplex módszer, iterációs eljárás stb.). Általában meg kell adnunk a paraméterek durván becsült értékeit és az alkalmazott minimumkereső módszerrel egyre jobb paramétere-

ket kapunk. Arra azonban semmi biztosítékunk nincs, hogy épp az abszolút minimumhoz tartozó paramétersorozatot kaptuk meg. Ha azonban az indulási paraméterek elég jók, vagyis az abszolút minimumhoz tartozó értékek környezetében vannak, akkor valószínű, hogy a minimumkereső módszer a jó paraméterértékekhez vezet. A paraméterek egy elég jó becslését MEDA-T analóg számítógép segítségével kerestük meg. A 11/a ábra mutatja az analóg program felírásánál használt szimbólumok jelentését. A (6.4–6.9) egyenletrendszer programja a 11/b ábrán látható.

A paraméterek értékeit a számítógépen elhelyezett potenciométerek állításával lehetett változtatni. Addig változtattam a potenciométerek állását, amíg a számítógép által kirajzolt $\langle n_{i'x}(t) \rangle / \langle n_{i'x}(0) \rangle$ függvény alakja megegyezett az $\bar{Y}(t_i)$ mérési eredménnyel hibahatáron belül. Az alábbi ábrákon az $\bar{Y}(t_i)$ mérési eredményeket, a hozzá tartozó $\pm 2\delta\bar{Y}(t_i)$ hibákkal és az illetékt $\langle n_{i'x}(t) \rangle / \langle n_{i'x}(0) \rangle$ elméleti görbéket tüntettük fel.

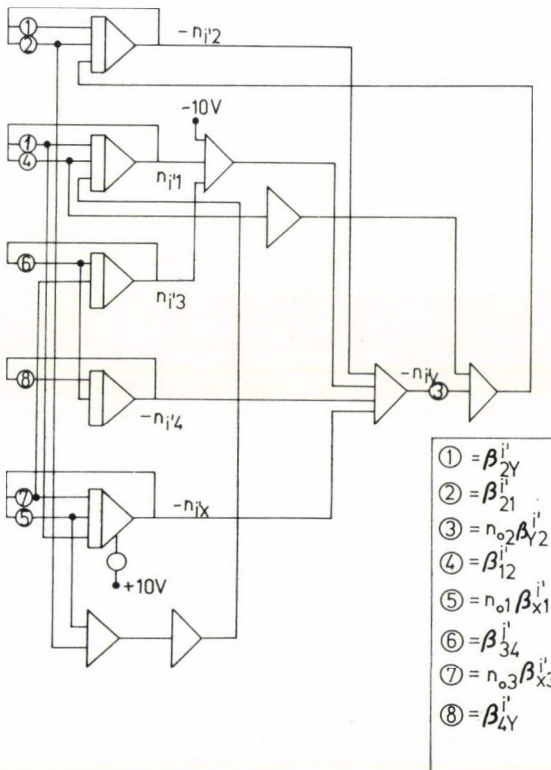
$$f(t) \rightarrow \text{C} \rightarrow C \cdot f(t) \quad 0 \leq C \leq 1$$

$$\begin{matrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{matrix} \rightarrow \left(\sum_{i=1}^2 f_i(t) \right)$$

$$\begin{matrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{matrix} \rightarrow \left(\sum_{i=1}^2 \int_0^t f_i(t') dt' + U(0) \right)$$

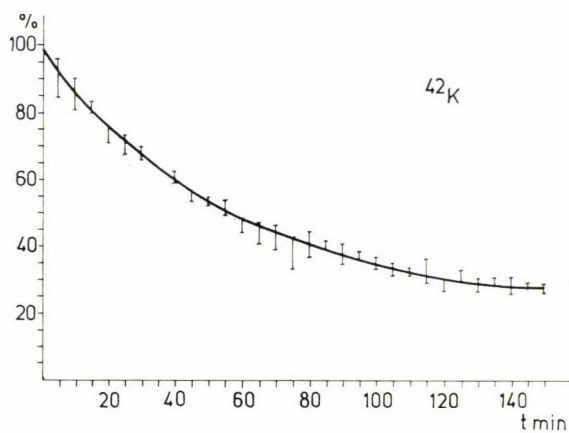
-U(0)

11/a ábra

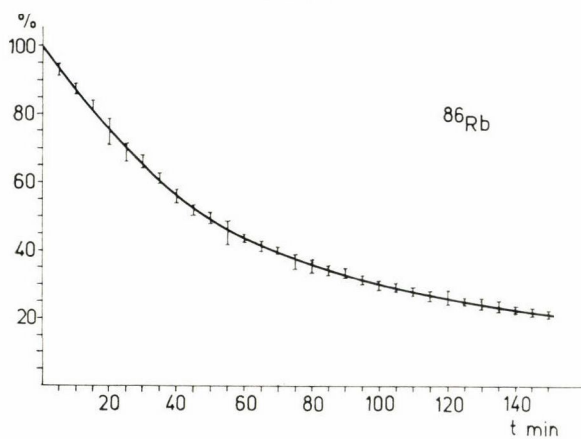


- ① = $\beta_{2Y}^{i'}$
- ② = $\beta_{21}^{i'}$
- ③ = $n_{o2} \beta_{Y2}^{i'}$
- ④ = $\beta_{12}^{i'}$
- ⑤ = $n_{o1} \beta_{X1}^{i'}$
- ⑥ = $\beta_{34}^{i'}$
- ⑦ = $n_{o3} \beta_{X3}^{i'}$
- ⑧ = $\beta_{4Y}^{i'}$

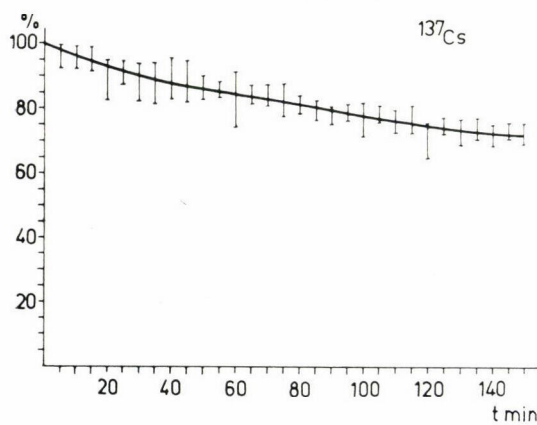
11/b ábra



12. ábra



13. ábra



14. ábra

A paraméterekre ilyen módon kapott közelítő értékeket az alábbi táblázatban tüntettük fel:

	42 _K	86 _{Rb}	137 _{Cs}	százalékos hibák
	$\times 10^{-3} \text{ sec}^{-1}$			%
$\beta_{x3}^i \langle n_{03} \rangle$	0,13	0,15	0,03	2,5
$\beta_{x1}^i \langle n_{01} \rangle$	0,13	0,15	0,03	2,5
β_{21}^i	1,0	1,0	0,66	10
β_{12}^i	6,6	6,6	3,3	10
$\beta_{2y}^i = \beta_{1x}^i$	1,83	1,83	1,0	17
$\beta_{y2}^i \langle n_{02} \rangle$	0,6	0,46	1,6	50
β_{34}^i	1,83	1,83	2,66	100
β_{4y}^i	1,83	1,83	1,83	100

VII. Eredmények összefoglalása és diszkussziója

Munkámban röviden ismertettem azokat a kvalitatív elképzeléseket, amelyek a sejtmembránok aktív és passzív transzportjára vonatkozóan leginkább elfogadottak, illetve bizonyítottak (I.; II. fejezet). Ezen belül részletesen tárgyaltam *Opit* és *Charnock* (1965) aktív transzportot leíró modelljét, valamint *Träuble* (1971) modelljét, amely a sztohasztikus tárgyalásmódhoz az ötletet adta. *Hill* (1964) elsőrendű reakciókra kidolgozott sztohasztikus modelljét másodrendű reakciókra is kiterjesztettem, s így lehetővé vált az általunk vörösvérsejt membránon végzett izotópkinetikai kísérletek kvantitatív modellezése (IV. fejezet).

A plazmamembránokra adott modell (V. fejezet) egységesen tárgyalja az aktív és passzív transzportot. Ez a szemlélet lehetővé teszi a kétfajta transzport csatolásának értelmezését. A modell egyensúlytól távoli állapotokra is alkalmazható, s így lehetséges az élő sejt nemegyensúlyi, stacionárius állapotának a tárgyalása.

A modell β_{kj}^i paramétereinek meghatározása révén az ion-membrán kölcsönhatás erőssége és jellege tanulmányozható. A kísérletek C Függelékben leírt kiértékelési módját alkalmazva, a súlyozott átlag hibája kisebbnek adódik a normális átlag hibájánál. A mérések számának növelésével az átlag hibája csökken. A pontosabb összesített kísérleti eredmények a paraméterek pontosabb becsléséhez vezetnek.

Annak ellenére, hogy kvantitatív modellünk az irreverzibilis folyamatok egzakt elméletét használja, a modell egyszerűsítő feltevései miatt a valóság durva ábrázolását adja csak. A pontosabb leíráshoz a következő szempontokat kell még figyelembe venni:

a) Nem tudjuk, hogy a Na^+ , K^+ aktivált ATPáz enzimrendszer mekkora környezetében hat a lyukra. Valószínűleg vannak olyan távoli lyukak, melyekre nézve ez a hatás már teljesen elhanyagolható és az



reakciókor felszabaduló energia nem váltja ki erre a lyukra nézve az aktivált állapotok sorát. A lyukak mint átvivő egységek tehát különböznek egymástól, attól függően, hogy az ATPáz-tól milyen távolságban keletkeznek, s ennek megfelelően a felvehető állapotok száma és milyensége is különböző lehet.

b) Nem vettük figyelembe az *Opit—Charnock*-modellben javasolt visszacsatolást, mely szerint az ATPáz működését a környezetében megkötött Na^+ ionok egyre jobban elősegítik (a β_{43}^{Na} sebességi állandó növekszik, lokálisan növekvő Na^+ koncentráció esetén).

c) A modell elhanyagolja a lyukak közötti kölcsönhatást és az átvivő egységeket egymástól függetleneknek tekinti.

Az eddig felsorolt elhanyagolások kiküszöböléséhez a membránt mint kooperatív egységet kellene kezelnünk. Első lépésként a lyukak közötti első szomszéd kölcsönhatást, valamint ATPáz-lyuk első szomszéd kölcsönhatást lehetne figyelembe venni. A kiértékelés aránytalanul nehezebb volta azonban, jelenleg még kérdésessé teszi ezt a legegyszerűbb finomítást is.

Megoldhatók azonban a következő problémák:

d) Modellünkben a lyukak számát (jele: B) a membránban állandónak tekintettük, pedig állandó hőmérséklet esetén csak az átlagérték állandósága ($\langle B \rangle = \text{const}$) tételezhető fel. Ugyanígy az izotópmegmaradásra felírt

$$\text{const} = n_{ix}(0) = n_{ix}(t) + n_{iy}(t) + \sum_{j=1}^{m_i} n_{ij}(t)$$

megmaradási törvény is csak az $n_{lk}(t)$ mennyiségek $\langle n_{lk}(t) \rangle$ átlagára igaz, ugyanis a sejtplazma képzeletbeli határán be-, ill. kidiffundálhat ion. Ha a mintát jól elkeverik, akkor a ki- és bemenő ionok száma átlagosan egyenlő kell, hogy legyen. A D Függelékben tárgyalt modell figyelembe veszi az itt említett kifogásokat, és a B és $n_{ix}(0)$ értékeket független változóként kezeli, melyek átlagára az (5.5) és (5.6) kifejezéseket nyerjük.

A végeredmény az elsőrendű momentumokra nézve megegyezik a B Függelék eredményével.

e) *Vető* (1969) munkája nyomán ismeretes, hogy vannak olyan sejtek, melyek extra-, ill. intracelluláris terei között kimutatható a hőmérsékletgradiens. Modellünk alkalmas a belső energia áramlási viszonyainak tanulmányozására is, ha ismerjük az állapotokhoz tartozó energiaszinteket.

Az extracelluláris teret végtelen hőtartálynak tekintjük. A modellből az intracelluláris oldali belső energia kiszámítható. Ennek értéke stacionárius állapot esetén időfüggetlen, de a rendszer paramétereitől függő érték lesz (jele: $\langle U_{in} \rangle$). Ha ismerjük az intracelluláris tér stacionárius állapothoz tartozó (C_{st}) fajhőjét, akkor

$$T_{in} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\langle U_{in}(\{ \Delta E_{jk}^i \}) \rangle}{C_{st}}, \quad (7.1)$$

ahol T_{in} az intracelluláris hőmérséklet mérhető. Így a rendszer paramétereit megszorító újabb egyenletet kapunk, amellyel tekintetbe vehetjük a mért hőmérsékletgradienst.

f) Nem vettük figyelembe, hogy a lyuk több lépésben jut a membrán intracelluláris széléről az extracellulárisig. Ez a finomítás a differenciálegyenletek számá-

nak növelésével jár, miközben a paraméterek száma változatlan marad. A modell ilyen jellegű finomítása könnyen végigvihető, csak az elvégzendő számolás mennyisége növekszik.

g) Az üres és Na^+ ionnal töltött állapotok számának meghatározására algebrai egyenleteket kell megoldani. Az egyenletek megoldása további paraméterek meghatározását jelenti egyúttal.

h) Ha a D Függelékben található $K(\{s_{ij}\}; t)$ függvény sorfejtésében a másodrendű tagokat is összehasonlítjuk, akkor megkapjuk a $\sigma_{kl;mn}$ kovarianciamátrix időderiváltjára vonatkozó differenciálegyenletek rendszerét. A (4.12) feltevés helyett, ilyenkor a kovarianciamátrix időfüggése is meghatározható. Így jóval több differenciálegyenletet kell megoldanunk. A kiértékelést digitális számítógéppel végezve, ez a feladat megoldható.

i) A K^+ -ra vonatkozó kísérletek digitális számítógépes kiértékelésénél a paraméterillesztést az ún. simplex módszer alkalmazásával végezték el. A meglevő program hiányossága, hogy a kapott paraméterek hibáját nem adja meg. Lényeges hiányosság továbbá, hogy a kapott paramétersorozat az eltérés négyzetek összegének nem biztos, hogy az abszolút minimumát jelöli ki.

α) A modell felhasználható egyéb vizsgálatok eredményeinek, például különböző gátlószerek jelenlétében elvégzett izotópkinetikai kísérletek kiértékelésére is. Ilyen kísérleti eredményekhez való paraméterillesztés megmutatja, hogy az illető gátlószerek a transzport mely lépéseit, milyen mértékben gátolja. Ugyanígy tanulmányozhatók a rendszer paramétereinek megváltozása radioaktív besugárzás hatására.

β) Gyakran végeznek afiziológiás ionkoncentrációk mellett izotópkinetikai méréseket, vizsgálva a különböző ionok transzportjának egymásra kifejtett hatását. Ezen kísérleteket a *Michaelis—Menten*-kinetika alkalmazásával szokták kiértékelni. Az ott kapott két paraméternek (K_m , V_{\max}), azonban nincs közvetlen fizikai jelentése, mivel a leegyszerűsített kinetika miatt a két paraméter sok tényező bonyolult függvényeként adódik, mely függvényt nem ismerjük. Modellünk használható ilyen kísérletek leírására is, azonban itt és gátlószerek kísérleteknél a (6.1) feltevés nem teljesül, ezért (5.5—5.23) egyenletek rendszerét kell megoldanunk.

γ) A kísérleti technika fejlődésével, az ionszelektív elektródok megjelenésével lehetővé vált ionkoncentrációk folyamatos regisztrálása. Így mutatták ki az oszcillációs folyamatokat, melyek létre elméletileg már a század elején rámutattak (Lotka, 1910, 1920). Ilyen folyamatokkal találkozhatunk szervetlen kémiai reakciók, szerves-, enzimatis reakciók, ill. reakcióláncok esetében, ill. az utóbbi évek tapasztalatai alapján a sejtek és sejt-hártyák működésével kapcsolatban is. Modellünk paramétereinek megfelelő megválasztása mellett a megoldásban periodikus tagok is szerepelhetnek. (Lineáris differenciál-egyenletrendszer megoldása esetén ennek feltétele, hogy a sajátértékek között komplexek is előforduljanak.)

Az előzőekben felsorolt alkalmazási lehetőségek [α), β), γ)] nem szolgáltatnak új információt, hanem inkább a modell alkalmazhatóságának egy-egy próbáját jelentették. Ugyanakkor a kiértékelésnek ez a módja minden esetben a lejátszódó folyamat mélyebb megértésére ad lehetőséget.

δ) Minőségileg újat ad a folyamatok hőmérsékletfüggésének meghatározása. A második fejezetben említettük, hogy a folyadék kristály állapotban a különböző fázisok kritikus hőmérsékletei (T_{kr}) valószínűleg egymáshoz közel vannak. A fázis-

változásokkor az állapotváltozási energia (ΔE_{kj}^i) értékek ugrásszerű megváltozására számíthatunk.

Feltehető, hogy a kísérleti eredményeket a modell segítségével kiértékelve a kapott $\Delta E_{kj}^i(T)$ függvény törési helyeihez tartozó hőmérsékleteknél új fázisok jelennek meg a membránban. Ezek a kísérletek elvezethetnek egy alapvetően kooperatív membránmodell felállításához. Igaz, hogy a Diskusszió c) pontja után is felmerül ez a lehetőség, azonban ott még csak a funkcionális modell finomítását célozná ez a lépés, itt pedig alapvetően strukturális alapról próbálnánk a membrántranszport magyarázatát adni. Természetesen e próbálkozás matematikai szempontból óriási nehézségeket jelent, amit a jelenlegi számítógépkapacitások mellett nem lehet megoldani.

FÜGGELÉK A

Helyettesítsük be a $p_{ij} \cdot \delta t$ elemi folyamatvalószínűségek explicit kifejezését a (3.9) differenciál-differencia egyenletbe. Vonjuk ki $P(\mathbf{N}; t)$ függvényt mindkét oldalból és az egészet osszuk végig δt -vel, majd képezzük a kifejezés határértékét miközben $\delta t \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned} \partial P(\mathbf{N}; t) / \partial t = & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \alpha_{ij} (N_i + 1) P(\mathbf{N}', N_i + 1, N_j - 1; t) + \\ & + \sum_{i=1}^r P(\mathbf{N}', N_i + 1; t) \alpha_{i0} (N_i + 1) + \sum_{i=1}^r P(\mathbf{N}', N_i - 1; t) \beta_{0i} B - \\ & - \sum_{i=1}^r \beta_{0i} b (N_i - 1) P(\mathbf{N}', N_i - 1; t) - \sum_{j=1}^r \beta_{0j} b P(\mathbf{N}', N_j - 1; t) \sum_{k \neq j}^r N_k - \\ & - \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^r \alpha_{ij} N_i P(\mathbf{N}; t) - \sum_{j=1}^r \beta_{0j} B P(\mathbf{N}; t) + \sum_{j=1}^r \beta_{0j} b P(\mathbf{N}; t) \sum_{k=1}^r N_k. \quad (\text{A.1}) \end{aligned}$$

Alakítsuk át ezt a kifejezést valószínűségi változók generátorfüggvényére vonatkozó differenciálegyenletté, ahol a generátorfüggvény definíció szerint (Barucha—Reid, 1960; Jánosy, 1968):

$$F(\mathbf{x}; t) \equiv \sum_{\mathbf{N}} P(\mathbf{N}; t) \prod_{i=1}^r x_i^{N_i}, \quad \mathbf{x} \equiv \{x_i\}_{\forall \text{-re}}, \quad (\text{A.2})$$

ahol $\forall x_i$ komplex és

$$F(\mathbf{x} = \mathbf{1}; t) = 1, \quad \forall t\text{-re.}$$

Szorozzuk be (A.1) egyenlet mindkét oldalát $\prod_{i=1}^r x_i^{N_i}$ kifejezéssel és összegezzük \mathbf{N} lehetséges értékeire.

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial t} = & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \alpha_{ij} (x_j - x_i) \frac{\partial F}{\partial x_i} + \sum_{i=1}^r \alpha_{i0} (1 - x_i) \frac{\partial F}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^r \beta_{0j} B (x_j - 1) F - \\ & - \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^r \beta_{0j} b x_k (x_j - 1) \frac{\partial F}{\partial x_k}. \quad (\text{A.3}) \end{aligned}$$

Az (A.3) felírásánál az $F(\mathbf{x}; t)$ generátorfüggvény következő tulajdonságait használtuk fel:

$$\sum_{\mathbf{N}} P(\mathbf{N}', N_j - 1; t) \prod_{i=1}^r x_i^{N_i} = x_j \sum_{\mathbf{N}} P(\mathbf{N}; t) \prod_{i=1}^r x_i^{N_i} = x_j F(\mathbf{x}; t), \quad (\text{A.4})$$

$$\sum_{\mathbf{N}} N_l P(\mathbf{N}', N_j - 1; t) \prod_{i=1}^r x_i^{N_i} = x_j x_l (\partial F / \partial x_l), \quad (\text{A.5})$$

$$\sum_{\mathbf{N}} (N_j - 1) P(\mathbf{N}', N_j - 1; t) \prod_{i=1}^r x_i^{N_i} = x_j^2 (\partial F / \partial x_j), \quad (\text{A.6})$$

$$\sum_{\mathbf{N}} (N_j + 1) P(\mathbf{N}', N_j + 1; t) \prod_{i=1}^r x_i^{N_i} = \partial F / \partial x_j, \quad (\text{A.7})$$

$$\sum_{\mathbf{N}} N_l P(\mathbf{N}; t) \prod_{i=1}^r x_i^{N_i} = x_l (\partial F / \partial x_l), \quad (\text{A.8})$$

$$\sum_{\mathbf{N}} (N_j + 1) P(\mathbf{N}', N_j + 1, N_l - 1; t) \prod_{i=1}^r x_i^{N_i} = x_l (\partial F / \partial x_j), \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \sum_{\mathbf{N}} \frac{\partial P(\mathbf{N}; t)}{\partial t} \prod_{i=1}^r x_i^{N_i}. \quad (\text{A.10})$$

Definiáljuk a

$$K(\{s_i\}; t) \equiv \ln F(\{\exp[s_i]\}; t) \quad (\text{A.11})$$

logaritmikus generátorfüggvényt (Barucha—Reid, 1960; Jánosy, 1968), ahol $\forall s_i$ komplex szám. Az (A.3) egyenletben végezzük el az $x_i = \exp(s_i)$ helyettesítést, osszuk végig az egyenletet $F(\mathbf{x}; t)$ függvénnyel és használjuk a következő operátor-egyenlőséget:

$$\partial / \partial e^{s_i} = e^{-s_i} (\partial / \partial s_i),$$

akkor (A.3) így alakul:

$$\begin{aligned} \partial K / \partial t = & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \alpha_{ij} [\exp(s_j - s_i) - 1] K_i + \sum_{i=1}^r \alpha_{i0} (\exp[-s_i] - 1) K_i + \\ & + \sum_{i=1}^r \beta_{0i} B(\exp[s_i] - 1) - \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^r \beta_{0j} b(\exp[s_j] - 1) K_k, \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

ahol

$$K_i \equiv \partial K / \partial s_i.$$

A logaritmikus momentumgeneráló függvények definíciójából következik, hogy

$$K = \sum_{i=1}^r s_i \langle N_i \rangle + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r s_i s_j \sigma_{ij} + \dots \quad (\text{A.13})$$

$$\partial K / \partial t = \sum_{i=1}^r s_i (d \langle N_i \rangle / dt) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r s_i s_j (d \sigma_{ij} / dt) + \dots \quad (\text{A.14})$$

$$K_k = \partial K / \partial s_k = \langle N_k \rangle + \sum_{j=1}^r \sigma_{kj} s_j + \dots, \quad (\text{A.15})$$

ahol

$$\sigma_{kj} = \langle (N_k - \langle N_k \rangle) (N_j - \langle N_j \rangle) \rangle.$$

Az (A.12) egyenlet bal oldalára írjuk be (A.14)-et. Az egyenlet jobb oldalán pedig végezzük el az exponenciális tagok $\mathbf{s} = \mathbf{0}$ körül való sorfejtését és az (A.15) egyenletet helyettesítsük az s_i szerinti első parciális deriváltak helyére. Az így átalakított egyenlet bal- és jobb oldalán levő, s_i -ben azonos rendű tagoknak, egyenlőknek kell lenniök. Írjuk fel az s_i -ben elsőrendű tagokra vonatkozó egyenlőséget.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^r s_i (d\langle N_i \rangle / dt) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{r'} \alpha_{ij} s_j \langle N_i \rangle - \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{r'} \alpha_{ij} s_i \langle N_i \rangle - \\ &- \sum_{i=1}^r \alpha_{i0} s_i \langle N_i \rangle + \sum_{i=1}^r \beta_{0i} B s_i - \sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^r \beta_{0i} b s_i \langle N_k \rangle = \\ &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{r'} \alpha_{ji} s_i \langle N_j \rangle - \sum_{i=1}^r s_i \langle N_i \rangle \left(\alpha_{i0} + \sum_{j=1}^{r'} \alpha_{ij} \right) + \\ &+ \sum_{i=1}^r s_i \beta_{0i} B - \sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^r s_i \beta_{0i} b \langle N_j \rangle. \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Válasszuk szét az (A.16) egyenletet azonos indexű tagok szerint.

$$d\langle N_i \rangle / dt = \sum_{j=1}^r (\alpha_{ji} - \beta_{0i} b) \langle N_j \rangle + \beta_{0i} B, \quad \forall i\text{-re}, \quad (\text{A.17})$$

ahol

$$\alpha_{ii} \equiv -\alpha_{i0} - \sum_{j=1}^{r'} \alpha_{ij}. \quad (\text{A.18})$$

Látható, hogy az elsőrendű momentumokra vonatkozó egyenletek nem tartalmazzák a σ_{ij} kovarianciamátrix elemeit, így elegendő s darab lineáris állandó-együtthatós elsőrendű inhomogén differenciálegyenlet rendszerét megoldanunk N_i átlagok időfüggésének meghatározásához.

FÜGGELÉK B

Legyen $P(\mathbf{n}; t)$ annak a valószínűsége, hogy a rendszer \mathbf{n} állapotban van t időpontban. Felírható $P(\mathbf{n}; t)$ függvényre a következő differenciál-differencia egyenlet:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{n}; t + \delta t) &= \sum_{i=1}^s \sum_{k=1}^{m_i} P(\mathbf{n}'; n_{ik} - 1; t) p_{i, xk}(\mathbf{n}') \delta t + \\ &+ \sum_{i=1}^s \sum_{k=1}^{m_i} P(\mathbf{n}'; n_{ik} + 1; t) p_{i, kx}(n_{ik} + 1) \delta t + \\ &+ \sum_{i=1}^s \sum_{k=1}^{m_i} \sum_{j \neq k}^{m_i} P(\mathbf{n}'; n_{ik} + 1, n_{ij} - 1; t) p_{i, kj}(n_{ik} + 1) \delta t + \\ &+ P(\mathbf{n}; t) \left[1 - \sum_{i=1}^s \sum_{k=1}^{m_i} p_{i, xk}(\mathbf{n}) \delta t - \sum_{i=1}^s \sum_{k=1}^{m_i} p_{i, kx}(n_{ik}) \delta t - \sum_{i=1}^s \sum_{k=1}^{m_i} \sum_{j \neq k}^{m_i} p_{i, kj}(n_{ik}) \delta t \right], \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

ahol n' az n -től eltérő állapotokat jelöli és az n' után azok a tagok vannak feltüntetve, amelyek az eltérést mutatják. A \sum jelek utáni vessző jelöli, hogy az összegzés a \sum alatt feltüntetett indexű tagokra nem terjed ki.

Az összegzések első három csoportja azon folyamatok valószínűségeit összegzi, amelyek egyetlen lépéssel (δt idő alatt) n állapotra vezetnek, míg a szögletes zárójelben levő tag, annak valószínűsége, hogy az n állapotban levő rendszer ($t, t + \delta t$) időintervallum alatt nem változtatja meg állapotát.

Helyettesítsük be a $p_{i,kj} \cdot \delta t$ elemi folyamatvalószínűségek explicit kifejezéseit a (B.1) egyenletbe. Vonjuk ki a $P(n; t)$ függvényt az egyenlet mindkét oldalából és az egészet osszuk végig δt -vel, miközben $\delta t \rightarrow 0$.

$$\begin{aligned} \partial P(n; t) / \partial t = & \sum_{ik} \beta_{xk}^i P(n', n_{ik} - 1; t) c_i B - \\ & - \sum_{ik} \beta_{xk}^i P(n', n_{ik} - 1; t) B \cdot \sum_{k' (\neq k)}' n_{ik'} - \sum_{ik} \beta_{xk}^i B(n_{ik} - 1) P(n', n_{ik} - 1; t) - \\ & - \sum_{ik} \beta_{xk}^i P(n', n_{ik} - 1; t) c_i \sum_{i'k' (\neq ik)}' n_{i'k'} - \sum_{ik} \beta_{xk}^i c_i (n_{ik} - 1) P(n', n_{ik} - 1; t) + \\ & + \sum_{ik} \beta_{xk}^i P(n', n_{ik} - 1; t) \sum_{k' (\neq k)}' n_{ik'} \sum_{jl (\neq ik)}' n_{jl} + \sum_{ik} \beta_{xk}^i (n_{ik} - 1)^2 P(n', n_{ik} - 1; t) + \\ & + \sum_{ik} \beta_{xk}^i P(n', n_{ik} - 1; t) \sum_{k' (\neq k)}' n_{ik'} (n_{ik} - 1) + \sum_{ik} \beta_{kx}^i P(n', n_{ik} + 1; t) (n_{ik} + 1) + \\ & + \sum_{ik} \beta_{xk}^i P(n', n_{ik} - 1; t) \sum_{jl (\neq ik)}' n_{jl} (n_{ik} - 1) + P(n; t) \left[\sum_{ik} \sum_{k'} \beta_{xk}^i B n_{ik'} - \right. \\ & - \sum_{ik} \beta_{xk}^i B c_i + \sum_{ik} \sum_{i'k'} \beta_{xk}^i c_i n_{i'k'} - \sum_{ik} \sum_{i'k'} \sum_j \beta_{xk}^i n_{ij} n_{i'k'} - \sum_{ik} \beta_{kx}^i n_{ik} - \\ & \left. - \sum_{ik} \sum_{j (\neq k)}' \beta_{kj}^i n_{ik} \right] + \sum_{ik} \sum_{j (\neq k)}' \beta_{kj}^i (n_{ik} + 1) P(n', n_{ik} + 1, n_{ij} - 1; t). \end{aligned} \quad (B.2)$$

A felírásnál a következő rövidített jelölést használtam:

$$\sum_{i=1}^s \sum_{k=1}^{m_i} \equiv \sum_{ik}.$$

A (B.2) egyenletet alakítsuk át generátorfüggvényre vonatkozó differenciálegyenletté. A generátorfüggvény kétindexes mennyiségekre, definíció szerint:

$$F(\mathbf{x}; t) \equiv \sum_{\mathbf{n}} P(\mathbf{n}; t) \prod_{ij} x_{ij}^{n_{ij}} \quad (B.3)$$

ahol $\forall x_{ij}$ komplex szám, és

$$F(\mathbf{x} = \mathbf{I}; t) = 1, \quad \forall t\text{-re.}$$

Szorozzuk be (B.2) mindkét oldalát $\prod_{ij} x_{ij}^{n_{ij}}$ -vel és összegezzünk \mathbf{n} minden lehetséges értékére.

$$\begin{aligned} \partial F / \partial t = & \sum_{ik} \beta_{xk}^i c_i B(x_{ik} - 1) F + \sum_{ik} \sum_{k'} \beta_{xk}^i B x_{ik'} (1 - x_{ik}) \partial F / \partial x_{ik'} + \\ & + \sum_{ik} \sum_{i'k'} \beta_{xk}^i c_i x_{i'k'} (1 - x_{ik}) \partial F / \partial x_{i'k'} + \sum_{ik} \beta_{kx}^i (1 - x_{ik}) \partial F / \partial x_{ik} + \\ & + \sum_{ik} \sum_{k'} \sum_{jl} (x_{ik} - 1) x_{ik'} (x_{jl} \partial^2 F / \partial x_{jl} \partial x_{ik'} + \delta_{ik';jl} \cdot \partial F / \partial x_{ik'}) \beta_{xk}^i + \\ & + \sum_{ik} \sum_{j (\neq k)}' \beta_{kj}^i (x_{ij} - x_{ik}) \partial F / \partial x_{ik}. \end{aligned} \quad (B.4)$$

A (B.4) felírásához az $F(\mathbf{x}; t)$ generátorfüggvény következő tulajdonságait használtam fel:

$$\sum_n P(\mathbf{n}', n_{ik} - 1; t) \prod_{ik} x_{ik}^{n_{ik}} = x_{ik} F(\mathbf{n}; t), \quad (\text{B.5})$$

$$\sum_n P(\mathbf{n}', n_{ik} - 1; t) n_{ik}' \prod_{ik} x_{ik}^{n_{ik}} = x_{ik} x_{ik}' \partial F / \partial x_{ik}', \quad (\text{B.6})$$

$$\sum_n P(\mathbf{n}', n_{ik} - 1; t) (n_{ik} - 1) \prod_{ik} x_{ik}^{n_{ik}} = x_{ik}^2 \partial F / \partial x_{ik}, \quad (\text{B.7})$$

$$\begin{aligned} & \sum_n P(\mathbf{n}', n_{ik} - 1; t) n_{ij} n_{i'k'} \prod_{ik} x_{ik}^{n_{ik}} = \\ & = x_{ik} x_{ij} (x_{i'k'} \partial^2 F / \partial x_{ij} \partial x_{i'k'} + \partial F / \partial x_{ij} \cdot \delta_{ij; i'k'}), \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

$$\sum_n P(\mathbf{n}', n_{ik} - 1; t) (n_{ik} - 1) n_{ik}' \prod_{ik} x_{ik}^{n_{ik}} = x_{ik}' x_{ik}^2 \partial^2 F / \partial x_{ik} \partial x_{ik}', \quad (\text{B.9})$$

$$\sum_n P(\mathbf{n}; t) n_{ik} \prod_{ik} x_{ik}^{n_{ik}} = x_{ik} \partial F / \partial x_{ik}, \quad (\text{B.10})$$

$$\sum_n P(\mathbf{n}; t) n_{ij} n_{i'k'} \prod_{ik} x_{ik}^{n_{ik}} = x_{ij} (x_{i'k'} \partial^2 F / \partial x_{ij} \partial x_{i'k'} + \partial F / \partial x_{ij} \cdot \delta_{ij; i'k'}), \quad (\text{B.11})$$

$$\sum_n P(\mathbf{n}', n_{ik} + 1; t) (n_{ik} + 1) \prod_{ik} x_{ik}^{n_{ik}} = \partial F / \partial x_{ik}, \quad (\text{B.12})$$

$$\sum_n P(\mathbf{n}', n_{ik} + 1, n_{ij} - 1; t) (n_{ik} + 1) \prod_{ik} x_{ik}^{n_{ik}} = x_{ij} \partial F / \partial x_{ik}, \quad (\text{B.13})$$

ahol

$$\delta_{ij; kl} = \begin{cases} 1, & \text{ha } ij = kl \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Definiáljuk a

$$K(\{s_{ij}\}; t) \equiv \ln F(\{\exp[s_{ij}]\}; t) \quad (\text{B.14})$$

logaritmikus generátorfüggvényt, ahol $\forall s_{ij}$ komplex szám. A (B.4) egyenletben végezzük el az $x_{ij} = \exp(s_{ij})$ helyettesítést. Osszuk végig az egyenletet $F(\mathbf{x}; t)$ -vel és használjuk a következő operátoregyenlőséget:

$$\partial / \partial e^{s_{ij}} = \exp[-s_{ij}] (\partial / \partial s_{ij}), \quad (\text{B.15})$$

akkor (B.4) így alakul:

$$\begin{aligned} \partial K / \partial t = & \sum_{ik} \beta_{xk}^i c_i B(\exp[s_{ik}] - 1) + \sum_{ik} \sum_{k'} \beta_{xk}^i B(1 - \exp[s_{ik}]) K_{ik'} + \\ & + \sum_{ik} \sum_{i'k'} \beta_{xk}^i c_i (1 - \exp[s_{ik}]) K_{i'k'} + \sum_{ik} \beta_{kx}^i (\exp[-s_{ik}] - 1) K_{ik} + \\ & + \sum_{ik} \sum_{k'} \sum_{jl} \beta_{xk}^i (\exp[s_{ik}] - 1) (K_{jl; ik'} + K_{jl} \cdot K_{ik'}) + \\ & + \sum_{ik} \sum_{j \neq k} \beta_{kj}^i (\exp[s_{ij} - s_{ik}] - 1) K_{ik}. \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

A (B.16) egyenlet felírásánál felhasználtam a

$$\frac{\partial^2 F}{F \cdot \partial x_{i'k'} \partial x_{ij}} = \exp[-s_{i'k'}] \exp[-s_{ij}] (K_{i'k';ij} + K_{ij} \cdot K_{i'k'} - K_{i'k'} \cdot \delta_{i'k';ij}) \quad (\text{B.17})$$

egyenlőséget, ahol

$$K_{ij} \equiv \partial K / \partial s_{ij}, \quad K_{ij;lm} \equiv \partial^2 K / \partial s_{ij} \partial s_{lm}. \quad (\text{B.18})$$

Használjuk fel az (A.13), (A.14) és (A.15) sorfejtéseket, (kétindexes mennyiségekre felírva).

Írjuk fel az s_{ij} -ben elsőrendű tagokra vonatkozó egyenlőségeket.

$$\begin{aligned} \sum_{ik} s_{ik} (d\langle n_{ik} \rangle / dt) &= \sum_{ik} \beta_{xk}^i s_{ik} (c_i B - B \sum_{k'} \langle n_{ik'} \rangle - c_i \sum_{i'k'} \langle n_{i'k'} \rangle + \\ &+ \sum_{k'} \sum_{jl} \langle n_{jl} \cdot n_{ik'} \rangle) - \sum_{ik} \beta_{kx}^i s_{ik} \langle n_{ik} \rangle - \sum_{ik} \sum_{j (\neq k)} \beta_{kj}^i s_{ik} \langle n_{ik} \rangle + \\ &+ \sum_{ik} \sum_{j (\neq k)} \beta_{kj}^i s_{ij} \langle n_{ik} \rangle. \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

A (B.19) egyenletben végezzük el a következő indexcserét:

$$\sum_{ik} \sum_{j (\neq k)} \beta_{jk}^i s_{ik} \langle n_{ij} \rangle = \sum_{ik} \sum_{j (\neq k)} \beta_{kj}^i s_{ij} \langle n_{ik} \rangle. \quad (\text{B.20})$$

Válasszuk szét (B.19) egyenletet azonos indexű tagok szerint.

$$\begin{aligned} d\langle n_{ik} \rangle / dt &= \beta_{xk}^i c_i B - \sum_{i'k'} (c_i + B \delta_{i';i}) \langle n_{i'k'} \rangle \beta_{xk}^i + \\ &+ \sum_{k'} \sum_{jl} \beta_{xk}^i \langle n_{jl} \cdot n_{ik'} \rangle + \sum_{j (\neq k)} \beta_{jk}^i \langle n_{ij} \rangle - \langle n_{ik} \rangle (\beta_{kx}^i + \sum_{j (\neq k)} \beta_{kj}^i), \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

$\forall i, k\text{-ra}$

Használjuk fel a (4.1) megmaradási tételekből és (4.2) mellékfeltételből adódó egyenlőségeket.

$$\sum_{k'} \langle n_{ik'} \rangle = c_i - \langle n_{ix} \rangle, \quad \forall i\text{-re}, \quad (\text{B.22})$$

$$\sum_{i'k'} \langle n_{i'k'} \rangle = B - \langle n_{00} \rangle, \quad (\text{B.23})$$

$$\sum_{k'} \sum_{jl} \langle n_{jl} \cdot n_{ik'} \rangle = \langle (B - n_{00}) (c_i - n_{ix}) \rangle, \quad \forall i\text{-re}. \quad (\text{B.24})$$

Így a (B.21) egyenlet a következő alakot ölti:

$$d\langle n_{ik} \rangle / dt = \beta_{xk}^i \langle n_{00} \cdot n_{ix} \rangle - \langle n_{ik} \rangle (\beta_{kx}^i + \sum_{j (\neq k)} \beta_{kj}^i) + \sum_{j (\neq k)} \beta_{jk}^i \langle n_{ij} \rangle, \quad \forall i, k\text{-ra}. \quad (\text{B.25})$$

FÜGGELÉK C

Tíz patkány 37 °C-os véréét összekeverik (ez összesen kb. 60 ml keverék). Ehhez a keverékhez pl. 20 μ Ci $^{42}\text{K}^+$ izotópot adnak. Az izotóp beadásának időpontját a kísérlet kezdetének tekintjük $t_0=0$. Ezután meghatározott időközönként (5–10 percenként) 1 ml vért kivesznek a keverékből, lecentrifugálják és pipettával leszív-
nak 0,5 ml vérplazmát. Általában egy időponthoz két 0,5 ml-es plazmamintát készítenek. Később a plazmaminták aktivitását szcintillációs számlálóval mérik.

Jelöljük $N_i(t_j)$ -vel a t_j -edik időpontban vett i -edik plazmamintára kapott beütésszámot. Képezzük a t_j -edik időponthoz tartozó plazmamintákra mért beütésszámok átlagát.

$$\bar{N}(t_j) = \frac{\sum_{i=1}^{n(t_j)} N_i(t_j)}{n(t_j)}, \quad (\text{C.1})$$

ahol $n(t_j)$ a t_j -edik időponthoz tartozó beütésszámmérések száma. $\bar{N}(t_j)$ átlag relatív hiba négyzete a plazmatérfogatmérés relatív hibanégyzetének (δ_v^2) és a radioaktív bomláshoz tartozó relatív hibanégyzet összegével arányos:

$$\left(\frac{\bar{S}}{\bar{N}}\right)^2 = \frac{(1/\bar{N}) + \delta_v^2}{n(t_j)}. \quad (\text{C.2})$$

A különböző kísérletek könnyebb összehasonlítása céljából az $\bar{N}(t_j)$ értékeket a $t=0$ időpontban vett 0,5 ml-es plazmaminták $\bar{N}(0)$ beütésszámátlaigaival osztjuk. Jelöljük ezt a hányadost a továbbiakban Y -nal. Így,

$$Y(t_j) = \bar{N}(t_j)/\bar{N}(0). \quad (\text{C.3})$$

Az $Y(t_j)$ hibája:

$$S_Y(t_j) = Y(t_j) \sqrt{\left(\frac{\bar{S}(t_j)}{\bar{N}(t_j)}\right)^2 + \left(\frac{\bar{S}(0)}{\bar{N}(0)}\right)^2}. \quad (\text{C.4})$$

Így egy mérési sorozathoz a következő értékek halmaza tartozik:

$$\{Y(t_j), S_Y(t_j)\}_{\forall t_j \text{-re}}.$$

Többször elvégezve a kísérletet, több mérési sorozatot nyerünk, ha pl. $Y_k(t_j)$ és $Y_l(t_j)$ a k -adik, illetve l -edik mérési sorozat t_j -hez tartozó Y értéke, akkor az $\{Y_i(t_j)\}_{\forall i \text{-re}}$ értékeket a következő módon átlagoljuk:

$$\bar{Y}(t_j) = \sum_{i=1}^m Y_i(t_j)/S_{Y_i}(t_j) \Big/ \sum_{i=1}^m 1/S_{Y_i}(t_j), \quad (\text{C.5})$$

ahol m az elvégzett mérési sorozatok száma. Az $\bar{Y}(t_j)$ hibanégyzete:

$$(\delta \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\delta Y_i}{S_{Y_i}} \right)^2 \Big/ \left(\sum_{i=1}^m \frac{1}{S_{Y_i}} \right)^2 \quad (\text{C.6})$$

mivel $(\delta Y_i)^2 = S_{Y_i}^2$, ezért:

$$(\delta \bar{Y}) = \sqrt{m} \left/ \sum_{i=1}^m 1/S_{Y_i} \right. \quad (\text{C.7})$$

Megmutatható, hogy a (C.5) súlyozott átlaghoz tartozó (C.7) hiba kisebb egyenlő mint a $\sum_{i=1}^m Y_i/m$ átlaghoz tartozó $\sqrt{\sum_{i=1}^m S_{Y_i}^2/m^2}$ hiba. Így több mérési sorozat összevont eredménye:

$$\{\bar{Y}(t_j), \delta \bar{Y}(t_j)\}_{\forall t_j\text{-re}},$$

ahol a $\{\delta \bar{Y}(t_j)\}_{\forall t_j\text{-re}}$ hibák a mérési sorozatok számának növelésével csökkennek. Méréstechnikai szempontból az $N_i(0)$ értékek meghatározása problematikus. Ugyanis az izotóp vérbe való beadása után azt még elkeverik és csak ezután lehet megkezdni a centrifugálást, vagyis a vérplazma kinyerését. Ez a művelet pedig 1–2 percet vesz el. Ezért a következő módon járunk el. Tudjuk, hogy $t=0$ időpillanatban még minden izotóp a plazmában van, ezért a $t=0$ időpillanatban levett 1 ml vér aktivitása a vérplazmától származik. Az 1 ml vérben 1,04 (1–H) ml plazma van [ugyanis (1–H) ml plazma és 0,04 (1–H) ml úgynevezett *trapped* plazma, amely a centrifugálás után még a vér alakos elemei között marad], ahol H a hematokrit értéket jelenti. A mért aktivitást jelöljük $N_{St_i}(0)$ -val. Akkor 0,5 ml plazma aktivitása $t=0$ -ban:

$$N_i(0) = N_{St_i}(0) \cdot 0,5/[1,04(1-H)] \quad (\text{C.8})$$

lesz. Így az $\bar{N}(0)$ relatív hibanégyzete (C.2)-től eltérően:

$$\left(\frac{\bar{S}(0)}{\bar{N}(0)} \right)^2 = \frac{(1/\bar{N}(0)) + \delta_v^2 + \delta_H^2 + \delta_T^2}{n(0)}, \quad (\text{C.9})$$

ahol δ_H a hematokrit érték meghatározásának relatív hibája és δ_T a *trapped* plazma meghatározásának relatív hibája.

FÜGGELÉK D

Mivel a lyukak számának, valamint az egy rendszerhez tartozó izotóp mennyiségének csak az átlaga időben állandó, ezért a (4.1) exakt megmaradási tételt és a (4.2) mellékfeltételt elvetjük és csak a mennyiségek átlagára tekintjük helyesnek azokat. Így az n_{ij} -vel jelölt független sztohasztikus változók mellé újakat kell fennünk.

A sztohasztikus változókból álló mátrix komponensei a következők:

$$\mathbf{n} = [\{n_{ij}\}_{\forall i, j\text{-re}}; \{n_{ix}\}_{\forall i\text{-re}}; n_{00}],$$

ahol n_{00} az üres lyukak száma.

Be kell vezetnünk újabb átmeneti valószínűségeket, úgymint:

p_{+1} = egy lyuk keletkezésének a valószínűsége,

p_{-1} = egy lyuk eltűnésének a valószínűsége.

Ezek nulladrendű folyamatok.

$p_{i,xR}$ = annak valószínűsége, hogy i ion az x -szel jelzett hőrezervoárból valamelyik szomszédos R -rel jelölt rendszer rezervoárjába lép át.

$p_{i,Rx}$ = az előző folyamat ellenkezője.

Az utóbbi két folyamat elsőrendű.

A $p_{i,Rx}$ egy olyan időfüggvény, mely a sokaság elemeinek ekvivalenciája miatt, eleget tesz a következő feltételnek:

$$d\langle n_{i(x \rightarrow R)} \rangle / dt = d\langle n_{i(R \rightarrow x)} \rangle / dt \quad (D.1)$$

Legyen $P(n; t)$ annak a valószínűsége, hogy a rendszer n állapotban van t időpontban. Felírható $P(n; t)$ függvényre a következő differenciál-differencia egyenlet:

$$\begin{aligned} P(n; t + \delta t) = & \\ = \sum_{ik} P(n', n_{00} + 1, n_{ik} - 1, n_{ix} + 1; t) p_{i,xk} ([n_{00} + 1] \cdot [n_{ix} + 1]) \delta t + & \\ + \sum_{ik} P(n', n_{00} - 1, n_{ik} + 1, n_{ix} - 1; t) p_{i,kx} (n_{ik} + 1) \delta t + & \\ + \sum_{ik} \sum_{j (\neq k)} P(n', n_{ik} + 1, n_{ij} - 1; t) p_{i,kj} (n_{ik} + 1) \delta t + & \\ + \sum_i P(n', n_{ix} + 1; t) p_{i,xR} (n_{ix} + 1) \delta t + & \\ + \sum_i P(n', n_{ix} - 1; t) p_{i,Rx} (t) \delta t + P(n', n_{00} - 1; t) p_{+1} \delta t + & \\ + P(n', n_{00} + 1; t) p_{-1} \delta t + P(n; t) [1 - \{ \sum_{ik} p_{i,xk} (n_{00} \cdot n_{ix}) + & \\ + \sum_{ik} p_{i,kx} (n_{ik}) + \sum_{ik} \sum_{j (\neq k)} p_{i,kj} (n_{ik}) + \sum_i p_{i,Rx} (t) + & \\ + \sum_i p_{i,xR} (n_{ix}) + p_{+1} + p_{-1} \} \delta t]. & \end{aligned} \quad (D.2)$$

Az átmeneti valószínűségeket a következő függvénykapcsolatok írják le:

$$p_{i,xk} = \beta_{xk}^i n_{00} n_{ix}, \quad \forall i, k, \text{-ra}, \quad (D.3)$$

$$p_{i,kx} = \beta_{kx}^i n_{ik}, \quad \forall i, k, \text{-ra}, \quad (D.4)$$

$$p_{i,kj} = \beta_{kj}^i n_{ik}, \quad \forall i, k, j, \text{-re}, \quad (D.5)$$

$$p_{i,Rx} = p_{i,Rx}(t), \quad \forall i, \text{-re}, \quad (D.6)$$

$$p_{i,xR} = \beta_{xR}^i n_{ix}, \quad \forall i, \text{-re}, \quad (D.7)$$

$$p_{+1} = \beta_{+1}^0, \quad (D.8)$$

$$p_{-1} = \beta_{-1}^0. \quad (D.9)$$

Helyettesítsük (D.3—D.9) egyenleteket (D.2)-be. Vonjunk le $P(\mathbf{n}; t)$ függvényt az egyenlet mindkét oldalából, osszunk δt -vel és képezzük a határértéket, miközben $\delta t \rightarrow 0$.

$$\begin{aligned}
 \partial P(\mathbf{n}; t) / \partial t = & \\
 = \sum_{ik} P(\mathbf{n}', n_{00} + 1, n_{ik} - 1, n_{ix} + 1; t) \beta_{xk}^i (n_{00} + 1) (n_{ix} + 1) + & \\
 + \sum_{ik} P(\mathbf{n}', n_{00} - 1, n_{ik} + 1, n_{ix} - 1; t) \beta_{kx}^i (n_{ik} + 1) + & \\
 + \sum_{ik} \sum_{j (\neq k)} P(\mathbf{n}', n_{ik} + 1, n_{ij} - 1; t) \beta_{kj}^i (n_{ik} + 1) + & \\
 + \sum_i P(\mathbf{n}', n_{ix} - 1; t) p_{i, Rx}(t) + P(\mathbf{n}', n_{00} - 1; t) \beta_{+1}^0 + & \\
 + \sum_i P(\mathbf{n}', n_{ix} + 1; t) \beta_{xR}^i (n_{ix} + 1) + P(\mathbf{n}', n_{00} + 1; t) \beta_{-1}^0 - & \\
 - P(\mathbf{n}; t) \left[\sum_{ik} \beta_{xk}^i n_{00} n_{ix} + \sum_{ik} \beta_{kx}^i n_{ik} + \sum_{ik} \sum_{j (\neq k)} \beta_{kj}^i n_{ik} + \right. & \\
 \left. + \sum_i p_{i, Rx}(t) + \sum_i \beta_{xR}^i n_{ix} + \beta_{+1}^0 + \beta_{-1}^0 \right]. & \quad (D.10)
 \end{aligned}$$

Alakítsuk át (D.10) egyenletet az $F(\mathbf{x}; t)$ generátorfüggvényre vonatkozó egyenletté, ahol $F(\mathbf{x}; t)$ definíció szerint:

$$\begin{aligned}
 F(\mathbf{x}; t) \equiv \sum_{\mathbf{n}} P(\mathbf{n}; t) \prod_{\{lk\}} x_{lk}^{n_{lk}}, \quad \{lk\} \equiv [\{ij\}; \{ix\}; \{00\}] & \\
 F(\mathbf{x} = \mathbf{I}; t) = 1, \quad \forall t\text{-re.} & \\
 \partial F / \partial t = \sum_{ik} \beta_{xk}^i x_{ik} \partial^2 F / \partial x_{00} + \sum_{ik} \beta_{kx}^i x_{00} x_{ix} \partial F / \partial x_{ik} + & \\
 + \sum_{ik} \sum_{j (\neq k)} \beta_{kj}^i x_{ij} \partial F / \partial x_{ik} + \sum_i x_{ix} F p_{i, Rx}(t) + & \\
 + \sum_i \beta_{xR}^i \partial F / \partial x_{ix} + \beta_{+1}^0 x_{00} F + \beta_{-1}^0 F / x_{00} - & \\
 - \sum_{ik} \beta_{xk}^i x_{00} x_{ix} \partial^2 F / \partial x_{00} \partial x_{ix} - \sum_{ik} \beta_{kx}^i x_{ik} \partial F / \partial x_{ik} - & \\
 - \sum_{ik} \sum_{j (\neq k)} \beta_{kj}^i x_{ik} \partial F / \partial x_{ik} - \sum_i p_{i, Rx}(t) F - & \\
 - \sum_i x_{ix} \partial F / \partial x_{ix} \cdot \beta_{xR}^i - \beta_{+1}^0 F - \beta_{-1}^0 F. & \quad (D.11)
 \end{aligned}$$

A (D.11) egyenlet felírásánál a (D.12—D.16) egyenlőségeket használtam fel:

$$\sum_n P(\mathbf{n}', n_{00} + 1, n_{ik} - 1, n_{ix} + 1; t) (n_{00} + 1) (n_{ix} + 1) \prod_{\{lk\}} x_{lk}^{n_{lk}} = x_{ik} \partial^2 F / \partial x_{ix} \partial x_{00} \quad (\text{D.12})$$

$$\sum_n P(\mathbf{n}', n_{00} - 1, n_{ik} + 1, n_{ix} - 1; t) (n_{ik} + 1) \prod_{\{lk\}} x_{lk}^{n_{lk}} = x_{00} x_{ix} \partial F / \partial x_{ik} \quad (\text{D.13})$$

$$\sum_n P(\mathbf{n}', n_{ik} + 1, n_{ij} - 1; t) (n_{ik} + 1) \prod_{\{lk\}} x_{lk}^{n_{lk}} = x_{ij} \partial F / \partial x_{ik} \quad (\text{D.14})$$

$$\sum_n P(\mathbf{n}; t) n_{00} n_{ix} \prod_{\{lk\}} x_{lk}^{n_{lk}} = x_{00} x_{ix} \partial^2 F / \partial x_{00} \partial x_{ix} \quad (\text{D.15})$$

$$\sum_n P(\mathbf{n}', n_{00} + 1; t) \prod_{\{lk\}} x_{lk}^{n_{lk}} = F / x_{00}. \quad (\text{D.16})$$

A Függelék B részében követett eljárásnak megfelelően a (D.11) egyenletet alakítjuk át $K(\{\exp/s_{ik}\}; t)$ logaritmikus generátorfüggvényre vonatkozó egyenletté.

$$\begin{aligned} \partial K / \partial t = & \sum_{ik} \beta_{xk}^i (\exp[s_{ik} - s_{ix} - s_{00}] - 1) (K_{ix;00} + K_{ix} K_{00}) + \\ & + \sum_{ik} \beta_{kx}^i (\exp[s_{00} + s_{ix} - s_{ik}] - 1) K_{ik} + \\ & + \sum_i p_{i,Rx}(t) (\exp[s_{ix}] - 1) + \sum_i \beta_{xR}^i (\exp[-s_{ix}] - 1) K_{ix} + \\ & + \sum_{ik} \sum_{j(\neq k)}' \beta_{kj}^i (\exp[s_{ij} - s_{ik}] - 1) K_{ik} + \beta_{+1}^0 (\exp[s_{00}] - 1) + \\ & + \beta_{-1}^0 (\exp[-s_{00}] - 1). \end{aligned} \quad (\text{D.17})$$

A (D.17) egyenletben szereplő exponenciális kifejezéseket $s=0$ körül fejtsük sorba és hasonlítsuk össze a sorfejtésben elsőrendű tagokat.

$$\begin{aligned} \sum_{ik} s_{ik} d\langle n_{ik} \rangle / dt + \sum_i s_{ix} d\langle n_{ix} \rangle / dt + s_{00} d\langle n_{00} \rangle / dt = \\ = \sum_{ik} (s_{ik} - s_{ix} - s_{00}) \beta_{xk}^i \langle n_{ix} n_{00} \rangle + \\ + \sum_{ik} (s_{00} + s_{ix} - s_{ik}) \beta_{kx}^i \langle n_{ik} \rangle + \sum_i p_{i,Rx}(t) s_{ix} + \\ + \sum_{ik} \sum_{j(\neq k)}' \beta_{kj}^i (s_{ij} - s_{ik}) \langle n_{ik} \rangle - \sum_i \beta_{xR}^i s_{ix} \langle n_{ix} \rangle + \\ + \beta_{+1}^0 s_{00} - \beta_{-1}^0 s_{00}. \end{aligned} \quad (\text{D.18})$$

Válasszuk szét (D.18) egyenletet azonos indexű tagok szerint:

$$d\langle n_{00} \rangle / dt = -\langle n_{ix} n_{00} \rangle \sum_{ik} \beta_{xk}^i + \sum_{ik} \beta_{kx}^i \langle n_{ik} \rangle + \beta_{+1}^0 - \beta_{-1}^0, \quad (\text{D.19})$$

$$d\langle n_{ix} \rangle / dt = (p_{i,Rx}(t) - \beta_{xR}^i \langle n_{ix} \rangle) - \langle n_{ix} n_{00} \rangle \sum_k \beta_{xk}^i + \sum_k \beta_{kx}^i \langle n_{ik} \rangle, \quad \forall i\text{-re} \quad (\text{D.20})$$

$$d\langle n_{ik} \rangle / dt = \beta_{xk}^i \langle n_{ix} n_{00} \rangle - \beta_{kx}^i \langle n_{ik} \rangle - \sum_{j(\neq k)}' \beta_{kj}^i \langle n_{ik} \rangle + \sum_{j(\neq k)}' \beta_{jk}^i \langle n_{ij} \rangle, \quad \forall i, k\text{-ra.} \quad (\text{D.21})$$

Összegezzük (D.21) egyenleteket i és k szerint és ehhez adjuk hozzá a (D.19) egyenletet:

$$d\langle n_{00} \rangle / dt + \sum_{ik} d\langle n_{ik} \rangle / dt = \beta_{+1}^0 - \beta_{-1}^0. \quad (D.22)$$

Az egyenlet bal oldala a lyukak számának átlagára vonatkozó időszerinti derivált, a jobboldal pedig két tagra redukálódik, mivel a többi tagok kiejtik egymást. Állandó hőmérsékleten a lyukak számának átlaga időben állandó, vagyis:

$$d\langle B \rangle / dt = d\langle n_{00} \rangle / dt + \sum_{ik} d\langle n_{ik} \rangle / dt = 0 \quad (D.23)$$

A (D.22) és a (D.23) egyenletek összehasonlításából a β_{+1}^0 , β_{-1}^0 paraméterekre a következő megszorítás adódik:

$$\beta_{+1}^0 = \beta_{-1}^0 \quad (D.24)$$

Összegezzük (D.21) egyenletet k szerint és adjuk még hozzá a (D.20) egyenletet.

$$d\langle n_{ix} \rangle / dt + \sum_k d\langle n_{ik} \rangle / dt = p_{i,Rx}(t) - \beta_{xR}^i \langle n_{ix} \rangle \quad (D.25)$$

A (D.1) egyenletből következik, hogy (D.25) jobb oldala zérus, vagyis a rendszer izotópmennyiségének vagy ionmennyiségének átlaga időben állandó.

Vegyük észre, hogy (D.21), (D.23) és (D.25) egyenletek rendszere ekvivalens a (D.19), (D.20) és (D.21) egyenletrendszerrel. Így a Függelék B részének végeredményével azonos eredményre jutottunk a sorfejtés elsőrendű tagjaira vonatkozóan.

IRODALOM

- Barucha—Reid A. T.: Elements of the Theory of Markov Processes and Their Applications. McGraw—Hill Book Comp., Inc., New York, 1960. pp. 18—23.
- Chapman, D.: The Structure of Lipids. Methven, London, 1965.
- Charnock, J. S. és Post, R. L., Nature, 199, 910, 1963.
- Charnock, J. S., Rosenthal, A. S., és Post, R. L., Aust. J. Exp. Biol. and Med. Sci., 41, 675, 1963.
- Cohn, W. E. és Cohn, E. T., Proc. Soc. Exp. Biol. Med. 41, 445, 1939.
- Crank, J., Park, G. S., Diffusion in Polymers. Acad Press London and New York, 1968.
- Danielli, J. F. Symp. Soc. Exp. Biol., 6, 1, 1952.
- Danielli, J. F. és Harvey, E. N., J. Cell. Comp. Physiol., 5, 483, 1934.
- Dunham, E. T. és Glynn, I. M., J. Physiol. 156, 274, 1961.
- Engelmen, D. M., J. Mol. Biol., 47, 115, 1970.
- Erdey-Gruz T., Schay G., Elméleti fizika-kémia, 1962. II. köt. 501.
- Gans, P. J., J. Chem. Phys. 33, 691, 1960.
- Gárdos, G., Acta Physiol. Acad. Sci. Hung. 6, 191, 1954.
- Gárdos, G. és Straub, F. B., Acta Physiol. Acad. Sci. Hung., 12, 1, 1957.
- Gárdos, G., MTA Biol. Oszt. Közl. 11, 179, 1968.
- Glynn, I. M., Slayman, C. W., Eichberg, S. és Dawson, R. M. C., Biochem. J. 94, 692, 1965.
- Goldman, D. E., J. Gen. Physiol. 27, 37, 1943.
- Gordon, R., J. Chem. Phys. 49, 570, 1968.
- Györgyi, S., MTA Biol. Oszt. Közl. 15, 169, 1972.
- Hahn, L. A., Hevesy G., Rebbe, O. H., Biochem. J. 33, 1549, 1939.
- Harris, G. M., Harris, F. E., J. Chem. Phys. 31, 1450, 1959.
- Hevesy G. és Aten, A. H. W., Kgl. Danske Videnskab. Selskab. Biol. Medd. 14, 5, 1939.
- Hill, T. L. és Plesner, I. W., J. Chem. Phys. 41, 1359, 1964.
- Hill, T. L. és Plesner, I. W., J. Chem. Phys. 43, 267, 1965.
- Hill, T. L., Kedem, O., J. Theoret. Biol., 10, 399, 1966.
- Hodgkin, A. L. és Katz, B., J. Physiol. 108, 37, 1949.

- Jánossy Lajos: Mérési eredmények kiértékelésének elmélete és gyakorlata. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1968, 196.
- Judah, J. D. és Ahmed, K., Biol. Rev., 39, 160, 1964.
- Judah, J. D., Ahmed, K. és McLean, A. E. M., Biochim. Biophys. Acta 65, 472, 1962.
- Lieb, W. R. és Stein, W. D., Nature 224, 240, 1969.
- Ling, G. N.: A Physical Theory of the Living State Blaisdell, New York, 1962.
- Lotka, A. J., J. Phys. Chem. 14, 271, 1910.
- Lotka, A. J., J. Am. Chem. Soc. 42, 1595, 1920.
- Luzatti, V.: X-ray diffraction studies of lipid-water systems. In: Biological Membranes. D. Chapman, editor. p. 71 Academic Press, London and New York, 1968.
- Opit, L. J. és Charnock, J. S., Nature, 208, 471, 1965.
- Passow, H., Progr. Biophys. Mol. Biol. 19, 423, 1969.
- Pechold, W., Kolloid Z. 228, 1, 1968.
- Pechold, W., Blasenbrey, S., Woermer, S., Kolloid Z. 189, 14, 1963.
- Pechold, W., Blasenbrey, S., Kolloid Z. 216, 235, 1967.
- Post, R. L. és Jolly, P. C., Biochim. Biophys. Acta 25, 118, 1957.
- Post, R. L., Merritt, C. R., Kingsolving, C. R. és Albright, C. D., J. Biol. Chem. 235, 1896, 1960.
- Prékopa A.: Valószínűségelmélet műszaki alkalmazásokkal. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1962. 289. oldal.
- De Robertis, E., J. Biophys. Biochem. Cytol. 2, 319, 1956.
- Robertson, J. D., Progr. Biophys. 10, 343, 1960.
- Rose, S. P. R., Nature 199, 375, 1963.
- Schatzmann, H. J., Helv. Physiol. Pharm. Acta 11, 346, 1953.
- Schatzmann, H. J., Biochim. Biophys. Acta 94, 89, 1965.
- Skou, J. C., Biochem. Biophys. Acta 23, 394, 1957.
- Skou, J. C., Biochem. Biophys. Acta 42, 6, 1960.
- Skou, J. C., Biochem. Biophys. Acta 58, 314, 1962.
- Skou, J. C., Prog. Biophys. Chem. 14, 131, 1964.
- Solomon, A. K., J. Gen. Physiol. 43, 5, part 2, 1960.
- Stone, A. J., Biochim. Biophys. Acta 150, 578, 1968.
- Straub F. B., MTA Orvosi Tud. Oszt. Közl. 3, 31, 1952.
- Taylor, C. B., Biochim. Biophys. Acta 42, 6, 1962.
- Träuble, H. J. Membrane Biol. 4, 193, 1971.
- Vető F., Kandidátusi értekezés, Pécs, 1969.
- Volkenstein, M. V.: Configurational States of Polimer Academic Press, New York és London, 1963.
- Whittam, R. Biochem. J. 84, 110, 1962.

KIS ENERGIÁKON TÖRTÉNŐ HASADÁSI MAGREAKCIÓKBAN KIBOCSÁTOTT PROMPT NEUTRONOK ELMÉLETE*

KLUGE GYULA

MTA Központi Fizikai Kutató Intézet, Budapest

TARTALOM

I. ELŐSZÓ	43
II. BEVEZETÉS	45
III. MAGHASADÁSI REAKCIÓMODELLEK	49
1. Hasadási reakciók általános modelljei	49
2. A statisztikus hasadási modell	55
IV. KÖZBENSŐ ÁLLAPOTÚ MAGOK BOMLÁSÁNAK ELMÉLETE	60
1. Közbenső mag egyensúlyi állapotát megelőző, egyensúly előtti magállapotok bomlásai	65
V. A MAGHASADÁSNÁL KELETKEZŐ PROMPT NEUTRONOK	68
1. Hasadási prompt neutronok átlagos száma	68
2. Hasadási prompt neutronok teljes energiaspektruma	71
3. Hasadási prompt neutronok szögeloszlása	74
4. A prompt neutronok számának és átlagos energiájának tömegszámfüggése	76
VI. A HASADÁSI PROMPT NEUTRONEMISSZIÓ ÁLTALÁNOS ELMÉLETE	78
1. Az általános formalizmus leírása	79
2. A gerjesztési energia megoszlásának, a neutronok átlagos számának és energiájának meghatározása	85
3. Eredmények	88
VII. ÖSSZEFOGLALÁS	104
VIII. IRODALOMJEGYZÉK	105

I. Előszó

A maghasadás felfedezése óta eltelt három évtized folyamán óriási erőfeszítések történtek a hasadási magreakciók mélyebb fizikai tulajdonságainak feltárására és egy általános magfizikai modell keretében történő egységes értelmezésére. Bár ezek az erőfeszítések igen sok új eredményt hoztak, egyre világosabban rajzolódnak ki a reakció igazi megértésének nehézségei, a magfizika alapjait érintő kérdések tisztázásának szükségessége.

Az atommag a valóságban igen bonyolult objektum. Az alacsonyenergiájú magfizika más ágazatai „csupán” a legkülső néhány nukleon viszonylagosan kis energiaváltozással járó átrendeződéseivel foglalkoznak. A maghasadási kutatásoknak ugyanakkor nagy energiaváltozásokkal és a nehéz magok valamennyi nukleont érintő, teljes átrendeződésével járó folyamatok kérdéseit kell tisztázni. Így a reakció lényegéből következnek vizsgálatának különleges nehézségei, de ugyanakkor éppen ezért nyújt és nyújthat még rendkívül értékes információkat a kölcsönható

* Érkezett 1974. jan. 17. Kandidátusi disszertáció.

nukleonrendszerek soktest-problémájának megoldására. E téren a nehéz ion és a nagyenergiájú magreakciók vizsgálatával igen szerencsésen egészítik ki egymást.

A maghasadási kutatások olyan széles tárgykört ölelnek fel, hogy még csak egy részterület bővebb ismertetését sem kísérlehetjük meg a rendelkezésre álló keretek között.

Bár a maghasadási kutatásokban a neutronoknak kitüntetett szerep jut, úgyis mint reakciót előidéző bombázó részecskének, úgyis mint reakció végtermékeknek, jelen dolgozat még azt sem tűzheti célul, hogy akár szűkre szabottan is a hasadásnál keletkező neutronok vizsgálatára végzett kutatások teljes keresztmetszetét adja.

Ezért először a teljesség igénye nélkül megkíséreljük áttekinteni a hasadási kutatások főbb fejlődési irányait, majd a reakció legfontosabb vonásait tükröző kísérleti eredmények vázlata után az ezek értelmezésére felállított modellek főbb vonásait foglaljuk össze.

Röviden foglalkozunk a közbenső állapotú magok, illetve ezek egyensúlyi állapotait megelőző — egyensúly kialakulása előtti magállapotok bomlásait leíró elméletekkel.

Ezt követően ismerteti a dolgozat a hasadásnál $10^{-12} - 10^{-14}$ sec-on belül keletkező ún. prompt neutronok főbb tulajdonságait és a rájuk vonatkozó kísérleti eredményeket. Ez a rész közvetlen háttérként szolgál azon saját kutatások ismertetéséhez, amelyek a hasadási prompt neutron emisszió-mechanizmus értelmezésével, továbbá az ebből a szétszakadási folyamatra levonható következtetésekkel foglalkoznak.

A saját kutatási eredményeket az utolsó két fejezet tartalmazza. Ezekben sikerült megfogalmaznunk a hasadási prompt neutron kibocsátás egy általános leírását. Ehhez kapcsolódóan egy, néhány neutronból álló kaszkádra érvényes számítási módszert dolgozunk ki, amelyet 14 MeV-es neutronokkal végzett (n, n') $(n, 2n)$ reakció mérések adatai igen jól igazolnak a „hozzáférhető” — nem hasadásból származó magok széles tartományában [K1 72].

Közvetlen a nehéz magok szétszakadása előtt a két jövendő hasadási termék-mag között beálló termikus egyensúly feltételezésén alapuló statisztikus modell alapján először sikerült kvantitatív módon a prompt neutronok számának erős „fűrészfog”-szerű, átlagos kinetikus energiájuknak pedig a két egyenlő tömegű végmagra történő hasadásra vonatkoztatott szimmetrikus tömegszámfüggését értelmezni [K1 68, K1 69].

A fenti modell alapján meghatároztuk a teljes gerjesztési energiák megoszlását a két hasadási termék között és így szabad paraméterek nélkül megkaptuk a hasadásnál keletkező prompt neutronok teljes energia- és szögeloszlását [K1 72a, K1 71b]. Ezt a kísérleti eredményekkel összehasonlítva azt kapjuk, hogy az eddigi igen durva becslésektől való eltérések alapján többletként mutatózó ún. scission (közvetlenül a szétszakadásnál, a végmagokkal egyidejűleg keletkező) neutronok feltételezése nem megalapozott. A mag szétszakadása, legalábbis spontán és alacsony energiájú hasadásnál nem olyan hirtelen és drasztikus, hogy ez a neutronoknak ilyen korai kilökődéséhez elegendő lenne [K1 71a]. Ez pedig fontos alapfeltevésként szerepel több, főleg az alfa emisszióval együttjáró ún. hármashasadások és általában, magának a legkevésbé tisztázott szétszakadási mechanizmusnak az értelmezésére felállított elméletek legtöbbjénél.

Az általános modellünk alapján a hasadási prompt neutronok valamennyi tulajdonsága meghatározható. A jelen dolgozat a már említett jellemzőkön kívül

a hasadási prompt neutronok teljes energiaeloszlására vonatkozó számolásaink eredményeit ismerteti.

A VI. és VII. fejezetben összefoglalt eredményeinkről több közleményben [Kl 68, Kl 69, Kl 71a, Kl 71b, Jé 72a, Kl 72a, Kl 72b] és több nemzetközi konferencián (Nuclear Structure Symposium, Dubna 1968, Second Symposium on Physics and Chemistry of Fission, Vienna, 1969, Consultants' Meeting on Prompt Fission Neutron Spectra, Vienna, 1971, Conference on Nuclear Structure Studies with Neutrons, Budapest, 1972) számoltunk be.

II. Bevezetés

Niels Bohr és *John A. Wheeler* [Bo 39] klasszikus közleménye a *Physical Review* 1939. szeptember 1-i számában tekinthető úgy, mint a maghasadás felfedezése utáni kutatások első határköve. „Egyszerű” cseppmodell keretében értelmezték az akkori kísérleti eredményeket és egyben sok évre előre kijelölték a hasadási kutatások irányát.

A történelmi jelentőségű előzmény természetesen *Enrico Fermi* és munkatársainak [Fe 34] Nobel-díjas kísérlete volt, amelyben uránt bombáztak neutronokkal, igaz először még „csak” azt hitték, hogy transzurán elemeket állítottak elő, holott már hasadási termékekből származó sugárzásokat detektáltak. *Ida Noddack* [No 34] vetette fel, hogy egy ilyen reakció valójában az urán magok széthasadására vezethet, azonban a kísérleti bizonyíték, s így a maghasadás felfedezésének érdeme *Otto Hahn*-t és *F. Strassmann*-t [Na 39, Ab 39] illeti, akik miközben Fermiék eredményeinek reprodukálására törekedtek, világosan kimutatták, hogy a megfigyelt reakció tulajdonképpen nehéz magok könnyebb magokra történő szétesése. Eredményeiket megerősítette *Lise Meitner* és *Otto Frisch* [Me 39], akik először használták a „hasadás” kifejezést és az elektromosan töltött folyadékcsepp analógiáját használva, először értelmezték kvalitatívan az ilyen magreakciók lehetőségét a magokat szétvetni akaró Coulomb-taszítás és a stabilizáló felületi feszültség versengésének eredményeként. Ezek voltak a *Bohr* és *Wheeler*, majd *J. Frankel* [F 39] által kidolgozott folyadékcsepp-modell előzményei és ezért érdemes ezt felidézni, mert a hasadási reakció „nem tagadta meg magát” és újra meg újra újabb izgalmas rejtvényeket nyújt a fizikusoknak.

A maghasadás gyakorlati, először csaknem kizárólag katonai jelentőségét hamar felismerték, és a következő évtizedekben addig páratlan anyagi és szellemi erőfeszítéssel koncentrációjával lázas kutatások folytak. Ezek főleg a teljes hasadási hatás-keresztmetszetek, az egy hasadási reakciónál átlagosan felszabaduló energia, az átlagosan keletkező neutronok és gammakvantumok számának és energiájának meghatározására irányultak. Az alapvető elméleti kérdésekben azonban a statikus cseppmodell matematikájának továbbfejlesztésétől eltekintve alig történt előrehaladás.

Az alacsony energiájú magfizika izgalmas fejlődése, a kollektív-, héj-, illetve az egyesített magmodell, hogy csak néhány lépést említsünk, a hasadási kutatásokban is új fejezetet jelentett. Ugyanakkor a kísérleti technika fejlődése és a számológépek felhasználása lehetővé tette, hogy a maghasadási folyamatokat, mint nagyszámú, különböző végmagokra vezető speciális magreakcióból összetevődő jelenséget vizsgálják. Ekkor nyílt meg az igazi lehetőség más magszerkezeti kutatásokkal való kölcsönös összekapcsolódásra. A hasadási reakciók mechanizmusának tisztá-

zásán kívül, a keletkező igen széles magtartományt felölelő különféle, erősen gerjesztett, neutrontöbbletes magok fizikája egy új, ismeretlen kutatási területet nyitott meg. A hasadó mag erősen deformált állapotában a kritikus deformációnál is felépő magszerkezeti hatások, kvázistacionárius magállapotok kialakulása, a hasadási csatornák elmélete felvillanyozták a kutatókat. Itt *A. Bohr* [Bo 56] neve mellett már szinte lehetetlen lenne akár egy egyszerű névfelsorolás is. És mindez csak kezdetnek bizonyult. A felhalmozódott óriási kutatási anyag újabb előrelépés bázisait teremtette meg. A hasadási termékekből emittált neutronok számának „fűrészfog”-szerű tömegszámfüggése, majd a spontán hasadó izomerek, a hasadási hatáskeresztmetszetben mutatkozó „megmagyarázhatatlan” szerkezetek felfedezése számos új eredmény előfutára volt. Most már a maghasadási kutatások a magszerkezeti kutatások szerves részévé fejlődtek, s a magmodellek „kipróbálása” helyett éppen ezen a területen vált sürgetően időszerűvé a héjmodell kiterjesztésének, általánosításának szükségessége. A *V. M. Strutinsky* [St 69] eredményei nyomán kibontakozó újabb, széles körű kutatások jelenleg a magfizika egyik legidőszerűbb területét képviselik.

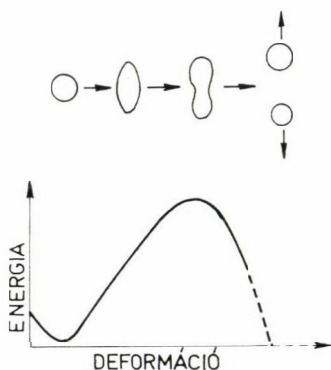
Ezután a dióhéjba tömörített helyzetkép után próbáljuk röviden nyomonkövetni a maghasadás fizikájának legkarakterisztikusabb kérdéseit.

A hasadási magreakció egyes fázisait szimbolikusan az 1. ábrán láthatjuk.

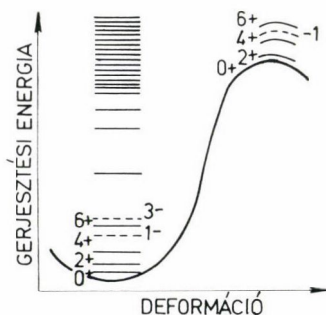


1. ábra. A hasadási magreakció vázlatos folyamata

A gerjesztett compound mag körülbelül 10^{-14} sec-os élettartammal éri el az ún. nyeregpont vagy saddle állapotú konfigurációt. Ez az a magdeformáció, amelyből a mag már nem az eredeti deformációs állapotaiba bomlik, hanem kettő vagy ritkábban több, közel azonos tömegű magnak megfelelő nukleon konfiguráció alakul ki. A mag széthasad. E folyamatnak megfelelően a teljes magenergia deformációtól való függésének a vázlatát láthatjuk a 2. ábrán. A keletkező új magok



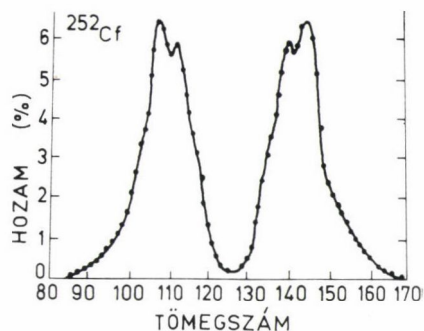
2. ábra. Nagytömegszámú hasadó magok deformációtól függő, teljes energiájának változása a töltött folyadék-cseppmodellben



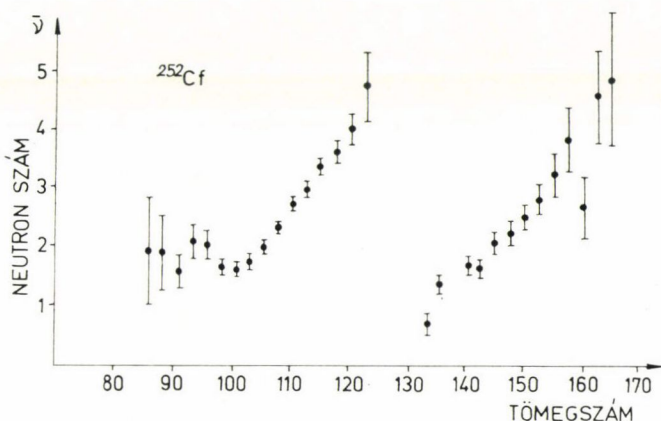
3. ábra. Nehéz páros-páros magok deformációja során kialakuló kvázistacionárius nyeregponti állapotok (hasadási csatornák) vázlata (Bo 56)

a hasadási termékek, vagy más néven fragmentek erősen deformált, magasan gerjesztett magok, amelyek 10^{-15} – 10^{-13} másodperces élettartammal ún. prompt neutronokat, majd 10^{-12} – 10^{-9} sec élettartammal prompt gammasugarakat bocsátanak ki. Az ezután keletkező, még mindig erősen neutrontöbbletes magok β^- -bomlás után még késő neutron-, illetve késő gammasugárzást bocsáthatnak ki. Ezeket a kísérleti tapasztalatokat meglehetősen jól értelmezte a töltött folyadékcsepp-analógia, ami lényegében számot ad a 2. ábrán látható energiaváltozásról.

Az első „újkori” fejtörést az okozta, hogy a folyadékcsepp-modell nem tudta értelmezni az energiamaximumnak megfelelő hasadási küszöbhez közeli energiáknál a hasadási hatáskeresztmetszetekben vagy még inkább a hasadási termékek szögeloszlásában megfigyelt erős változásokat. A magyarázatot A. Bohr [Bo 56] nyomán az a feltevés jelentette, hogy az erősen deformált magban a nyeregpontra a gerjesztési energia növekedésével újabb és újabb speciális kvázistacionárius kvantumállapot alakul ki és a különböző „nyeregponti nívón” — hasadási csatornán (3. ábra) keresztül történő hasadás drasztikus változásokat jelent a hasadási hatáskeresztmetszetekben. E hasadási csatornák analízise szinte egy új fejezetet nyitott a hasadási kutatásokban, ugyanakkor az is kiderült, hogy ezek a csatornaállapotok nem határozzák meg a reakció több olyan tulajdonságát, mint például a keletkező fragment magok tömeg- vagy energiaeloszlása [Dy 70] (4. ábra). Ezek a jellemzők a folyamat későbbi szakaszában a nyeregpont (saddle) és a szétszakadás (scission) időpillanata közötti szakaszon alakulnak ki. Maga ez a tény a reakció-



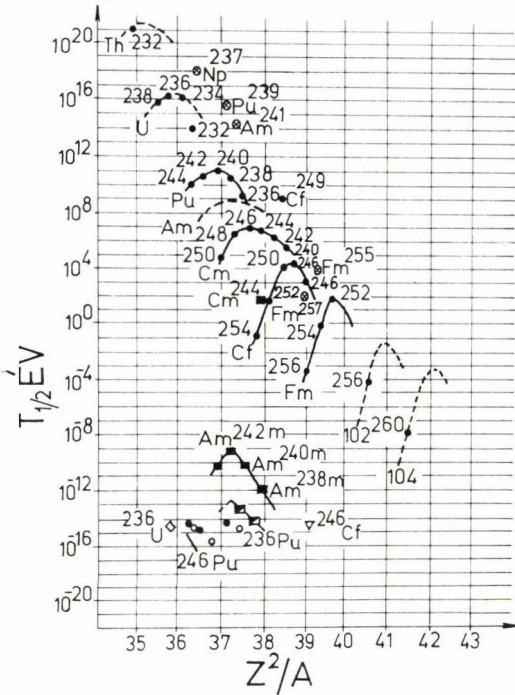
4. ábra. A különböző tömegszámú hasadási termékek relatív gyakorisága ^{252}Cf spontán hasadásánál



5. ábra. A hasadási termékmagokból kibocsátott neutronok átlagos számának tömegszámtól való függése ^{252}Cf spontán hasadásánál [St 65]

mechanizmus megismerése szempontjából is nagy jelentőséget biztosít a termék-mag-tulajdonságok kutatásának, ezekből következtethetünk vissza kialakulásuk körülményeire.

A többparaméteres mérőrendszerek kialakulása többek között lehetővé tette, hogy megmérjék a különböző tömegű hasadási termékekből kibocsátott neutronok átlagos számát, illetve később átlagenergiájának tömegszám-függését. A meglepő



6. ábra. Spontánhasadó magállapotok élettartama a hasadó mag Z^2/A értékének függvényében. Az ábra alsó részén találhatók a spontánhasadó izomerek [Bj 69].

elég széles magtartományban ($A = 230-245$) lényegében konstans módon $5-7$ MeV között maradnak [Ig 69].

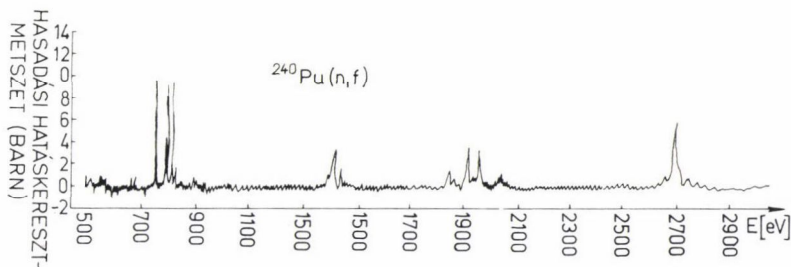
1960–1963 között Dubnában új nehéz elemeket kerestek és nekik tulajdonított bomlások vizsgálata során az ^{242}Am mag egy 14 msec-os élettartamú spontánhasadó állapotát fedezték fel [Po 62, Pe 62]. Alapállapotban a ^{242}Am spontán hasadási élettartama 10^{10} év. Teljesen érthetetlennek tűnt, hogy egy olyan gerjesztett állapot, amely az alapállapotnál egy 10^{19} -szerte rövidebb élettartamú spontánhasadó bomlást mutat, miért nem inkább alfa vagy gamma emisszióval bomlik 14 msec-nél rövidebb élettartammal. Ráadásul hamarosan kiderült, hogy ez az állapot nem rendelkezik olyan nagy spinnel, ami ezt az izomeriát indokolhatná. Azóta számos új spontánhasadó izomert találtak és ezek sok tulajdonságát tisztázták. (6. ábra.)

fűrészfogalakú neutronszám-eloszlások [St 65] (5. ábra) azt mutatták, hogy két közel azonos tömegű hasadási termék belső szerkezete, gerjesztési energiája jelentősen különbözik. A minimális neutronemissziót $A \approx 130$ környékén kapjuk, ugyanekkor a teljes — a két fragmentból együttesen kibocsátott — neutronszám itt jelentős minimumot mutat. Mindez a $Z = 50$, $N = 82$ -es mágikus mag jelenlétével hozható kapcsolatba és a héjszerkezetek szerepének, kialakulásának izgalmas kérdését veti fel [Te 65].

Miután a dolgozat későbbi fejezeteiben ezzel a kérdéssel úgyis részletesen foglalkozunk, most inkább térjünk át egy másik igen fontos jelenségcsoportra.

Az említetteken kívül a megmagyarázhatatlannak látszó hasadási jelenségek egész sorát fedezték fel az elmúlt évtizedben. Közülük most csupán néhányat szeretnék megemlíteni.

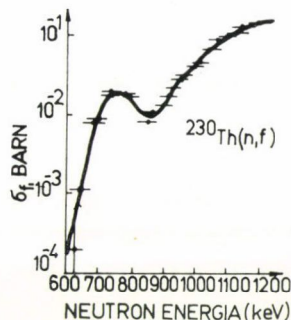
A hasadási küszöbök az egyre nehezebb magokra a cseppmodell jóslataival ellentétben nem csökkennek olyan gyorsan, mint várnánk,



7. ábra. $^{240}\text{Pu}(n, f)$ reakció hatáskeresztmetszete a „küszöb” alatti $E_n \pm 500\text{—}3000\text{ eV}$ -os neutronenergia-tartományban [Mi 68]

A szokásos értelmezés szerint a maghasadási reakcióküszöböt a reakció hatáskeresztmetszetének nulláról egy többé-kevésbé jól definiált telítési értékre való növekedésének félmagasságához tartozó energia értékével azonosították. Ez az érték ^{237}Np és ^{240}Pu neutronokkal történő hasadása esetén 400 keV körül van. Ugyanakkor 500 eV és 300 keV közé eső energiájú neutronokkal végzett kísérletekben a 7. ábrán látható hatáskeresztmetszeteket kapták [Mi 68]. Durván 700 eV-ként erős rezonanciacsoportok mutatkoznak és ezeken kívül gyakorlatilag nem megy végbe a reakció. Azonkívül a rezonanciaszerkezet szembevető közbenső struktúrát is mutat.

^{230}Th hasadási hatáskeresztmetszetében 7—800 keV között megfigyelt szélesebb rezonancia (8. ábra) valamilyen vibrációs rezonanciára utal [Vo 67] és nem magyarázható a szokásos módon, vagyis mint (n, n') folyamatok után fellépő hasadások következménye. És még sorolhatnánk tovább a hasadási magreakció értékes, kísérletileg megfigyelt tulajdonságait, de a végső következtetés jelenleg mindenképpen az lenne, hogy egységes, átfogó értelmezésük ma még nem lehetséges és reálisan ezt csak még sok alapvető magfizikai kérdés tisztázása után várhatjuk. A következő fejezetben éppen ezért az egyes kérdéscsoportok értelmezéséről és az elméleti vizsgálatok kiindulópontjait képező fontosabb hasadási modellekről szeretnénk röviden említést tenni.



8. ábra. $^{230}\text{Th}(n, f)$ reakció hatáskeresztmetszete a „küszöb” alatti $E_n = 500\text{—}3000\text{ eV}$ -os neutronenergia-tartományban [Mi 68]

III. Maghasadási reakciómodellek

III. 1. Hasadási reakciók általános modelljei

A maghasadási reakciók összes jellemzőinek teljes leírására, feltéve, hogy a mag-erők tulajdonságait elég jól ismerjük, a hasadó mag, például U-236 esetén 236 nukleonból álló rendszer időtől függő Schrödinger-egyenletét kellene megoldanunk. Azonkívül, hogy egy ilyen feladat a létező legnagyobb számológépek teljesítményeit is messze meghaladná, várhatóan, csupán a kapott eredmények megértése sem lenne

könnyű feladat. Ahhoz, hogy az egész problémakör egyáltalán valamilyen formában kezelhető legyen, különböző matematikai és fizikai közelítéseket és feltételezéseket kell tennünk.

A kísérleti információkat különböző modellek segítségével értelmezzük és fordítva ezen modellek jóságát rajtuk keresztül próbálhatjuk ki.

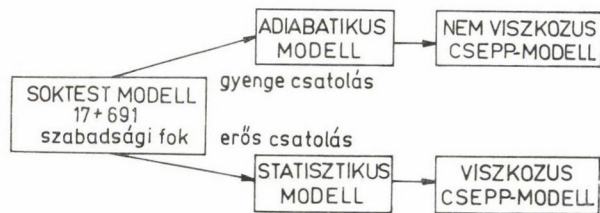
A modell fogalmát abban az értelemben szokták használni, hogy tekintünk egy olyan fizikailag jól meghatározott, jól definiált Hamilton-operátorral rendelkező rendszert, amely legalábbis bizonyos vonatkozásokban a vizsgálni kívánt rendszer analógiájának tekintendő. Az említett folyadéksepp modell ilyen. A továbbiakban azonban általánosabb értelemben, feltételezések bármely olyan sorozata, rendszere esetén modellről beszélünk, amikor az a kérdéses tulajdonságok számolására egy egyértelmű előírást jelent.

A hasadási magreakció leírását a mag teljes soktest Hamilton-operátora határozza meg. A lehetséges szabadsági fokok száma a spin szabadsági fokoktól eltekintve $A=236$ esetén durván $3 \times 236 = 708$, a nukleonok szabadsági fokainak összege. Ez óriási szám — és egy ilyen feladat megoldása, mint említettük, reménytelen. Gyakorlatilag azonban úgyis a hasadó mag egészének együttes deformációjára, a vibráló, forgó fragmentek szétválasztására kell főként figyelmünket összpontosítani. n darab forgó, vibráló hasadási termék szétválasztását $9n-1$ számú szabadsági fok jellemzi. (Minden fragmentnél 3—3, a translációs, rotációs mozgást, illetve a pillanatnyi, az egyszerűség kedvéért feltételezett szferoid alakot leíró mennyiség. Az össztérfogat megmaradása pedig eggyel csökkenti a szabadsági fokok számát.) Kettes hasadás esetén ($n=2$) 17 szabadsági fok szükséges magának a szétszakadási kollektív mozgásnak a leírására.

Így a hasadási modellek felállításánál az első egyszerűsítés az, hogy megkísérjük az említett $9n-1$ kollektív szabadsági fok és a maradó $3A - (9n-1)$ „belső” szabadsági fok szétválasztását.

A két leggyakrabban alkalmazott hasadási modell az adiabatikus és a statisztikus modell, lényegében azt a két szélsőséges feltevést képviselik, hogy a kollektív és belső szabadsági fokok közötti csatolás nagyon „gyenge”, illetve „erős”. Egy további közelítés, az $A^{-1/3}$ szerinti sorfejtés alkalmazása (a szóban forgó magoknál a magfelületi réteg vékony a magsugárhoz viszonyítva) — a nem viszkózus, illetve a viszkózus folyadék-sepp modellekhez vezet. Itt kell rámutatni, hogy a cseppmodellek nem az említett adiabatikus vagy statisztikus modellek riválisai, hanem ellenkezőleg, azok egyszerűsített változatai. A helyzetet a következő 9. ábrán szemléltetjük.

E modellrendszerünk alapján az egyik alapvető kérdés, hogy meghatározzuk az érvényességi területeket, vagy kiválasszuk a lehető legjobb leírást nyújtó hasadási modellt.



9. ábra. Az ismert hasadási modellek csoportosításának vázlata

A feladat igen széles körű, hiszen úgy tűnik, hogy magasabb gerjesztési energiákon az erős csatolás és így a statisztikus modell a legmegfelelőbb, míg alacsony energiákon az adiabatikus modell alkalmazható eredményesebben.

A legnagyobb fejlődésen a legegyszerűbb modell, a cseppmodell ment keresztül. A modell „ősi” kidolgozása után, amely meglehetősen erős, kis deformációkra érvényes feltevésekkel dolgozott, a hatvanas években egyrészt *Cohen* és *Swiatecki* [Co 63], másrészt *Strutinsky* és munkatársai [St 62] tisztázták a töltött folyadék-cseppek nagyobb, de még mindig csak statikus deformációjának alapvető kérdéseit. *Pik-Pichak* [Pi 58], *Hiskes* [Hi 60], *Carlson* és *Pao Lu* [Ca 62], *Sperber* [Sp 63] terjesztette ki ezeket a számolásokat forgó töltött csepp esetére. *Nix* és *Swiatecki* [Ni 65] egyszerűsített esetekre már dinamikai, statisztikus mechanikai és bizonyos kvantummechanikai általánosítást dolgozott ki. Eddig csak rádiumnál könnyebb hasadó anyagok esetén sikerült egy a tapasztalattal egyező eredményeket adó komplett modell kidolgozása. Ezeknél a magoknál a nyeregpont (saddle) és a szétszakadási (scission) pont közeli deformációkhoz tartoznak, így a kettő közötti mozgás dinamikájának figyelembevételétől eltekinthetünk. Ez az elhanyagolás azonban csak a rádiumnál könnyebb magok esetén jöhet szóba.

Hill és *Wheeler* [Hi 53], *Businaro* és *Gallone* [Bu 55] és *Inglis* [In 58] kezdeti munkái után *Kelson* [Ke 64], *Miyatake* [Mi 64] vizsgálta a szétszakadás dinamikáját is, de csak töredékes eredmények születtek. *Nix* [Ni 64] egy erősen korlátozott érvényű cseppmodell keretében tanulmányozta a csepp nyeregponti állapotában fellépő kis oszcillációk dinamikáját különböző hasadási paraméterek esetén.

Ezek a cseppmodell számolások szinte kivétel nélkül a nem-viszkózus esetre történtek. A statisztikus feltevésen alapuló számolások többnyire *Fong* [Fo 55, Fo 56] ötvenes években megjelent kezdeti munkáinak irányvonalát követik [Fo 64]. *Pik-Pichak* és *Strutinsky* [Pi 62] több tömeg, töltés és kinetikus energia számolást végeztek, később *Facchini* és munkatársai [Er 63, Fa 70] több munkában ilyen számolások alapján értelmezték a hasadási termékek tömeg-, gerjesztési és kinetikus energiájának eloszlásában mutatkozó aszimmetriát.

Annak ellenére, hogy ezek a számolások elég jól értelmezték az aszimmetrikus tömegeloszlást, kinetikus energia eloszlást, más olyan jelenségcsoportok, mint például a hasadási termékek szögeloszlásának adiabatikus modellben történő sikeres tárgyalása, kiemeli a statisztikus és adiabatikus modellben levő alapfeltevés ellentétét. Ennek ellenére mindkét modell igen sikeresnek bizonyult a hasadási problémakör egy-egy jelenségének leírására.

A hasadási modellek legnehezebb, ugyanakkor egyik leglényegesebb feladata a hasadás folyamatának a nyeregponttól a szétszakadásig terjedő szakaszának leírása. Ez azonban, minden alapvető érdekessége ellenére, érthető nehézségek miatt mindkét modelltípusból hiányzik. Az idealizált nem viszkózus cseppmodell közelítésben ezt a szakaszt a csepp dinamikus szétszakadásával, statisztikus esetben a viszkózus csepp lassú, „mézszerű” szétszakadásával modellizálják.

A saddle-scission közötti dinamika feltárásának első fázisa a nyeregpont közelében kialakuló kis amplitúdójú normál mozgási módusok vizsgálata. Ez valójában a már említett hasadási csatornaanalízis központi témaköre is. *A. Bohr* [Bo 56] tételezte fel először, hogy alacsony gerjesztési energiáknál a hasadási küszöb közelében, a nyeregponton kialakuló kvázistacionér állapotok közül csak néhány érhető el, csak néhány nyitott csatorna van, melyeket I, K, P (impulzusmomentum, annak vetülete a fő deformációs tengelyre és az állapot paritás kvantumszáma) jellemez

és a hasadási termékek szögeloszlásának méréséből, illetve annak gerjesztési energiától való függéséből határozhatók meg. A csatorna-elmélet szerint a mag a saddle-állapotban erősen deformált, a hasadó mag csaknem teljes gerjesztési energiája a deformáció potenciális energiájára fordítódik, így az itt kialakuló nivó-szerkezet igen hasonló az alapállapotú deformációnál található kollektív nivók szerkezetéhez (3. ábra).

Miután a fragmentek szögeloszlását döntő módon a K kvantumszám, illetve ezek eloszlása határozza meg, a szögeloszlási mérésekkel a nyeregponti nivók szerkezete elég jól tanulmányozható. Itt hangsúlyozni kell, hogy a hasadási kutatások szinte egyedülálló lehetőséget kínálnak arra, hogy ilyen erősen deformált magok tulajdonságait vizsgálhassuk. A saddle-állapotban kialakuló normál mozgási módusok tárgyalásánál a rotációs, nyúló, hajló, csavarodó (stretching, bending, wriggling) vibrációs kollektív mozgásformák közül több, egyedül csak itt valósul meg a magfizikában. Ezen kollektív mozgásokat közelítőleg a cseppmodell keretében tárgyalták és az elméleti becslések elég jól leírják bizonyos kísérletileg meghatározott hasadási csatornákat. Azok az állapotok azonban, amelyekben egyrészesecske szabadsági fokok is szerephez jutnak, természetesen a cseppmodellnél mélyebb leírás kidolgozását követelik meg.

Nem alkotnak egy jól definiált hasadási modellt, de a rövid áttekintés keretében itt kell megemlítenünk *Brunner* és *Paul* munkáit [Br 60], akik a fragment gerjesztések, kinetikus energiájuk és tömegeloszlásuk közötti korrelációkat vizsgálták, *Faissner* és *Wildermuth* [Fa 64] tömegeloszlás analíziseit, továbbá *Whetstone* és *Vladimirski* [Wh 59, Vl 57] „súlyzó modell”-jét, ami ha igen fenomenologikus úton is, de először kísérlete meg a cseppmodell és a tapasztalt héjeffektusok összekapcsolását. Ez az utóbbi „modell” a mag széthasadás előtti állapotát két, nyakrésszel összekapcsolt, különböző méretű gömbként szemlélteti — ezek a jövőbeni fragmentek alapjait képező mágikus magtörzsek. A nyakrész szétszakadási helyétől függően kapnak ezek a törzsek a nyakrész nukleonjaiból és eszerint alakul ki a termék-magok nukleonszáma, gerjesztési energiája és deformációja. A legvalószínűbb esemény a nyakrész közepén történő szétszakadása és így egyenlő számú nukleon jut az erősen különböző tömegű törzseknek, nagy tömeg-asszimetria jön létre.

A súlyzó kép meglepően jól értelmezi a fragmentek tömeg-, kinetikus energia-, gerjesztési energiaeloszlásának főbb vonásait, ezzel azt bizonyítva, hogy olyan hasadási modell lehet csak eredményes, amely a kollektív szétszakadási folyamaton (cseppmodell) kívül a belső („egyrészesecske”) héjszerkezet hatásait is egyidejűleg figyelembe tudja venni.

Vandenbosch [Va 63] kvantitatívabb módon, két különböző nagyságú érintkező szferoid modelljével értékelte ki a kísérleti adatokat és a számolásai világosan mutatták a $Z=50$, $N=82$ -es mágikus számok kitüntetett szerepét a hasadási folyamat lejátszódásában, illetve a leendő fragmentek kialakulásában. *Fraenkel* és *Thompson* [Fr 64] kísérletileg kimutatták a fragment tömegszám és magalak közötti korrelációt. A széthasadásnál keletkező hosszú hatótávolságú alfa-részeszekéknek a fragment magok repülési irányához képest vizsgált szögeloszlásának méréséből határozták meg a magalakok tömegszámfüggését, ugyanis a „nyak”-részből kirepülő alfa-részek pályáját a fragmentek töltésének eloszlása alapvetően befolyásolja. A gerjesztési energia tömegszámfüggését a kibocsátott neutronok számának „fűrészfog” szerű függése mutatta.

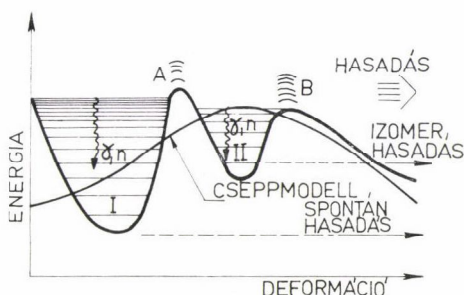
Az látszott a várakozásokkal ellentétben, hogy a héjszerkezet kialakulása és

hatása ilyen erős magdeformációknál is jelentős. A legutóbbi évek felfedezései, amelyeket már a bevezetőben röviden említettünk (spontánhasadó izomerek, közbenső szerkezet a hatáskeresztmetszetekben stb.) ugyancsak ezt a tényt húzzák alá.

Strutinsky [St 68] ezért a cseppmodell korrigálására — ami egyébként a mag teljes energiájának átlagos energiafüggését jól írja le —, héj-korrekciókat alkalmazott. A teljes energia

$$U = \bar{U} + \delta U + P,$$

ahol \bar{U} a cseppmodell alapján számolt teljes energia, δU tartalmazza a héjmodellből, P pedig a párkölcsönhatásból adódó korrekciókat. Kimutatta, hogy a cseppmodell egy olyan független részecskemodellnek felel meg, ahol az egyrészecske-energiánívók távolsága egyenletes és éppen a modellezett „valódi” rendszer átlagos nívótávolságának felel meg. A héjmodell — gömb alakú magokra — éppen úgy adódik, hogy a gömbi magpotenciálban a nívók eloszlása nem egyenletes, hol sűrűbben (héjak) — hol ritkábban helyezkednek el. Korábbi várakozásokkal ellentétben kimutatta, hogy az egyrészecske-nívóeloszlás a mag deformációja során nem egy egyenletes nívóeloszlásba megy át, hanem oszcillációt mutat, s így a héjszerkezet a deformáció folyamán ismételten jelentkezhet. A héj-effektusok figyelembevétele a mag energiájának deformációtól való függését leíró felületen jelentős ingadozásokat, lokális maximumokat, illetve minimumokat eredményezhet. Egy ilyen energiafelület egyik egy dimenziós metszetének vázlata látható a 10. ábrán.



10. ábra. A Strutinsky-féle héj-effektusokkal korrigált potenciál vázlata [St 68]

Itt a közbenső mag normál állapotai mellett (I-es nívórendszer), amelyek az első potenciálvölgyben alakulnak ki, létrejöhet egy másik kvázistabil állapotrendszer is (II-es nívórendszer). Az ilyen kettős-, Strutinsky-potenciál alapján rögtön számos eddig érthetetlen jelenség megmagyarázható. A rövid élettartamú spontánhasadó izomerek a második állapotrendszer alapállapotainak alagúteffektussal a hasadási csatornába történő bomlásainak felelnek meg. Ezek az állapotok 2–3 MeV-vel az első alapállapot felett fekszenek. Ezt és a számukra kisebb hasadási küszöböt figyelembe véve a sokkal rövidebb élettartam is érthetővé válik. Ugyanakkor az erősen deformált (shape-izomer) II. állapotrendszer alapállapotának az I-es állapotrendszer állapotaira történő gamma bomlását erősen tiltja az, hogy ez az összes nukleon átlagpotenciáljának, az egész magalaknak az átrendeződését kívánná.

Természetesen szigorú értelemben nem beszélhetünk külön a II-es állapotrendszer állapotairól, az I-es rendszer közel azonos energiájú állapotaival bizonyos keveredés lép fel és ez annál nagyobb, minél nagyobb a gerjesztési energia, minél kisebb az elválasztó potenciálgát. Amennyire azonban a fenti osztályozás fenn tartható az első állapotrendszer állapotait a kis hasadási és nagy neutron bomlási valószínűség jellemzi, míg a második állapotrendszerrel fordítva, nagy hasadási és kis neutron szélességet várunk. A szokásos értelemben vett küszöb alatt történő hasadásoknál megfigyelt közbenső rezonancia szerkezet is gyönyörűen megerő-

síti a fenti kettős állapotrendszer feltevést. A hasadási hatáskeresztmetszetet első-sorban az I-es rendszerhez tartozó állapotok neutron szélessége (finom struktúra) és a II-es rendszerhez tartozó állapotok hasadási szélessége (durvább struktúra) határozza meg.

A közbenső szerkezethez tartozó nívótávolságokból következtethetünk a második állapotrendszer nívóinak az alapállapotuktól, vagyis a spontán hasadó izomér állapottól számított gerjesztési energiára és így közvetett úton is meghatározhatjuk az izomer állapotnak az „igazi” alapállapothoz viszonyított energiáját. Ez ^{242}Am esetén például nagyon jó egyezésben a spontán hasadó izomert szolgáltató ^{243}Am ($n, 2n$) ^{242}Am reakció gerjesztési függvényéből nyert becsléssel ($2,9 \pm 0,4$ MeV), a közbenső nívószerkezet alapján 2,8 MeV-nek adódik.

A ^{230}Th (n , hasadás) reakció hatáskeresztmetszetében 750 keV-nél megfigyelt széles rezonancia pedig jól értelmezhető olyan módon, hogy a második potenciálvölgyben kialakuló vibrációs állapot vagy állapotok energiájánál a hasadást gátló potenciálon való átjutás valószínűsége rezonanciaszerűen megnő.

A Strutinsky-féle általánosított héjmodell általában fontos szerepet játszik nagyobb magdeformációk vizsgálatánál. Azonban a látványos eredmények ellenére is, tudatában kell lennünk annak, hogy a héjkorrekciós cseppmodell jelenleg, csupán a statikus energiaviszonyok értelmezése alapján, elsősorban a hasadási reakció „durva” jellemzőire, hasadási küszöbökre, teljes hasadási hatáskeresztmetszetekre tud kijelentéseket tenni. A reakció dinamikája és az olyan parciális hatáskeresztmetszetek, mint a különböző tömegű, vagy gerjesztésű magokra vezető reakciók hatáskeresztmetszetei a jelenlegi statikus modell keretein kívül esnek.

A deformációs energia egyedül még nem határozza meg a hasadási folyamatok lefolyását a mag állapotát meghatározó szabadsági fokok terében. Éppen ezért nem ad választ a fragmentek tömeg-, töltés-, illetve energiaeoszlásának problémájára, hacsak nem stacionárius állapotok alakulnak ki közvetlenül a szétszakadás előtt, mint azt az egyszerű cseppmodell bizonyos esetekben feltételezi.

Ugyanakkor a maganyag nem stacionárius állapotainak dinamikája egyike azon kevés témaköröknek, amelyek szinte teljesen érintetlenek maradtak, az egyéb magelméletek gyors és változatos fejlődése mellett is.

Mechanikai vagy kvantummechanikai mozgások esetén a mozgástrajektóriákat a deformációs energia deriváltjaként értelmezett erők, és az ezen erőkre történő reagálást jellemző inerciaparaméterek szabják meg. Erős súrlódás esetén a mozgásegyenletek megváltoznak és az inerciaparaméterek helyett a megfelelő súrlódási együtthatók lépnek fel.

A hasadási kollektív mozgás jellegéről valójában keveset tudunk. Jelenleg a magasabb gerjesztési energiáknál használt elméletek általában erős energiadiSSIPációt, alacsonyabb gerjesztéseknél, különösen a spontán hasadás leírására, egyszerű mechanikai típusú mozgásokat tételeznek fel. A trajektóriák meghatározását gyakran a „steepest descent line” meghatározására redukálják, valamilyen „lassú” mozgást feltételezve. Ez a „lassú mozgás” azonban csak a kollektív mozgás erős disszipációjaként jöhet létre és ebben az esetben a megfelelő disszipációs koefficiensek jobban jellemzik a mozgást, mint az inerciaparaméterek. Ugyanakkor az inerciaparaméterek csak a megfelelő szabadsági fokkal vannak definiálva és általában koordinátafüggők. Ésszerűen definiált deformációs paraméterekkel ez a tömegparaméterek deformációfüggését jelenti. Lynn [Ly 68] kimutatta, hogy egy egészen határozott héjeffektus lép fel az inerciaparaméterekben is,

ezek ugyanolyan oszcilláló tulajdonságot mutatnak, mint a deformációs energia a deformáció változásával, a Fermi-nívó körüli nívósűrűség fluktuációinak megfelelően. A megnövekedett párenergia ellenére a kvadrupól típusú deformációs tömegparaméter közelítőleg kétszer akkora a hasadási kettős barrier tetején, mint alapállapotban. Koordinátafüggő tömegparaméterek esetén a megvalósuló trajektória nem szükségképpen a nyeregpontra halad át, ha nagyobb penetrabilitás érhető el valahol, ahol a tömegparaméter kisebb. Ez a helyzet aligha valószínű, de nagy deformációknál a hasadási potenciálgáton való áthaladásnál fontos szerepet játszhat, ugyanis a további megnyúlás helyett adott helyzetben a hasadás végbemehet egyszerűen a megnyúlt mag nyakszakaszának elszakadásával. Nagy deformációknál az ilyen új mozgástípusok kialakulása, a szóbajövő szabadsági fokok számának gyors növekedése nehéz feltételeket teremt az alkalmazható numerikus és elméleti módszerek számára.

Miként már említettük azonban, a kollektív mozgások és főleg a statikus deformációs potenciálok vizsgálata az eddigi látványos eredmények ellenére sem nyújtotta a nagy feladat teljes megoldását, a hasadási reakcióban megmutatkozó belső mag szerkezeti effektusok megértését. Ez a tény pedig a végmagok tömegének, kinetikus és belső energiaviszonyai kialakulásának megértésére irányuló vizsgálatok szükségességét hangsúlyozza.

Ami a hasadási modelleket illeti, rá kell mutatni, hogy a kollektív és az „egyrészecske” szabadsági fokok közötti csatolás erőssége alapján történő osztályozás adiabatikus, ill. statisztikus modellekre csak első közelítésben megfelelő, általánosan a különféle szabadsági fokok bizonyos csoportjai között lehet gyenge csatolás (adiabatikus közelítés), ugyanakkor ugyanezekhez a csoportokhoz tartozó szabadsági fokok között erős kölcsönhatás uralkodhat (statisztikus közelítés). Ráadásul különböző csatolások erőssége energiafüggő is lehet.

Mindezek figyelembevételével kitűnik, hogy az adiabatikus és statisztikus modellek nem szükségszerűen zárják ki egymást, mint ahogy ezt többen feltételezték [Gr 69]. Így például az a tény, hogy a kollektív mozgás adiabatikus modellje jól értelmezi a hasadási termékek szögeloszlását, nem zárja ki azt, hogy a belső „egyrészecske” szabadsági fokok közötti statisztikus modell a tömeg- és energiaeloszlások értelmezésénél adjon jó eredményeket.

III. 2. A statisztikus hasadási modell

Az előzőekben röviden vázolt modellek közül a jelen dolgozatban is alkalmazott statisztikus hasadási modellt ismertetjük részletesebben.

Elsőként Fong [Fo 53, Fo 56] dolgozta ki a széthasadási folyamatok leírásának egy módját. Lényegében abból indult ki, hogy a nem adiabatikus folyamatok eléggé erősek ahhoz, hogy a rendszer különböző, szétszakadás előtt lehetséges állapotai között statisztikus egyensúly alakuljon ki. Egy adott tömeg-, töltés-, energiaeioszláshoz tartozó konfiguráció kialakulásának valószínűsége az ehhez a konfigurációhoz tartozó állapotsűrűséggel lesz arányos. Bár általános becslések [Wi 64] támogatják a statisztikus modell alapfeltevéseit, nem szolgáltatnak megbízható bizonyítékokat, így egyelőre főként a modellből adódó eredmények igazolják annak létjogosultságát. A tapasztalat azt mutatja, hogy jelenleg is ez az egyetlen olyan kvantitatív modell, amely többé-kevésbé jól számot ad a termékmagok tulajdonságairól. Elvileg a mo-

dell önmagában meghatározott, mentes minden szabad paramétertől, gyakorlatilag azonban az eredmények érzékenyek a bemenő adatokra, amelyek sok esetben nem eléggé ismertek, és legtöbbször kísérleti adatokból különböző extrapolációk alapján nyerhetők.

Fong egy adott (A_1, Z_1, A_2, Z_2) tömegszámú és protonszámú végmagokból álló konfiguráció állapotossűrűségét, és ennek megfelelően a kialakulás valószínűségét a következőképpen írja fel:

$$Y(Z_1, A_1, Z_2, A_2) \sim \int_0^{E'_T} dE_k \int_0^{E'_T - E_k} m E_k \varrho_1(E_1) \varrho_2(E'_T - E_k - E_1) dE_1 \quad (1)$$

Itt az 1, 2-es indexek a végmagokat jelzik, $\varrho_i(E)$ $i=1, 2$ azok nívósűrűségei E gerjesztési energiánál, m a fragmentpár redukált tömege, E_k a fragmentek kinetikus energiája, $(m^3 E_k)^{1/2}$ a transzlációs állapotok nívósűrűségével arányos, míg a fragmentek relatív sebessége $2(E_k/m)^{1/2}$. E'_T a széthasadás előtt transzlációra és belső gerjesztésre rendelkezésre álló teljes energia, a kinetikus és belső gerjesztési energiák összege. Itt $E'_T = E_T - C - D$, ahol C a fragmentek közötti Coulomb-taszítás, D pedig a fragmentek deformációs energiáinak összege. E_T a teljes felszabaduló energia.

$$E_T = (M_C - M_1 - M_2) \cdot c^2 + E^*$$

E^* a compound mag gerjesztési energiája, M_C a tömege, míg M_1 és M_2 a keletkezett fragmenttömegek.

Gyakorlatilag ez a leírás a transzlációs mozgást klasszikusan kezeli, mivel a Coulomb-erők lokális hullámfüggvény-torzítását nem veszi figyelembe.

Newton [Ne 56] más feltevéseken alapuló, valamelyest eltérő leírást javasolt. A Wigner—Eisenbud-féle [Wi 47] reakcióelméletet használta, ahol egy adott S csatornán keresztül történő bomlás parciális szélessége

$$\Gamma_s = 2k_s R_s P_s \gamma_s \quad (2)$$

ahol γ_s a belső feltételeket leíró redukált szélesség. R_s a csatornasugár, lényegében a fragmentek széthasadásakor fennálló távolsága, k_s a fragmentpár relatív hullám-száma a végtelenben, P_s pedig a megfelelő penetrációs faktor. A $2k_s R_s P_s$ kifejezés csak a szeparált, már nem kölcsönható fragmentek külső állapotától függ.

A penetrációs faktor

$$P_s = \{F_s^2(R_s) + G_s^2(R_s)\}^{-1} \quad (3)$$

ahol F_s és G_s a reguláris és irreguláris Coulomb-függvények. Newton alapfeltevése az, hogy γ_s csatornafüggetlen és így a relatív hasadási valószínűség a csatornaállapotok sűrűségével és a megfelelő Coulomb-potenciálját áthatolási tényezőjével lesz arányos.

$$Y(Z_1, A_1, Z_2, A_2) \sim \int_0^{E'_T} dE_k \int_0^{E'_T - E_k} dE_1 R_s P_s m E_k \varrho_1(E_1) \cdot \varrho_2(E'_T - E_k - E_1) \quad (4)$$

Ez (1)-től az $R_s P_s$ faktorban és még abban különbözik, hogy míg ott az argumentumokban a széthasadáskor fennálló, addig itt a „végtelenben” kialakuló energia-értékek szerepelnek.

Amíg azonban *Fong* feltevésének fizikai tartalma, a szétszakadás előtt kialakuló statisztikus egyensúly, könnyen érthető, az azonos redukált szélességek feltevésének fizikai tartalma nem annyira világos.

1960-ban *Ericson* végzett széles körű vizsgálatokat a statisztikus megfontolásokon alapuló hasadási modellek elméleti megalapozására, az ő eredményeit használták *Facchini* és munkatársai [Fa 66] különböző hasadási hatáskeresztmetszetek és reakcióparaméterek leírására. Ők a következő alapfeltevésekből indultak ki:

- a) Statisztikus feltevés: a hasadó közbenső mag élettartama a szétszakadás előtt elég hosszú, hogy a különböző állapotok azonos valószínűséggel forduljanak elő.
- b) „Sudden”-feltevés: a két fragment kialakul és ezután a közbenső mag szétszakadása nem adiabatikus kollektív mozgással, hanem hirtelen (sudden) történik, így azok a fizikai jellemzők „konzerválódnak”, amelyek a statisztikus egyensúlyban alakultak ki és amelyek még a két kötött fragment kialakulásának felelnek meg. Külön ki kell itt hangsúlyoznunk, hogy ebben a képn a közbenső konfigurációk nem a minimális potenciális energiafelületekhez tartoznak.
- c) „Reverzibilitás” feltevése: ez azt a feltevést tartalmazza, hogy a szétszakadásnál fellépő konfigurációk ugyanazok, mint a fordított reakcióban, két gerjesztett mag adott compound maggá történő fúziójában.

Az a) és c) alapján a részleges egyensúly elve [Bl 52] a teljes szétszakadási folyamatra alkalmazható. Ez azt mondja ki, hogy adott „a” állapotból egy „b” állapotba való átmenet W_{ab} valószínűsége és a fordított átmenet W_{ba} valószínűsége között a

$$q_a W_{ab} = q_b \cdot W_{ba}^*$$

összefüggés áll fenn, ahol q_a és q_b az a , illetve b állapotok sűrűsége, W_{ba}^* pedig az ún. időtükrözött átmeneti valószínűség. Ennek eredményeként pedig az adódik, hogy a hasadási szélességek nagysága a végállapotok számának és a két gerjesztett, E relatív energiájú hasadási termékmag ($A_1, Z_1; A_2, Z_2$) fordított fúziós reakciója $T(E)$ hatáskeresztmetszetének szorzatával arányos. $T(E)$ ismerete a teljes inverz ütközési és fúziós folyamat részletes ismeretét kívánná meg, ez azonban jelenleg mind kísérletileg, mind elméletileg még meglehetősen ismeretlen terület, bár az utóbbi időben igen sok érdekes eredmény született ezen a téren. Így például a reverzibilitás feltételezésének jogosultságát igazolják azok a nehézion-reakcióban résztvevő magok dinamikus deformációjára végzett számolások, amelyek ugyanúgy mutatják a két nehézion között a teljes fúzió előtt kialakuló nyak típusú deformációt, mint a hasadási deformációs modellek [Je 71].

A fent említett *Ericson*-elmélet alapmegfogalmazását [Fa 70] a következőkben foglalhatjuk össze.

Ha egy U_C gerjesztési energiával rendelkező, I impulzusmomentumú mag két A_1, Z_1 és A_2, Z_2 tömegszámú és töltésű, továbbá U_1 és U_2 gerjesztési energiával rendelkező magra hasad szét, akkor a bejövő neutron irányához képest φ szögben történő hasadás valószínűsége:

$$\Gamma_{A_1, Z_1, A_2, Z_2}(I, U_C, \varphi) = \frac{1}{(2\pi)^{7/2}} \cdot \frac{1}{q_C(I, U_C)} \int_0^Q T(E) \int_0^{Q-E} q_1(U_1) \cdot q_2(U_2) \cdot \frac{1}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^{1/2}} \exp\left(-\frac{I^2 \sin^2 \varphi}{4(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}\right) J_0\left(iI^2 \frac{\sin^2 \varphi}{4(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}\right) dU_1 dE \quad (5)$$

ahol σ_1 és σ_2 a két termékmag nívó eloszlásának leírásában szereplő „spin cut-off” paraméterek, J_0 nullad fokú Bessel-függvény, $T(E)$ adott E teljes kinetikus energia esetén a két fragment penetrációs faktora, $\varrho_1(U_1)$ és $\varrho_2(U_2)$ pedig a keletkezett hasadási termékmagok nívósűrűsége az U_1 és U_2 gerjesztési energiáknál. $\varrho_C(I, U_C)$ az I impulzusmomentumú, U_C gerjesztési energiájú közbenső mag nívósűrűsége. A hasadási reakció Q értéke tömegformulákból vagy a reakció energiamérlegéből határozható meg, ez utóbbi szerint ugyanis

$$Q = \bar{E} + \bar{U}_1 + \bar{U}_2 \quad (6)$$

A reakció során felszabaduló teljes energia a fragmentek gerjesztésére és kinetikus energiákra fordítódik.

Az egyszerűbb áttekinthetőség kedvéért szorítkozzunk csak az $I \sim 0$ esetre. Ekkor a teljes hasadási valószínűség

$$P \sim \sum_{\substack{A_1, Z_1 \\ A_2, Z_2}} \frac{1}{\varrho(U_C)} \int_0^Q T(E) \cdot \int_0^{Q-E} \varrho_1(U_1) \cdot \varrho_2(U_2) dU_1 dE \quad (7)$$

a fragmentpárok kinetikus-energia eloszlását pedig

$$P(E) \sim T(E) \cdot I(U)$$

írja le, ahol

$$I(U) = \int_0^{Q-E} \varrho_1(U_1) \cdot \varrho_2(Q-E-U_1) dU_1. \quad (8)$$

$T(E)$ az A_1 és A_2 tömegű, E relatív kinetikus energiájú fragmentek ütközésének és közbenső maggá olvadásának valószínűsége. Amikor a két fragment távol van egymástól, csak Coulomb-erők hatnak, míg a közvetlen ütközéskor és a fúzió tartományban a magerők játszanak igen fontos szerepet.

A legegyszerűbb modell alapján a két fragmentet mint két kölcsönható részecskét tekinthetjük, és a közöttük fellépő kölcsönhatást egy, a két fragment középpontjának relatív távolságától függő $V(r)$ potenciállal próbáljuk leírni. Ez a potenciál képviseli az $A_1 + A_2$ nukleonból álló rendszer kölcsönhatási energiáját a fúziós folyamat különböző közbenső fázisaiban.

Nagy r távolságoktól a kisebbek felé haladva a potenciál először egy taszító gátat jelent, ami egy maximum után erősen csökken. $T(E)$ ezen a potenciálon való áthatolás valószínűsége. Ez WKB közelítésben [Pr 62] a következő összefüggéssel adható meg:

$$T(E) \sim \exp \left\{ -\frac{2}{h} \int_R^{r_0} \sqrt{2m(V-E)} dr \right\} \quad (9)$$

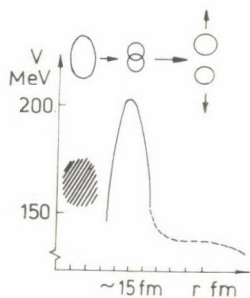
m a két szeparált fragment redukált tömege, az integrációs tartomány pedig a megfelelő potenciálgát-szélesség. Miután a $V(r)$ potenciál pontos alakját nem ismerjük, a következő általános feltételekből kell kiindulnunk:

- a) A potenciál és főleg annak maximális nagysága a fragmentek tömegétől és töltésétől függ. Feltehető, hogy a potenciál Coulomb-része a $Z_1 \cdot Z_2$ szorzattól, míg a magerőkből adódó tagja az A_1, A_2 tömegektől függ és héjeffektusokat mutathat.

- b) A potenciál két gerjesztett fragmentállapot és a compound magállapot közötti átmenetet írja le, és függhet attól, hogy melyik állapot alakul ki, vagyis leegyszerűsítve függhet a compound mag U_C gerjesztési energiájától.
- c) Ugyancsak függhet a potenciál a fragmentek teljes gerjesztési energiájától (\bar{U}). Gyakorlatilag azonban, miután fennáll a (6) összefüggés, az \bar{U} -tól való függés gyakorlatilag az \bar{E} -től való függéstől megkülönböztethetetlen.

A továbbiakban feltételezzük, hogy legalább is első közelítésben $V(r)$ -nek a fragmentek gerjesztési energiájától való függése kicsi és nem játszik jelentős szerepet.

A hasadási fragmentek kinetikus-energia eloszlására vonatkozó kísérleti adatokból így a statisztikus modell keretein belül (8) összefüggést használva közvetlen információkat nyerhetünk a $T(E)$ függésre és ebből vissza-következtethetünk a $V(r)$ potenciál alakjára, ami mind a hasadási, mind a nehézion-reakciókban rendkívüli fontosságú. Anélkül, hogy a részletekbe bocsátkoznánk, a [Fa 70] munkára hivatkozunk, ahol a 11. ábrán látható potenciált származtatták. Az eredmény azt mutatja, hogy a két fragment fúziója adott kinetikus energia alatt egy majdnem parabola alakú, meglehetősen keskeny potenciálgáton keresztül alagúteffektussal történik. A potenciálgát maximális magassága 210 MeV körül van és közelítőleg parabola alakú közel 150 MeV-ig, a fragmentek kinetikus-energia spektrumának alsó határáig. A potenciál nagy távolságokra átmegy a tiszta Coulomb-potenciálba, az ettől való eltérés 20–22 fermi alatt kezdődik. Feltevés szerint itt kezdődik a vonzó magerők hosszú hatótávolságú komponensének hatása. Ez a kölcsönhatás már lényegesen befolyásolja a fragmentek deformációját, vibrációját.



11. ábra. Két kialakult hasadási termék mag szét-szakadási folyamatánál fellépő potenciálgát [Fa 70]

Ahogy a fragmentek tovább közelednek, a megnövekvő vonzó magerők kiegyensúlyozzák a taszító Coulomb-potenciált és egy meglehetősen lapos szakasz alakul ki. Még kisebb távolságoknál már erős taszító magerők lépnek fel, a potenciál élesen emelkedik és itt alakul ki a kváziparabola alak, aminek maximuma ~ 15 fm-nél van. Ennél még kisebb távolságokra a két mag nukleonjainak olyan átrendeződése megy végbe, ami az új, egybeolvadt mag kialakulására vezet. Ebben az állapotban az új „self-consistent” potenciál kialakulásáig a „potenciál” fogalom használata érvényét veszti. Ettől a szakasztól eltekintve a két mag között ható potenciál a fentieknek megfelelően a következőképpen írható le:

$$V = V_C + V_N + V_R \quad (10)$$

ahol V_C a Coulomb-potenciál, V_N és V_R a magerőkből adódó vonzó, illetve taszító potenciálok.

Ahhoz, hogy a potenciál sima szakaszát megkapjuk, V_N erőssége legalább 30 MeV körül van. A parabola alakú potenciáltartomány helyéből és nagyságából $V_C \approx 200$ MeV, $V_R \approx 50$ –70 MeV-nek adódik.

A taszító potenciál természetére vonatkozóan Greiner és munkatársai [Sc 68], továbbá Sona és Erba [Ga 69] végeztek számolásokat. Azt tételezték fel, hogy az ütközéskor a két mag anyaga egymásba hatol és az átfedési tartományban a mag-anyagsűrűség jóval nagyobb, mint az egyensúlyi maganyagsűrűség és ez egy durván

50 MeV/fermi nagyságú taszító erőhöz vezet. Ütközéskor a magok átmennek ezen a konfiguráción, majd a potenciális energia nukleonátrendeződéssel redukálódik. Ezt a folyamatot, mivel feltételezés szerint reverzibilis folyamatról van szó; a hasadási reakció oldaláról is vizsgálhatjuk. Ekkor a compound mag nukleonjainak pályája rendeződik úgy, hogy kialakulnak az érintkező leendő magok — és így alakul ki a potenciálgát is.

Ez a potenciálgát azoknak a konfigurációknak felel meg, amelyeket a fúzió, illetve szétszakadás hirtelen dinamikus modelljében feltételeztünk, és meg kell különböztetnünk a magok folytonos deformációját leíró Bohr-féle nyeregpontri potenciáltól.

A szokásos statisztikus modellekben $T(E)$ a kinetikus-energia eloszlást leíró faktor csupán, a fenti mélyebb, „mikroszkopikus” értelmezés nélkül.

A statisztikus modellek fontos alkotóeleme a magok nívósűrűségeinek ismerete. Ezek általános elméletére itt azonban nem térhetünk ki, csak a széles körű irodalomra utalhatunk [Bo 69]. A későbbiekben a konkrét számolásokkal kapcsolatban a kérdés bizonyos vonatkozásaira még röviden visszatérünk.

Mielőtt rátérnénk a maghasadási reakció egyik különösen érdekes területére, a reakcióban keletkező neutronok kibocsátási mechanizmusának és az abból levonható következtetéseknek a tárgyalására, megpróbáljuk röviden felidézni a közbenső magból történő neutronemisszió általános elméletét.

IV. Közbenső állapotú magok bomlásának elmélete

A hosszú élettartamú, igen keskeny rezonanciaszélességeket mutató magreakciók leírására *N. Bohr* [Bo 36] a közbenső (compound) magmodellt állította fel. Ennek lényege az, hogy a magban a gerjesztési energia a nukleonok közötti erős kölcsönhatás következtében csaknem egyenletesen az összes nukleonra szétoszlik, a kialakult rendszer így nem képes azonnal részecskekibocsátás útján elbomlani és a természetes magfizikai időegységekhez képest hosszú élettartamú közbenső mag jön létre. A közbenső mag elméletének igen fontos része az a feltevés, hogy a közbenső mag bomlási módjainak valószínűsége egyedül annak jellemző adataitól függ, a kialakulás körülményeitől független.

Tekintsük egy α kezdeti, illetve β végállapot közötti reakció $\sigma_{\alpha\beta}$ teljes hatáskeresztmetszetét, α illetve β jelzik a kezdeti, illetve a végállapotban levő részecskéket és azok gerjesztettségi állapotát is. Az egyszerűség kedvéért a továbbiakban mindig arra a lényegre nem érintő egyszerűsítésre gondolunk, amikor mind az α , mind a β csatornában az egyik részecske belső gerjesztés nélküli, „egyszerű” részecske, például neutron, proton, alfarészecske. Az említett függetlenségi feltevés alapján

$$\sigma_{\alpha,\beta} = \sigma_{\alpha C} \cdot \sigma_{\beta} \quad (11)$$

ahol $\sigma_{\alpha C}$ a közbenső mag keletkezési hatáskeresztmetszete az α csatornában, míg σ_{β} a β csatornába történő bomlás valószínűsége. Fennáll, hogy

$$\sum_{\beta} G_{\beta} = 1.$$

Így

$$G_{\beta} = \Gamma_{\beta} / \Gamma \quad (12)$$

ahol $\Gamma = \sum_{\beta'} \Gamma_{\beta'}$ a teljes bomlási szélesség, és az összegezések az összes lehetséges bomlási csatornára, β -t is beleszámítva, értendő.

A magreakciók részleges egyensúlyának már az előző fejezetben is említett elvét, vagyis, hogy

$$\sigma_{\alpha\beta} \cdot k_{\alpha}^2 = \sigma_{\beta\alpha} \cdot k_{\beta}^2$$

alkalmazva, (11)-et az inverz reakcióra is felírva, Γ_{β} -ra azt kapjuk, hogy

$$\Gamma_{\beta} = \sigma_{\beta C} \cdot k_{\beta}^2 \cdot \frac{\Gamma_{\alpha}}{\Gamma \cdot k_{\alpha}^2} = \sigma_{\beta} \cdot k_{\beta}^2 \cdot F \quad (13)$$

Itt F egy β -től független tényezőt jelöl. (13) alapján (12) felhasználásával

$$\sigma_{\beta} = \sigma_{\beta C} \cdot k_{\beta}^2 \cdot \left[\sum_{\beta'} \sigma_{\beta' C} \cdot k_{\beta'}^2 \right]^{-1} \quad (14)$$

A közbenső mag keletkezési és bomlási valószínűsége alapvetően függ az állapotfüggvény magon kívüli és azon belüli amplitúdóinak viszonyától. Ezt az amplitúdóviszonyt, az adott csatornában a magfelületen való áthatolás mértékét fejezi ki a T átteresztő képesség. Modellünk alapján egyedül ezek határozzák meg a közbenső mag kialakulásának, illetve bomlásának valószínűségét. Konkrét esetekben ezek a T faktorok a rendszer Schrödinger-egyenletének egy realizisztikus $V(r)$ átlagpotenciállal (optikai potenciál) történő megoldásából származtathatók. Ennek megfelelően az így számolt értékek az egyes rezonanciákra átlagolt értékek. Ezért

$$\sigma_{\alpha C} \rightarrow \langle \sigma_{\alpha C} \rangle = \frac{\pi}{k_{\alpha}^2} \cdot T_{\alpha}$$

$$\sigma_{\beta C} \rightarrow \langle \sigma_{\beta C} \rangle = \frac{\pi}{k_{\beta}^2} \cdot T_{\beta}$$

helyettesítéseket kell elvégeznünk, akkor (11) és (14) alapján a

$$\langle \sigma_{\alpha\beta} \rangle = \frac{\pi}{k_{\alpha}^2} \cdot T_{\alpha} \cdot \frac{T_{\beta}}{\sum_{\beta'} T_{\beta'}} \quad (15)$$

kifejezéshez jutunk. Ha az impulzusmomentum-viszonyokat is figyelembe vesszük, akkor a közbenső-mag modell általánosabb formájának, a *Hauser—Feshbach*-elméletnek [Ha 52, La 58] a végállapot szögeloszlásra integrált, a közbenső-rezonancia struktúrára átlagolt kifejezéséhez jutunk.

Az $\langle \rangle$ átlagolást a továbbiakban külön nem jelölve

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{\pi}{k_{\alpha}^2} \sum_{J, \pi} \frac{2J+1}{(2I+1)(2i+1)} \left\{ \sum_{s, l} T_l(\alpha) \right\} \left\{ \frac{\sum_{s', l'} T_{l'}(\beta)}{\sum_{\beta'', s'', l''} T_{l''}(\beta)} \right\} \quad (16)$$

ahol I és i az α csatornában levő részecskék saját- spin értékei, $\mathbf{s} = \mathbf{I} + \mathbf{i}$ a csatorna-spin, l a pályaimpulzus-momentumuk, $\mathbf{J} = \mathbf{I} + \mathbf{s}$ a teljes impulzusmomentum, a vesszős jelölések pedig értelemszerűen a β kimenő csatornára vonatkoznak

Amint (16)-ból látható, a Hauser—Feshbach-elmélet a közbenső mag állapotaira átlagolt reakció-hatáskeresztmetszetet az optikai modellből jól ismert „magfelület-áthatalási tényezőkre” vezeti vissza. Ebben az elméletben a végmagok diszkrét gerjesztett állapotaira vezető reakciók is automatikusan tárgyalhatók.

Ami az áteresztési tényezők tulajdonságait illeti, itt elsősorban az igen széles körű szakirodalomra utalunk. Optikai modellszámolásokban a bombázó részecske és mag kölcsönhatását leíró kölcsönhatás három fő részből tevődik össze:

- 1) Coulomb-kölcsönhatás, ami nagy távolságoknál $\frac{Z_1 \cdot Z_2 \cdot e^2}{r}$ alakú, ahol $Z_1 e$ és $Z_2 e$ a bombázó részecske töltése, a targetmagon belül pedig a véges töltéscsözlésnek megfelelő Coulomb-potenciál.
- 2) Az $\frac{l(l+1)\hbar^2}{mr^2}$ típusú centrifugális potenciál, ahol m a redukált tömeg, l a relatív pályamomentum.
- 3) A magerőkből adódó komplex potenciál, amelynek képzetes része a mag belsejében közelítőleg konstans. A magsugár környékén nullává válik.

Az elmondottaknak megfelelő potenciálok alakja látható a 12. ábrán. Az eredő potenciállal megoldott Schrödinger-egyenlet szolgáltatja a szükséges áteresztési tényezőket.

A (16)-ban a T_l áteresztési tényezőket J -től és s -től függetlennek tételeztük fel. Ez azonban csak akkor igaz, ha az optikai-modell potenciál spinpálya-csatolást leíró tagot nem tartalmaz. Általánosan $T_{lj(s)}$ áteresztési függvényeket kell használnunk, ahol

$$J = i + l.$$

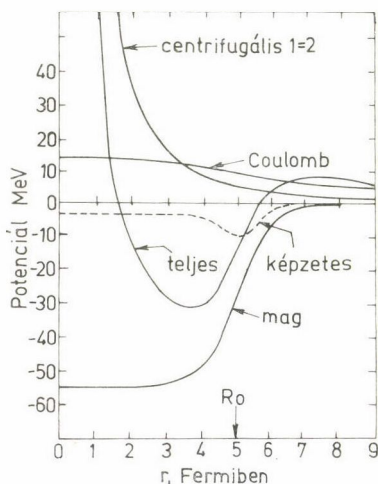
Ha a közbenső magállapotokon keresztül történő magreakciónál adott E_0 bombázó energia mellett, vagy másképpen adott $E_C = E_0 + B_a$ közbenső mag gerjesztési energiánál (B_a a bombázó részecske kötési energiája a targetmagon) a β típusú részecske kibocsátás teljes hatáskeresztmetszete iránt érdeklődünk, (16) kifejezést a β csatornában visszamaradó maradék mag vagy a kirepülő részecske lehetséges állapotaira összegezni kell, azaz

$$\sigma(E_a) = \sum \sigma_{\alpha\beta} \quad (17)$$

maradék mag állapotaira.

Ha közbenső mag gerjesztési energiája nő, (17) közvetlen módon már nem alkalmazható, mert a szóbjövő nagyszámú, igen közeli végállapot esetén már nem lehet az egyedi nivók energiájáról, spinjéről vagy paritásáról beszélni.

Tegyük fel, hogy a szóban forgó maradék mag nivóinak említett jellemzőit legalább egy (E_k^0, I_k^0, π_k^0) nivóig ismerjük az egyedi nivókra, e fölött csak a nivók $\varrho(E, I, \pi)$ sűrűségét ismerjük. Ha az E_C gerjesztési energia olyan, hogy $E_k > E_k^0$



12. ábra. A transzmissziós függvényeket meghatározó potenciálok általános vázlata. A mértékviszonyok $l=2$ -es pályamomentumú protonokra és ^{64}Cu magra jellemzők [Vo 68]

nívók is gerjesztődhetnek, akkor ezekre a nívókra az összegezést integrálás váltja fel. Ekkor (16) értelemszerű általánosításával:

$$\sigma(E_x) = \frac{\pi}{k_x^2} \cdot \sum_{i, j, J, \pi} \frac{2J+1}{(2I+1)(2i+1)} \cdot T_{i, J}^J(E_x) \cdot \frac{1}{D} \cdot \left\{ \sum_{(I_k, E_k, \pi_k)}^{I_k^0, E_k^0, \pi_k^0} T_{I_k, j_k}^J(E_C - E_k - B_n) + \int_{E_k}^{E_C - B_n} \sum_{I_k, \pi_k} \sum_{j_k, l_k} T_{I_k, j_k}^J(E_C - E_k - B_n) \varrho_\beta(E_k, I_k, \pi_k) dE_k \right\} \quad (18)$$

ahol D a kapcsos zárójelben álló kifejezés összege az összes szóbjövő β'' csatornára. Természetesen mindig az adott β'' csatornára vonatkozó nívósűrűség, kötési energiák, illetve (E_k^0, I_k^0, π_k^0) határnívó használandó.

Az impulzusmomentum-értékeknél az összegezések természetesen az impulzusmomentum-összegezési szabályok által megengedett értékekre terjednek ki.

(11) és (16), illetve (18) kifejezések összehasonlításából a β csatornába történő bomlás valószínűsége G_β közvetlenül leolvasható. [(18) az összes végállapotra összegezett, illetve integrált kifejezés.]

Sok esetben, például, ha a β csatorna egy $A-1$ maradék mag és egy E energiájú kirepülő neutron ($i'=1/2$), (16)-ban elég csupán a $T_{i'=0}(\beta)$ átérésztési függvény figyelembevétele. Ebben az esetben (16) és (18) kifejezések nagyon leegyszerűsödnek.

A továbbiakban erre az esetre szorítkozunk. A közbenső magokból kibocsátott neutronok energiaspektruma a 13. ábrán látható tipikus alakot mutatja. A spektrum végén látható az egyedi, diszkrét nívókból, másutt a folytonos nívóeloszlásból adódó járulékok.

Az előzők alapján a kibocsátott neutronok $N(E) dE$ energiaspektruma

$$N(E) dE \sim \sum G_\beta$$

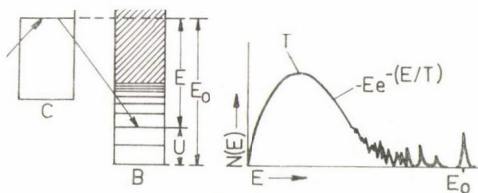
ahol az összekezés a dE intervallumba eső csatornákra vonatkozik. Ha azt tételezzük fel, hogy G_β ebben az intervallumban konstans

$$N(E) dE \sim G_\beta \cdot \varrho_\beta(E_k) dE$$

ahol $\varrho_\beta(E_k)$ a dE energiaintervallumban levő csatornák sűrűsége (ami természetesen a maradék mag nívósűrűségével egyezik meg). Itt G_β (14) alatti kifejezését és az $E_C - E - B_n = E_k$ összefüggést felhasználva

$$N(E) dE \sim E \cdot \sigma_{nC}(E) \cdot \varrho_{A-1}(E_C - E - B_n) dE, \quad (19)$$

az eredeti Weisskopf-féle kifejezést kapjuk vissza [Bl 52, Pr 62]. Ha az előzők során



13. ábra. Közbenső magreakcióban kibocsátott neutronok jellegzetes energiaspektruma

még azt is feltételezzük, hogy csak a neutronemissziós csatornákkal kell számolnunk, akkor [Pr 62] azt kapjuk, hogy

$$N(E) dE = \frac{2m}{\pi^2 \hbar^3} \cdot E \cdot \sigma_{nC}(E) \frac{\varrho_{A-i}(E_C - E - B_n)}{\varrho_A(E_C)} dE \quad (20)$$

itt m az A mag és a neutron redukált tömege, $\varrho_{A-i}(E_C - E - B_n)$ a maradék mag, $\varrho_A(E_C)$ pedig a közbenső mag nívósűrűsége.

A szokásos „termodinamikai” tárgyalásmód [Pr 62] az, hogy a $\varrho_{A-i}(\bar{E}_C - E)$ nívósűrűséget ($\bar{E}_C = E_C - B_n$)

$$\varrho(\bar{E}_C - E) = \varrho(0) e^{S(\bar{E}_C - E)/k}$$

alakba írjuk és az $S(\bar{E}_C - E)$ függvényt az \bar{E}_C közelében sorbafejtjük

$$S(\bar{E}_C - E) = S(\bar{E}_C) - E \cdot \left. \frac{dS}{dE} \right|_{E=0} + \dots$$

A $\frac{dS}{dE} = \frac{1}{T}$ jelölést bevezetve

$$\varrho(\bar{E}_C - E) \sim \text{konstans} \cdot e^{-\frac{E}{kT}} \quad (21)$$

$k=1$ mértékválasztással adódik (19)-ből, hogy

$$N(E) dE \sim E \cdot \sigma_{nC}(E) \cdot \exp(-E/T) dE \quad (22)$$

Ebből a $\sigma_{nC}(E) \approx \text{konstans}$ feltevéssel kapjuk az

$$N(E) dE \sim E \cdot \exp(-E/T) \quad (23)$$

ún. párolgási spektrumot [Bl 52], illetve a $\sigma_{nC}(E) \approx 1/\sqrt{E}$ feltevéssel a

$$N(E) dE \sim \sqrt{E} \cdot \exp(-E/T) dE \quad (24)$$

ún. Maxwell-spektrumot.

A (22) kifejezéshez vezető feltételezések erős megszorításokat tartalmaznak a (23) és (24) kifejezések érvényességi körét illetően. Ennek ellenére ezek a függvényalakok, egy szabad paraméterrel T jól beváltak a közbenső magon keresztül történő magreakciókban kibocsátott neutronok energiaeloszlásának leírására.

Ahhoz azonban, hogy a közbenső reakciómodell keretében szélesebb mag- és energiatartományra érvényes leírást kapjunk, továbbá, hogy csak jól indokolható közelítéseket alkalmazzunk a (19) és (20) kifejezésekben realisztikus nívósűrűségeket kell használnunk. A (11)-hez vezető sorfejtés nehezen indokolható, hiszen az $E_C - B_n \gg E$ egyenlőtlenség csak igen korlátozott érvényű.

Itt kell azonban rámutatnunk arra, hogy a (23), (24) alakú függést maguk a nívósűrűségek mutathatják [Gi 65] az alacsonyenergiájú tartományban és így ez, és nem a sorfejtés jogossága magyarázhatja a kísérletekkel való jó egyezést. Magasabb gerjesztéseknél általános statisztikus mechanikai megfontolásokból

$$\varrho(E) \sim \varrho(0) \cdot \exp(2\sqrt{aE}) \quad (25)$$

alakú kifejezés adódik, ahol a , az ún. nívósűrűség-paraméter tartalmazza sűrítve a rendszer belső tulajdonságait.

A nívósűrűség spin, paritás és más kvantumszámoktól való függvényével, a héj-effektusok és párenergia szerepével kapcsolatban itt most csak az irodalomra hivatkozhatunk [Bo 69].

Röviden foglalkoznunk kell azonban az előzőekben vázolt közbenső-mag modell alkalmazhatósági körével: a modell a hatáskeresztmetszetekben alacsony gerjesztési energián tapasztalt keskeny rezonanciák értelmezésére született. A gerjesztési energia növekedésével a nívók szélesednek, a nívósűrűség nő. 10–20 MeV-es gerjesztési energia felett a nívótávolságok kisebbek, mint azok szélessége, átlapolódnak és a gerjesztési függvényben nem rezonanciákat, hanem statisztikus fluktuációkat tapasztalunk [Er 66]. Természetesen a növekvő bombázó energia mellett a direkt reakciók járuléka egyre jelentősebb lesz, ennek ellenére a közbenső magreakció járulékanak számolására a fenti modell jól alkalmazható. A modell és más magmodellek viszonyának kérdésével kapcsolatban itt most csak újra a széles körű irodalomra utalhatunk [Ne 71]. Külön ki kell említeni, hogy az újabb vizsgálatok arra mutatnak: a közbenső magnak az egyrészcseke-, doorway- és még bonyolultabb gerjesztések sorozatán keresztül történő kialakulása előtt is előfordulhat részcseke-emisszió. Ezek általában a spektrum nagyenergiás részében (neutronemisszió esetén 6 MeV felett) adnak számottevő járulékot. Az egyensúly előtti állapotok tulajdonságainak tisztázása sok érdekes kérdésre adhat még választ [Gr 66, Bl 70]. A tapasztalat azt mutatja, hogy részcsekepárolgási folyamatok még igen nagy energiánál, pl. (α, xn) reakciónál $E_x \sim 100$ MeV, $x = 1-8$ esetén is elég jól leírhatók statisztikus tárgyalásmód segítségével, a közbenső magmodell alapján.

A hasadási reakcióknál maga a hasadási folyamat is közbenső állapotok sorozatán megy keresztül, és az erős magátrendeződés után keletkezett termékmagok lebomlásánál is a közbenső magmodellel alapuló tárgyalást tekinthetjük a legmegfelelőbbnek.

IV. 1. *Közbenső mag egyensúlyi állapotát megelőző, egyensúly előtti magállapotok bomlásai*

Ha az előző fejezetben röviden ismertetett közbenső mag kialakulásának időbeli folyamatát tekintjük, akkor elképzeléseink szerint az egyes állapotok nukleon-nukleon ütközések sorozata útján alakulnak ki és ezek az ütközések vezetnek az egyre bonyolultabb egyensúlyi konfiguráció kialakulása felé. Az első ütközések utáni 2 részcseke — 1 lyuk doorway-állapotok egyre bonyolultabb gerjesztések kialakulásához vezetnek és a magreakció során létrejön a közbenső állapot, mint fokozódó bonyolultságú konfigurációk szuperpozíciója. A szokásos közbenső-mag képben csak az igen sok részcseke — igen sok lyuk gerjesztéseket leíró domináns komponenseket szoktuk figyelembe venni. Ekkor a gerjesztési energia igen sok nukleonra oszlik el, egy kváziegyensúlyi eloszlás alakul ki.

Az utóbbi években egyre nagyobb érdeklődés nyilvánul meg a közbenső mag kialakulása felé vezető út első szakaszának (doorway-állapotok) tanulmányozása mellett az egyensúly kialakulása előtti magállapotok tulajdonságainak és a reakció-hatáskeresztmetszetekre gyakorolt hatásaiknak vizsgálata iránt.

Griffin [Gr 68] egyszerű modellt javasolt a nem egyensúlyi, statisztikus mag-

reakciók tárgyalására. A modell abból indul ki, hogy a kezdeti gerjesztési energia (esetünkben szándékosan kerüljük a beeső részecske energiájának említését, mert ez az általánosság megszorításával a maghasadási alkalmazásokat kizárná) néhány részecske és lyuk gerjesztésére fordítódik és a rendszer kétrészecske-kölcsönhatások sorozatán keresztül tart egyensúlyi részecske-lyuk (közös szóval exciton) eloszlás felé. Minden egyes közbelső állapot bomlási valószínűségét fázis-térfogat megfontolások alapján határozhatjuk meg. A kéttest-kölcsönhatásokra való szorítkozás azt jelenti, hogy az egyes lépésekben az energiamegmaradásnak megfelelő átmenetekben az excitonok számának megváltozása $\Delta n = 0, \pm 2$ lehet. Ha az átmeneti mátrixelemekre statisztikus feltevés alapján egy átlagos M értéket tételezünk fel, a bomlási valószínűségek csak a mag gerjesztési energiájától és a maradék magok energiájától függnék.

Feltételezés szerint mindig kilép egy részecske, ha olyan átmenet történik, hogy az egyik exciton E energiája a kontinuumba esik. A maradék excitonok osztoznak a maradék $U = E^* - (E + B)$ energián, ahol B a kibocsátott részecske kötési energiája.

A kezdeti, mondjuk egy-excitonos függetlenrészecske-modell állapotból a maradék kölcsönhatások révén az egymásután következő átmenetek az $n=3, 5, 7 \dots$ exciton állapotra vezetnek.

Minden lépésnél bizonyos kis valószínűséggel történhet bomlás. Ezeket a „pre-compound” bomlásokat röviden a következőképpen tárgyalhatjuk:

Az n részecske+lyuk állapotból való E energiájú részecskeemisszió valószínűsége [B1 68, B1 70]

$$\omega_n(E) = \frac{m \cdot \sigma}{\pi^2 \hbar^3} E \cdot \frac{\varrho_{n-1}(U)}{\varrho_n(E^*)} \quad (26)$$

ahol m az említett részecske és a maradék mag redukált tömege, σ az inverz hatáskeresztmetszet, $\varrho_{n-1}(U)$ a maradék mag, $\varrho_n(E^*)$ az n részecske+lyuk állapotok sűrűsége. (26)-ot még meg kell szoroznunk az n részecske+lyuk állapot átlagos τ_n élettartamával, hogy a bomlási valószínűséget megkapjuk.

A kibocsátott részecske S spinjének megfelelően egy $(2S+1)$ -es szorzótényező figyelembevétel után a $P_n(E) dE$ bomlási valószínűség

$$P_n(E) dE = (2S+1) \omega_n(E) \cdot \tau_n \cdot dE \quad (27)$$

Mivel $\varrho_n(E)$ n függvényében nagyon gyorsan nő, azt a közelítő feltevést tehetjük, hogy az átmenetek lényegesen nagyobbak $n \ll \bar{n}$ esetén, ahol \bar{n} a legvalószínűbb egyensúlyi excitoneloszlás az egyensúlyi állapotban. Ha kéttest transzfer mechanizmusra szorítkozunk, a $\Delta n = 0, \pm 2$ kiválasztási szabályból, azzal a feltevéssel, hogy a fenti esetben a folyamat a nagyobb excitonszám felé tart, a domináns $\Delta n = +2$ egyenlőséghez jutunk. Az egyensúly előtti bomlás valószínűségét az összes lehetséges excitonszám figyelembevétel esetén kaphatjuk. Ha ennek kezdeti értéke n_i :

$$P(E) dE = \sum_{\substack{n=n_i \\ \Delta n=+2}}^{\bar{n}} P_n(E) dE = \frac{(2S+1)m \cdot \sigma}{\pi^2 \hbar^3} \cdot E \cdot \sum_{\substack{n=n_i \\ \Delta n=+2}}^{\bar{n}} \frac{\varrho_{n-1}(U)}{\varrho_n(E)} \cdot \tau_n \cdot dE \quad (28)$$

A $\Delta n = +2$ feltevés nyilván nagyon rossz közelítés, ha $n \rightarrow \bar{n}$. Igen fontos azonban megjegyezni, hogy a fenti sorok $n \ll \bar{n}$ esetén elég jól konvergálnak. Ha $n \rightarrow \bar{n}$ -hoz, a gerjesztés egyre nagyobb számú részecske+lyukra oszlik el és annak valószínűsége,

hogy ezek a bomláshoz szükséges elég nagy energiára tegyenek szert, exponenciálisan csökken. Így a nukleonrendszer vagy elég korán szenved egyensúly előtti bomlást, vagy a későbbi szakaszban, inkább az átmenetek dominálnak, amelyek a bomlással szemben az egyensúlyi állapot felé vezetnek, ahol többszörös „ütközés”, átmenet után történik részecskeemisszió. Az egyensúlyhoz közeledve az exponenciálisan kicsi ütközés előtti emisszióvalószínűség már az ütközések exponenciális nagy számával szorozódik, és ez a helyzet felel meg a szokásos közbenső magmodell-képnek.

Kérdés még az exciton állapotok élettartama. Griffin időfüggő perturbációszámítással az $n \rightarrow n'$ átmeneti valószínűségekre a következő becslést használja:

$$\omega_{n',n} = \frac{2\pi}{\hbar} |M|^2 \varrho_n(E). \quad (29)$$

Mivel nem minden nívó hozzáférhető az n állapotból ($n' = n \pm 2$), a kéttest-kölcsönhatásból származó átlagos $\omega_{n',n}$ mátrixelemnek csökkenni kell nagyobb n értékekre.

Blann azzal a feltevéssel élt, hogy $|M|^2 \sim 1/\varrho_n$ ami az összes n értékre konstans élettartamhoz vezet.

A p részecske és h lyuk esetén kialakuló nívósűrűségekre [Er 60] a következő kifejezéseket használhatjuk:

$$\varrho_{p,h}(E) = \frac{g \cdot (gE)^{p+h-1}}{p! h! (p+h-1)!}$$

ahol g az átlagos egyrészecske-nívósűrűség. A legvalószínűbb excitonszámra

$$\bar{n} = \sqrt{2gE}$$

adódik.

A teljes nívósűrűsége

$$\varrho_n(E) \sim E^{-1} \exp(2\sqrt{2gE}) \quad (31)$$

adódik.

Griffin [Gr 66] azt feltételezve, hogy a részecskék és lyukak megkülönböztethetetlenek, a

$$\varrho_n(E) = \frac{g(gE)^{n-1}}{n!(n-1)!} \quad (32)$$

kifejezésre, illetve a hozzá tartozó

$$n = \sqrt{gE}$$

$$\varrho_n(E) \sim E^{-3/4} \exp(2\sqrt{gE}) \quad (33)$$

kifejezésekre jutott.

Látható, hogy mindkét esetben $\varrho_n(E)$ kifejezése eltér a megfelelő

$$E^{-1} \exp\left(\frac{1}{6} \pi^2 gE\right) \quad (34)$$

egy-fermion nívósűrűségtől. Ennek oka az, hogy (31), ill. (33) levezetésénél az n -ben csak a legnagyobb hatványú tagokat vették figyelembe. Ugyanakkor adott gE esetén n növekedésével az alacsonyabb rendű tagok járuléka is jelentőssé válik. Így n növekedésével (31), illetve (33) szerinti közelítés jogossága egyre inkább romlik.

Amint említettük azonban, az egyensúly előtti emisszió járuléka elsősorban

kis n -ek esetén dominál, így pl. (32) felhasználásával, továbbá a $\tau_n = \text{konstans}$ feltevéssel

$$P(E) dE \sim (2S + 1) \frac{m \cdot \sigma \cdot E}{g \cdot E^*} \cdot \sum_{\substack{n=n_i \\ \Delta n = +2}}^{\bar{n}} \left(\frac{U}{E^*} \right)^{n-2} n(n-1) \quad (35)$$

kifejezéshez jutunk.

(32) helyett a (30) használata csupán az összegezésben szereplő $n(n-1)$ faktor $p(n-1)$ -re történő megváltozását jelenti, és ez nem okoz jelentős eltérést, miután (35)-t úgyis csak a spektrum viszonylagos menetének és nem abszolút értékének meghatározására használjuk. Az egyensúly előtti részecskeemisszió sok reakcióra jól értelmezi a közbelső-magmodellből adódó és a kísérleti spektrumok nagyenergiás részében mutatkozó eltéréseket. Sok esetben már az $n=3,5$ tagok figyelembevétele elég jó leírást biztosít [He 72].

Az általános hasadási modellek, valamint a közbelső magokból emittált részecskék elméletének vázlatos áttekintése után áttérhetünk a maghasadásnál keletkező neutronok tulajdonságainak, a kibocsátás mechanizmusának és ebből a hasadási reakció mechanizmusára levonható következtetésekre a tárgyalására.

V. A maghasadásnál keletkező prompt neutronok

Az alacsony energiákon végbemenő (termikus neutronokkal előidézett vagy spontán) meghasadási reakcióban keletkező hasadási termékek is általában magasan gerjesztett, erősen neutrontöbbletes magok. Gerjesztési energiájuk jelentős részét neutronok kibocsátásával vesztik el. A hasadási termékek és a belőlük kirepülő neutronok közötti szöggkorreláció alapján [Fr 52] arra lehet következtetni, hogy a keletkező neutronok kibocsátási idejének felső határa $4 \cdot 10^{-14}$ sec. Ezért ezeket a neutronokat prompt neutronoknak nevezzük, az egyes hasadási termékekből a prompt neutron-, gamma- és bétabomlást követően kibocsátott ún. késő neutronokkal szemben. Ez utóbbiak a szétszakadás után msec-sec nagyságrendű idő múlva bocsátódnak ki és körülbelül a prompt neutronok számának egy százalékát érik el.

A hasadási neutronok gyakorlati jelentőségének illusztrálására a hasadási láncreakcióban játszott szerepükre utalunk, s ugyanakkor ki kell emelnünk, hogy nem ennyire látványos, de ugyanolyan fontos a szerepük a hasadási reakció mechanizmusának és a keletkező erősen neutrontöbbletes magok fizikájának megismerésében.

A jelen munkában nem térünk ki a magasabb gerjesztési energiákon (néhány 10 MeV-es bemenő neutronenergiákon) történő hasadások esetére. Ott a későbbiekben ismertetendő számolásaink alkalmazása majd jó vizsgálati eszköz lehet, miután alacsonyabb gerjesztési energiákon jó egyezések adódtak a tapasztalattal.

V. 1. Hasadási prompt neutronok átlagos száma

Először a technikai alkalmazások követelményeinek gyors kielégítésére, valamint a kísérleti technika akkori lehetőségeinek megfelelően a teljes hasadási reakcióra jellemző olyan átlagos adatok mérésére törekedtek, mint a keletkező neutronok átlagos számának ($\bar{\nu}$) a hasadási reakció típusától, illetve a gerjesztési energiától való $\bar{\nu}(E_n)$ függése. Ezeket a reaktorfizikai szempontból fontos adatokat nagy pontossággal mérték. Tájékoztatónak csak néhány értéket idézünk itt. ^{233}U , ^{235}U

és ^{239}Pu 2200 m/sec sebességű neutronokkal történő bombázása [Ha 65], továbbá ^{252}Cf spontán hasadása esetén [Ho 63] a hasadási reakcióban kibocsátott prompt neutronok átlagos számát a következő kis táblázatban foglalhatjuk össze:

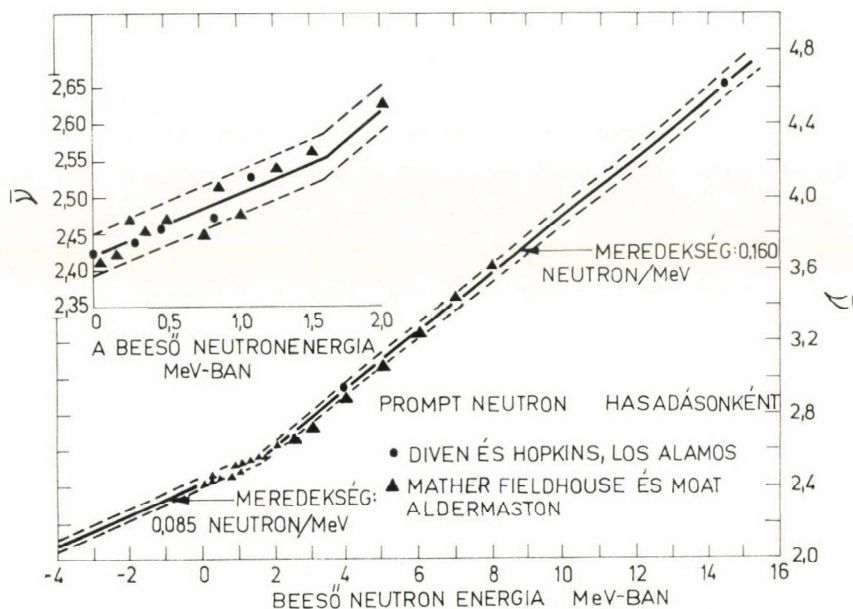
$$^{233}\text{U } n, f \quad 2,5075 \pm 0,0081$$

$$^{235}\text{U } n, f \quad 2,4422 \pm 0,0071$$

$$^{239}\text{Pu } n, f \quad 2,8807 \pm 0,0123$$

$$^{252}\text{Cf} \text{ spontán } 3,711 \pm 0,030$$

A hasadó mag gerjesztési energiájának növelésével az emittált neutronok száma is növekszik. Ha a gerjesztési energiátöbblet teljes egészében a hasadási termékmagok belső gerjesztésére fordítódna, akkor a $\bar{\nu}$ értéke első, durva közelítésben a gerjesztési energiával lineárisan növekedne. A mérési eredmények [Ho 63, Bl 63] azt mutatják, hogy az (n, f) reakcióban a bombázó neutron E_n energiájával a $\frac{d\bar{\nu}}{dE_n}$ értéke is változik. Ez bizonyos mértékig várható is, ha figyelembe vesszük, hogy többek között például a hasadási termékek tömegeloszlása is változik E_n -nel és ugyanakkor — mint már a dolgozat bevezetésében is említettük — a neutronkibocsátás erősen függ a hasadási termékek tömegszámától. A $\bar{\nu}(E_n)$ adatok ahhoz azonban még nem elég pontosak, hogy finomabb változások kimutathatók legyenek. Több mérési adataihoz illesztett $\bar{\nu}(E_n)$ függvényeket [Ke 65] mutat a 14. ábra.



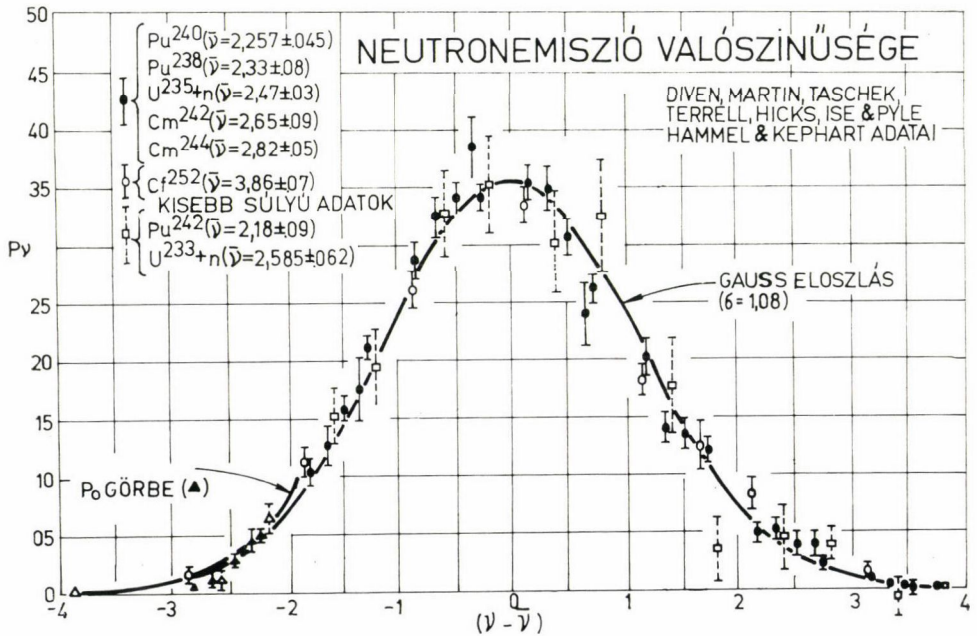
14. ábra. Hasadási prompt neutronok átlagos száma a gerjesztési energia függvényében [Ho 63]

Számos kísérletben arra a kérdésre akartak választ kapni, hogy milyen a ν neutronszám $\bar{\nu}$ átlagérték körüli eloszlása. A mérési eredményeket a 15. ábra foglalja össze. A mérési adatok ^{233}U , ^{235}U termikus és ^{238}Pu , ^{240}Pu , ^{242}Cm , ^{244}Cm és ^{252}Cf spontán hasadására vonatkoznak. A kihúzott vonal Gauss-görbe, Terrel elméleti becslésének eredménye [Te 57]. A neutronszám-eloszlások szélessége $\sigma^2 \approx 1,25$, kivéve ^{252}Cf esetén, ahol $\sigma^2 \approx 1,55 \pm 0,04$. Terrel azt mutatta meg [Te 57], hogy a következő feltételezések alapján:

- a neutronok minden energetikailag lehetséges esetben emittálódnak,
 - minden neutronemisszió a mag gerjesztési energiáját $\Delta E = E_0$ energiával csökkenti, ahol $E_0 = \bar{B}_n + \bar{E}$, az átlagos neutronkötési és kinetikus energia összege,
 - a teljes gerjesztési energiaeloszlás egy átlagérték körüli $\sigma_0 \cdot E_0$ szélességű Gauss-eloszlás,
- a ν db neutron megfigyelésének P_ν valószínűségére kumulatív alakban a következő kifejezés írható:

$$\sum_{n=0}^{\nu} P_n = (2\pi)^{-1/2} \cdot \int_{-\infty}^{(\nu - \bar{\nu} + 1/2 + b)/\sigma_0} \exp(-t^2/2) dt, \quad (36)$$

ahol $\sigma_0 = 1,08$, $\bar{\nu}$ pedig az átlagos teljes gerjesztési energiának megfelelő átlagos neutronszám, b egy kis korrekció ($b < 0,01$), lényegében a számolás során azt biztosítja, hogy ν negatív értéket ne vehessen fel. A folytonos Gauss-eloszlás a hasadási termékek teljes gerjesztési energiáját írja le. Ha E_0 , közelítőleg 6,7 MeV, akkor $\sigma_0 \cdot E_0 \sim 7$ MeV, ami jól egyezik a hasadási termékek kinetikus energiájának eloszlásából becsült értékkel.



15. ábra. A hasadási prompt neutronok számának átlag körüli eloszlása [Te 57]

Ugyanakkor figyelembe kell még vennünk, hogy σ_0^2 egy folytonos Gauss-eloszlás szórásnégyzete és nem a diszkrét neutrons szám-eloszlás paramétere. Ha egy diszkrét eloszlást egy folytonos eloszlás h szélességű szakaszaira való integrálással származtatunk, a két eloszlás szórásai között az ún. Sheppard-féle [Te 57] korrekció teremt kapcsolatot

$$\sigma^2 \approx \sigma_0^2 + h/12 \quad (37)$$

Jelen esetben $h=1$, így $\sigma_0=1,08$ $\sigma^2=1,25$ -nek felel meg, a 15. ábránál talált értékkel megegyezően.

Az $E_0 \sim 6,7$ MeV-ből egyúttal jó átlagos becslést kaphatunk a $\bar{v}(E_n)$ függés iránytangensére:

$$\frac{dv}{dE_n} \sim \frac{1}{E_0} = 0,149 \quad (38)$$

Amint látjuk, a neutrons szám-eloszlás meglehetősen közvetlenül összefügg a hasadási termékek gerjesztési energiájával. *Terrel* azt is megmutatta, hogy az eredmény nem függ lényeges mértékben attól, hogy a teljes gerjesztési energia hogyan oszlik meg a két fragment között, bár az egyedi hasadási termékek gerjesztési energiája igen erősen tömegszámfüggő.

V. 2. Hasadási prompt neutronok teljes energiaspektruma

Az összes hasadási neutronspektrum-számolás egyik alapfeltevése, hogy a neutronok a mozgó hasadási termékekből bocsátódnak ki. A mért, illetve az ezekből extrapolált neutrons szélességekből 10^{-16} sec-os élettartam, szögkorrelációs mérésekből pedig $4 \cdot 10^{-14}$ sec-os felső határ adódik a neutron kibocsátás élettartamára, a hasadási termékek pedig 10^{-20} sec alatt elérik maximális sebességüket. Így egy, a hasadási termékkel együttmozgó koordinátarendszerben a repülési irányhoz képest θ_{cm} szögben kibocsátott E_{cm} energiájú neutron energiája a laboratóriumi koordinátarendszerben egyszerű kinematikai megfontolás alapján

$$E = E_f + E_{cm} + 2\sqrt{E_f \cdot E_{cm}} \cdot \cos \theta_{cm}, \quad (39)$$

vagy

$$E_{cm} = E + E_f - 2\sqrt{E \cdot E_f} \cdot \cos \theta, \quad (40)$$

ahol θ a neutron repülési iránya a laboratóriumi rendszerben ugyancsak a hasadási termék repülési irányához képest, E_f pedig a hasadási termék E_k kinetikus energiájának egy nukleonra eső része, vagy pontosabban $m_n \cdot V_f^2/2$, a fragment sebességével mozgó neutron kinetikus energiája.

Így izotrop vagy legalább is 90° -ra szimmetrikus emissziós spektrum esetén az átlagenergiákra a következő összefüggés áll fenn:

$$\bar{E} = \bar{E}_f + \bar{E}_{cm} \quad (41)$$

Ha adott E_f és E_{cm} esetén a laboratóriumi rendszerben izotrop eloszlást tételezünk fel, egyenletes energiaeloszlást kapunk, nevezetesen

$$N(E) = \frac{1}{4} (E_f \cdot E_{cm})^{-1/2}, \quad \text{ha} \quad (\sqrt{E_{cm}} - \sqrt{E_f})^2 < E < (\sqrt{E_{cm}} + \sqrt{E_f})^2 \quad (42)$$

és $N(E)=0$ egyébként

Ha a mozgó koordinátarendszerben a neutronemisszió energiaspektruma $\varphi(E_{Cm})$, (42) alapján, adott E_f mellett

$$N(E) = \frac{(\sqrt{E} + \sqrt{E_f})^2}{(\sqrt{E} - \sqrt{E_f})^2} \frac{\varphi(E_{Cm})}{4(E_f E_{Cm})^{1/2}} dE_{Cm}. \quad (43)$$

(43)-ból (40) figyelembevételével könnyen belátható, hogy

$$N(E) \sim E^{1/2}, \quad \text{ha } E \rightarrow 0. \quad (44)$$

$\varphi(E_{Cm})$ alakjára különböző feltevésekkel éltek [Te 59].

1. *N. Feather* párolgási spektrumot tételezett fel

$$\varphi(E_{Cm}) = (E_{Cm}/T^2) \cdot \exp(-E_{Cm}/T)$$

ahol T a hasadási termék hőmérséklete, ebből

$$N(E) = (\pi^{1/2}/8E_f^{1/2} \cdot T^{1/2}) \cdot \{F[(2E/T)^{1/2} + (2E_f/T)^{1/2}] - F[(2E/T)^{1/2} - (2E_f/T)^{1/2}]\} \quad (45)$$

adódik, ahol

$$F(x) = -2x \cdot (2\pi)^{-1/2} \cdot \exp(-x^2/2) + (2\pi)^{-1/2} \int_{-x}^x \exp(-t^2/2) dt \quad (46)$$

Az \bar{E} átlagenergiára, illetve az E_p legvalószínűbb energiára a (45) Feather-eloszlásból az

$$\bar{E} = \bar{E}_f + 2T$$

$$\tanh(2E_p^{1/2} \cdot E_f^{1/2}/T) = (E_f/E_p)^{1/2} \quad (47)$$

összefüggéseket kapjuk.

2. Watt [Wa 52] a

$$\varphi(E_{Cm}) = (2/\pi^{1/2} \cdot T^{3/2}) \cdot E^{1/2} \cdot \exp(-E/T) \quad (48)$$

Maxwell-típusú eloszlást használta és így az

$$N(E) = (\pi E_f \cdot T)^{-1/2} \cdot \exp[-(E_f + E)/T] \cdot \sinh[2(E \cdot E_f)^{1/2}/T] \quad (49)$$

alakú Watt-spektrumhoz jutott. Ezzel az

$$\bar{E} = \bar{E}_f + T/2$$

$$\tanh(2E_p^{1/2} E_f^{1/2}/T) = 2(E_p E_f)^{1/2}/(E_p + E_f) \quad (50)$$

összefüggések adódtak.

3. Elméletileg kevésbé megalapozott, csupán gyakorlati jelentőségű volt az a feltevés, hogy a $\varphi(E_{Cm})$ -től eltekintve a laborrendszerben tételezzünk fel egy Maxwell-típusú eloszlást. Ekkor

$$N(E) = (2/\pi^{1/2} \cdot T^{1/2}) \cdot E^{1/2} \cdot \exp(-E/T)$$

$$\bar{E} = 3 \cdot T/2 \quad (51)$$

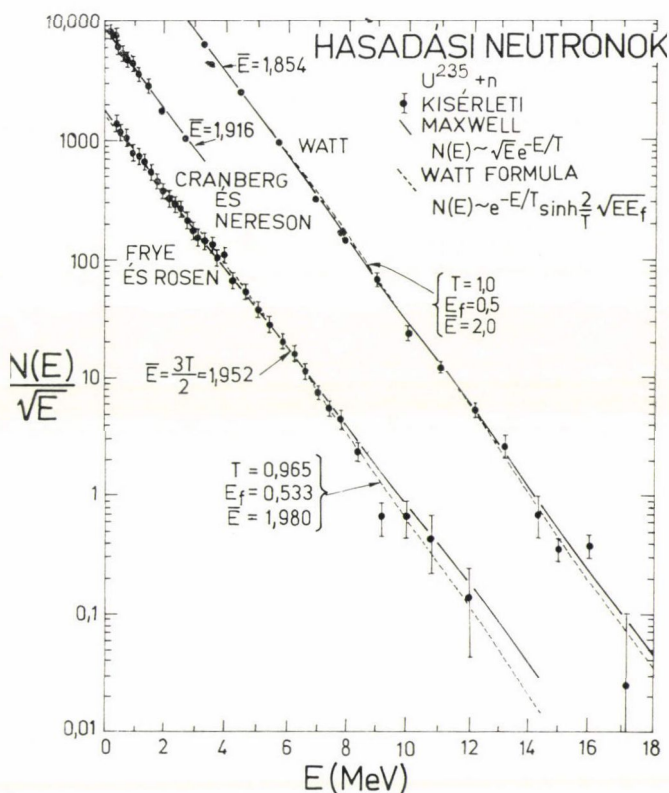
$$E_p = T/2 = \bar{E}/3$$

Bár mindhárom modellben T maghőmérséklet-jellegű mennyiség, észre kell vennünk, hogy T „csak” a nagyszámú különbözőképpen gerjesztett magból álló sokaság neutronemissziós spektrumának leírására használt fenomenologikus formula paramétere, közvetlen magfizikai információtartalom nélkül. Ezt a későbbiek folyamán részletesen is beláthatjuk.

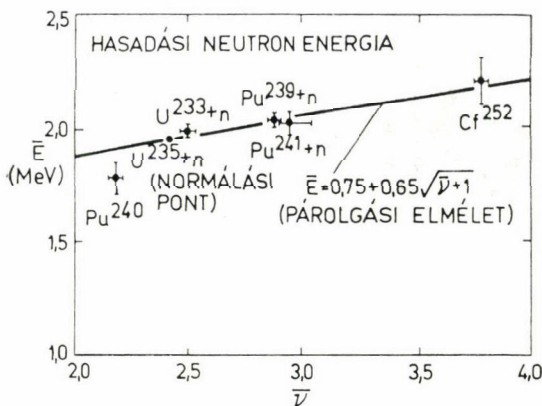
A 16. ábrán a ^{235}U termikus neutronok hatására történő hasadásnál keletkező neutronok spektruma látható. A Watt- és Maxwell-eloszlások között nincs nagy különbség, mindkettő elég jól illeszthető a kísérleti adatokhoz, ha azonban a Watt-eloszlásban a fragment kinetikus energiaadatokból számított $\bar{E}_f \approx 0,75$ MeV értéket használjuk, az egyezés elromlik. A tapasztalat azt mutatta, hogy a leírás jósága javul, ha legalább két különböző átlagenergiájú eloszlás összegét tételezzük fel, és az így kapott Watt-spektrumok összege jobban megközelíti a kísérleteket jól leíró laboratóriumi rendszerre vonatkozó Maxwell-eloszlást [Te 65]. Ezt a tapasztalatot a későbbi számolások folyamán igazoljuk.

Terrel [Te 59] $\varphi(E_{cm})$ párolgási spektrum feltételezésével, az átlagos gerjesztési energiára tett szokásos

$$U^* = aT^2 \sim (\bar{\nu} + 1)E_0$$



16. ábra. Hasadási prompt neutronok energiaeloszlása a ^{235}U (n, f) reakcióban [Te 59]



17. ábra. A laboratóriumi koordináta-rendszerben mért átlagos neutronenergiák és a neutronok átlagos száma közötti Terrel-féle összefüggés [Te 59]

dott, és a hasadó magok széles tartományára jó közelítő érték. A 0,65-ös tényező pedig a ^{235}U adataira ($\bar{v} = 2,44$, $\bar{E} = 1,95$ MeV) való normálásból adódik és $a \approx 11 \text{ MeV}^{-1}$ paraméterértéknek felel meg, amit a hasadási termékek nívósűrűség-paramétereinek átlagos értékeire egyébként is várnánk.

Ezek az átlagos tulajdonságokra vonatkozó, a kísérleti adatokkal meglepően jól egyező összefüggések azt mutatják, hogy az ilyen tömegeloszlásra átlagolt mennyiségek már elég durva becslésekkel leírhatók, ezek a mennyiségek a reakció finomabb, több magfizikai információt hordozó részleteire érzéketlenek. Ugyanakkor nem képesek számot adni olyan jelenségekről, mint a maghasadás részreakcióival kapcsolatos igen jelentős héjefektusok [Va 63], vagy például a spontán hasadásnál az $N(E)$ eloszlásban 1 MeV alatt tapasztalt spektrumanómália [Jé 70].

V. 3. Hasadási prompt neutronok szögeloszlása

Számos mérést végeztek a prompt neutronoknak a hasadási termékek repülési irányához mért szögeloszlása meghatározására. [Fr 52, Ra 58, Ka 63, Bl 62, Sk 63, Kl 66]. A laboratóriumi koordináta-rendszerben talált igen erős előre irányuló anizotrop szögeloszlásból következtethettek arra, hogy a neutronok a repülő fragmentekből emittálódnak [Fr 52] (^{239}Pu (n_{th}, f) reakcióra $N(0^\circ)/N(90^\circ) \approx 9$), illetve a könnyű fragment repülési irányára vonatkoztatott előre-hátra aszimmetriából (^{239}Pu (n_{th}, f) reakcióra $N(0^\circ)/N(180^\circ) \sim 1,72$) következtettek arra, hogy a könnyű hasadási termékek közel 30%-kal több neutront emittálnak.

Külön ki kell emelnünk Bowman, Thompson, Milton és Swiatecki ^{252}Cf spontán hasadására végzett [Bo 62], valamint Milton és Fraser [Mi 65] ^{233}U és ^{235}U (n_{erm}, f) reakcióra végzett méréseit, ahol a keletkező prompt neutronok energia- és szögeloszlását a hasadási termékek tömegével és kinetikus energiájával együtt mérték.

Ezek a mérések egyedülállóak és szinte a neutronemisszióra vonatkozó összes kísérleti információt tartalmazzák. A ^{252}Cf spontán hasadására vonatkozó eredmények [Bo 62] is azt mutatták, hogy a könnyű hasadási termékek közel 10%-kal több neut-

becslés alapján, ahol a a „párolgó” mag nívósűrűség-paramétere, az $\bar{E}_{Cm} = 2T$ átlagenergiára a következő összefüggést kapta:

$$\bar{E}_{Cm} \approx \frac{4}{3} [(\bar{v} + 1) \cdot E_0/2a]^{1/2} \quad (52)$$

E_0 és a értékeit megbecsülve, továbbá az $\bar{E}_f \approx 0,75$ MeV értéket (41)-be helyettesítve az

$$\bar{E} \approx 0,75 + 0,65 \cdot (\bar{v} + 1)^{1/2} \quad (53)$$

összefüggést kapta, ami a 17. ábra tanúsága szerint jól egyezik a kísérleti adatokkal.

Az $\bar{E}_f = 0,75 \pm 0,02$ MeV számos kísérleti adat átlagaként adó-

ront bocsátanak ki. A hasadási termékekhez rögzített koordináta-rendszerben a neutronkibocsátás jó közelítésben izotrop. A következtetések mellett *Bowman* és munkatársainak mérése [Bo 62] ^{252}Cf spontán, ill. *Skarsvåg* és *Bergheim* [Sk 63], valamint *Milton* és *Fraser* [Mi 65] mérései ^{235}U és ^{239}Pu termikus hasadására azt mutatták, hogy az összes neutronok 10–15%-a nem a mozgó fragmentekből, hanem közvetlen a szétszakadás (scission) pillanatában keletkezik.

Sargent és munkatársai [Sa 65] azonban ^{232}Th fotohasadásánál nem találtak ilyen scission-neutronokat. *Blinov* és munkatársai [Bl 66] ^{233}U és ^{235}U termikus hasadására végzett relatív mérései azt mutatták, hogy ha az egyik esetben van, akkor a másikban is kell lenni és fordítva.

Magasabb gerjesztési energiáknál a hasadást megelőző neutronemisszió egyre valószínűbb. Ezt erősítik meg *Cheifetz* és *Fraenkel* [Ch 68] ^{238}U és ^{238}Np $E_p=12$, illetve 17 MeV-es protonokkal történő hasítására végzett mérései. Közelítőleg az összes neutronok 25, illetve 62 százaléka nem a repülő fragmentekből emittálódott. Durva becslések szerint kb. ezek fele lehet scission-neutron.

A szögeloszlás-mérésekből a scission-neutronok létezésére a laboratóriumi rendszerben talált izotrop komponens jelenlétéből következtetnek. Ez a kiértékelési módszertől függően változhat, így létezése elég bizonytalan. A hasadási neutronemisszió elméletének kidolgozásakor erre a kérdésre még visszatérünk. Itt még azt jegyezzük meg, hogy a kérdésnek különleges fizikai érdekessége van, egyrészt, mert egy ilyen neutronemisszió a szétszakadási folyamat impulzív jellegének, a magpotenciál időbeli változásának függvénye [Fu 62, St 59], másrészt a hasadási termékek szétszakadásának pillanatában fennálló különleges maganyag-állapotról nyújthat információt.

Ugyanakkor a scission-neutronokra vonatkozó következtetések számos más, pl. az $(n, \alpha f)$ -reakciómodell alapfeltevéseinek kiindulópontját képezik [Fe 69].

Mielőtt rátérnénk az egyes hasadási termékekből emittált neutronok átlagos számának tárgyalására, hasznosnak látszik *Bowman* és munkatársai [Bo 62] ^{252}Cf spontán hasadásánál, az átlagos jellemzőkre vonatkozó fontosabb eredményeinek összefoglalása:

- 1) Az egy hasadási reakcióban kibocsátott neutronok átlagos száma $\bar{\nu}=3,8$.
- 2) A neutronok energiaspektruma a laboratóriumi rendszerben a mért 0,5–10 MeV-es energiatartományban jól leírható $E^{1/2} \exp(-E/T)$ alakú egyparaméteres eloszlással. Az átlagenergia $\bar{E}=2,34$.
- 3) A neutronok szögeloszlása erősen a hasadási termékek repülési irányába csúcsosodik. A könnyű, illetve nehéz hasadási termék repülési irányában, valamint erre merőlegesen mért neutronok számának aránya közelítőleg 9:5:1.
- 4) A könnyű és nehéz hasadási termékekből átlagosan emittált neutronok hányadosa $\bar{\nu}_k/\bar{\nu}_N=1,16$.
- 5) A felgyorsult fragmentekből történő, azok rendszerében izotrop emisszió feltételezésével az összes neutronok 90%-a írható le. A 10%-os eltérés nagy része egy egyébként $E \cdot \exp(-E/T)$ típusú, a laboratóriumi rendszerben izotrop eloszlással írható le. Meg kell jegyeznünk azonban, hogy főleg a hasadási termékek szétrepülési irányához képest mért kis szögeknél az összesített spektrum leírásának pontossága nem kielégítő.
- 6) Az egyes hasadási termékekből kibocsátott neutronok fragmentmaggal együttmozgó koordináta-rendszerben mért energiaspektrumát vizsgálva a mérési hibahatáron belül az egyes $x=E_{cm}/\bar{E}_{cm}$ változókkal kifejezett spektrumok alakja

meglepő azonosságot, „standard” jelleget mutatott, amely a

$$\varphi_{Cm}(x) = 1,365 \cdot x \cdot \exp(-x/0,669) + 6,63 \cdot x \cdot \exp(-x/0,239) + 8,8 \cdot x \cdot \exp(-x/0,033) \quad (54)$$

empirikus formulával írható le. A normálás olyan, hogy

$$\int_0^{\infty} \varphi(x) dx = 1$$

$$\int_0^{\infty} x \varphi(x) dx = 1$$

„Standard” $\varphi_{Cm}(x)$ léte azt jelenti, hogy a hasadási prompt neutronok teljes jellemzésére jó közelítésben elég megadni az egyes fragmentekből emittált neutronok $\bar{\nu}(A)$ átlagos számát és $\bar{E}_{Cm}(A)$ átlagos energiáját.

V. 4. A prompt neutronok számának és átlagos energiájának tömegszámfüggése

Egyik igen érdekes hasadási jelenség, amelyet már a bevezetőben is említettünk (5. ábra), a prompt neutronok számának a fragmentek tömegszámától való $\nu(A)$ függése. Először *Fraser és Milton* mutatták ki [Fr 54] ^{233}U termikus hasadására, majd *Wheatstone* [Wh 59] ^{252}Cf spontán, *Apalin* és munkatársai [Ap 60] ^{235}U , ^{239}Pu termikus hasadására, hogy csak a legelső méréseket említsük.

Az egyes fragmentekből emittált neutronok száma „fűrészfog”-szerű függést mutat. A könnyű és nehéz fragmentből emittált neutronok összege, $\nu = \nu_k + \nu_N$ pedig közel konstans, illetve a szimmetrikus hasadás közelében erősen megnő. A „fűrészfog”-függés minimuma a tömegeloszlásban található minimum helyére esik.

A neutrons szám-eloszlás a közvetlen kísérleti megfigyelésen kívül a neutron-kibocsátást megelőző fragment-tömegek és az azt követő fragment-tömegek különbségéből is meghatározható [Te 62]. Miután a neutronemisszió a fragmentek sebességét nem befolyásolja lényegesen, az impulzus- és energiamegmaradási feltételekből, a sebességek ismeretéből a kezdeti tömegeloszlás, a sebességek és az egyik fragment energiájának ismeretéből a neutronemisszió utáni tömegeloszlás határozható meg.

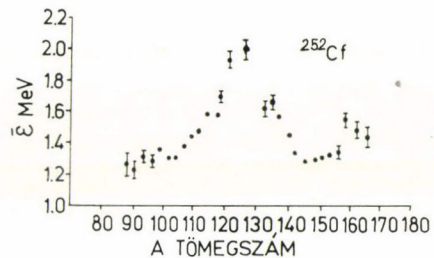
Ha a ^{233}U , ^{235}U , ^{239}Pu termikus és ^{252}Cf spontán hasadására mért, illetve az említett módon meghatározott $\bar{\nu}(A)$ eloszlásokat összehasonlítjuk, meglepő hasonlóságot, „univerzális” eloszlást tapasztalunk. Ez arra mutat, hogy a fragmentek gerjesztettsége elsősorban a fragmentmag szerkezetétől, nem pedig a tömegaránytól vagy a reakció típusától függ. A neutrons szám $N=50$, $Z=50$ mágikus számok közelében nullára csökken, $N=82$, $Z=40$ környékén ugyancsak bizonyos csökkenés tapasztalható. A mágikus számok jelentkezése itt természetesen közelítőleg érvényesülhet, mivel többek között a tényleges proton-neutron arányok kialakulása bizonyos módosításokat okozhat. A jelenség első durva értelmezése [Te 62, Va 63] lényegében a következő megfontolásokon alapul. Közismert, hogy a mágikus, illetve közel mágikus magok gömb alakúak és nehezen deformálhatók, így például egy mágikus és nem mágikus magból álló fragmentpár teljes Coulomb- és deformációs

energiája akkor a legkisebb, ha a szétszakadásnál rendelkezésre álló energia a könnyebben deformálható fragment minél nagyobb deformálására fordítódik. Ez a mágikus magnál kis gerjesztést és a minimális neutronemissziót eredményezi. A mágikus fragment gömb alakja egyúttal a Coulomb-kölcsönhatási energiát, így a hasadási potenciálját nagyságát növeli, és kisebb hatáskeresztmetszetet, másként a tömegeloszlásban kisebb hozamot jelent. Ezek az általános megfontolások értelmezhetik mind a három maximummal rendelkező, mind a csak szimmetrikus hasadást mutató Ra, illetve Bi hasadási reakciókat [Te 65]. A csúcsoakat mindegyik $N=50$, $Z=50$ mágikus számok határolják.

Ezekben a gondolatokban, amelyek a hasadásnak a fragmentek héjefektusain nyugvó modelljét képezik, könnyen felfedezhető a már említett erősen fenomenológikus súlyzómodell mélyebb megfogalmazása. Tulajdonképpen ez az út vezetett a „makroszkopikus” paraméterekkel dolgozó hasadási fizikától az erősen deformált magok elméletét megalapozó, a „mikroszkopikus” magfizikával összefonódó *Strutinsky*-féle általánosított héjmodellig.

Már az olyan durva becslések [Te 65], amelyek a fragmentek $E_D \sim \alpha(\Delta R)^2 \approx \frac{1}{2} C_2 \beta^2 \approx E_0(\bar{\nu} + 1/2)$ deformációs energiájának és $E_K \approx Z_K Z_N e^2 / (R_K + R_N)$ Coulomb-kölcsönhatásának összegét a paraméterek függvényében minimálisra választották, meglepően jó eredményekre vezettek. Itt R_K , R_N az ellipszoid alakkal reprezentált könnyű, illetve nehéz fragment fél főtengelyének hossza, ΔR ezek változása a deformáció során, β a szokásos deformációs paraméter. C_2 koefficeinsek pedig Coulomb-gerjesztéssel nyert mérésekből extrapolálhatók [Al 56].

Az egyes hasadási termékekből kibocsátott neutronok száma mellett e neutronok energiaspektrumának ismerete jelenti azt a teljes információrendszert, amelynek alapján igazán a hasadási reakciómechanizmus, illetve a hasadási termékmagok tulajdonságaira következtethetünk. Még ma is kevés ilyen mérés létezik. A már említett [Bo 62, Mi 65] mérések azonban igen értékes eredményeket adtak ebben a vonatkozásban is. A 18. ábrán látható az egyes hasadási termékekből kibocsátott neutronok átlag-energiájának tömegszámfüggése ^{252}Cf spontán hasadásánál [Bo 62]. Ez a függés szimmetrikus hasadás esetén maximumot és ezenkívül erre szimmetrikus alakot mutat. Az átlagenergia az összetartozó könnyű és nehéz hasadási termékek esetén ugyanakkora. Hasonló eredményt kapott *Milton* és *Fraser* [Mi 65] ^{233}U , ^{235}U termikus hasadásra.



18. ábra. Az egyes hasadási termékmagokból kibocsátott neutronoknak a termékmagokkal együttmozgó (c. m.) koordináta-rendszerben mért átlagos energiájának tömegszámfüggése ^{252}Cf spontán hasadásánál [Bo 63]

Ezek az eredmények szinte kényszerítő erővel arra mutatnak, hogy bár a gerjesztési energia igen egyenlőtlenül oszlik meg a két keletkező hasadási termék között, azok maghőmérséklete a szétszakadásnál azonos. *Bowman* és munkatársai számításai [Bo 63] azonban azt mutatták, hogy a szétszakadásnál feltételezett termikus egyensúly alapján csak viszonylag igen kis gerjesztési energiáknál adódik a termékmagok héjszerkezetét tükröző „fűrészfog” alakú $\bar{\nu}(A)$ függés. Ezért azt tételez-

ték fel, hogy a gerjesztési energia nagy része deformáció alakjában kötődik le, még a szétszakadásnál is. Ekkor azonban termikus egyensúlyról nem beszélhetünk, és a fragmentek szétszakadásakor fennálló, igen alacsony hőmérsékletének kevés köze lehet a későbbi neutronemisszió folyamán fennálló maghőmérsékletekhez. Ezért azt próbálták kimutatni, hogy az átlagos prompt neutronenergiák tömegszámfüggése is $\bar{v}(A)$ menetét követi tulajdonképpen, és $[\bar{v}(A) + 1/2]^{1/2}$ -nel arányos. [Te 65]. Amint azonban a 17. és 4. ábra összehasonlításából látszik, a kísérleti eredmények ennek ellentmondanak. Az ellentmondást mi oldottuk fel [Kl 68], mikor kimutattuk, hogy egy „mikroszkopikus”, az egyedi $A_{\text{hasadó mag}} \rightarrow A_1^* + A_2^*$ típusú reakciókat figyelembe vevő statisztikus egyensúlyi modell, szabad illesztési paraméterek nélkül, meglepően jól reprodukálja mind a $\bar{v}(A)$, mind az $\bar{E}_{cm}(A)$ függést.

A fenti modellt és a számolások részletes eredményeit a hasadási prompt neutronok általános elméletének ismertetése keretében, a dolgozat önálló eredményeinek főbb részeit tartalmazó következő fejezetben ismertetjük.

VI. A hasadási prompt neutronemisszió általános elmélete

A dolgozat további részében a maghasadásnál keletkező prompt neutronok tulajdonságainak értelmezésére végzett önálló kutatásaink főbb eredményeit foglaljuk össze.

Ismertetjük az egyes hasadási termékmagokból történő neutronemissziókra épülő általános leírásmódot. Vázzuk a szétszakadásnál termikus egyensúlyt feltételező modell eredményeit a neutronok átlagos számának és energiájának a termékmagok tömegszámától való függése értelmezésében. Ezután röviden összegezzük a neutronok energia- és szögeloszlására végzett számolások eredményeit és az azokból a szétszakadásnál keletkező scission-neutronok létezésére levonható következtetéseket.

A sokféle kísérleti eredmény egységes értelmezésére egy részletes, a különböző fragmentpárookra vezető hasadási reakciókat figyelembe vevő leírást dolgoztunk ki. Ezt az általános érvényű formalizmust a szétszakadás előtt, a leendő hasadási termékmagok között fennálló termikus egyensúly statisztikus modelljére alkalmaztuk. Így meghatároztuk a teljes gerjesztési energiának a termékmagok közötti eloszlását, ezenkívül sikerült értelmezni a $\bar{v}(A)$ eloszlás „fűrészfog”- és a $\bar{E}_{cm}(A)$ függés „szimmetrikus” alakját. Itt ki kell emelni, hogy az ilyen típusú mérések, illetve számítások egyidejűleg a hasadási termékmagok széles tömegszám-tartományára történnek, így megbízhatóságuk, magfizikai információtartalmuk rendkívül értékes.

Elméletünk alapján az összes „makroszkopikus” mennyiségek az egyes hasadási termékmagpárból származó értékek megfelelő átlagként adódnak. Többek között megmutatható, hogy az a tény, hogy a hasadási neutronok teljes energiaspektruma, legalábbis szakaszonként, jól közelíthető egy egyparaméteres Maxwell-típusú eloszlással, éppen annak a ténynek egyik következménye, hogy nagyszámú emissziós spektrum eredőjeként jön létre.

A kísérletileg mért energia- és szögeloszlási adatokkal való összehasonlításból arra lehetett következtetni, hogy a „scission” neutronok létezésének feltevése indokolatlan.

VI. 1. Az általános formalizmus leírása

A szokásos értelemben vett hasadási reakció tulajdonképpen adott gerjesztett, A_1 és A_2 végmagokra vezető reakciók sokaságának összessége. Az egyes végmagokból — hasadási termékekből — kibocsátott neutronok energia- és szögeloszlása a magok gerjesztési energiájától, impulzusmomentumától, a magok szerkezetét meghatározó proton- és neutronszámtól, a mag deformációjától, közvetve a mag kinetikus energiájától függhet, hogy csak a legfontosabb paramétereket említsük.

Legyen az egyes hasadási termékekből kibocsátott prompt neutronok energia-, ill. szögeloszlása a maggal együtt mozgó koordinátarendszerben

$$\varphi_{Cm}(E_{Cm}, \vartheta, E^*, N, Z, E_K) \quad (55)$$

Közelítésként korlátozódjunk csupán ezekre az argumentumban megjelölt változókra. Itt E_{Cm} és ϑ neutronok energiája, illetve kirepülési iránya a hasadási termék-maghoz rögzített koordinátarendszerben. E^* a mag gerjesztési energiája, E_K a mag kinetikus energiája a laboratóriumi rendszerben. Ez utóbbi itt látszólag felesleges paraméter, azonban figyelembe véve, hogy a rendelkezésre álló teljes Q energiára érvényes, hogy

$$Q = E_K - E^* \quad (56)$$

általános esetben nemcsak a laboratóriumi rendszerben mért spektrum, hanem már a φ_{Cm} spektrum is mutathat E_K függést. A továbbiakra való tekintettel egyszerűsítésként nem jelöltük külön a deformációtól való és egyéb lehetséges függéseket, az ezeknek megfelelő paramétereket gondolatban az N, Z -hez tartozó átlagosan felvett értékükkel helyettesítjük.

Ezeket az egyes hasadási termékekből adódó spektrumokat kell a hasadási termékek repülési sebességeinek megfelelően a laboratóriumi rendszerbe áttranszformálni. Ez adott kinetikus energia mellett a (40) összefüggés és a változók ezen transzformációjának megfelelő Jacobi-determináns

$$J = \sqrt{\frac{E}{E_{Cm}}} \quad (57)$$

segítségével történik.

Így, ha a laboratóriumi rendszerbe áttranszformált spektrumokat $\varphi(E, \theta, E^*, N, Z, E_K)$ -val jelöljük, ahol E és θ már a laboratóriumi rendszerben mért neutron energia és a hasadási termék repülési irányához mért szög, fennáll a

$$\varphi(E, \theta, E^*, N, Z, E_K) = \varphi_{Cm}(E_{Cm}(E, \theta), \vartheta(E, \theta)E^*, N, Z, E_K) \cdot J \quad (58)$$

összefüggés.

A teljes hasadási neutronspektrum különböző sebességű és gerjesztettségű fragmentpárok járulékaiból adódik, ezek előfordulási valószínűségeinek megfelelően. Ha az adott (N, Z) fragment, E_K kinetikus energiával és E^* gerjesztési energiával való előfordulásának valószínűsége $\varrho(E^*, E_K, N, Z)$, akkor írhatjuk, hogy

$$N(E, \theta) = \sum_{N, Z} \int_{E^*} \int_{E_K} \varrho(E^*, E_K, N, Z) \varphi(E, \theta, E^*, N, Z, E_K) dE_K dE^* \quad (59)$$

A következő közelítés legyen az, hogy N neutron- és Z protonszám helyett csupán a hasadási termékek tömegszáma szerint teszünk különbséget, ami adott A mellett az $A = N + Z$ feltételnek eleget tevő N, Z értékekre történő részösszegezésnek felel meg.

$$N(E, \theta) = \sum_A \int_{E^*} \int_{E_K} \varrho(E^*, E_K, A) \varphi(E, \theta, E^*, A, E_K) dE_K dE^* \quad (60)$$

Meg kell jegyeznünk, hogy az összegeknek megfelelő új ϱ és φ függvényeket az egyszerűség kedvéért csak az argumentumok megváltoztatásával jelöltük, új jelölések bevezetése csak az áttekinthetőség rovására menne.

Hasonló átlagolást végezhetünk az egyes adott A tömegű hasadási termékek kinetikus energiaszórására vonatkozóan is. Az egy nukleonra eső repülési sebesség-szórás adott tömegű hasadási termék esetén viszonylag kicsi, ugyanakkor az (56) energiamérlegen keresztül, a különböző gerjesztési energiákban jelentkező hatást a különböző E^* gerjesztési energiákkal figyelembe vesszük.

$$N(E, \theta) = \sum_A \int_{E^*} \varrho(E^*, \bar{E}_K, A) \cdot \varphi(E, \theta, E^*, A, E_K) dE^* \quad (61)$$

Terrel „klasszikus”-nak tekinthető elmélete [Te 59] tulajdonképpen ebből a közelítésből adódik, ha elhagyjuk az A -ra való összegezést, helyette csupán egy vagy esetleg néhány (általában egy könnyű és egy nehéz) reprezentáns hasadási termék-magot használunk. Ekkor a ϱ súlyfüggvény a különböző gerjesztési energiák, ill. az ezeknek megfelelő maghőmérsékletek $p(T)$ eloszlására redukálódik.

$$N(E, \theta) = \int_T p(T) \varphi(E, \theta, T) dT \quad (62)$$

Mivel a hasadási termékekhez rögzített és a laboratóriumi koordinátarendszer közötti transzformáció (40) T -től független, hasonló összefüggés érvényes ebben a közelítésben a hasadási termékek rendszerében is.

További közelítést jelent, ha a $p(T)$ eloszlás helyett átlaghőmérséklet-paramétereket használunk. Így értelmezhetők azok a neutronenergia-spektrum kiértékeléseknél használt különböző egy vagy néhány T paramétert tartalmazó spektrumalakok, amelyeket az V. 2. fejezetben már ismertettünk.

A mérésekkel való összehasonlítás már az energiaszórások vizsgálatánál azt mutatta, hogy nem elég csak egy vagy két ilyen reprezentáns mag figyelembevétele [Te 65].

A szög- és energiaszórások kiértékelése sem sikerült ezen az úton kielégítő módon, még a már említett, 10–15% scission neutron feltételezésével sem. Ugyanakkor az említett $\bar{\nu}(A)$ és $\bar{E}_{cm}(A)$ mérések eredményei is azt mutatják, hogy nehezen indokolható a sok, igen eltérő tulajdonságú hasadási termék egy-két reprezentánssal való helyettesítése.

Mivel még a számológépi lehetőségek sem teszik lehetővé, hogy akár (61) alapján is elvégezzünk egy részletes spektrumszámolást, indokoltabb közelítésnek látszik, hogy Terrel-lel ellentétben, aki bizonyos értelemben ad-hoc módon indult ki egy (62) típusú közelítésből, inkább az adott hasadási termékekre vonatkozó E^* -ra való átlagolást közelítsük egy átlagos \bar{E}^* érték használatával

$$N(E, \theta) = \sum_A \varrho(\bar{E}^*, \bar{E}_K, A) \varphi(E, \theta, \bar{E}^*, A, \bar{E}_K) \quad (63)$$

A fenti lépés annál is indokoltabbnak látszik, mivel bizonyos φ_{Cm} spektrumalakokkal már a kezdeti gerjesztési energia eloszlását is közelítőleg figyelembe vehetjük [Le 59].

Ebben az esetben a $\varrho(\bar{E}^*, \bar{E}_K, A)$ előfordulási valószínűség a kibocsátott neutronok átlagos $\bar{v}(A)$ számával, továbbá az adott tömegszámú hasadási termék $Y(A)$ keletkezési hatáskeresztmetszetével lesz arányos [Kl 66].

$$\varrho(\bar{E}^*, \bar{E}_K, A) \sim v(A) \cdot Y(A) \quad (64)$$

A fenti közelítések, átlagolások és a hasadási termékekhez rögzített koordináta-rendszerből a laboratóriumi rendszerbe történő transzformációk mellett a legalapvetőbb kérdés az egyes fragmentekből kibocsátott $\varphi_{Cm}(E_{Cm}, \vartheta, E^*, N, Z, E_K)$ neutronkaskád-spektrumok megfelelő leírása. Ezeket a spektrumokat részletes Hauser—Feshbach-típusú számolással kellene meghatározni, de egy ilyen számolás egyrészt technikailag nem keresztülvihető, másrészt nem is szükségképpen indokolt. Esetünkben a neutronemissziók elég magas gerjesztési energián, elég nagy nívósűrűségek mellett történnek és így az egyedi nívók figyelembevétele nem szükséges. A centrifugális potenciálgát pedig döntően az $l=0$ pályamomentumú emissziót részesíti előnyben, és így az impulzusmomentum-paritásviszonyokra jó közelítésben nem kell figyelemmel lennünk. Ugyancsak nem érvényesül esetünkben a Hauser—Feshbach-féle leírásmódnak az az előnye sem, hogy optikai-modell számolásokból figyelembe veszi a közbenső mag kialakulására vezető reakciók hatáskeresztmetszetének tömegszám-, illetve energiafüggését is. A hasadási termékek bomlásának tárgyalásakor olyan speciális esettel állunk szemben, amikor a bomló mag is már egy előző közbenső magreakció terméke, következésképp itt a „másodlagos” közbenső magjaink keletkezési valószínűsége a „megelőző” reakciók hatáskeresztmetszeteiből adódik. Másként fogalmazva, esetünkben a közbenső magok (11)-ben szereplő keletkezési hatáskeresztmetszete a $\varrho(E^*, E_K, N, Z)$ függvénnyel arányos, és a bomlást leíró G_β faktoroknak a $\varphi_{Cm}(E_{Cm}, \vartheta, E^*, N, Z, E_K)$ eloszlásfüggvények felelnek meg.

A közbenső reakciómechanizmusok általános elméletének megfelelően [Ha 52] a φ_{Cm} eloszlás izotrop vagy legalábbis a magspin orientációjára szimmetrikus. Így jó közelítésben írhatjuk, hogy

$$\varphi_{Cm}(E_{Cm}, \vartheta, E, A) = \varphi(E_{Cm}, E^*, A) \cdot (1 + b \cdot \cos^{2J} \vartheta) \quad (65)$$

ahol b és J a szögeloszlást meghatározó paraméterek. Megjegyezzük, hogy általánosan természetesen a $\cos^{2J} \vartheta$ tagok teljes sorát kell írunk a második tényezőben. $\varphi(E_{Cm}, E^*, A)$ alakját illetően újra többféle feltevéssel élhetünk. A szóba jövő függvényalakok a következők:

$$a) \quad \varphi(E_{Cm}, E^*, A) \sim E_{Cm} \cdot \sigma_A^C(E_{Cm}) \cdot \frac{\varrho_{A-1}(E^* - B_A - E_{Cm})}{\varrho_A(E^*)} \quad (66)$$

egyemissziós Weisskopf-féle [Bl 52] emissziós spektrum, ahol $\sigma_A^C(E_{Cm})$ az A tömegű közbenső mag keletkezési hatáskeresztmetszete E_{Cm} energiájú neutron befogással, $\varrho_{A-1}(E^* - B_A - E_{Cm})$ a neutronemisszió után visszamaradó mag, $\varrho_A(E^*)$ pedig az eredeti hasadási termék nívósűrűsége. B_A a neutron kötési energiája az A tömegű hasadási termékmagban.

Ebből származtatható [Te 59], a $\varrho(E) \sim e^{2\sqrt{aE}}$ Fermi-gáz nívósűrűség feltételezésével, a

$$\varphi(E_{Cm}, E^*, A) \sim E_{Cm} \cdot \exp(-E_{Cm}/T) \quad (67)$$

párolgási spektrumalak. Itt

$$T = \sqrt{\frac{E^* - B_A - \bar{E}_{Cm}}{a}} \quad (68)$$

a maradék mag átlagos hőmérséklete, ha a (21) sorfejtést $E^* - B_A - \bar{E}_{Cm}$, a maradék mag átlagos gerjesztési energiája körül végezzük. A sorfejtés jogosultsága azonban $E_{Cm} \ll \bar{E}_{Cm}$ vagy $E_{Cm} \gg \bar{E}_{Cm}$ esetén erősen vitatható.

$$b) \quad \varphi(E_{Cm}, E, A) \sim E_{Cm}^{1/2} \exp(-E_{Cm}/T) \quad (69)$$

Maxwell-típusú spektrum alak mellett két érv szól. Egyik az, hogy ha a (67) párolgási spektrumalak mellett figyelembe vesszük a $\sigma_A^C(E_{Cm})$ inverz hatáskeresztmetszet általános $1/\sqrt{E_{Cm}}$ függését alacsony energiákon, erre a spektrum alakra jutunk. A másik érv az, hogy *Le Couteur* és *Lang* [Le 59] kimutatták, hogy egy olyan magból, amelynek kezdeti energiája nem egy meghatározott érték, hanem Gauss-eloszlást mutat és elég nagy ahhoz, hogy több neutront bocsásson ki kaszkádban, és a kaszkád egyes lépései párolgási spektrumhoz hasonló energiaeloszlással történnek, akkor a teljes kaszkád eredő spektruma jól közelíthető egy Maxwell-eloszlással, és ennek az eloszlásnak a T paramétere és a kezdeti átlagos gerjesztési energiának megfelelő Q^* maghőmérséklet között a

$$T \approx \frac{11}{12} Q^* \quad (70)$$

egyszerű összefüggés áll fenn.

c)

Bowmann és munkatársainak [Bo 63] mérései alapján az (54) típusú tapasztalati spektrumot használhatjuk. Itt azon kérdés mellett, hogy megértsük, miért jó ez a spektrum, felmerül egy másik tisztázásra váró kérdés: miképpen lehetséges, hogy valamennyi hasadási termék spektruma ilyen egységes formulával leírható, pontosabban mennyire lehet jó egy olyan közelítés, amelyben az egyes fragmentekből emittált neutronok spektrumát csupán két paraméterrel, a $\bar{\nu}$ átlagos neutronszámmal és \bar{E}_{Cm} átlagenergiával jellemezzük?

Természetszerűen vetődik fel azonban általánosan a kérdés, hogy a fenti a), b), c) közelítések mennyire befolyásolják az eredményeket és mennyire térnek el egy „egzaktabb” neutronkaszkád-számolás eredményétől? Ilyen számolás azonban nem állt rendelkezésre, ezért az eredeti Weisskopf-formula (66) kifejezését használva, a szokásos közelítéseket elkerülve egzakt neutronkaszkád-számolásokat végeztünk el.

Legyen $p_A(E) dE$ annak valószínűsége, hogy az A tömegszámú, E^* gerjesztési energiájú magból kilépő neutron energiája E és $E + dE$ között van, akkor (66) alapján

$$p_A(E) dE = \frac{1}{P_A} \cdot \sigma_A(E) \cdot E \cdot \frac{\varrho_{A-1}(E^* - B_A - E)}{\varrho_A(E^*)} dE, \quad (71)$$

ahol P_A normális faktort úgy választjuk, hogy

$$\int_0^\infty p_A(E) dE = 1$$

Ha B_{A-1} értelemszerűen a neutron kötési energiáját jelöli az $A-1$ tömegszámú magban, akkor annak valószínűsége, hogy a kaszkád következő lépésében E és $E+dE$ közé eső energiával bocsátódik ki neutron, a következőképpen írható

$$p_{A-1}(E) dE = \frac{1}{P_{A-1}} \cdot \int_0^{K_2-E} p_A(E') \cdot E \cdot \sigma_{A-1}(E) \frac{\varrho_{A-2}(K_2-E'-E)}{\varrho_{A-1}(E^*-B_A-E')} dE' dE \quad (72)$$

ahol $K_2 = E - B_A - B_{A-1}$ a második neutron lehetséges legnagyobb energiája, P_{A-1} -t pedig szintén úgy választjuk, hogy

$$\int_0^\infty p_{A-1}(E) dE = 1$$

legyen.

Teljesen hasonló kifejezések írhatók fel a neutron-kaszkád következő lépéseire is (72), rekurzív tulajdonságának értelemszerű alkalmazásával.

Gyakorlati szempontból konkrét számolásainkban legfeljebb háromtagú kaszkádokra korlátozódtunk. Ezekben az esetekben annak a teljes valószínűsége, hogy a kaszkád folyamán E és $E+dE$ közé eső energiával lép ki neutron, és egyben a (65)-ben szereplő eloszlási függvény a következő

$$\varphi(E, E^*, A) dE = p(E) dE \sim [p_A(E) + C_2 \cdot p_{A-1}(E) + C_3 \cdot p_{A-2}(E)] dE \quad (73)$$

Itt a C_2 és C_3 relatív szorzó tényezőket az ún. Weisskopf-feltevésből határozhatjuk meg, ami szerint neutronok mindig kilépnek, ha ez energetikailag lehetséges. Ez annak felel meg, hogy a második neutronra a

$$\int_0^{K_2} p_A(E) dE = C_2 \cdot \int_0^{K_2} p_{A-1}(E) dE = C_2, \quad (74)$$

a harmadik neutronra pedig a

$$\int_0^{K_3} (p_A(E) + C_2 \cdot p_{A-1}(E)) dE = C_3 \cdot \int_0^{K_3} p_{A-2}(E) dE = C_3 \quad (75)$$

kifejezések érvényesek, ahol az előző jelölések mellett $K_3 = E^* - B_A - B_{A-1} - B_{A-2}$ a harmadik neutron lehetséges maximális energiája.

A hasadási neutronspektrum (72–73) alapján történő számolásához a $\sigma_i(E)$ inverz hatáskeresztmetszetek és a $\sigma_i(E)$ nívósűrűségek ($i = A, A-1, A-2, A-3$) értékei igen széles energia- és magtartományban szükségesek, legtöbb esetben az erősen neutrontöbbletes, a stabil neutron-proton aránytól messze eső magokra. Ezért igen hasznosaknak bizonyulnak az extrapolálásokra alkalmas, széles magtartományban ellenőrzött és zárt formulákban összefoglalt hatáskeresztmetszet-, illetve nívósűrűség-adatok.

Dostrovsky, Fraenkel és Friedlander [Do 59] azt mutatták meg, hogy az inverz hatáskeresztmetszet-adatok leírására, különösen az általunk vizsgált tömegszám-tartományban jól használható a

$$\sigma_A(E) \sim a + b/E \quad (76)$$

alakú formula, ahol

$$a = 2,2 A^{1/3} + 0,76 \cdot A^{2/3}$$

$$b = 2,12 - A^{2/3} \cdot 0,05$$

A szükséges nívósűrűség-adatok meghatározására *Gilbert és Cameron* [Gi 65] eredményeit használtuk. Ők az alacsony gerjesztési energiáknál az ún. „konstans maghőmérsékletű” közelítést, magasabb gerjesztési energiákra pedig a szokásos Fermi-gáz nívósűrűség-formulát használták. A kifejezéseikben szereplő paraméterek értékeit a rendelkezésre álló kísérleti adatok felhasználásával, a párenergia és héj-effektusok hatásainak figyelembevételével határozták meg. Az így kapott paraméterekre sikerült olyan tapasztalati összefüggéseket felállítani, amelyek alapján a kísérletileg még nem mért nívósűrűségek viszonylag egyszerűen becsülhetők. Az alacsony és magasabb gerjesztési energiákra érvényes nívósűrűségeket úgy illesztették, hogy azok deriváltjaikkal együtt folytonosan csatlakozzanak. A két közelítés E_x csatlakozási pontjának

$$E_x = U_x + P(Z) + P(N) \quad (77)$$

értékére azt kapták, hogy átlagosan

$$U_x = 2,5 + 150/A \text{ MeV} \quad (78)$$

ahol $P(Z)$, $P(N)$ az $A = Z + N$ tömegszámú magban proton-, ill. neutron-pár-energia. Számolásainkban a hasadási termékek proton- és neutronszámát mindig a legvalószínűbb töltéseloszlásnak megfelelően választottuk. A spinfüggésekre kiátlagolt $q(E)$ nívósűrűségekre a következő kifejezések adódtak:

Ha $E \geq E_x$

$$q(E) = \frac{\sqrt{\pi}}{12} \frac{\exp(2\sqrt{aU})}{a^{1/4} U^{5/4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \quad (79)$$

ahol $U = E - P(Z) - P(N)$. A spineloszlás σ paraméterére kapott

$$\sigma^2 = 0,0888 \cdot (aU)^{1/2} \cdot A^{2/3} \quad (80)$$

kifejezést, valamint π értékét beírva

$$q(E) = 0,1978 \cdot \exp(2aU)/a^{1/2} \cdot U^{3/2} \cdot A^{1/3}, \quad (81)$$

ahol A a tömegszám, kis a pedig a tömegszámtól függő nívósűrűség-paraméter. A maghőmérséklet a szokásos

$$\frac{1}{T} = \frac{d}{dE} \ln q(E) \quad (82)$$

definíció alapján, az

$$\frac{1}{T} = \sqrt{\frac{a}{U}} - \frac{3}{2U} \quad (83)$$

kifejezésből adódik.

Az $E < E_x$ energiákra pedig

$$q(E) = \frac{1}{T_x} \exp((E - E_0)/T_x) \quad (84)$$

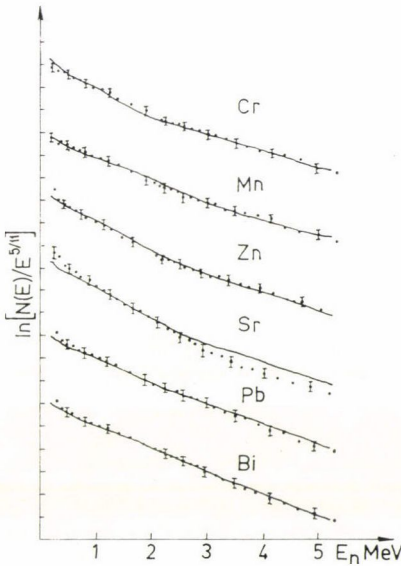
ahol E_0 -t és T_x -t az határozza meg, hogy az $E=E_x$ pontban a maghőmérsékletek és a nívósűrűség-értékek mindkét kifejezésből megegyezzenek:

$$T_x = T(U_x)$$

és

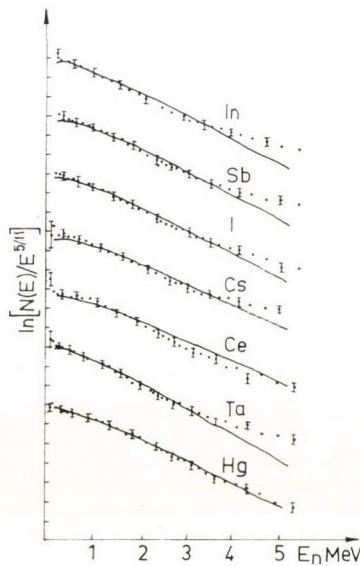
$$E_0 = E_x - T_x \cdot \ln(T_x \cdot \varrho(E_x)) \quad (85)$$

Megjegyezzük, hogy a fentiekben ismertetett neutronkaskád-spektrumszámolásokat olyan magreakciókra is alkalmaztuk, ahol a résztvevő magok tulajdonságai (nívósűrűségek, kötési energiák) jól ismertek és nemcsak extrapolációval határozhatók meg. Így meghatároztuk a Na, Mg, S, K, Ca, Ti, In, Sb, I, Cs, Ce, Ta, Hg, Cr, Mn, Sr, Pb, Bi magokon történő (n, n') és $(n, 2n)$ reakciókban keletkező neutronok energiaeloszlását. Az eredmények jó egyezést mutatnak a kísérleti eredményekkel [Kl 72, Jé 72a], közülük néhány a 19. ábrán látható.



19a ábra

(n, n') és $(n, 2n)$ reakcióban keletkező neutronok energiaeloszlása. A kihúzott vonal elméleti számolás [Kl 72a], a kísérleti adatok Salnikov és munkatársainak eredményei [Sa 66].



19b ábra

VI. 2. A gerjesztési energia megoszlásának, a neutronok átlagos számának és energiájának meghatározása

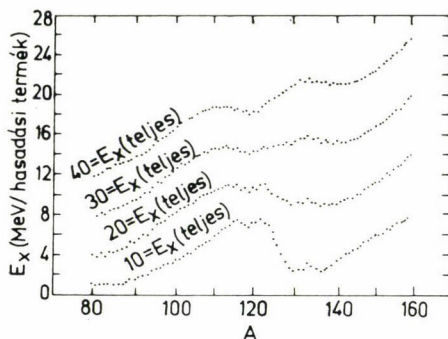
Ahhoz, hogy például a (63) eloszlást kiszámíthassuk, alapvetően fontos, hogy a hasadásnál keletkezett egyes termékmagok kezdeti gerjesztési energiáját ismerjük. A teljes rendelkezésre álló energia, vagyis a reakció előtti magok és az azt követő termékmagok alapállapotú energiái különbségének, és kezdeti gerjesztési energiáinak, Q összege fél-empirikus tömegformulák alapján könnyen meghatározható. Ha ebből

a két hasadási termékmag Coulomb-taszításával jól leírható kinetikus energiákat E_K levonjuk, akkor a teljes E^* gerjesztési energiát kapjuk

$$Q - E_K = E^* = E_1^* + E_2^* \quad (86)$$

Ennek E_1^* és E_2^* megoszlása a két termékmag között a különböző elképzeléseket tükröző modellek alapján más és más lehet. Másképpen gerjesztődnek a szétrepülő termékmagok, ha hirtelen, vagy egy, a belső szabadsági fokok között fennálló termikus egyensúlyon keresztül történik. Miután a kibocsátott neutronok $\bar{\nu}(A)$ átlagos száma és $\bar{E}_{cm}(A)$ átlagos energiája szoros összefüggésben van ez egyes magok gerjesztési energiájával, ill. azok nívószerkezetével, nyilvánvaló, hogy olyan modellt kell kidolgoznunk, amely egyszerre számot ad ezen adatok erős tömegszám-függéséről.

Bowman és munkatársai [Bo 62] méréseikkel kapcsolatban egy olyan modell felhasználásával végeztek becsléseket, amely a szétszakadás előtt termikus egyensúlyban levő magokat tételez fel. Azt vizsgálták, hogy egy adott nagyságú gerjesztési energia hogyan oszlik meg a termékmagok között. Eredményeiket a 20. ábra mutatja. Látható, hogy kis gerjesztési energiáknál, amelyek 4–5 neutron kibocsátásához szükségesek, a héjefektusoknak tulajdonítható erős változások csaknem teljesen eltűnnek. Bowman és munkatársai



20. ábra. A hasadási termékmagok gerjesztési energiájának eloszlása Bowman és munkatársainak becslése nyomán [Bo 63].

ezekből a számolásokról természetesen azt a következtetést vonták le, hogy mivel a kísérletek a héjefektusok szembetűnő jelenlétére mutatnak, a hasadási termékek keletkezésük pillanatában alacsony gerjesztettek — a gerjesztési energia nagy része valamilyen más, pl. deformációs energia formájában tárolódik. Természetesen szükséges, hogy a deformációs energiák is a héjszerkezetnek megfelelően alakuljanak ki. Ebből a gondolatmenetből az következik, hogy azok a statisztikus modellen alapuló számolások, amelyek erősen gerjesztett, termikus egyensúlyban levő, gömb magokból álló széthasadási konfigurációt tételeznek fel [Fo 56, Ne 56],

elvileg sem alkalmazhatók, mert nem veszik figyelembe a héjefektusokból származó hatásokat. „Hideg” deformációk esetén pedig a statisztikus egyensúly kialakulása lehetetlen.

Megmutatjuk azonban, hogy ezek a nagy elvi jelentőségű következtetések nem helytállóak, és a nem megfelelő becslésekből adódtak. Ha nem egy adott rögzített gerjesztési energiát, hanem a magpáronként más és más lehetséges reakció Q értékeket, valamint kinetikus energiákat és a hasadási termékmagok héjszerkezetét tartalmazó nívósűrűségeket használunk, a statisztikus, az egyensúlyi modell meglepő jó eredményekre vezet.

Elképzelésünk a következő:

Igaz, hogy a nehéz hasadó mag kezdeti deformációjakor egyre több és több energia halmozódik fel deformációs energia formájában — a nyeregponthoz elérése

után azonban a nukleonok átrendeződése, két új közepes mag kialakulásának megfelelő „fázisátalakulás” már nemcsak lehetővé, hanem igen kézenfekvővé teszi azt, hogy közvetlenül a széthasadás előtt két, termikus egyensúlyban levő, többnyire erősen eltérő struktúrájú nukleonrendszert tételezhessünk fel. Az, hogy ez a két nukleonrendszer hogyan és a hasadási reakció melyik fázisában alakul ki, még nyitott kérdés lehet és arról egy általánosabb, más jelenségcsoportokra is kiterjedő hasadási modellnek kell számot adnia. A neutronemisszió, illetve általánosabban a termékmagok gerjesztési energiaviszonyait leíró elmélet szempontjából csak az alapvető, hogy ez a termikus egyensúly közvetlenül a szétszakadás előtt fennáll.

Ez azt jelenti, hogy a két rendszer E_1^* és E_2^* gerjesztési energiája úgy alakul ki, hogy az

$$\frac{1}{T_1} = \frac{d}{dE} \ln \varrho_1(E) \Big|_{E=E_1^*} = \frac{d}{dE} \ln \varrho_2(E) \Big|_{E=E_2^*} = \frac{1}{T_2} \quad (87)$$

egyenlőség fennálljon. Itt T_1 , T_2 , $\varrho_1(E_1)$ és $\varrho_2(E_2)$ a megfelelő maghőmérsékletek, illetve nívósűrűségek.

Itt kell rámutatnunk arra, hogy a $\bar{v}(A)$ eloszlás jól értelmezhető akkor is, ha azt tételezzük fel, hogy a termékmagok deformációs energiája alakul ki a héjszerkezet tükröző nívósűrűségének megfelelően [Te 65]. A két termékmag deformációs energiájának nagysága ekkor éppen E_1^* és E_2^* -gal egyezik meg. Ezek a deformációs energiák alakulnak át belső gerjesztéssé és így válik lehetővé a neutronemisszió. Az ilyen folyamatban azonban a neutronemisszió mindig az egy neutron kibocsátásához szükséges belső gerjesztési energia közelében történne és ez jóval kisebb átlagos neutronenergiák kialakulását jelentené, mint amilyeneket a kísérletekben megfigyeltek [Bo 63]. Az emittált neutronok energia- és szögeloszlásában pedig jóval nagyobb szerepet játszanának a közbeni magok kialakulása előtt lejátszódó folyamatok. Ezt a későbbiekben ismertetendő számításaink nem erősítik meg.

A (86) energiamérleg alapján a gerjesztési energiák összege $E_1^* + E_2^* = Q - E_K$ minden hasadási termékmag-párra könnyen meghatározható. Így a (87) egyenletek az egyes végtermék-magpárookra meghatározzák az E_1^* és E_2^* gerjesztési energiákat. A magszerkezeti információkat a $\varrho_i(E_i)$ nívósűrűségek tartalmazzák.

A gerjesztési energiák ismeretében az előző részben tárgyalt kaszkádbomlási modellek alapján határozhatjuk meg a neutronok energiaeloszlását, vagy csak az átlagos neutronenergiákat. Ha Lang és Le Couteur [Le 59] számításai alapján a kaszkádspektrumot Maxwell-eloszlással (69) közelítjük, várhatóan jó átlagos neutronenergia-értéket kapunk, hisz erre a célra nem szükséges a teljes spektrum igen pontos ismerete. Számolásai alapján

$$\bar{E}_{cm} \approx \frac{3}{2} (11/12 \cdot T(E_i - 1/2 B_i)), \quad (88)$$

ahol E_i a kezdeti fragmentgerjesztési energia, B_i az első kibocsátott neutron kötési energiája, a $T(E)$ függést pedig a Fermi-gázmodell (83) hőmérséklet-formulája szolgáltatja.

Látható, hogy miután a gerjesztési energiamegoszlást éppen abból a feltételből határoztuk meg, hogy $T(E_i^*)$ a két termékmagra azonos legyen, az \bar{E}_{cm} értéke is durván azonos lesz, illetve csak az esetleges kötési energiakülönbségeknek megfelelő kis eltérések adódhatnak. Ez a tulajdonság nagyon jól megfigyelhető a kísérletileg mért adatoknál is (18. ábra), ahol a $\bar{E}_{cm}(A)$ függés szimmetrikus alakja, $\bar{E}_{cm}(A_1) \sim$

$\sim \bar{E}_{Cm}(A_2)$ szembeszökő, ugyanakkor nagy A_1/A_2 arány mellett kisebb eltérések is megfigyelhetők.

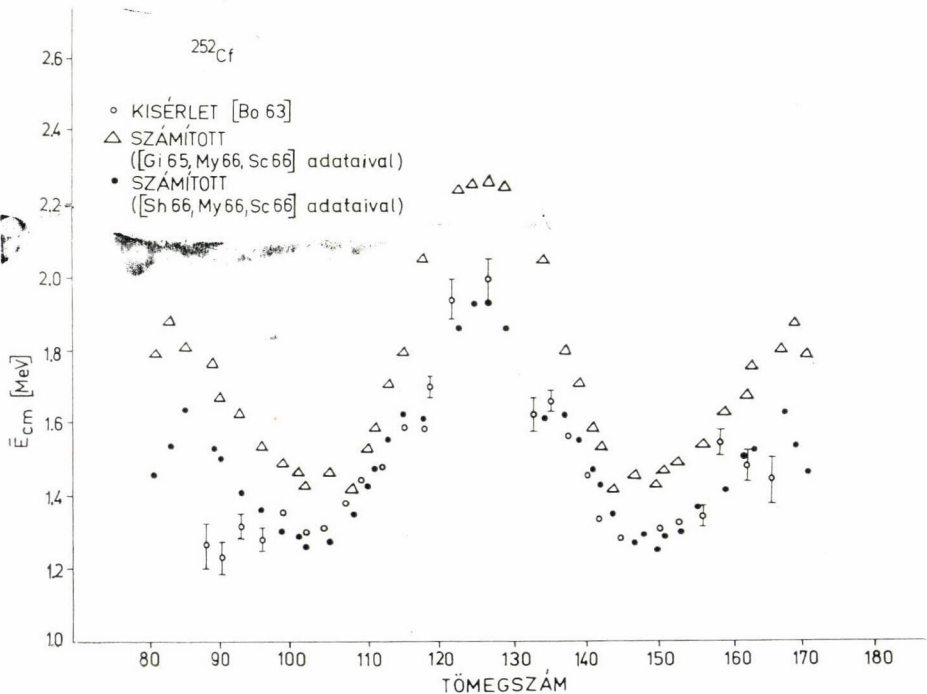
Továbbmenve, ha az egyes fragmentekre ismerjük a kibocsátott neutronok átlagos kinetikus energiáját, átlagos számuk egyszerű energiamérleg alapján könnyen meghatározható:

$$E_i^*(A) = \bar{\nu}(A) \cdot (\bar{E}_{Cm}(A) + \bar{B}_A) + \bar{E}_\gamma(A) \quad (89)$$

ahol $E_i^*(A)$ az A tömegű hasadási termék mag teljes gerjesztési energiája, \bar{B}_A , $\bar{\nu}(A)$, $\bar{E}_{Cm}(A)$ az A tömegű magban az egymásután kibocsátott $\bar{\nu}$ darab neutron átlagos kötési energiája, száma és energiája, $\bar{E}_\gamma(A)$ pedig a gammasugárzásban felszabaduló energia. Ez utóbbi a tapasztalat szerint jó közelítéssel $0,5 \cdot \bar{B}_A$ -nak vehető. Olyan további lehetséges energiatagok, mint például a bétabomlásból származó energiák elhanyagolása igen jó közelítésnek tekinthető.

VI. 3. Eredmények

A $\bar{\nu}(A)$ és $\bar{E}_{Cm}(A)$ függések meghatározására ^{252}Cf spontán, ^{233}U , ^{235}U , ^{239}Pu termikus neutronok hatására történő hasadási reakciójára végeztünk számolásokat. Amint az az előző fejezetből látszik, ezek a számolások minden szabad paramétertől mentesek. Bemenő adatai, Q , E_K és a nívósűrűség adatok, tömegformulából, modellszámolásból, illetve mérésekből vehetők. Az ezek értékeiben tapasztalható eltérések hatásának vizsgálatára számolásainkat a legkülönbözőbb rendelkez-



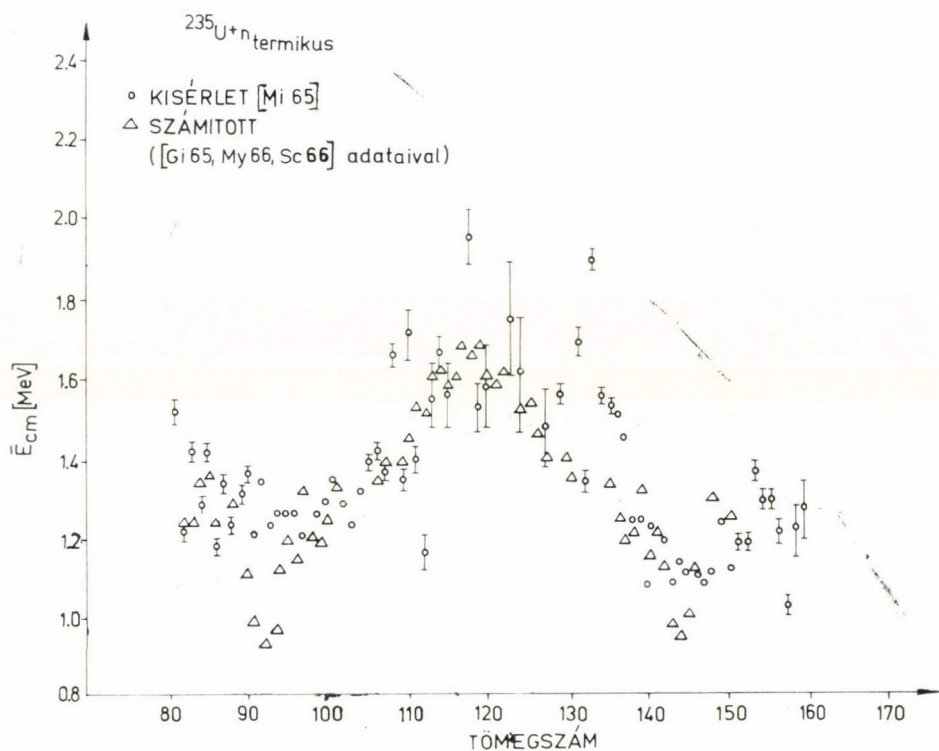
21a. ábra

zésre álló adatok felhasználásával végeztük el. A bemenő adatok különbsége az eredményeket viszonylag kis mértékben befolyásolta, és ez azt mutatta, hogy eljárásunk eléggé független a bemenő adatok ingadozásaitól, e magadatok alapvető tulajdonságai játsszák a főszerepet.

A számolások azt mutatják, hogy $\bar{v}(A)$ érzékenyebben függ a használt nívósűrűség-adatoktól, mint a $\bar{E}_{cm}(A)$ függés. Így például *Malyshev* és munkatársainak [Sh 66] extrapolált nívósűrűség-adatai alapján az átlagos neutronenergiákat jól, a neutronsám adatokat kevésbé jól kaphatjuk meg.

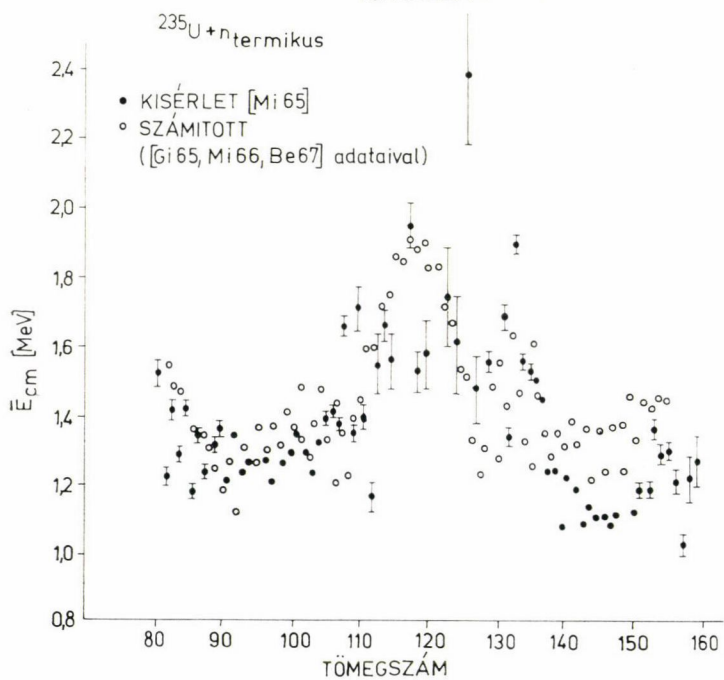
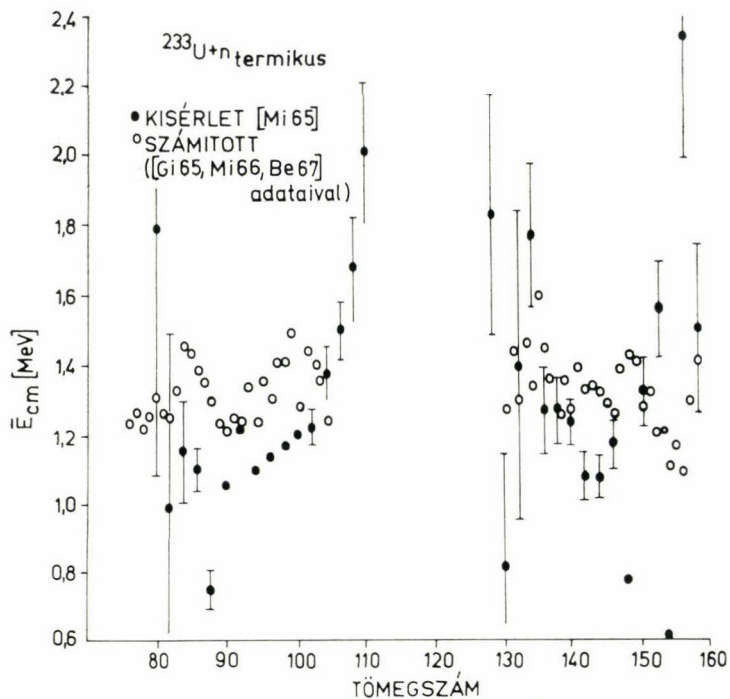
A különböző számolás sorozatokban a Q értéket *Milton* [Mi 66], *Wing* és *Varley* [Wi 64] és *Myers* és *Swiatecki* [My 66] munkáiból, a kísérletileg mért $E_K(A)$, kinetikusenergia-eloszlásokat *Milton* és *Fraser* [Mi 62] és *Schmitt*, *Neiler* és *Walter* [Sc 66] munkáiból, az $a(A)$ nívósűrűség-paramétereket *Gilbert* és *Cameron* [Gi 65], *Shubin*, *Malyshev* és *Stavinsky* [Sh 66] és *Erba*, *Facchini* és *Saetta—Menichella* [Er 66] munkából vettük. Az eredmények közül néhány, a kísérleti adatokkal együtt a 21—24. ábrákon látható.

Tekintettel arra, hogy az egyes $\bar{v}(A)$, illetve $\bar{E}_{cm}(A)$ adatok számolásánál semmiféle illesztési paramétert nem használtunk, az elmélet meglepően jól megegyezik

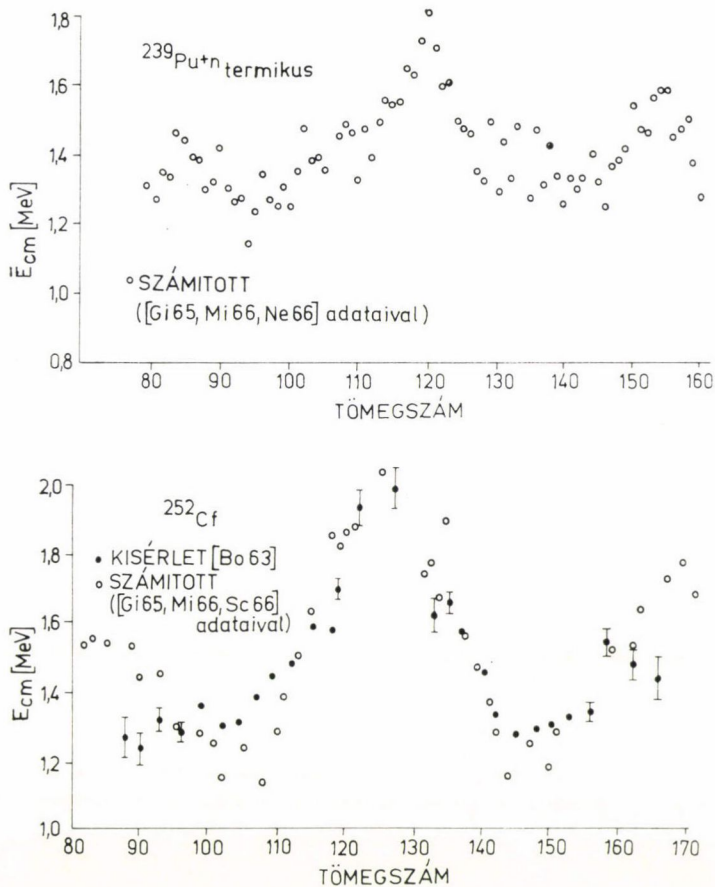


21b ábra

Az egyes hasadási termékmagokból kibocsátott neutronoknak, a magok c.m. rendszerében mért átlagos energiája ^{252}Cf spontán, illetve ^{235}U termikus hasadásánál



22. ábra



22. ábra. A hasadási prompt neutronok átlagos, c.m. rendszerében mért energiájának függése a termékmagok tömegszámától ^{233}U , ^{235}U , ^{239}Pu termikus és ^{252}Cf spontán hasadásnál

a kísérleti adatokkal. ^{239}Pu (n_{th} f) reakció esetén kísérleti $\bar{E}_{cm}(A)$ adatok nem állnak rendelkezésre.

Az eredmények a hasadási neutronemisszióra és az energetikai viszonyokra vonatkozó információkon kívül azt mutatják, hogy a szétszakadás előtt az egy-részecske szabadsági fokok között erős csatolás és nem-adiabatikus folyamatok lépnek fel. Így megerősítik Wilets-nek [Wi 64] a nem-adiabatikus folyamatok erősségére vonatkozó becsléseit és alapvetően kiegészítik az egyéb tömeg-, kinetikus-energia-eloszlásra stb. végzett statisztikus-modell-számolásokat. Ugyanakkor itt kell felhívni a figyelmet a III. 1. fejezet végén említett megjegyzéseinkre is, vagyis arra, hogy az erős statisztikus effektusok fellépte az egy-részecske szabadsági fokok között nem zárja ki, hogy ugyanakkor az egy-részecske és kollektív szabadsági fokok között gyenge csatolás legyen. Ez a tény ad magyarázatot Griffinnek [Gr 69]

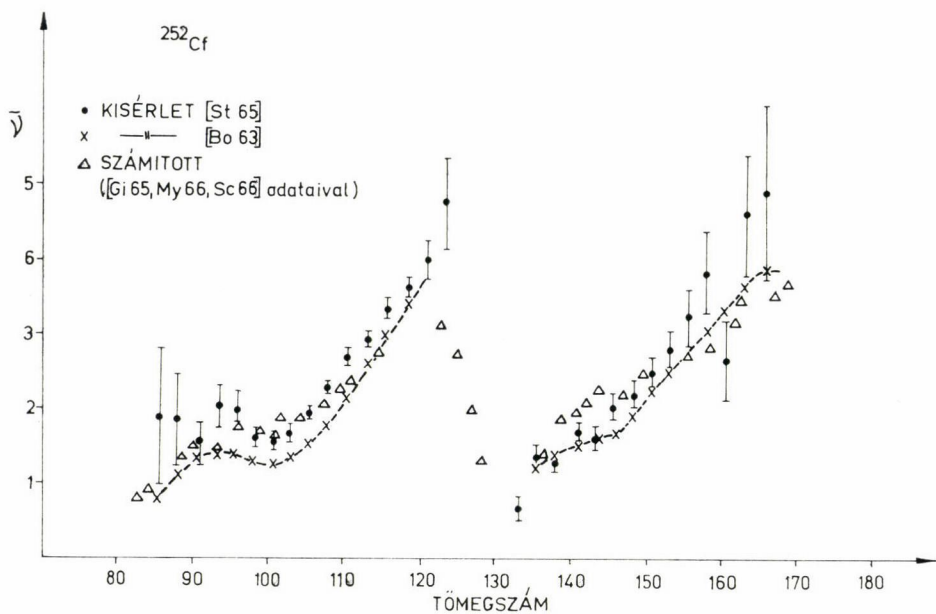
1. TÁBLÁZAT

A hasadási neutronok sűrűsége [ϱ , (V , θ)] cm/nsec-ként a könnyű hasadási termékhez képest a laboratóriumi rendszerben.
A sebesség diszperzió korrigálva

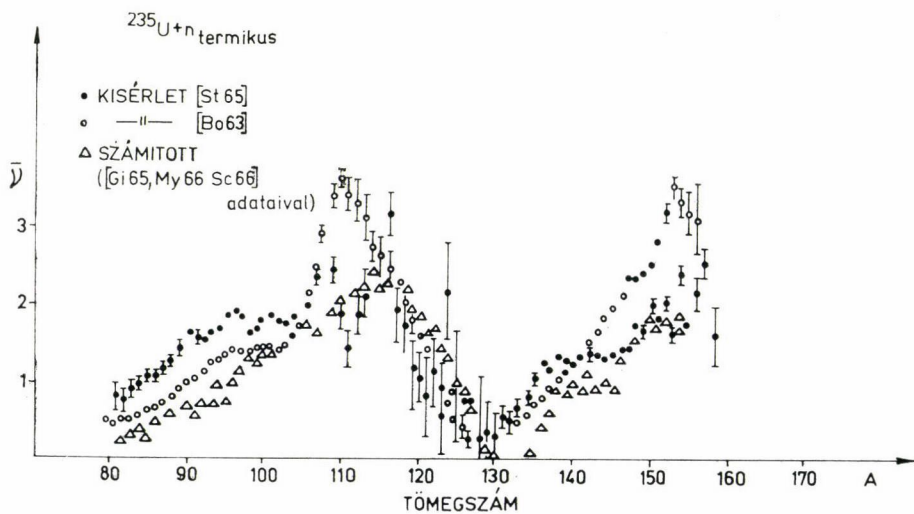
$V \begin{matrix} \theta \\ (10^\circ \\ \text{cm/sec}) \end{matrix}$	11,25° 100 ($p \pm \Delta p$)	22,50° 100 ($p \pm \Delta p$)	33,15° 100 ($p \pm \Delta p$)	45,00° 100 ($p \pm \Delta p$)	56,25° 100 ($p \pm \Delta p$)	61,50° 100 ($p \pm \Delta p$)	75,85° 100 ($p \pm \Delta p$)	90,00° 100 ($p \pm \Delta p$)
1,025	13,065 \pm 0,324	12,430 \pm 0,961	12,354 \pm 0,972	10,038 \pm 0,889	8,078 \pm 0,897	7,508 \pm 0,739	4,860 \pm 0,631	5,895 \pm 0,313
1,076	13,394 \pm 0,307	15,042 \pm 1,023	11,822 \pm 0,889	7,592 \pm 0,694	10,923 \pm 1,021	9,995 \pm 0,856	8,857 \pm 0,951	6,446 \pm 0,309
1,130	13,055 \pm 0,283	14,896 \pm 0,950	11,495 \pm 0,820	9,796 \pm 0,773	7,747 \pm 0,768	7,567 \pm 0,672	6,362 \pm 0,724	6,083 \pm 0,273
1,186	13,076 \pm 0,266	15,139 \pm 0,897	13,377 \pm 0,847	10,813 \pm 0,772	8,217 \pm 0,752	8,026 \pm 0,661	5,315 \pm 0,613	5,586 \pm 0,275
1,245	12,805 \pm 0,247	13,479 \pm 0,788	12,917 \pm 0,781	10,141 \pm 0,699	7,165 \pm 0,656	6,912 \pm 0,572	4,539 \pm 0,531	5,080 \pm 0,226
1,308	13,525 \pm 0,241	12,766 \pm 0,719	11,890 \pm 0,702	8,969 \pm 0,616	7,566 \pm 0,644	4,965 \pm 0,444	4,511 \pm 0,508	4,890 \pm 0,211
1,373	13,210 \pm 0,224	14,424 \pm 0,728	13,066 \pm 0,701	10,001 \pm 0,620	6,224 \pm 0,545	5,014 \pm 0,426	4,556 \pm 0,492	4,433 \pm 0,193
1,442	13,805 \pm 0,217	14,675 \pm 0,693	10,375 \pm 0,584	8,901 \pm 0,549	6,864 \pm 0,550	4,612 \pm 0,388	4,246 \pm 0,453	4,110 \pm 0,175
1,514	14,330 \pm 0,209	13,707 \pm 0,632	10,822 \pm 0,566	7,652 \pm 0,479	5,094 \pm 0,441	4,448 \pm 0,363	3,205 \pm 0,365	3,727 \pm 0,157
1,590	14,825 \pm 0,201	13,526 \pm 0,592	10,314 \pm 0,522	7,018 \pm 0,434	4,937 \pm 0,412	3,744 \pm 0,313	4,003 \pm 0,402	3,179 \pm 0,139
1,669	15,004 \pm 0,190	12,159 \pm 0,228	8,893 \pm 0,455	6,343 \pm 0,388	5,236 \pm 0,406	3,768 \pm 0,301	2,829 \pm 0,313	2,694 \pm 0,117
1,753	14,422 \pm 0,176	16,514 \pm 0,486	8,583 \pm 0,424	6,634 \pm 0,378	4,259 \pm 0,345	2,655 \pm 0,235	2,680 \pm 0,291	2,305 \pm 0,106
1,840	14,593 \pm 0,167	11,275 \pm 0,455	8,145 \pm 0,392	5,894 \pm 0,338	3,709 \pm 0,304	2,606 \pm 0,222	2,136 \pm 0,245	2,028 \pm 0,095
1,932	14,019 \pm 0,155	10,156 \pm 0,410	7,389 \pm 0,355	5,047 \pm 0,296	3,089 \pm 0,263	2,676 \pm 0,217	1,779 \pm 0,212	1,620 \pm 0,077
2,029	12,919 \pm 0,141	9,645 \pm 0,380	6,495 \pm 0,316	4,640 \pm 0,271	2,598 \pm 0,229	2,075 \pm 0,181	1,587 \pm 0,191	1,438 \pm 0,071
2,131	11,796 \pm 0,129	8,324 \pm 0,336	5,806 \pm 0,285	4,240 \pm 0,247	2,564 \pm 0,218	1,626 \pm 0,151	1,416 \pm 0,173	1,256 \pm 0,064
2,237	10,391 \pm 0,115	7,495 \pm 0,303	5,151 \pm 0,255	3,633 \pm 0,217	1,883 \pm 0,177	1,293 \pm 0,128	1,104 \pm 0,145	0,889 \pm 0,051
2,349	8,855 \pm 0,100	5,806 \pm 0,252	4,678 \pm 0,231	2,984 \pm 0,186	1,490 \pm 0,148	1,421 \pm 0,129	0,700 \pm 0,106	0,710 \pm 0,043
2,467	7,358 \pm 0,086	4,764 \pm 0,214	3,757 \pm 0,194	2,465 \pm 0,158	1,424 \pm 0,137	0,963 \pm 0,099	0,670 \pm 0,099	0,603 \pm 0,038
2,590	5,737 \pm 0,071	3,902 \pm 0,182	2,737 \pm 0,155	1,965 \pm 0,133	1,122 \pm 0,114	0,682 \pm 0,077	0,527 \pm 0,082	0,438 \pm 0,029
2,719	4,626 \pm 0,060	3,162 \pm 0,155	2,197 \pm 0,130	1,431 \pm 0,106	0,816 \pm 0,091	0,606 \pm 0,069	0,376 \pm 0,065	0,289 \pm 0,023
2,855	3,630 \pm 0,050	2,327 \pm 0,125	1,980 \pm 0,117	1,159 \pm 0,091	0,620 \pm 0,075	0,376 \pm 0,050	0,258 \pm 0,050	0,242 \pm 0,021
2,998	2,674 \pm 0,041	1,924 \pm 0,107	1,380 \pm 0,092	0,806 \pm 0,071	0,536 \pm 0,066	0,293 \pm 0,042	0,238 \pm 0,046	0,179 \pm 0,016
3,148	1,999 \pm 0,033	1,563 \pm 0,091	0,970 \pm 0,072	0,624 \pm 0,059	0,374 \pm 0,052	0,202 \pm 0,032	0,097 \pm 0,025	0,127 \pm 0,012
3,306	1,461 \pm 0,026	1,116 \pm 0,072	0,734 \pm 0,059	0,413 \pm 0,045	0,282 \pm 0,043	0,134 \pm 0,025	0,033 \pm 0,011	0,088 \pm 0,009
3,471	1,003 \pm 0,020	0,710 \pm 0,054	0,521 \pm 0,047	0,262 \pm 0,034	0,244 \pm 0,038	0,126 \pm 0,023	0,043 \pm 0,014	0,059 \pm 0,006
3,645	0,671 \pm 0,016	0,444 \pm 0,040	0,341 \pm 0,036	0,206 \pm 0,029	0,133 \pm 0,026	0,076 \pm 0,017	0,051 \pm 0,016	0,046 \pm 0,006
3,827	0,437 \pm 0,012	0,342 \pm 0,034	0,230 \pm 0,028	0,117 \pm 0,020	0,098 \pm 0,022	0,052 \pm 0,013	0,026 \pm 0,010	0,030 \pm 0,005
4,108	0,274 \pm 0,009	0,252 \pm 0,029	0,133 \pm 0,021	0,079 \pm 0,016	0,051 \pm 0,014	0,048 \pm 0,013	0,023 \pm 0,010	0,020 \pm 0,004
4,219	0,166 \pm 0,007	0,132 \pm 0,020	0,071 \pm 0,014	0,091 \pm 0,011	0,026 \pm 0,009	0,037 \pm 0,012	0,016 \pm 0,008	0,015 \pm 0,004
4,430	0,088 \pm 0,005	0,091 \pm 0,016	0,030 \pm 0,008	0,024 \pm 0,009	0,020 \pm 0,008	0,003 \pm 0,002	0,013 \pm 0,009	0,010 \pm 0,003

A hasadási neutronok sűrűsége $[Q, (V, \theta)]$ cm/nsec-ként a könnyű hasadási termékhez képest a laboratóriumi rendszerben.
A sebesség diszperzió korrigálva

θ V (10°) cm/sec	168.75° 100 ($p \pm \Delta p$)	157.50° 100 ($p \pm \Delta p$)	146.25° 100 ($p \pm \Delta p$)	135.00° 100 ($p \pm \Delta p$)	123.75° 100 ($p \pm \Delta p$)	112.50° 100 ($p \pm \Delta p$)	101.25° 100 ($p \pm \Delta p$)	90.00° 100 ($p \pm \Delta p$)
1,025	12,142 ± 0,345	11,423 ± 0,963	6,870 ± 0,664	5,798 ± 0,605	9,508 ± 1,056	7,431 ± 0,745	6,389 ± 0,820	5,895 ± 0,318
1,076	13,191 ± 0,305	10,103 ± 0,788	9,679 ± 0,774	8,672 ± 0,759	7,692 ± 0,805	9,884 ± 0,848	2,883 ± 0,403	6,446 ± 0,326
1,130	12,716 ± 0,279	10,434 ± 0,758	9,463 ± 0,721	11,484 ± 0,852	9,661 ± 0,888	6,808 ± 0,624	7,149 ± 0,784	6,083 ± 0,308
1,186	12,810 ± 0,263	12,064 ± 0,783	9,161 ± 0,668	8,091 ± 0,646	7,272 ± 0,696	5,960 ± 0,545	7,622 ± 0,781	5,586 ± 0,247
1,245	13,154 ± 0,251	11,169 ± 0,704	11,737 ± 0,738	8,410 ± 0,625	8,557 ± 0,730	5,795 ± 0,510	5,762 ± 0,621	5,080 ± 0,243
1,308	12,558 ± 0,230	10,708 ± 0,650	8,933 ± 0,593	7,582 ± 0,557	7,117 ± 0,621	5,611 ± 0,478	5,364 ± 0,569	4,890 ± 0,227
1,373	12,600 ± 0,218	9,707 ± 0,581	8,426 ± 0,546	7,602 ± 0,530	6,654 ± 0,567	4,424 ± 0,394	4,584 ± 0,495	4,433 ± 0,202
1,442	12,004 ± 0,200	10,578 ± 0,578	8,009 ± 0,503	6,989 ± 0,480	5,549 ± 0,486	4,487 ± 0,382	3,605 ± 0,409	4,110 ± 0,186
1,514	11,780 ± 0,187	8,760 ± 0,494	7,180 ± 0,450	6,924 ± 0,454	4,382 ± 0,403	3,599 ± 0,320	3,853 ± 0,409	3,727 ± 0,169
1,590	10,486 ± 0,175	8,696 ± 0,466	7,449 ± 0,436	5,569 ± 0,381	4,387 ± 0,385	3,567 ± 0,305	3,469 ± 0,370	3,179 ± 0,145
1,669	10,831 ± 0,160	8,641 ± 0,440	6,758 ± 0,393	4,785 ± 0,333	4,053 ± 0,351	3,275 ± 0,277	2,619 ± 0,299	2,694 ± 0,129
1,753	10,229 ± 0,147	7,372 ± 0,383	6,033 ± 0,350	5,112 ± 0,328	3,530 ± 0,309	3,080 ± 0,256	2,230 ± 0,261	2,305 ± 0,109
1,840	9,619 ± 0,135	6,810 ± 0,349	5,321 ± 0,312	4,845 ± 0,304	3,401 ± 0,290	2,310 ± 0,208	2,285 ± 0,254	2,028 ± 0,096
1,932	8,516 ± 0,120	6,263 ± 0,318	4,593 ± 0,275	3,710 ± 0,251	2,723 ± 0,245	2,018 ± 0,184	2,100 ± 0,234	1,620 ± 0,084
2,029	7,549 ± 0,107	5,358 ± 0,280	4,609 ± 0,264	3,575 ± 0,236	2,328 ± 0,215	1,517 ± 0,151	1,491 ± 0,184	1,438 ± 0,075
2,131	6,443 ± 0,094	4,568 ± 0,246	3,845 ± 0,229	2,805 ± 0,198	1,909 ± 0,185	1,301 ± 0,133	1,297 ± 0,164	1,256 ± 0,066
2,237	5,512 ± 0,083	4,098 ± 0,222	3,203 ± 0,199	2,434 ± 0,176	1,558 ± 0,159	1,257 ± 0,126	0,727 ± 0,111	0,889 ± 0,051
2,349	4,509 ± 0,071	3,543 ± 0,195	2,765 ± 0,164	1,825 ± 0,143	1,256 ± 0,134	0,879 ± 0,098	0,696 ± 0,105	0,710 ± 0,044
2,467	3,601 ± 0,059	2,748 ± 0,160	2,202 ± 0,146	1,447 ± 0,119	0,863 ± 0,103	0,500 ± 0,066	0,656 ± 0,098	0,603 ± 0,037
2,590	2,807 ± 0,049	1,992 ± 0,127	1,695 ± 0,119	1,249 ± 0,104	0,780 ± 0,092	0,581 ± 0,070	0,261 ± 0,052	0,438 ± 0,031
2,719	2,104 ± 0,040	1,460 ± 0,102	1,164 ± 0,092	0,971 ± 0,086	0,595 ± 0,076	0,360 ± 0,051	0,279 ± 0,053	0,289 ± 0,021
2,855	1,644 ± 0,033	1,105 ± 0,084	0,953 ± 0,079	0,703 ± 0,069	0,390 ± 0,057	0,230 ± 0,037	0,339 ± 0,059	0,242 ± 0,018
2,998	1,156 ± 0,026	0,849 ± 0,069	0,596 ± 0,058	0,498 ± 0,054	0,270 ± 0,044	0,295 ± 0,042	0,248 ± 0,048	0,179 ± 0,015
3,148	0,824 ± 0,020	0,665 ± 0,057	0,470 ± 0,048	0,335 ± 0,042	0,248 ± 0,041	0,180 ± 0,030	0,145 ± 0,033	0,127 ± 0,013
3,306	0,545 ± 0,015	0,372 ± 0,040	0,342 ± 0,039	0,258 ± 0,035	0,140 ± 0,028	0,135 ± 0,025	0,079 ± 0,021	0,088 ± 0,010
3,471	0,375 ± 0,012	0,283 ± 0,033	0,219 ± 0,029	0,150 ± 0,024	0,064 ± 0,016	0,088 ± 0,018	0,038 ± 0,012	0,059 ± 0,008
3,645	0,235 ± 0,009	0,177 ± 0,024	0,095 ± 0,017	0,087 ± 0,017	0,055 ± 0,014	0,062 ± 0,015	0,019 ± 0,007	0,046 ± 0,006
3,827	0,154 ± 0,002	0,118 ± 0,019	0,060 ± 0,012	0,071 ± 0,015	0,019 ± 0,006	0,043 ± 0,012	0,006 ± 0,003	0,030 ± 0,004
4,018	0,096 ± 0,005	0,077 ± 0,014	0,043 ± 0,010	0,017 ± 0,005	0,017 ± 0,006	0,016 ± 0,006	0,004 ± 0,000	0,020 ± 0,003
4,219	0,049 ± 0,003	0,055 ± 0,012	0,022 ± 0,006	0,013 ± 0,005	0,018 ± 0,007	0,017 ± 0,007	0,002 ± 0,001	0,010 ± 0,003
4,430	0,026 ± 0,002	0,016 ± 0,005	0,013 ± 0,005	0,016 ± 0,006	0,013 ± 0,006	0,009 ± 0,005	0,015 ± 0,010	0,010 ± 0,003



23a ábra



23b ábra

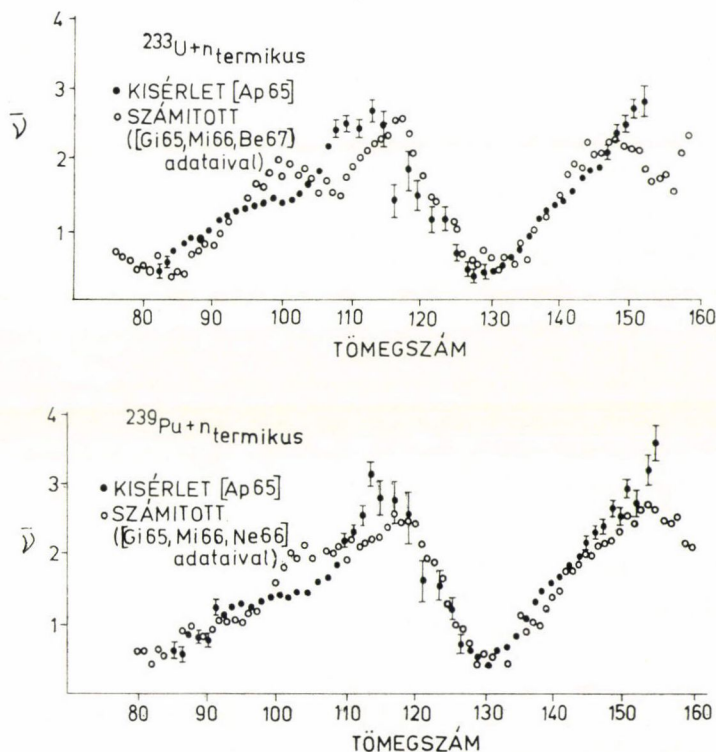
A hasadási prompt neutronok átlagos száma ^{252}Cf spontán és ^{235}U termikus hasadásánál a hasadási termékmagok tömegszámának függvényében.

a statisztikus egyensúly kialakulásával kapcsolatos kételyeire, vagyis, hogy egy ilyen termikus egyensúlyban a szétszakadáskor a nyeregponti állapotok tulajdonságaira való „emlékezés” teljesen elveszne, pedig a hasadási termékek szögeloszlását a nyeregponti állapot K kvantumszámai határozzák meg.

A fenti modell alapján most már rendelkezésünkre állnak az egyes hasadási termékmagok gerjesztési energiái, vagy mindjárt közvetlenül az $\bar{E}_{Cm}(A)$ átlagos neutronenergiák. Ezek felhasználásával az előző fejezetben ismertetett meggondolások alapján többféle lehetőség van a hasadási neutronok teljes energia- és szögeloszlásának kiszámítására: vagy rövidebb úton az egyes $\varphi(E_{Cm}, E^*, A)$ spektrumokat a (67, 69) vagy (54) kifejezésekkel közelítjük, a bennük szereplő paraméterek $\bar{E}_{Cm}(A)$ -ból egyértelműen adóttak, vagy minden magra gerjesztési energiájának ismeretében részletes kaszkádszámolásokat végzünk.

Kézenfekvő volt, hogy például ^{252}Cf spontán hasadásának esetére, ahol Bowman és munkatársainak [Bo 62] mérései (1. táblázat) rendelkezésünkre állnak, mindkét utat kövessük, így egyszerre az összes közelítés jószágát is megvizsgálhatjuk.

Minden esetben a számolt teljes energia és szögeloszlást hasonlítottuk össze a kísérleti adatokkal és egyúttal azt is megvizsgáltuk, hogy hogyan változik az egyezés, ha a scission feltételezését elfogadva a számolások eredményeihez még az összes



24. ábra. A hasadási prompt neutronok átlagos száma ^{233}U és ^{239}Pu termikus neutronokra történő hasadásánál a hasadási termékmagok tömegszámának függvényében

neutronok 10 %-át kitevő, a laboratóriumi rendszerben izotrop, $T=1,3$ MeV paraméterű párolgási spektrumnak megfelelő energiaeloszlást is figyelembe vesszük.

A számolt és a kísérleti adatok összehasonlítására minden esetben az

$$S^2 = \frac{1}{f} \sum_i (N_i^m - N_i^c)^2 / \sigma_i^2 \quad (90)$$

mennyiséget használtuk, ahol N_i^m , N_i^c , σ_i az egy adott szögnél és egy adott energiánál mért, számolt neutronintenzitás, illetve a megfelelő mérési adat hibája. f az összehasonlítási pontok száma. A teljes rendelkezésre álló energia- (0,5—10 MeV, 32 mérési pont) és szög- (11,25°—168,75°, 16 mérési pont) tartományban $f=512$ pontot jelent.

Számolásainkat először

$$\varphi(E_{Cm}, E^*, A) \sim E^n \cdot \exp(-E/T) \quad (91)$$

alakú spektrumokkal végeztük, hogy n legjobb értékét meghatározzuk. Az eredmények azt mutatták, hogy $n \approx 0,49$ esetén kapjuk a legjobb egyezést. Így a továbbiakban az ilyen típusú spektrumok közül csak az $n=0,5$ -nek megfelelő Maxwell-típusú, illetve az $n=1$ -nek megfelelő ún. párolgási spektrumokkal végzett további vizsgálatok eredményeivel foglalkozunk.

A számolások eredményeit a 2—5. táblázatokban foglaltuk össze. Az egyes paraméterek hibáit a 6. táblázatban szereplő adatok jellemzik.

A BOW, MA, EV, CA, SN jelölések a *Bowman*, *Maxwell*, párolgási és részletes kaszkádszámolás útján nyert $\varphi(E_{Cm}, E^*, A)$ spektrumok használatát, illetve a fel-

2. TÁBLÁZAT

Spektrum típus	S^2					
	teljes	0°	45°	90°	135°	180°
BOW	6,46	21,16	1,83	10,30	8,09	8,60
BOW SN	6,82	34,57	1,71	3,42	8,96	6,79
MA	10,02	71,66	1,33	11,82	5,28	14,70
MA SN	10,59	83,64	1,44	5,48	6,57	14,47
EV	73,21	654,30	9,07	27,80	6,62	319,70
EV DN	72,13	676,40	5,56	20,01	12,61	282,00
CA	18,51	87,24	4,87	38,85	8,77	42,72

3. TÁBLÁZAT

Spektrum típus	S^2					
	teljes	0°	45°	90°	135°	180°
BOW	5,51	12,30	2,14	11,15	5,74	9,65
BOW SN	5,05	15,31	2,21	3,22	6,22	10,08
MA	9,16	62,14	1,70	12,39	3,41	18,37
MA SN	8,91	63,72	2,00	4,71	4,24	20,06
EV	75,19	695,40	7,61	26,68	7,54	312,00
EV SN	69,65	645,80	8,00	18,36	8,92	285,80

4. TÁBLÁZAT

Spektrum típus	S^2	SN neutronok * %	T	B
BOW	4,69	6,75	1,32	-0,106
SMA	8,30	11	1,24	1,023
CA	12,17	16	1,65	1,15
Könnyű és nehéz fragmentek megkülönböztetése nélkül				
BOW	2,33	1	2,16	-2,39
MA	6,58	19	1,23	3,18
CA	7,17	25	1,61	2,16

* Itt az SN neutronok járulékát a $\varphi_{SN}(E, \theta) = C \cdot E \cdot \exp(-E/T) \cdot (1 + B \cdot \cos^2 \theta)$ kifejezés írja le, ahol C , T , B szabad paraméterek.

5. TÁBLÁZAT

Spektrum típus	Teljes	S^2 $0,8 < E_n < 6$ MeV	11.25° 168.75° 90° kivételével	Együttes energia- és szög- korlátozás mellett
BOW	4,68 (7%)	4,21 (4,9%)	3,12 (42,8%)	2,30 (35%)
MA	7,30 (11%)	9,02 (10%)	2,53 (2,6%)	1,86 (0,9%)
CA	12,17 (16%)	17,95 (45%)	4,43 (20%)	4,92 (38%)

tételezett scission-neutron (SN) spektrumjárulékának figyelembevételét jelentik. A 2. táblázatban az SN -ek az összes neutronok 10%-át teszik ki és a laboratóriumi rendszerben izotrop, párolgási spektrumuk T paramétere 1,3 MeV. A (64)-ben szereplő $\bar{\nu}(A)$ értékeire *Bowmann* és munkatársainak az eredményeit használtuk [Bo 63]. Az egyes oszlopokban a könnyebb hasadási termékmag irányához képest mért megfelelő szögekben kapott parciális S^2 értékeket adtuk meg.

A 3—6. táblázatokban a (64)-ben szereplő $\bar{\nu}(A)$ értékeire *Stein* mérési adatait [St 65] használtuk. A 4. táblázatban egy szabad C , T , B paraméterekkel rendelkező scission-neutron spektrum legjobb illesztési paraméterei láthatók. Az 5. táblázatban a leszűkített energia- (0,8—6 MeV) és szögtartományokra (a kísérletileg legkevésbé megbízható szögek 11,25°, 168,75° és 90° elhagyásával) kapott S^2 értékeket tüntettük fel. Zárójelben a scission-neutronok legkedvezőbb százalékos járuléka található.

Az eredményekből az látható, hogy egyes illesztések S^2 értéke kisebb vagy ugyanakkora, mint *Bowman* és munkatársainak [Bo 62] 6 szabad paraméterrel (három párolgási spektrum összegével történt az illesztés), scission-neutronok feltételezése nélkül kapott legjobb eredménye ($S^2=6,60$). Az is látható, hogy a scission-neutronok feltételezése kisebb változást okoz, mint a spektrummegválasztás vagy a $\bar{\nu}(A)$ eloszlás értékeinek változtatása.

A 4. táblázatból pedig kitűnik, hogy igen jelentős változásokat okoz az a tény, hogy a hasadási termékpárok könnyű és nehéz tagját megkülönböztetjük-e vagy sem. Ezek az eredmények magyarázhatják azt a tényt is, hogy *Sargent* és munkatársai ^{232}Th foto-hasadásánál [Sa 65] nem találtak scission-neutronokat. Ők a termékmag-párok tagjait nem különböztették meg.

Az 5. táblázatban S^2 értékeit és zárójelben a scission-neutronok legkedvezőbb százalékos arányát tüntettük fel a teljes energia- és szögeloszlás különböző tartományokban. Fizikailag jó mérési adatok és megfelelően jó elméleti spektrumok esetén az izotrop szögeloszlású scission-neutronok százalékos aránya nem mutathatna ilyen nagy változásokat.

Mindezen adatokból arra következtethetünk, hogy a scission-neutronok feltételezése megalapozatlan, különösen alátámasztja ezt az a tény, hogy egyes tartományokban, például Maxwell-spektrumok esetén, az elméleti és kísérleti adatok egyezése a szétszakadási neutronok feltételezése nélkül is ($S^2 = 1.86$) statisztikusan szignifikáns. A feltételezett scission-neutronok százalékos aránya, paraméterei a különböző illesztéseknél erősen ingadoznak és az adatok szerint megfelelő tömegközépponti spektrumok megtalálása jóval erősebben befolyásolja az egyezés jóságát, mint az eltérő emisszió-mechanizmus, a scission-neutronok feltételezése. Feltételezésükhöz a kísérleti adatokban rejlő szisztematikus hibák vezethettek. Ilyenek például a könnyű és nehéz termékmagok nem megfelelő megkülönböztetése — ez különösen 90° -os mérési szögben igen kritikus —, a neutrondetektálási hatásfokok, a nem egyenletes gamma-háttérsugárzás nem elég pontos figyelembevétele és így tovább. Ezt igazolják *Sargent* és munkatársainak [Sa 65] mérései is.

Bár csaknem valamennyi elméleti spektrum ábrázolva „jól” egyezik a kísérlettel, bizonyos tartományokban a mérések statisztikus hibái olyan kicsik, hogy viszonylag kis eltérések igen elrontják az S^2 értékét.

A kaszkádszámolások, bár a különböző ($n, 2n$) reakciókra nagyon jól egyeznek a kísérleti adatokkal [Kl 72b], gyakorlati célokra nehézkesek, egy a ^{252}Cf spontán hasadásnál keletkező neutronok energia- és szögeloszlásra vonatkozó teljes számolása a KFKI ICT 1905-ös számológépen 8—9 órás futási időt jelent és még így sem veszi figyelembe az egyes termékmagok kezdeti gerjesztési energiájának szórását. Ez utóbbi tény magyarázhatja a viszonylag nagyobb S^2 értékeket. A Maxwell-típusú spektrumok kevésbé egzaktak, de ugyanakkor mint több spektrum összegének határértékei (ezt numerikus úton külön számolásaink is igazolják [Kl 72a]) jól közelítik a különböző gerjesztési energiákhoz tartozó spektrumok eredőjét. Ugyanakkor a szokásos elméleti közelítés, a párolgási spektrumok használata egészen rossz eredményekre vezet.

Más számolásaink, amelyeket anizotrop tömegközépponti spektrumok feltételezésével végeztünk:

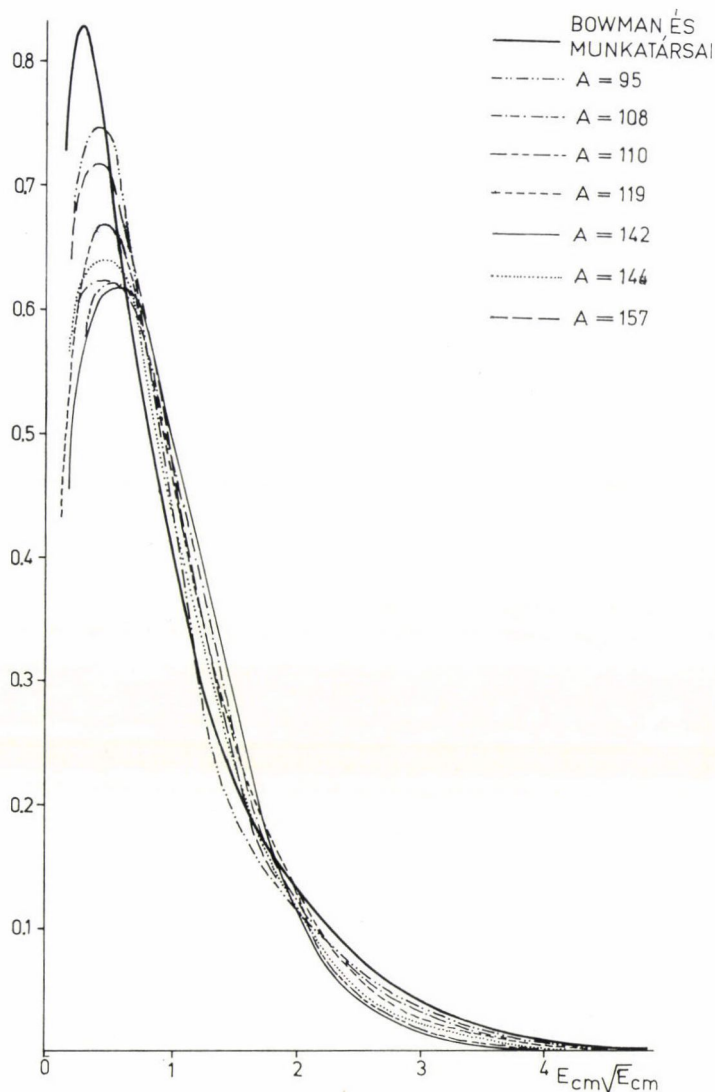
$$\varphi_{Cm}(E, E^*, \vartheta) = \varphi_{Cm}(E, E^*) (1 + b \cdot \cos^2 \vartheta) \quad (92)$$

azt mutatták, hogy az adott energia és szögtartományban ($0.5 < E_{Cm} < 10$ MeV, $\vartheta > 11^\circ$) a legjobb egyezést $b \approx 0$ esetén kapjuk, ami teljesen megegyezik *Bowman* és munkatársainak [Bo 62] következtetéseivel.

Ha külön-külön megvizsgáljuk az egyes hasadási termékmagokra végzett neutron kaszkádszámolások eredményeit, a tömegközépponti koordinátarendszerekben, E_{Cm}/\bar{E}_{Cm} egységeken ábrázolt spektrumok meglepő hasonlatosságot mutatnak (25. ábra). Az ábrán látható *Bowman* és munkatársainak tapasztalati eredménye, a valamennyi tömegszámra érvényes „univerzális” eloszlás is, amellyel a kísérleti spektrumokat közelítette. Ennek az egységes spektrumformának létezését erősítik meg, értelmezik számolási eredményeink is. Ha az alap emissziós spektrumok — az egyes hasadási termékmagokból, adott gerjesztési energia esetén kibocsátott neutronkaszkád energiaeloszlása — E_{Cm}/\bar{E}_{Cm} változóban ilyen „univerzális” elosz-

lászformát ad, természetes, hogy az ilyen spektrumok összege is az „univerzális” eloszlásra vezet. Például Maxwell-típusú spektrumok esetén ez közvetlenül látszik, bonyolultabb szerkezetű spektrumokra ez általában nem igaz.

A 25. ábráról az is látszik, hogy a fenomenologikus Bowman-spektrum kis energiáknál és nagy energiáknál mutat többlethozamot a számolt értékekhez viszonyítva. Ugyancsak megvizsgáltuk, hogy okoz-e eltéréseket az, hogy a szétszakadás



25. ábra. A különböző tömegű hasadási termékekből kibocsátott neutronok c.m. rendszerben, részletes kaszkád-számolás alapján meghatározott energiaspektruma dimenzió nélküli $E/\sqrt{E_{cm}}$ egységekben

után nem rögtön alakul ki a termékmagokban a közbenső magmodellnek megfelelő energiaegyensúly és az egyensúly előtti emissziók (pre-equilibrium) modelljének [Gr 66, Bl 68, He 72] megfelelően viszonylag nagyobb energiájú neutronok lépnek ki, mielőtt a gerjesztési energia teljesen szétszóródna a mag nukleonjai között. E modell szerint, egy

$$\varphi_{Cm}^{PRE}(E, A) \sim \sigma^N \cdot \sum_{n=3,5,7}^{\bar{n}} \left(\frac{U}{E_0} \right)^{n-2} n(n-1) \quad (93)$$

alakú járulékos energiaeloszlás figyelembevételével is elvégeztük számolásainkat. U a neutronkibocsátás utáni mag maradék gerjesztési energiája

$$U = E_0 - E - B_n, \quad (94)$$

ahol E_0 a kezdeti gerjesztési energia, B_n pedig a neutron kötési energia. n az „exciton” gerjesztési állapotok száma, \bar{n} ezek átlagos száma. σ^N a nem egyensúlyi emisszió teljes hatáskeresztmetszete, ami $\sigma^N \sim A^{1/3}$ tömegszámfüggést mutat [He 72], és ezzel a termékmagok viszonylagosan különböző járulékát vesszük közelítőleg figyelembe.

Számolásunkban vizsgáltuk az $n=5, 7, 11$ eseteket. Azt tapasztaltuk, hogy a várakozásnak megfelelően nem túl magas gerjesztési energiák lépnek fel, — az $n=5$ közelítés adta a viszonylag legjobb eredményeket. A nem egyensúlyi-egyensúlyi emisszió viszonylagos arányát a legkedvezőbb S^2 érték megkeresésével határoztuk meg. Ezt az arányt valamennyi hasadási termékra ugyanakkorára választottuk, ami elég erős feltevés, azonban jelenleg még nem állnak rendelkezésre pontosabb adatok.

Az eredményeket a 6. táblázatban tüntettük fel. Látható, hogy az egyensúly előtti neutronok (PRE) feltételezése jobb közelítést jelent, mint a szétszakadási-scission neutronok (SN) figyelembevétele, de a statisztikusan kielégítő $S^2 \sim 1$ értékek így sem érhetők el.

6. TÁBLÁZAT

Spektrum típus	S^2	SN neutronok %	T	B
BOW PRE	4,76	6,7	1,15 + 0,02	0,5 + 0,15
MA PRE	8,06	9,9	1,11 0,01	2,97 0,19
CA PRE	12,7	12,7	1,25 0,01	1,11 0,10
Könnyű és nehéz fragmentek szétválasztása nélkül				
BOW PRE	2,31	3,8	2,03 0,07	- 3,84 0,30
MA PRE	6,20	14,8	1,17 0,01	3,47 0,23
CA PRE	6,75	22,3	1,38 0,01	2,91 0,14
$\theta = 11,25^\circ, 168,75^\circ,$ 90° kivételével				
BOW PRE	2,38	0,5	0,82 0,05	- 2,36 0,32
MA PRE	2,47	8,2	0,90 0,04	3,32 0,66
CA PRE	5,22	24,9	1,13 0,01	3,20 0,23

A számolások azt mutatják, hogy az S^2 „nem elég jó” értékeitől eltekintve pl. szokásos grafikus ábrázolásban a számolások és a kísérletek eredményei jól egyeznek. S^2 1-től eltérő értékeinek oka a mérés említett hibaforrásaiban kereshető.

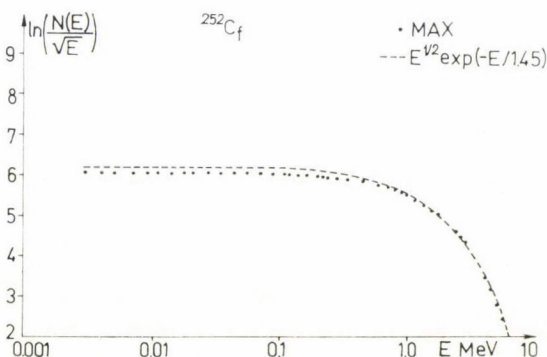
Az általános formalizmusból könnyen meghatározhatjuk a hasadási neutronok laboratóriumi rendszerben mért energiaeeloszlását is. Ez gyakorlati szempontból éppen úgy, mint történetileg a legrészletesebben vizsgált kérdés.

$$N(E) dE = \int_{\Omega} N(E, \theta) d\Omega dE \quad (95)$$

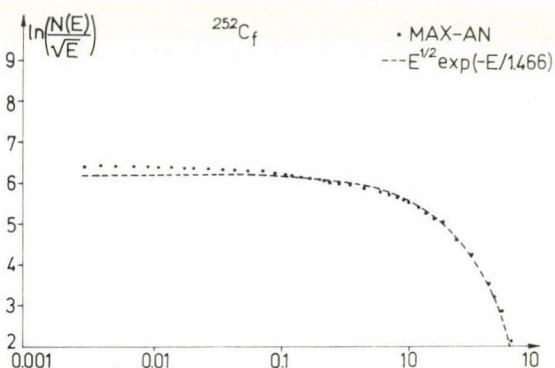
ahol \int_{Ω} a teljes térszögre vett integrálást jelöli.

Ezt az integrálást ^{252}Cf spontán és ^{235}U termikus hasadása esetére végeztük el, mégpedig a különböző alapemissziós spektrumok esetére. Azt kívántuk így megvizsgálni, hogy az ilyen „mikroszkopikus”, szabad paraméterektől mentes számolás egyrészt, hogyan reprodukálja a neutronok energiaeeloszlását, másrészt a leginkább rendelkezésre álló kísérleti adatokból milyen információkat nyerhetünk az összetett folyamat alapelemeire vonatkozóan. Számolásaink eredményeit a következőkben foglalhatjuk össze:

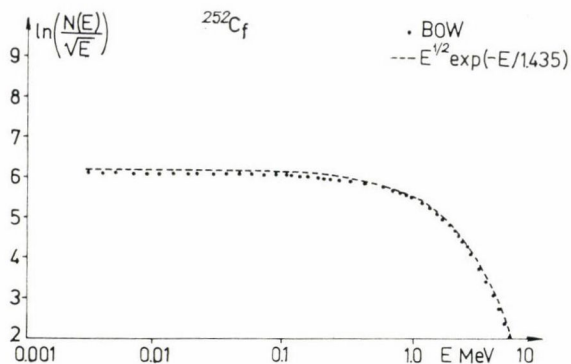
- a) Az eredő numerikus neutron-energieeloszlások valamennyi első esetben közelítésben elég jól leírhatók egy egy-paraméteres (T) Maxwell-eloszlással (26—30. ábrák).



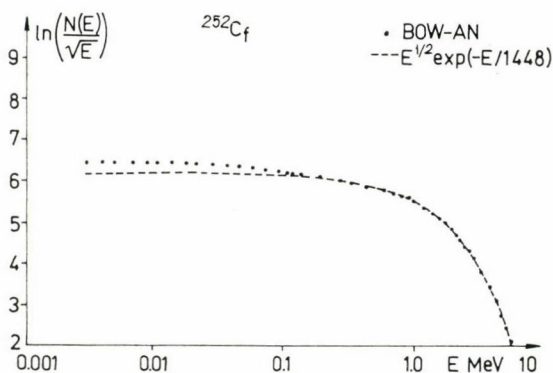
26. ábra. Maxwell-eloszlásokból (MAX) és egyetlen Maxwell-eloszlásból adódó energiaeeloszlások



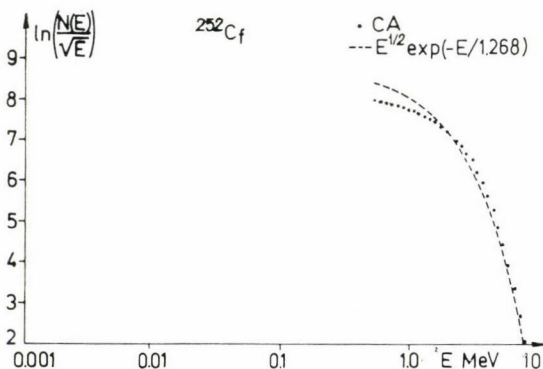
27. ábra. $\varphi_M(E_{cm}) (1 + 0,4 \cos^{16} \theta_{cm})$ típusú anizotrop Maxwell-eloszlásokból (MAX-AN) és egyetlen Maxwell-eloszlásból adódó energiaeeloszlások



28. ábra. Az (V.3.1) típusú eloszlások összegéből (BOW) és egyetlen Maxwell-eloszlásból adódó energiaeloszlások



29. ábra. Egy $(1 + 0,4 \cos^{16} \theta_{cm})$ tényezővel szorzott (V.3.1) típusú eloszlások összegéből (BOW-AN) és egyetlen Maxwell-eloszlásból adódó energiaeloszlások



30. ábra. Részletes kaskád számolások összegéből (CA) és egyetlen Maxwell-eloszlásból adódó energiaeloszlások

Ugyanakkor az is észrevehető, hogy az ilyen fittelésből adódó T paraméter értéke meglehetősen változik a tekintetbe vett energiatartomány-szélességtől. Ez egyik magyarázata lehet a különböző mérésekben talált, a statisztikus hibát meghaladó T paramétereltéréseknek (7. táblázat).

- b) A számolások azt mutatták, hogy a ^{252}Cf spontán hasadásnál keletkező neutronok alacsony energiájú tartományában (0,002—0,5 MeV), a spektrum többi részéhez illesztett Maxwell-spektrumhoz képest talált többlet-neutronok [Jé 72] egy igen erős, tömegközépponti rendszerben fellépő, csak kis szögeknél mutatkozó (igen nagy J) anizotrop eloszlással is értelmezhetők. Ez az anizotropia a szokásos méréseknél 10° -nál nagyobb szögeknél már nem észlelhető, így ezt más mérésekben [Bo 63] nem találták, amint ezt a szög- és energiaeoszlás tárgyalásánál már említettük. Az ilyen $\varphi_{cm}(E)$ ($1 + 0,43 \cos^{16} \theta_{cm}$) típusú, kis szögeknél erős anizotrópiát okozó spektrumok hatását mutatják a 26—29. ábrák. A nagy impulzusmomentum fellépését a hasadási termékekből kibocsátott gammasugárzás-mérések [Ho 64, De 63, Sk 65] nagyon valószínűsítik, ennek ellenére a jelenlegi számolások csak egy lehetséges magyarázatra világítanak rá.
- c) A számolások azt mutatták, hogy az alacsony energián mutatkozó „anomália” figyelembevételével együtt a teljes spektrum gyakorlati célokra már két Maxwell-spektrum összegével közelíthető kielégítő módon.

7. TÁBLÁZAT

Energia intervallum MeV	T különböző spektrumok esetén				
	MAX.	MAX-AN.	BOW	BOW-AN	CAS:
^{252}Cf					
0,003—15	1,405 + 0,007	1,384 + 0,005	1,458 + 0,003	1,435 + 0,006	
0,5 —15	1,374	1,385 + 0,007	1,446	1,457 + 0,003	
1 —15	1,365	1,375 + 0,006	1,442	1,453	
0,003—10	1,449 + 0,008	1,391 + 0,010	1,473	1,430 + 0,009	
0,59 —10	1,410	1,402 + 0,020	1,458	1,470 + 0,003	
Szétszaka- dási neutro- nok feltéte- lezésével					
1,2 —10	1,428 1,397		1,468 1,453		
		1,388 + 0,020		1,466	
0,003—7,5	1,496 + 0,009	1,422 + 0,012	1,478 + 0,005	1,405 + 0,013	*1,50 + 0,007
0,5 —7,5	1,445	1,458 + 0,009	1,451	1,463 + 0,005	*1,46 + 0,006
1 —7,5	1,422	1,437	1,439	1,452	*1,45 + 0,005
0,003—6	1,521	1,424 + 0,015	1,481 + 0,006	1,390 + 0,016	
0,5 —6	1,470	1,482 + 0,009	1,450	1,461 + 0,006	1,306 + 0,021
1 —6	1,450 + 0,006	1,466	1,435	1,448	1,268
0,003—2	1,671 + 0,007	1,295 + 0,040	1,592 + 0,003	1,249 + 0,044	
0,5 —2	1,599 + 0,007	1,595	1,579 + 0,014	1,582 + 0,010	1,938 + 0,025
1,2 —2	1,560	1,574	1,510 + 0,017	1,527 + 0,016	1,861 + 0,027
0,003—1	1,741 + 0,005	1,063 + 0,050	1,594 + 0,004	1,006 + 0,050	
0,59 —1	1,667	1,615 + 0,004	1,656	1,613 + 0,004	2,123 + 0,018
^{235}U					
0,003—15	1,342 + 0,005		1,288 + 0,008		

- d) Itt jegyezzük meg, bár nem szorosan ide tartozik, hogy az V. 2. fejezetben ismertett és általánosan használt

$$\bar{E} = 0,75 + 0,65 \cdot (\bar{\nu} + 1)^{1/2}$$

Terrel-összefüggés közelítő érvényességét az átlagenergiáknak a fenti „mikroszkopikus” eljárásnak megfelelő meghatározásával mutattuk ki. [K1 72a.] Az összefüggés függvényalakja általánosan jó közelítésnek adódik, a számértékek azonban magonként és gerjesztési energiától függően többé-kevésbé változnak és ez magyarázza a bizonyos méréseknél [Sm 72] talált eltéréseket.

VII. Összefoglalás

Befejezésül a dolgozat főbb önálló eredményeit a következőképpen foglalhatjuk össze:

1. Rámutattunk az adiabatikus és statisztikus hasadási modellek egyidejű alkalmazásának, ellentmondás-mentességének és ezzel egy egységes hasadási modell kidolgozásának elvi lehetőségére.
2. Megfogalmaztuk az alacsony energiájú hasadási magreakciókban keletkező prompt neutronok általános elméletét.
3. A szétszakadásnál az egyrészecke-szabadságfokok között fennálló statisztikus egyensúly feltételezése alapján egyszerre értelmeztük a neutronok átlagos számának „fűrészfog” alakú, átlagos energiájuknak pedig közel szimmetrikus tömegszámfüggését. A ^{252}Cf spontán, illetve ^{233}U , ^{235}U és ^{239}Pu termikus neutronokkal előidézett hasadására végzett numerikus számolások igen jól egyeznek a kísérleti adatokkal.
4. Az egyes hasadási termékekből kibocsátott neutronok energiaeioszlásának meghatározása érdekében a neutronkaskádok energiaeioszlásának számolására (n, n') , $(n, 2n)$ reakciókra végzett számolásokkal is megerősített, az eredeti Weisskopf-féle emissziómechanizmusra épülő módszert dolgoztunk ki.
5. ^{252}Cf spontán hasadására az egyedi hasadási termékekből kilépő neutronok energiaeioszlásának részletes kaskádszámolásával, illetve Maxwell- és párolgási spektrumok felhasználásával kiszámolt teljes energia- és szögeloszlását a kísérleti adatokkal összehasonlítva kimutattuk, hogy az ún. szétszakadási vagy scission-neutronok feltételezése nem indokolt.
6. A fenti számolások során kimutattuk az ún. univerzális redukált neutron-spektrum létezésének lehetőségét.
7. A teljes hasadási neutron-energieioszlásokra végzett számolásokkal kimutattuk, hogy a hasadási termékek összetett neutron-energiaspektruma a szokásos 0,5–10 MeV energiatartományban jól leírható egyetlen Maxwell-típusú eloszlással, ugyanakkor rámutattunk ezen közelítés korlátaira. Az alacsony energiáknál (0,02–0,5 MeV) tapasztalt neutrontöbblet értelmezésére egy lehetőségként a hasadási termékek tömegközépponti rendszerében kis szögeknél fellépő erős anizotrop szögeloszlás hatására mutattunk rá.

IRODALOM

- [Ab 39] *Abelson, P.*, Phys. Rev. 55, 418, 1939.
- [Al 56] *Alder, K., Bohr, A., Huus, T., Mottelson, B., Winther, A.*, Rev. Mod. Phys. 28, 432, 1956.
- [Ap 60] *Apalin, V. F., Dobrynin, Yu. P., Zakharova, V. P., Kutikov, I. E., Mikaelyan, L. A.*, Atomnaja Energija 8, 15, 1960. Nucl. Phys. 38, 193, 1962. Nucl. Phys. 41, 92, 1963. Nucl. Phys. 55, 249, 1964.
- [Be 67] *Bennett, M. J., Stein, W. E.*, Phys. Rev. 156, 1277, 1967.
- [Bj 69] *Björnholm, S., Strutinsky, V. M.*, Nucl. Phys. A136 1, 1969.
- [Bl 52] *Blatt, J. M., Weisskopf, V. F.*: Theoretical Nuclear Physics, John Wiley and Sons 1952. London.
- [Bl 62] *Blinov, M. V., Kazarinov, N. M., Protopopov, A. N.*, ZSETF 42, 1017, 1962. Atomnaja Energija 18, 108, 1965.
- [Bl 63] *Bljumkina, Yu. A., Bondarenko, I. I., Kuznyecov, V. F., Nyeszterov, V. G., Okolovics, V. N., Szmirenkin, G. N.*, Atomnaja Energija 15, 64, 1963.
- [Bl 66] *Blinov, M. V., Kazarinov, N. M., Protopopov, A. N.*, Jadernaja Fizika 4, 1179, 1966.
- [Bl 68] *Blann, M.*, Phys. Rev. Letters 21, 1357, 1968.
- [Bl 70] *Blann, M., Lanzafame, F. M.*, Nucl. Phys. A142, 559, 1970.
- [Bo 36] *Bohr, N.*, Nature 137, 344, 1936.
- [Bo 39] *Bohr, N., Wheeler, J. A.*, Phys. Rev. 56, 426, 1939.
- [Bo 56] *Bohr, A.* Proc. UN Int. Conf. PUAE, Geneva, 1956, Vol. 15, p. 361.
- [Bo 62] *Bowman, H. R., Thompson, S. G., Milton, J. C. D., Swiatecki, W. J.*, Phys. Rev. 126, 2120, 1962.
- [Bo 63] *Bowman, H. R., Thompson, S. G., Milton, J. C. D., Swiatecki, W. J.*, Phys. Rev. 129, 2133, 1963.
- [Bo 69] *Bohr, A., Mottelson, B. R.*: Nuclear Structure, W. A. Benjamin, Inc. Amsterdam, 1969.
- [Br 60] *Brunner, W. Paul, H.*, Ann. Phys. 6, 267, 1960; Ann. Phys. 7, 326, 1961; Ann. Phys. 7, 33, 1961; Ann. Phys. 8, 146, 1961.
- [Bu 55] *Businaro, U. L., Gallone, S.*, Nuovo Cim. 1, 629, 1955.
- [Ca 62] *Carlson, B. C., Pao Lu*: Proc. Rutherford Jubilee Int. Conf., Birks., 1962, p. 291.
- [Ch 68] *Cheifetz, E., Fraenkel, Z.*, Phys. Rev. Letters 21, 36, 1968.
- [Co 63] *Cohen, S., Swiatecki, W. J.*, Ann. Phys. 22, 406, 1963; *Cohen, S., Plasin, F., Swiatecki, W. J.*: Proc. Third Int. Conf. on Reactions between Complex Nuclei, Berkeley, 1963, University of California Press, p. 325.
- [Cr 56] *Cranberg, L., Frye, G., Nereson, N., Rosen, L.*, Phys. Rev. 103, 662, 1956.
- [Dé 63] *Dési S., Graff, G., Lajtai, A., Nagy L.*, Phys. Letters 3, 343, 1963.
- [Di 56] *Diven, B. C., Martin, H. C., Taschek, R. F., Terrel, J.*, Phys. Rev. 101, 1012, 1956.
- [Do 59] *Dostrowsky, I., Fraenkel, Z., Friedlander, G.*, Phys. Rev. 116, 683, 1959.
- [Dy 70] *Dyachenko, P. P., Kuzminov, B. D., Lajtai, A.*, Phys. Letters 31B, 122, 1970.
- [Er 60] *Ericson, T.*, Advances in Phys. 9, 425, 1960.
- [Er 63] *Erba, E., Facchini, U., Saetta—Menichella, E., Tonolini, F., Tonolini—Severini, L.*, Phys. Letters 6, 294, 1963.
- [Er 66] *Erba, E., Facchini, U., Saetta—Menichella, E.*, Nucl. Phys. 84, 595, 1966.
- [Er 66] *Ericson, T., Mayer—Kuckuk, T.*, Ann. Rev. Nucl. Sci., 16, 183, 1966.
- [Fa 64] *Faissner, H., Wildermuth, K.*, Nucl. Phys. 58, 177, 1964.
- [Fa 66] *Facchini, U., Erba, E., Saetta—Menichella, E.*, Nucl. Phys. 84, 595, 1966.
- [Fa 70] *Facchini, U., Saetta—Menichella, E.*, Acta Physica Polonica A38, 537, 1970.
- [Fe 34] *Fermi, E.*, Nature 133, 898, 1934.
- [Fe 69] *Feather, N.*, Proc. Sec. Symp. on Phys. and Chem. of Fission, Vienna, IAEA, Vienna, 1969, p. 83.
- [Fo 53] *Fong, P.*, Phys. Rev. 89, 332, 1953.
- [Fo 56] *Fong, P.*, Phys. Rev. 102, 434, 1956.
- [Fo 64] *Fong, P.*, Phys. Rev. 135B, 1338, 1964.
- [Fr 52] *Fraser, J. S.*, Phys. Rev. 88, 536, 1952.
- [Fr 54] *Fraser, J. S., Milton, J. C. D.*, Phys. Rev. 93, 818, 1954.
- [Fr 64] *Fraenkel, Z., Thompson, S. G.*, Phys. Rev. Letters 13, 438, 1964.
- [Fu 62] *Fuller, R. W.*, Phys. Rev. 126, 684, 1962.
- [Ga 69] *Gadioli—Erba, E., Sona, P. G.*, Phys. Rev. Letters 22, 406, 1969.
- [Gi 65] *Gilbert, A., Cameron, A. G. W.*, Can. Jour. of Physics 43, 1146, 1965.
- [Gr 66] *Griffin, J. J.*, Phys. Rev. Letters 17, 478, 1966.

- [Gr 69] *Griffin, J. J.*, Proc. Sec. Symp. on Phys. and Chem. of Fission, Vienna, IAEA, 1969, Vienna, p. 3.
- [Ha 39] *Hahn, O., Strassman, F.*, Naturwiss. 27, 11, 1939.
- [Ha 52] *Hauser, W., Feshbach, H.*, Phys. Rev. 87, 366, 1952.
- [Ha 55] *Hammel, J. E., Kephart, J. F.*, Phys. Rev. 100, 190, 1955.
- [Ha 65] *Hanna, G. C.*, Proc. Symp. on Phys. and Chem. of Fission, Salzburg, IATA, Vienna, 1965, Vol. II, p. 369.
- [He 72] *Hermisdorf, D., Sassonoff, S., Seeliger, D., Seidel, K.*, Contr. Conf. on Nucl. Struc. Study with Neutrons, Budapest, 1972, p. 254.
- [Hi 53] *Hill, D. L., Wheeler, J. A.*, Phys. Rev. 89, 1102, 1953.
- [Hi 56] *Hicks, D. A., Ise, J., Pyle, R. V.*, Phys. Rev. 101, 1016, 1956.
- [Hi 60] *Hiskes, J. R.*, Report UCRL—9275, 1960.
- [Ho 63] *Hopkins, J. C., Diven, B. C.*, Nucl. Phys. 48, 433, 1963.
- [Ho 64] *Hoffman, M. M.*, Phys. Rev. 133B, 714, 1964.
- [Hy 64] *Hyde, E. K.*, The Nuclear Properties of the Heavy Elements, Prentice-Hall Inc., Vol. III, 1964, p. 211.
- [Ig 69] *Ignatyuk, A. V., Smirenkin, G. N.*, Phys. Letters 29B, 159, 1969.
- [In 58] *Inglis, D. R.*, Ann. Phys. 5, 106, 1958.
- [Je 71] *Jensen, A. S., Wong, C. Y.*, Nucl. Phys. A171, 1, 1971.
- [Jé 70] *Jéki, L., Kluge, Gy., Kozma, Gy., Lajtai, A., Dyachenko, P. P., Kuzminov, B. D.* Proc. Sec. Conf. on Nucl. Data for Reactors, Helsinki, IAEA, Vienna, 1970, Vol. II, p. 87.
- [Jé 72] *Jéki, L., Kluge, Gy., Lajtai, A., Dyachenko, P. P., Kuzminov, B. D.*, Proc. Consultants' Meeting on Prompt Fission Neutron Spectra, IAEA, Vienna, 1972, p. 81.
- [Jé 72a] *Jéki, L., Kluge, Gy.*, Journal of Nuclear Energy 126, 634, 1972.
- [Ka 63] *Kapoor, S. S., Ramanna, R., Rama-Rao, P. N.*, Phys. Rev. 131, 283, 1963.
- [Ke 64] *Kelson, I.*, Phys. Rev. 136B, 1667, 1964.
- [Ke 65] *Keepin, G. R.*, Physics of Nuclear Kinetics, Addison—Wesley Publ. Comp., 1965.
- [Kl 66] *Kluge, Gy., Lajtai, A., Nagy, L.*, KFKI Közl. 14, 359, 1966.
- [Kl 68] *Kluge, Gy., Lajtai, A.*, Phys. Letters 27B, 65, 1986.
- [Kl 69] *Kluge, Gy., Lajtai, A.*, Phys. Letters 30B, 311, 1969.
- [Kl 71a] *Kluge, Gy.*, Phys. Letters 37B, 217, 1971.
- [Kl 71b] *Kluge, Gy.*, Report KFKI-71—55.
- [Kl 72a] *Kluge, Gy.*, Proc. Consultants' Meeting on Prompt Fission Neutron Spectra, IAEA, Vienna, 1972., p. 149.
- [Kl 72b] *Kluge, Gy., Jéki, L.*, Report KFKI-72—17.
Kluge, Gy., Jéki, L., Lajtai, A., Contr. Conf. on Nucl. Struc. Study with Neutrons, Budapest, 1972, p. 202.
- [La 58] *Lane, A. M., Thomas, R. G.*, Rev. Mod. Phys. 30, 257, 1958.
- [Le 59] *Le Couteur, K. J., Lang, D. W.*, Nucl. Phys. 13, 32, 1959.
- [Ly 68] *Lynn, E.*, The Theory of Neutron Resonance Reactions, Clarendon Press, Oxford, 1968.
- [Me 39] *Meitner, L., Frisch, O. R.*, Nature 143, 239, 1939.
- [Mi 62] *Milton, J. C. D., Fraser, J. S.*, Can. Jour. of Physics 40, 1626, 1962.
- [Mi 64] *Miyatake, O.*, Mathematica Jap. 9, 49, 1964.
- [Mi 65] *Milton, J. C. D., Fraser, J. S.*, Proc. Symp. on Phys. and Chem. of Fission, Salzburg, IAEA, Vienna, 1965, Vol. II, p. 39.
- [Mi 66] *Milton, J. C. D.*, UCRL-9883-Rev., 1966.
- [Mi 68] *Migneco, E., Theobald, J. P.*, Nucl. Phys. A112, 603, 1968.
- [My 66] *Myers, U. O., Swiatecki, W. J.*, Nucl. Phys. 81, 1, 1966.
- [Ne 56] *Newton, T. C.*, Proc. Symp. on Phys. of Fission, Chalk River Lab. Report CRP—642A.
- [Ne 66] *Neiler, J. A., Walter, F. J., Schmitt, H. W.*, Phys. Rev. 149, 984, 1966.
- [Ne 71] *Kiss, D., Quitner, P.*, (szerk.): Neutronfizika, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1971, p. 339.
- [Ni 64] *Nix, J. R.*, Report UCRL—11338, 1964.
- [Ni 65] *Nix, J. R., Swiatecki, W. J.*, Nucl. Phys. 71, 1, 1965.
- [No 34] *Noddack, I.*, Zeit. für Angew. Chemie 47, 653, 1934.
- [Pe 62] *Perelygn, V. P., Almazova, S. P., Gvozdev, B. A., Chuburkov, Yu., T.*, JETP 15, 1022, 1962.
- [Pi 58] *Pik-Pichak, G. A.*, ZSETF 34, 341, 1958; ZSETF 43, 701, 1962.
- [Pi 62] *Pik-Pichak, G. A., Strutinsky, V. M.*: Fizika Gyelenyija Atomnüh Jagyer, Gosz. Atom Izdat., Moszkva, 1962, p. 12.
- [Po 62] *Polikanov, S. M., Druin, V. A., Karnaukhov, V. A., Mikheev, V. L., Pleve, A. A., Skobelev, N. K., Subbotin, V. G., Terakopyan, G. M., Formichev, G. M.*, JEPT 15, 1016, 1962.

- [Pr 62] *Preston, M. A.*: Physics of the Nucleus, Addison-Wesley Pub. Comp., Inc., London, 1962.
- [Ra 58] *Ramanna, R., Rama-Rao, P. N.*, Proc. Sec. Int. Conf. on PUAE, Geneva, 1958, Vol. 15., p. 361.
- [Sa 65] *Sargent, C. P., Bertozzi, W., Demos, P. T., Matthews, J. L., Turchinets, W.*, Phys. Rev. 137B, 89, 1965.
- [Sa 66] *Salnikov, O. A. Fetisov, N. I., Lovchikova, G. N., Kotelnikova, G. V., Anufrienko, V. B., Devkin, B. V.*, Jadernaja Fizika 6, 1154, 1966.
- [Sc 66] *Schmitt, H. W., Neiler, I. H., Walter, F. I.*, Phys. Rev. 141, 1146, 1966.
- [Sc 68] *Scheid, W., Ligensa, R., Greiner, W.*, Phys. Rev. Letters 21, 1479, 1968.
- [Sh 66] *Shubin, Yu. N., Malyshev, A. U., Stavinsky, V. S.*, Proc. Conf. on Nucl. Data, Paris, 1966, Vol. I, p. 163.
- [Sk 63] *Skarsvåg, Bergheim, K.*, Nucl. Phys. 45, 72, 1963.
- [Sk 65] *Skarsvåg, K., Singstad, J.*, Nucl. Phys. 62, 103, 1965; Nucl. Phys. A96, 385, 1967.
- [Sm] *Smith, A. B.*, Proc. Consultants' Meeting on Prompt Fission Neutron Spectra, IAEA, Vienna, 1972, p. 3.
- [Sp 63] *Sperber, D.*, Phys. Rev. 130, 468, 1963.
- [St 59] *Stavinsky, V. S.*, ZSETF 36 437, 1959.
- [St 62] *Strutinsky, V. M., Lyashchenko, N. Ya., Popov, N. A.*, Nucl. Phys. 46, 639, 1962.
- [St 65] *Stein, W. E.*, Proc. Symp. on Phys. and Chem. of Fission, Salzburg, IAEA, Vienna, 1965, Vol. I, p. 491.
- [St 68] *Strutinsky, V. M.*, Nucl. Phys. A112, 1, 1968.
- [St 69] *Strutinsky, V. M., Pauli, H. C.*, Proc. Sec. Symp. on Phys. and Chem of Fission, Vienna, IAEA, Vienna, 1969, p. 155.
- [Te 57] *Terrell, J.*, Phys. Rev. 108, 783, 1957.
- [Te 59] *Terrell, J.*, Phys. Rev. 113, 527, 1959.
- [Te 62] *Terrell, J.*, Phys. Rev. 127, 880, 1962.
- [Te 65] *Terrell, J.*, Proc. Symp. on Phys. and Chem. of Fission, Salzburg, IAEA, Vienna, 1965, Vol. II., p. 3.
- [Vi 57] *Vladimirski, V. V.*, ZSETF 32, 822, 1957.
- [Va 63] *Vandenbosch, R.*, Nucl. Phys. 46, 129, 1963.
- [Vo 67] *Vorotnikov, P. E.*, Jadernaja Fizika 5, 415, 1967.
- [Vo 68] *Vogt, E.*, Advances in Nuclear Physics 1, 261, 1968.
- [Wa 52] *Watt, B. E.*, Phys. Rev. 87, 1037, 1952.
- [Wi 47] *Wigner, E. P., Eisenbud, L.*, Phys. Rev. 72, 29, 1947.
- [Wh 59] *Wheatsone, S. L. J.*, Phys. Rev. 114, 581, 1959.
- [Wi 64a] *Wilets, L.*, Theories of Nuclear Fission, Calderon Press, Oxford, 1964, p. 89.
- [Wi 64] *Wing, J., Varley, J.*, ANL-Report 6886, 1964.

Technikai szerkesztő Turchányi György
A kiadásért felelős az Akadémiai Kiadó igazgatója — Műszaki szerkesztő: Sós Attila
A kézirat beérkezett: 1974. július 29. — Terjedelem: 9,4 (A/5) ív
74-3486 — Szegedi Nyomda

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

A MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI TUDOMÁNYOK
OSZTÁLYÁNAK

KÖZLEMÉNYEI

Matematikai, fizikai, csillagászati dolgozatokat, referátumokat, könyvismertetéseket, a Tudományos Minősítő Bizottságnak a III. Osztályra vonatkozó híreit s a III. Osztály híreit közli. Évenként egy kötet (kb. 40 ív) jelenik meg (négy szám alkot egy kötetet).

A Közlemények előfizetési ára kötetenként, azaz évenként 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, 1363 Budapest V., Alkotmány u. 21. Pénzforgalmi jelzőszámunk 215-11 488, külföldi megrendelések a „Kultúra”

Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat,
1011 Budapest I., Fő utca 32.

Pénzforgalmi jelzőszám: 218-10 990 útján eszközölhetők.

Ára: 10,— Ft
Előfizetés kötetenként: 48,— Ft

INDEX: 26 491

TARTALOMJEGYZÉK

<i>Sugár István</i> : Sejtmembránok alkáli iontranszportjának sztohasztikus modellje.....	1
<i>Kluge Gyula</i> : Kis energiákon történő hasadási magreakciókban kibocsátott prompt neutronok elmélete	43

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

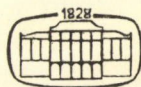
A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

GÁSPÁR REZSŐ, KOVÁCS ISTVÁN, NAGY ELEMÉR,
PÁL LÉNÁRD ÉS SZALAY SÁNDOR
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI
JÁNOSSY LAJOS

XXIII. KÖTET

2. FÜZET



AKADÉMIAI KIADO
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST 1975

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: 1363 BUDAPEST V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat a magyar fizikus kutatók lapja. A lap célja a magyar fizikai kutatás korszerű szinten való támogatása, elsősorban összefoglaló jellegű cikkek, tanulmányok stb. közlése által. Ilyen dolgozatok megjelentetésével a lap tájékoztatást kíván nyújtani a fizika különböző kutatási területeinek jelenlegi eredményeiről, problémáiról, további célkitűzéseiről. A lap „A klasszikus irodalomból” című rovatában rendszeresen közöl egy-egy téma köré csoportosított, immár klasszikussá vált cikkeket, amelyek a témakör befejezése, átlagosan 10—10 dolgozat megjelenése után a folyóiratfüzetekről leválasztva, az alsó lapszámozás szerint összekötve, önálló köteteket képeznek. A folyóiratban évenként egy kötet jelenik meg hat füzetben, füzetenként átlag 6 ív terjedelemben.

A kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus
1121 Budapest XII., Konkoly Thege út
Központi Fizikai Kutató Intézet

Ugyerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőkhöz, de felelősséget a beküldött, el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként 48 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, 1363 Budapest V., Alkotmány utca 21. (pénzforgalmi jelzőszámunk 215-11 488), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, 1389 Budapest I., Fő utca 32. (pénzforgalmi jelzőszám: 218-10 990) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. A dolgozat elé rövid tartalmú ismertetőt írnak.
2. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közölik. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség azt külön fogja kérni.
3. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettős sorközzel készítsék el.
4. Az ábrákat ceruzával, sima fehér papírra rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a Kiadó vállalja.
5. Az ábrák alá rövid magyarázószöveget írnak.
6. A kéziratban az érvényben levő kiadói előírások szerint adjanak szedési útmutatásokat.
7. A szövegben az irodalmi utalásokat szögletes zárójelbe tegyék. Az irodalmi adatok megadásakor a folyóiratban kialakult formát használják.

A DEUTERON STRIPPING REAKCIÓK ÚJ MODELLJA*

PÓCS LAJOS

Központi Fizikai Kutató Intézet, Budapest

TARTALOM

Előszó	110
1. Bevezetés	111
1A Magreakció-modellek	111
1B Direkt reakciók	112
1C Stripping-reakciók, a Butler-modell	112
1D A DWBA modell	114
1E A stripping-reakció, mint háromtest probléma	117
1F A Tanifuji—Butler-modell	117
1G Egyéb három-test modellek	118
2. A WBP modell	119
2A A modell vázlata	119
2B A protonok szóródása	119
2C Háromtest hullámfüggvény	121
2D A WBP approximáció	124
2E Az effektív neutron-potenciál	126
2F A WBP stripping amplitúdó	128
3. A WBP amplitúdó tulajdonságai	129
3A A szórt és nem-szórt amplitúdó	129
3B Stripping $l_n=0$ esetén	130
3C A neutron-befogási amplitúdó	131
4. A hatáskeresztmetszet és a polarizáció számítása	134
4A A WBP amplitúdó kiszámolása	134
4B A neutron és proton hullámfüggvények	137
4C Számológép-programok	138
5. Eredmények	139
5A Szögeloszlás, abszolút hatáskeresztmetszet	139
5B Polarizáció	143
5C A hatáskeresztmetszet j_n függése	147
6. Összefoglalás	150
7. Függelék — Effektív kölcsönhatások	153
8. Irodalom	155

* Érkezett 1973. X. 20. Kandidátusi disszertáció.

ELŐSZÓ

Ez a dolgozat a deuteron stripping reakciók új közelítő három-test modelljét, a Coz és Pearson által megalapozott, majd Bang, Pearson és a szerző által kifejlesztett Weakly Bound Projectile (WBP) modellt ismerteti, és a szerző munkája alapján megmutatja, hogy a modell segítségével eredményesen tárgyalhatók a különböző spin-függő effektusok (polarizáció, a hatáskeresztmetszet függése az átadott teljes impulzusmomentumtól).

A stripping reakciókat először S. T. Butler írta le 1950-ben [1]. Az ő síkhullámokat használó modellje lehetővé tette a befogott neutron, vagy proton pálya-impulzusmomentumának meghatározását a mért stripping szögeloszlások alapján, így fontos magspektroszkópai adatokhoz juttatta a fizikusokat. Azonban a finomabb részletekről nem tudott számot adni. Ezért kifejlesztették a Distorted Wave Born Approximation (DWBA) modellt (J. Horowitz és A. M. L. Messiah [2], W. Tobočan [3, 15], G. R. Satchler [16, 37], és mások).

A DWBA modellt sok esetben sikerrel alkalmazták (l. pl. [17]). Azonban egyre több olyan esetet találtak, amikor nem működik kielégítően [4, 7, 18, 27, 58, 83]. A nehézségek szaporodtakor kétféleképpen próbálták a helyzetet megjavítani.

Az egyik próbálkozás a DWBA továbbfejlesztése volt. A deuteron-target, illetve a nukleon-target kölcsönhatás leírására nem-lokális potenciált vezettek be [56, 74–76, 87] és véges hatótávolságra végezték el a számításokat [38, 67–71]. Figyelembe vették a kicserélődési effektusokat [77–79], a deuteron D -állapotának járulékát [72–73] és a mag-törzs gerjesztését [80–81]. Mindezek valóban hoztak némi javulást, de nem eleget. Lényegében nem oldották meg a problémákat. A kimenő részecske polarizációját pl. gyakran egyáltalán nem sikerült leírni [13, 28, 47]; a j_n -függéssel [5] alig tud valamit kezdeni a DWBA [58], a két-nukleon transzfer reakciók tárgyalása sem kielégítő [4, 5, 48, 60].

A másik lehetőség: új modell megalkotása a DWBA helyett. Ezt az is indokolja, hogy a DWBA-nak vannak belső nehézségei [41, 42].

Milyen típusú legyen az új modell? Az a felismerés vezethet, hogy a deuteron-stripping lényegében három-test probléma [36, 39, 41, 42]. Hiszen a neutron-target és proton-target kölcsönhatás — a reakció bekövetkeztekor — a magfelületen lényegesen erősebb, mint a deuteron kötési energiája. Ezért egyáltalán nem indokolt a deuteron pontszerűnek tekinteni, mint azt a DWBA teszi.

A három-test folyamatok tárgyalására Faddeev dolgozott ki módszert [35], azonban ennek alkalmazása a strippingre nagyon bonyolult, hosszadalmas. Megpróbálták a Faddeev-féle tárgyalást közelítésekkel egyszerűsíteni [39, 42], de az eredmény rossz [105]. Ezért az látszik reális útnak, hogy a kísérleti tapasztalatok és a reakció lefolyására tett fizikai megfontolások alapján alkossunk egy leegyszerűsített három-test modellt. Ilyen a WBP modell [20, 21, 22, 43, 44, 45, 46]. A közelítések főleg a proton hullámfüggvényére tett feltevésekben és a neutron effektív potenciáljában jelentkeznek.

A feltevések helyességét a számítások eredményének a kísérleti eredményekkel való jó egyezése igazolja. A numerikus kiértékelést minden olyan esetre elvégeztük, amelyre a $12 \leq A \leq 96$ tartományban nulla spinű target-mag esetén kísérleti adatot találtunk. Összesen mintegy 90 szögeloszlást és polarizációt számoltunk ki; több magnál több végállapotra és különböző bombázó energiára is. Az $A \leq 96$ határt a számológép memória-kapacitása szabta meg.

A számolt szögeloszlások és polarizációk sokkal jobban egyeznek a tapasztalattal, mint a DWBA-val kapottak. Továbbá nem kell minden egyes mérési görbénél illesztéssel meghatározni a potenciál paramétereit, hanem a nukleon-szórás leíró optikai potenciált lehet használni. Deuteron-potenciálra nincs szükség a háromtest tárgyalásmód miatt. Mivel előre meg lehet határozni a szögeloszlást, a mért és a $j_n = l_n + 1/2$ valamint $j_n = l_n - 1/2$ esetre számolt szögeloszlási és polarizációs görbék összehasonlításával a végállapot *teljes* impulzusnyomatékát is meg tudjuk mondani.

A hatáskeresztmetszet abszolút értékét, így a spektroszkópai faktort is pontosabban kapjuk meg, mint ahogy azt a DWBA meg tudja határozni.

A WBP modellt sok tekintetben javítani lehet még. Azonban már az eddigi eredmények is azt mutatják, hogy jól alkalmazható a reakció-mechanizmus leírására és a mérések kiértékelésére. Vagyis hasznos továbbfejlesztése az eddigi elméleteknek.

A dolgozatban ismertetett munkák részben a koppenhágai Niels Bohr Intézetben készültek. Ezen a helyen is megköszönöm a KFKI vezetőségének, hogy lehetővé tették számomra a dániai tanulmányutat; *Aage Bohr* professzornak és intézetének vendégszeretetét és a sok segítséget, amelyet ott a munkámhoz kaptam; a dán Rask—Ørsted Alapítványnak az egy éves ösztöndíjat; kollégáimnak a sok értékes kritikát és megjegyzést; a Niels Bohr Intézet, valamint a KFKI Számítástechnikai Osztályának a számológépes munkához nyújtott segítséget.

1. BEVEZETÉS

1A Magreakció-modellek

Már több, mint 50 éve, hogy *Rutherford* először megfigyelt magreakciót, s mintegy 35 éve megszülettek az első magreakció-elméletek, 1935-ben *Oppenheimer* és *Phillips* [62], 1936-ban *Niels Bohr* [63]. Mégis, még ma sem rendelkezünk mindenre alkalmazható elmélettel. Születtek ugyan általános reakció-elméletek, ezek azonban csak általános kijelentésekre képesek. Egy-egy reakció energia-függését, vagy a reakciótermékek szögeloszlását nem számíthatjuk ki segítségükkel.

Ennek első oka nagyon egyszerű. Ha például a $\text{Sr}^{88}(d, p)\text{Sr}^{89}$ magreakciót akarnánk leírni, 90 részecske Schrödinger-egyenletét kellene megoldani, azaz 270 változós parciális differenciálegyenleteket. Nincs számológép, ami ehhez elég nagy és elég gyors lenne.

A következő nehézség az, hogy tulajdonképpen fel sem tudjuk írni az egyenletet, mert nem ismerjük elég pontosan a benne szereplő kölcsönhatásokat. Nagyon kis távolságon bizonytalan a nukleon-nukleon kölcsönhatás, s még abban sem vagyunk egészen biztosak, hogy csak kettest-erők léteznek. A magon belül más a kölcsönhatás, mint a szabad nukleonok között. Végül néha még azt is felvetik, hogy a kvantummechanika jelenlegi formája esetleg nem is jó a magok viselkedésének leírására [82].

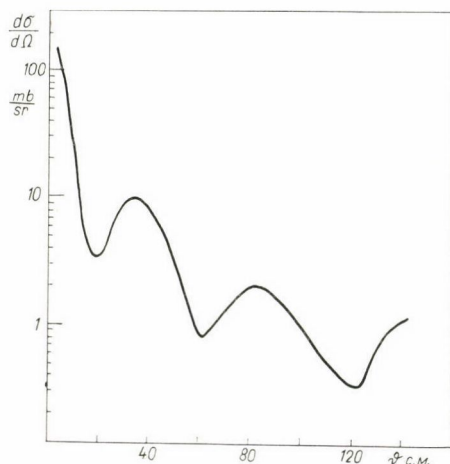
Ebben a helyzetben nem tudunk mást tenni, mint hogy megpróbáljuk kiválasztani a vizsgált folyamat *lényeges* elemeit, s a többivel nem törődve, ezeket igyekszünk jól leírni. Így az adott folyamat *modelljét* nyerjük. Ha valóban a lényeges

mozzanatokot emeltük ki, és jól választottuk meg a leírás módját, akkor modellünk helyesen írja le a vizsgált folyamatot. De, természetesen, a figyelembe nem vett aspektusokat nem kérhetjük számon a modelltől. Reakciómodellre példának említhetjük a Bohr-féle *közbenső-mag* modellt [63], vagy az ezzel bizonyos fokig ellentétes *direkt reakció modellt*.

1B Direkt reakciók

Igen sokszor úgy zajlik le a reakció, hogy közben a nukleonok nagy részének mozgási állapota alig változik. Vagyis tulajdonképpen 2—3 nukleon aktív a folyamatban, a többi csak „szemlélő”. Ilyenkor feltehetjük, hogy a „szemlélő” nukleonok mozgása zavartalan. A folyamat teljes leírását az aktív részecskék mozgásának leírásával helyettesítjük. Ez a direkt reakció modell.

Sok esetben már ez a viszonylag durva modell is jól működik. De ha szükséges, utólag még kiegészíthető, pl. oly módon, hogy figyelembe vesszük az aktív nukleonok mag-törzset deformáló hatását.



1. ábra. Az $O^{16}(d, p)O^{17*}$ reakció szögeloszlása 12.4 MeV deuteron-energiánál, $l_n=0$ [17, 88].

szögeloszlása. Egy jellegzetes példát láthatunk az 1. ábrán. Közbenső magos reakciónál ilyet nem tapasztalhatunk, hiszen a közbenső mag a hosszú átmeneti idő után véletlenszerűen bomlik el és így izotrop, vagy legalább is előre-hátra szimmetrikus a szögeloszlás.

1C Stripping reakciók, a Butler-modell

Sokféle direkt reakció van, mi a továbbiakban ezek egyik csoportjával, a stripping-reakciókkal foglalkozunk. Azokat a folyamatokat nevezzük így, amelyek során a targetmag befogja a bombázó részecske egy vagy több nukleonját anélkül, hogy a többi nukleonnal szorosabb kölcsönhatásba jutna. Például a $C^{12}(d, p)C^{13}$

A direkt reakcióknak három fő külső jellegzetességük van. Az első, hogy a bombázó részecske energiájától gyengén függenek. Ez könnyen érthető, hiszen a közbenső mag kialakulásával járó reakcióknak éppen azért vannak nagyon éles rezonanciái, mert a bombázó energiától függően ér el vagy nem ér el a közbenső mag energiája valamely gerjesztett nivót. Itt viszont nem változik a mag-törzs, nincs ami rezonancia-szerűen nyeljen el energiát.

A második jellegzetesség a gyors lefolyás. A direkt reakciók 10^{-21} – 10^{-22} mp alatt lezajlanak, ami igen rövid idő a közbenső mag 10^{-16} – 10^{-19} mp élettartamához képest. Ilyen rövid idő alatt valóban nem nagyon reagálhat a többi „szemlélő” nukleon.

A harmadik feltűnő tulajdonság a reakció-termékek erősen aszimmetrikus

reakcióban a bombázó deuteron neutronját elcsípi a szén-mag, a deuteron protonja pedig elrepül valamerre (2. ábra).

A példa egy *deuteron stripping reakció* volt. Ez a stripping reakciók legtöbbet vizsgált esete. Mi is ezzel foglalkozunk. Megjegyezzük azonban, hogy az eredmények több más esetre is alkalmazhatók értelemszerűen. Sőt, a *részletes egyensúly elve* alapján a stripping-reakciók megfordítására, vagyis a pick-up reakciókra is. Ilyen például az $Al^{27}(p, d)Al^{26}$ reakció.

Lawrence és munkatársai figyelték meg még 1935-ben [61], hogy kis energiájú deuteronokkal bombázott magokból a vártnál jóval több proton jön ki. Oppenheimer és Phillips ezt azzal magyarázta [62], hogy nem az egész deuteron megy be a magba, hanem csak a neutron, amelyet nem zavar a Coulomb-gát. A leszakadt proton tovább repül. Nagyobb energián a Coulomb-gátnak már nincs lényeges szerepe, ott ez, a ma Oppenheimer—Phillips-folyamatnak nevezett, reakció típus nem játszik szerepet.

„Igazi” deuteron stripping reakciót, nagyobb energián, először 1950-ben találtak [64, 65]. 1935 és 1950 között éppen abban az energia-tartományban dolgoztak, ahol főleg a Bohr-féle közbenső mag modell érvényesül. Rotblat és mások 1950-es mérései voltak az elsők, amelyekben az addig ismeretlen, élesen előre irányuló stripping-szögeloszlás megjelent. Mint az 1. ábra jól mutatja, az előre és hátra menő protonok száma között két-három nagyságrendnyi különbség van. Az is feltűnő volt, hogy a szögeloszlás erősen diffrakciós jellegű, több maximummal és minimummal.

Butler ismerte fel, hogy ez a szögeloszlás egyrészt a reakciók direkt jellegére utal, másrészt kapcsolatban van a target-magnak átadott impulzusmomentummal. Ez utóbbi igen hasznossá teszi a stripping reakciókat a magspektroszkópia számára.

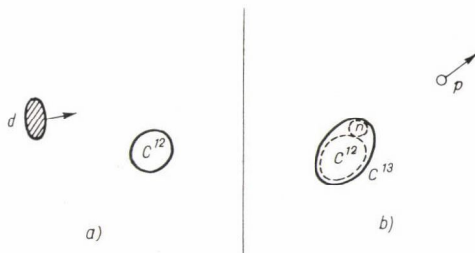
Butler érvelése a következő [1]:

Az élesen előre irányuló szögeloszlás Legendre-sorfejtésében sok tagnak kell szerepelnie, tehát nagy impulzusmomentumú állapotoknak is jelentős járuléka van. Ez nagy, a magsugárnál nagyobb ütközési paramétert jelent. Vagyis a reakció úgy megy végbe, hogy a laza és kiterjedt deuteron egészében távol marad a target-magtól. Csak egyik nukleonja kerül közelebb. Ez a nukleon (akár a proton, akár a neutron) abszorbeálódik, míg a másik az energia- és impulzus-megmaradás által megszabott irányban elrepül.

A target-magba határozott impulzusmomentumú és paritású pályára fogódik be a nukleon. Így a pályamomentum, a spin, valamint a targetmag spinje megszabja az átadott impulzusmomentumot. Ez pedig, a következő félklasszikus megfontolás szerint, megszabja az elrepülő nukleon irányát.

Legyen a proton az elrepülő nukleon; és legyen a deuteron, a proton és a neutron impulzusa p_d , p_p és p_n . Az energia-megmaradás megszabja p_p nagyságát, az impulzus-megmaradás miatt pedig

$$p_n = p_d - p_p.$$



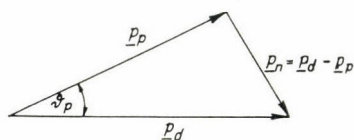
2. ábra. A $C^{12}(d, p)C^{13}$ reakció vázlatja. Ha direkt reakció zajlott le, a vég-magban a kezdeti mag többé-kevésbé érintetlenül megtalálható.

Ha a targetmagtól R távolságban bomlott szét a deuteron, a neutron közvetítésével átadott impulzusmomentum nagysága

$$p_n R = |\mathbf{p}_d - \mathbf{p}_p| R \approx \hbar l_n.$$

\mathbf{p}_d és \mathbf{p}_p hossza, valamint R és l_n értéke adott, így az egyenlőség csak egy bizonyos ϑ_p szögnél teljesülhet (3. ábra). S ez a szög annál nagyobb, mennél nagyobb az átadott impulzusmomentum.

A fenti fél-klasszikus megfontolás persze csak közelítőleg érvényes. Azon kívül a deuteron belső impulzuseloszlása módosítja a szöget, másodlagos effektusok pedig még megváltoztathatják utólag. Annyi minden esetre biztos, hogy az első, *stripping-csúcsnak* nevezett maximum helyét az átadott impulzusmomentum és a magsugár értéke befolyásolja. Ennek felismerése *Butler* érdeme.



3. ábra. A deuteron, a proton és a neutron impulzusa.

Butler további megfontolásokkal, bemenő-kimenő síkhullámokat feltételezve, a belső-külső hullámfüggvényeket simán illesztve, explicit formában leírta a differenciális hatáske-

resztmetszetet. A számított szögeloszlások *alakja* elég jól egyezett a mérttel, legalább is a csúcsok helyét elég jól adta meg. Így lehetővé vált magspektroszkópiai felhasználása.

Egyik első alkalmazásként az $O^{16}(d, p)O^{17}$ reakció segítségével *Butler* megállapította, hogy az O^{17} mag alapállapotának spinje $3/2$ vagy $5/2$; első, 880 keV-es nívójának spinje pedig $1/2$. Ugyanis a mért szögeloszlást kettes, illetve nullás pályamomentumú neutron feltételezésével tudta leírni. Mivel pedig az O^{16} alapállapotának spinje 0 , az eredő spin csak $I = 2 \pm 1/2$, illetve $I = 0 + 1/2$ lehet.

Sok más esetben is sikerrel alkalmazták ilyen célra a *Butler*-modellt, főleg könnyű magok esetén. Egy nehézség van, az, hogy a mag-sugár paraméterként szerepel a formulákban, más sugár más helyen levő csúcsot ad. Ez, főleg nehéz magoknál, bajt okoz. Lényegesebb baj, hogy a *Butler*-modell a hatás keresztmetszet abszolút értékére túl nagy, néha a mértnél nagyságrendekkel nagyobb értéket ad. Így parciális szélességek megállapítására nem használható.

1D A DWBA modell

A *Butler*-modellről kimutatták (először *Bhatia* és szerzőtársai [66]), hogy az tulajdonképpen az egzakt leírás síkhullámú Born-közelítése. Így kézenfekvőnek látszott olyan módon való tökéletesítése, hogy a síkhullám helyett a target-mag és a deuteron, illetve a target-mag és a proton közötti rugalmas kölcsönhatás figyelembevételével torzított, „disztortált” hullámfüggvényeket használnak. Így született meg a Distorted Wave Born Approximation (DWBA) modell [2, 3, 15, 16, 37]. Mivel a WBP modell bizonyos értelemben ennek a továbbfejlesztése, a DWBA alapegyenleteit kicsit részletesebben felírjuk.

A direkt reakciók teljesen általánosan tárgyalhatók a formális szóráselmélet segítségével [15, 24, 33]. A (d, p) reakciók egzakt mátrixeleme eserint

$$T_{fi} = \langle \Phi_f | V_{np} + V_p | \Psi_d^{(+)} \rangle. \quad (1.1)$$

Ebben V_p a target-proton, V_{np} a neutron-proton kölcsönhatás, $\Psi_d^{(+)}$ a teljes Hamilton-operátor kifutó gömbhullámú aszimptotikájú sajátfüggvénye,

$$(H - E)\Psi_d^{(+)} = 0, \quad (1.2)$$

a Φ_f függvény pedig a

$$(H - V_p - V_{np} - E)\Phi_f = 0 \quad (1.3)$$

egyenlet megoldása, a kimenő proton irányába haladó síkhullám.

Az (1.1) mátrixelem azonban közvetlenül nem használható a hatáskeresztmetszet kiszámítására, mert a $\Psi_d^{(+)}$ hullámfüggvény ismeretét tételezi fel, vagyis az (1.2) egyenlet megoldását. Átalakíthatjuk úgy a mátrixelemet, hogy könnyebben kiszámítható függvény szerepeljen benne. Vezessük be e célból először is a proton és a mag közötti kölcsönhatást leíró optikai potenciált, U_p -t, és ennek $\psi_p^{(-)}$ sajátfüggvényét,

$$(H - V_p - V_{np} + U_p - E)\psi_p^{(-)} = 0 \quad (1.4)$$

megoldását. Ezzel az (1.1) mátrixelem

$$T_{fi} = \langle \psi_p^{(-)} | V_{np} + \tilde{U} | \Psi_d^{(+)} \rangle \quad (1.5)$$

alakba írható [4]. Ebben a kifejezésben \tilde{U} a V_p kölcsönhatásnak az optikai potenciálba bele nem vett része. Vezessük most be a deuteron U_d optikai potenciálját és ennek $\psi_d^{(+)}$ sajátfüggvényét, ami a

$$(H - V_p - V_n + U_d - E)\psi_d^{(+)} = 0 \quad (1.6)$$

egyenletnek tesz eleget. Ezzel a $\psi_d^{(+)}$ függvénnyel kifejezhetjük $\Psi_d^{(+)}$ -t a

$$\Psi_d^{(+)} = \psi_d^{(+)} + \frac{1}{E - H + i\epsilon} (V_p + V_n - U_d) \psi_d^{(+)} \quad (1.7)$$

Schwinger—Lippmann-egyenlet segítségével. Látható, hogy ennek Born-közelítése éppen $\psi_d^{(+)}$. $\Psi_d^{(+)}$ második tagjának elhagyásával azonos nagyságrendű hibát okoz, ha az \tilde{U} potenciált elhagyjuk [15]. Így tehát az (1.1) mátrixelem közelítőleg

$$T_{fi} \approx T_{fi}^{\text{DWBA}} = \langle \psi_p^{(-)} | V_{np} | \psi_d^{(+)} \rangle, \quad (1.8)$$

ez a DWBA számítások kiinduló pontja. Az eredeti Butler-modellt ebből úgy kapjuk vissza, hogy $\psi_p^{(-)}$ és $\psi_d^{(+)}$ helyére síkhullámokat írunk és a mag belsejét kihagyjuk az integrálásból.

Az (1.8) mátrixelem már gyakorlatilag is használható, hiszen nem kell hozzá a teljes hullámfüggvényt ismerni. A $\psi_p^{(-)}$ és $\psi_d^{(+)}$ hullámfüggvények egyváltozós egyenletek integrálásával meghatározhatók. Egyváltozós, mert a szög-függés gömb-függvények szerinti sorfejtéssel leválasztható.

A DWBA mátrixelem valóban „disztortált” hullámokat tartalmaz, hiszen a $\psi_p^{(-)}$ és $\psi_d^{(+)}$ függvényeket a mag és a részecskék közti rugalmas kölcsönhatás figyelembevételével számoltuk ki. A DWBA közelítés jellegét kissé pontosabban úgy fogalmazhatjuk meg, hogy a kéttest-problémára való redukciónál (l. Függelék) az expliciten figyelembe nem vett állapotok közül a disztortálás révén mégis figyelembe vesszük a rugalmas csatornákat, de továbbra is elhanyagoljuk a rugalmatlan csatornákhöz való csatolást.

A mátrixelem kiszámításánál nehézséget okoz a V_{np} potenciál. Ezt többnyire — de nem mindig — „zero range” közelítésben, vagyis a

$$V_{np}(\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p) = V_0 \delta(\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p) \quad (1.9)$$

összefüggéssel veszik figyelembe.

A DWBA modell sokkal jobb eredményt ad, mint a Butler-modell. Nagyon sok esetben sikerrel alkalmazták a befogott neutron vagy proton pályamomentumának meghatározására és spektroszkópiai faktorok megállapítására. A (d, p) és (d, n) reakciókon kívül (t, d) , (He^3, d) és más stripping reakciók; továbbá (p, d) és más pick-up reakciók szögeloszlásának számítására is használható. (A DWBA-val kapcsolatos irodalmat az Előszóban felsoroltuk.)

A kimenő részecskék polarizációjának leírása már nem olyan sikeres, erre még visszatérünk. Nem nagyon sikerül az ún. Lee—Schiffer-effektus leírása sem [58]. Ez az effektus [5] abban áll, hogy jellegzetes eltérés tapasztalható az egymáshoz közeli energiájú, azonos pályamomentumú, de különböző teljes impulzus-momentumú, tehát a $j_n = l_n + 1/2$ és a $j_n = l_n - 1/2$ végállapothoz tartozó szögeloszlásban.

Eredetileg azt várták, hogy a DWBA számításokhoz a proton-mag, illetve deuteron-mag szórákísérletek kiértékelése alapján nyert optikai potenciált lehessen használni. Azonban hamar kitudt, hogy így nem lehet leírni a mért szögeloszlásokat. Ezért a potenciál paramétereit az elméleti görbének a kísérletihez való illesztésével határozzák meg.

Ez az eljárás megfelelő volna, ha egyrészt egyértelmű, másrészt fizikailag plauzibilis potenciálra vezetne. Azonban több, nagyon különböző potenciállal egyformán jól leírható a stripping, és sokszor egyetlen fizikailag értelmes sincs közöttük [7, 27, 83], továbbá az elméletileg szerkeszthető deuteron-potenciálhoz [55] az így nyert potenciálnak nem sok köze van.

A magspektroszkópiai alkalmazás szempontjából az okoz nehézséget, hogy egy target-magról a szomszédos magra, sőt, egy mag egyik nivójáról a másikra átmenve, drasztikusan megváltozik a szögeloszlás jó leírásához szükséges potenciál. Ez lehetetlenné teszi még azt is, hogy a DWBA-t valamilyen interpolációs eljárásnak tekintve, előre megmondjuk a szögeloszlást vagy polarizációt. A j_n -függés leírását is részben ez teszi lehetetlenné.

Külön probléma a deuteron-targetmag kölcsönhatás spin-pálya tagja. Ez a szórákísérletekből alig határozható meg [7, 27, 83]. Ez az oka a polarizáció-leírás említett fogyatékoságának, hiszen a polarizációban fontos szerepe van a spin-pálya kölcsönhatásnak.

Véleményünk szerint a fő bajt a deuteron tárgyalásmódja okozza. Az tudni illik, hogy a valóságban nagyon laza és könnyen deformálható deuteron a DWBA — a mag-deuteron kölcsönhatás szempontjából — pontszerűnek veszi. A disztorció csak a relatív mozgás hullámfüggvényét érinti. Ezt mindenképpen ki kell küszöbölni az elméletből. A neutronra és a protonra külön-külön hat a target-mag, nem a deuteron súlypontjában, mint ahogy azt a DWBA modell feltételezi.

A WBP modellben éppen abból indulunk ki, hogy a deuteron lazán kötött $n-p$ rendszernek tekintjük és figyelembe vesszük a neutron-proton, a neutron-target és a proton-target kölcsönhatást. Így nincs szükség a bizonytalanul ismert deuteron-target kölcsönhatásra és automatikusan beépül a deuteron belső polarizációja. Viszont, ennek fejében háromtest-problémát kell megoldani.

1E A stripping reakció, mint háromtest-probléma

Rakavy [36] javasolta először 1958-ban, hogy a stripping reakciókat háromtest problémaként tárgyalják. Azonban akkor még nem volt erre lehetőség, mert a kvantummechanikai háromtest-szórásproblémát csak 1960-ban oldotta meg Faddeev [35].

A nehézség oka az, hogy a szórásproblémát leíró Lippmann—Schwinger-integrálegyenlet [24, 33, 49] magja a háromtest esetben szinguláris [51, 84]. Így a megoldás egzisztenciáját bizonyító tételek [50] nem érvényesek rá, s ha létezik is megoldás, az nem határozható meg az egyenletből az általában használt numerikus módszerekkel.

Faddeev fentebb idézett cikkében megmutatta, hogy a Lippmann—Schwinger-egyenlet helyett bevezethető egy csatolt integrálegyenlet-rendszer, amelynek létezik megoldása, s a megoldás az egyenletrendszerből meg is határozható.

A háromtest-problémának tekintett stripping reakció tárgyalható a Faddeev-módszerrel. A gyakorlatban azonban a helyzet nagyon bonyolult. Ugyanis a Faddeev-egyenletek megoldásához fel kell használnunk az összes szereplő kétrészecske szórási amplitúdót. Emiatt az egyenletek a gyakorlati felhasználás számára túl bonyolultak lesznek. A belső gerjesztés nélküli 3 részecskére, pl. 3 nukleonra kidolgozott közelítő megoldások [51, 84], amelyek szeparálható potenciálra épülnek, nem használhatók.

1F A Tanifuji—Butler-modell

Érthető, hogy hosszú ideig nem is próbálkoztak a stripping-amplitúdónak a Faddeev-egyenletekből való levezetésével. Viszont 1964-ben Tanifuji [23] nyomán Butler és munkatársai [26, 53, 85, 86] egy olyan stripping-modellt alkottak, amely megpróbálja a folyamat háromtest jellegét heurisztikusan figyelembe venni.

Ebben a modellben az (1.1) stripping mátrixelemenben szereplő $\Psi_d^{(+)}$ függvényt, amely a teljes Hamilton-operátor kifutó gömbhullámokat tartalmazó megoldása, a

$$\tilde{\Psi}_d^{(+)} = \int G(k_d, k_p) \varphi_p^{(+)}(k_p, r_p) \varphi_n^{(+)}(k_n, r_n) A(\xi) dk_p \quad (1.10)$$

„sudden approximation” hullámfüggvény helyettesíti. Ebben G a deuteron belső hullámfüggvényének Fourier-transzformáltja, φ_p , φ_n és A a proton, a neutron, illetve a target-mag hullámfüggvénye. A „sudden approximation” használatát azzal indokolják a szerzők, hogy az jól leírja a rendszer viselkedését azalatt a rövid idő alatt, amíg a deuteron a mag közelében tartózkodik. Ez az idő kisebb a deuteron belső mozgásának karakterisztikus idejénél. Csakhogy mint belátható, ők az (1.1) mátrixelemhez a fő járulékot az aszimptotikus tartományból kapják, így eljárásuk nem helytálló.

Formálisan tekintve az a helyzet, hogy az (1.10) hullámfüggvény csak szórási állapotokat tartalmaz, kötött neutron-állapotot nem. Ezért ortogonális a Ψ_f függvényre. Mivel (1.10) következtében

$$V_{np} |\tilde{\Psi}_d^{(+)}\rangle \sim (E - E_{np}) |\tilde{\Psi}_d^{(+)}\rangle,$$

az (1.1) mátrixelem egzaktul eltűnik [43, 52]. Ez a szerzőknek azért nem tűnik fel, mert a φ_p és φ_n függvényeket eleve optikai modell hullámfüggvényekkel közelítik, így az egzakt ortogonalitás megszűnik.

Még így is eltűnik a mátrixelemük $S=1$ esetén, ezért egészen szokatlan módon, S^2 helyett $S/(1-S)^2$ -tel tekintik arányosnak a hatáskeresztmetszetet. S itt a spektroszkópiai faktor, melynek négyzete a target-mag kezdő és végállapotú hullámfüggvényének átfedési integrálja. Amikor tiszta egyrészesecske állapotba fogódik be a neutron, akkor $S=1$. A Tanifuji—Butler-amplitúdó itt közelítő formájában is eltűnik, ezt ellensúlyozza a nevezőbe kerülő $(1-S)^2$ faktor. Számításai numerikus eredményei sem túl meggyőzőek. Legújabbban *Baker* és *Goldfarb* mutatta ki, hogy nagyon rossz az egyezés a mérésekkel [59].

A Tanifuji—Butler-modell tehát nem tekinthető a probléma kielégítő megoldásának.

1G Egyéb háromtest modellek

Greider és *Dodd* voltak az elsők, akik a Faddeev-egyenletekből kiindulva származtattak le közelítő amplitúdót nem csak a stripping reakcióra, hanem általában az átrendeződéses ütközésekre [42]. Az egyenletek teljes bonyolultságban való megoldását azzal kerülik el, hogy a magfüggvényben szereplő Green-operátort megváltoztatják, nem egy, hanem két kölcsönhatást írnak bele. Így három helyett csak két csatolt egyenletre jutnak, ami kiküszöböléssel egyre redukálható. Ez az egyenlet aztán igen jó közelítésben megoldható, ha a szereplő 3 test egyikének tömege vagy sokkal nagyobb, vagy sokkal kisebb, mint a másik kettőé.

Greiderék az általuk nyert megoldásról kimutatják, hogy az egy konvergens sor első tagja, tehát iterációval javítható a nyert eredmény. Nem úgy, mint a DWBA-mátrixelem, amiről szintén *Greider* és *Dodd* mutatta ki [41], hogy az nem-konvergens iterációs sor első tagja.

Természetesen egy nem-konvergens sor első tagja lehetne jó közelítés — mint ahogy néha valóban az. Azonban iterációval nem javítható és a hibája sem becsülhető meg. *Greider* a saját megoldását a DWBA mátrixelemhez hasonlóvá alakítva, megmutatta, hogy milyen taggal kellene azt kiegészíteni. Másrészt a *Greider*-amplitúdó más formában felírva olyan első közelítést ad, amelyben egymásra nem ható neutron és proton lép kölcsönhatásba a maggal. Ez, ha ki lehetne egészíteni az $n-p$ kölcsönhatással, a WBP amplitúdóval rokon kifejezés lenne.

Sajnos, *Greiderék* eredményeiről újabban kiderült, hogy közelítéseik rosszabbak, mint ők hitték [105], a számolások mennyisége sem csökken le jelentősen.

Noble [39] azzal könnyíti meg a Faddeev-egyenletek megoldását, hogy separálható T -mátrixot tételez fel. Azonban eredményei a tapasztalatnak ellentmondanak. Legújabbban *Gignoux* [105] ért el biztató eredményeket a strippingre felírt Faddeev-egyenletek numerikus megoldásában, de egyenlőre még túl kezdeti állapotban van a dolog.

Jelenleg a felmerült problémák ellenére is a DWBA modellt használják a stripping reakciók számítására. Ennek egyik oka, hogy — főleg *Satchler* munkája nyomán — jól működő számológép-programok állnak rendelkezésre. A másik ok az, hogy nincs jobb. Az egyetlen, numerikus számításra is alkalmas újabb modell a Tanifuji—Butler-féle, amit *Butlerről* és *társszerzőiről* BHMM-modell néven is emlegetnek. Ez azonban, mint a fentiekből és sokak kritikájából világosan kitűnik, nem ad használható eredményt. Jogos a törekvés tehát egy használhatóbb modell megalkotására.

2. A WBP MODELL

2A A modell vázlata

A stripping reakciók igazi háromtest tárgyalásának a Faddeev-egyenletekből kellene kiindulnia. De mint az első fejezetben láttuk, ez nehézségekbe ütközik. Más utat választunk. Az egzakt stripping mátrixelem (1.1) szerint

$$T_{fi} = \langle \Phi_f^{(-)} | V_{np} + V_p | \Psi_d^{(+)} \rangle \quad (2.1)$$

és ennek DWBA közelítése (1.8) alapján

$$T_{fi}^{\text{DWBA}} = \langle \psi_p^{(-)} | V_{np} | \psi_d^{(+)} \rangle, \quad (2.2)$$

ebben ψ_p és ψ_d az optikai potenciállal meghatározott disztortált proton és deuteron függvény. Mivel a DWBA gyenge pontja a $\Psi_d^{(+)} \approx \psi_d^{(+)}$ közelítés, ezt pótoljuk alkalmasabbal. A target-maggal való kölcsönhatás szempontjából pontszerűnek tekintett deuteron hullámfüggvénye helyett a proton és a neutron hullámfüggvényéből alkalmasan felépített hullámfüggvényt használunk (2.1)-ben.

A proton-függvényt a reakció lefolyására tett, tapasztalatilag ellenőrzött feltevés segítségével közelítjük. Ezután a Feshbach-féle projekciós operátor módszerrel meghatározzuk a neutronra ható effektív potenciált. Ennek ismeretében a neutron hullámfüggvényét ki tudjuk számolni.

Igen lényeges, hogy figyelembe vesszük a deuteron laza voltát. Innen származik a Weakly Bound Projectile (WBP) modell elnevezés. Vagyis figyelembe vesszük, hogy a mag közelében fontosabb a két nukleonnak a maggal való kölcsönhatása, mint a kettőjük között ható erők.

A gyakorlati következmény kettős.

Egyrészt egyszerűsödik a tárgyalás, mert csak a nukleon-mag optikai potenciálra van szükség. Ez a szórás kísérletekből sokkal jobban ismert, mint a deuteron-mag kölcsönhatás. Másrészt viszont a számolás nagyon elbonyolódik amiatt, hogy az effektív neutron-potenciál a proton hullámfüggvényétől is függ.

A fentiekből látszik, hogy a proton jó leírásának fontos szerepe van. Vizsgáljuk meg ezért a proton viselkedését a reakció bekövetkezésének pillanatában.

2B A protonok szóródása

Amikor a (d, p) reakció bekövetkezik, a neutron igen erősen kölcsönhatásba lép a maggal és elszakad a protontól. Ez a target-mag közvetlen közelében történik meg, ott tehát, ahol a rövid hatótávolságú neutron-target és proton-target kölcsönhatás működik.

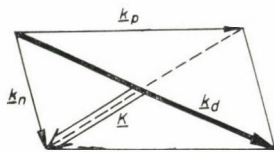
Az elszakadás pillanatában a proton impulzusa a deuteron $\hbar \mathbf{k}_d$ impulzusából reá jutó $\frac{1}{2} \hbar \mathbf{k}_d$ és a deuteronbeli belső mozgásából származó $\hbar \mathbf{k}_p^0 \equiv -\hbar \mathbf{K}$ impulzus összege,

$$\mathbf{k}_p = \frac{1}{2} \mathbf{k}_d + \mathbf{k}_p^0 \equiv \frac{1}{2} \mathbf{k}_d - \mathbf{K}. \quad (2.3)$$

(Nem vesszük figyelembe a neutron-proton tömegkülönbséget.) A $\hbar\mathbf{K}$ vektor a neutron és proton relatív impulzusának a fele (4. ábra),

$$\mathbf{K} = \frac{1}{2}(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_p) = \frac{1}{2}\mathbf{k}_d - \mathbf{k}_p = -\frac{1}{2}\mathbf{k}_d + \mathbf{k}_n. \quad (2.4)$$

Ha a továbbiakban semmi nem történne, a proton \mathbf{k}_p irányába, a deuteron \mathbf{k}_d irányához képest ϑ_0 szögben elrepülne. Mint Butlertől tudjuk [1], ϑ_0 értékét nagyjából megszabják az impulzusmomentum-viszonyok, az, hogy a neutron milyen l_n pályamomentummal fogódik be a magba. ϑ_0 az impulzusmomentum-átadás által megszabott ϑ_{str} közelében van (1. az 1C pontban).



4. ábra. A \mathbf{K} vektor összefüggése \mathbf{k}_d , \mathbf{k}_p és \mathbf{k}_n -nel.

Ha tehát a deuteron-kötésből kiszabadult proton háborítatlanul tovább repülne, a stripping-csúcs alakulna ki. Azonban a kiszabadult proton is érzi a target-mag és az éppen a maghoz kötődő neutron keltette erőteret. Ez a végállapoti kölcsönhatás szóródást okoz, a proton $\hbar\mathbf{k}_p$ helyett $\hbar\mathbf{k}'_p$ impulzussal repül el, ϑ_0 helyett ϑ szöggel \mathbf{k}_d -hez képest.

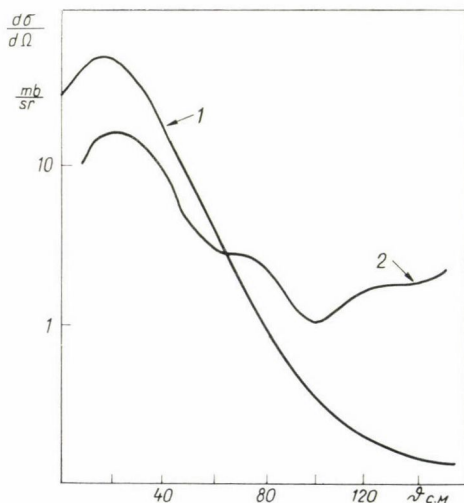
Ez a szögeloszlásban úgy nyilvánul meg, hogy az intenzitás a nagyobb szögek felé haladva kevésbé csökken és a stripping-csúcs mögött még újabb, kisebb csúcsok is vannak (5. ábra). A stripping-csúcs magassága kisebb lesz, hiszen a többi irányokba

onnan szóródnak ki a protonok; de nem tűnik el teljesen, mutatva, hogy csak a protonok egy része szóródik erősen.

Ennek a szóródásnak a leírása nagyon bonyolultnak tűnik. Hiszen a proton egy éppen átalakulóban levő rendszeren szóródik, a neutron most kötődik a targetmaghoz. Azonban, mint már többször is hivatkoztunk rá, a neutron-proton kölcsönhatás kicsi a proton-target kölcsönhatáshoz képest. Ezért plauzibilisnek látszik, hogy a proton úgy szóródik a target-magon, mintha a neutron ott sem lenne.

Milyen kísérleti tények igazolják e feltevést?

Ha igaz a feltevésünk, a megfelelő energiával számolt rugalmas szórás szögeloszlása és polarizációja hasonló kell legyen a stripping-reakció szögeloszlásához és polarizációjához. A



5. ábra. Nem-szóró (1) és teljes (2) szögeloszlás az $\text{O}^{16}(d, p)\text{O}^{17}(\text{g.s.})$ reakciónál, $l_n=2$.

megfelelő energia azt jelenti, hogy ha $\hbar\mathbf{k}_p$ a stripping-reakcióból származó protonok impulzusa, akkor $\hbar^2 k_p^2 / 2m$ energiájú, a „tömegfelületen levő” protonok rugalmas szóródásához kell hasonlítani. A szóródás szögét természetesen a stripping-csúcsból kell számítani.

A 6. ábrán a $\text{Sr}^{88}(d, p)\text{Sr}^{89}$ reakció mért szögeloszlását és polarizációját látjuk. A befogott neutron pályamomentuma $I_n=0$, ehhez $q_{\text{str}}=0$ foknál levő strippingcsúcs tartozik. A szórási szög ez esetben tehát egyszerűen a deuteron irányától kell mérni. A kihúzott vonal a rugalmas szórás optikai modellel számolt szögeloszlása, illetve polarizációja. A kb. $0-30^\circ$ tartományban levő stripping-csúcs fölött az egyezés feltűnően jó. Könnyű magoknál kicsit rosszabb az egyezés, azonban az esetek többségére a rajzon látható a jellemző.

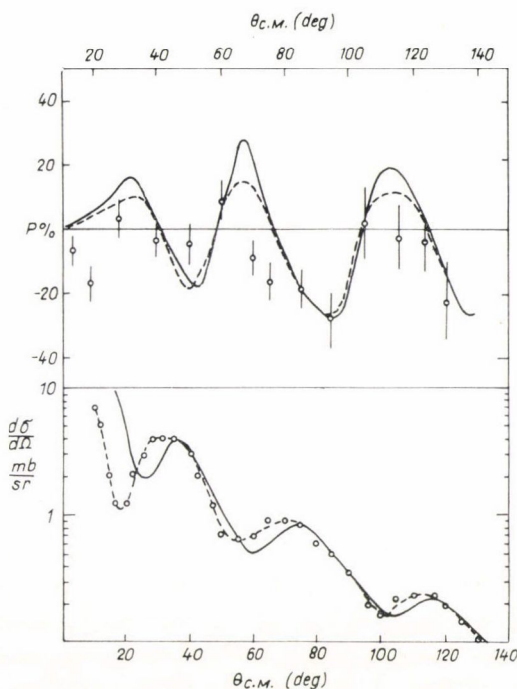
Ha az e pontban leírtakat összevetjük az IC pontban megbeszélt „rég” Butlermodellel, látható, hogy a proton viselkedését teljesen annak szellemében tárgyaljuk.

A DWBA eltért az eredeti Butler-képtől. Hiszen a disztorciót a deuteron és a mag relatív mozgását leíró hullámfüggvényre alkalmazza. Így a DWBA szerint a szét szakadás előtt a deuteron *egészben* szóródik a target-mag terében. A kiszabadult proton azután a vég-magon szóródik.

A WBP modell tehát e tekintetben visszatér az eredeti Butler-féle leírásmódhoz, amely szintén a maggal külön-külön kölcsönható neutron és protont tételez fel. Pontosabban: ott a maggal csak a neutron lép kölcsönhatásba, a proton zavartalanul tovább halad. Ezt a képet finomítja a WBP modell. Viszont a DWBA gondolat-köréből veszi át a disztortált hullámok használatát.

2C Háromtest hullámfüggvény

A 2A pontban megbeszélt program alapján most először is megszerkesztjük a proton és a neutron függvényéből a deuteronét. A levezetést egyelőre spin nélküli A target-magra végezzük el, a spin-függést utólag írjuk be. Csak a Coulomb-gát feletti deuteron-energiákra számolunk, így nem kell törődni a Coulomb-térben bekövetkező irányváltozással (súlypont-eltolódással) és disszociációval. Nem vesszük figyelembe a kicserélődési effektusokat sem és feltesszük, hogy a neutron tiszta egyrészezske-állapotba fogódik be, gerjesztetlen target-magon. Továbbra is mindig (d, p) reakcióról beszélünk, de minden érvényes, értelemszerűen, a többi hasonló típusú reakcióra is.



6. ábra. A $\text{Sr}^{88}(d, p)\text{Sr}^{89}$ reakció polarizációja (felül) és szögeloszlása (alul), 11 MeV bombázó energiánál, $I_n=0$. Kísérleti adatok [13]-ból. A folytonos vonal a rugalmas szórás polarizációja, illetve szögeloszlása, a szaggatott vonal a számított stripping-szögeloszlás.

Legyen $\Psi_d^{(+)}$ a problémát leíró teljes hullámfüggvény, vagyis

$$\Psi_d^{(+)} = \Phi_i + \frac{1}{E - H + i\varepsilon} (V_n + V_p) \Phi_i, \quad (2.4)$$

ahol

$$H = H_A + K_n + K_p + V_n + V_p + V_{np} \quad (2.5)$$

az A target-mag és a deuteron teljes Hamilton-operátora, Φ_i pedig a kölcsönhatásmentes kezdőállapot,

$$\Phi_i = \varphi_d(\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p) e^{i\mathbf{k}_d \mathbf{R}} A(\xi), \quad (2.6)$$

φ_d a deuteron, $A(\xi)$ a target-mag belső hullámfüggvénye; \mathbf{R} a deuteron súlypontjának koordinátája, $\hbar\mathbf{k}_d$ impulzusa. Az energia-skálánk nulláját helyezzük az A mag energiájához, így a H_A operátor sajátértéke $E_A = 0$. A Φ_i függvény kielégíti a

$$(H_A + K_n + K_p + V_{np} - E) \Phi_i = 0 \quad (2.7)$$

egyenletet.

Legyen Φ_f a kölcsönhatásmentes végállapot, vagyis

$$\Phi_f = e^{i\mathbf{k}_p \mathbf{r}_p} B(\xi, \mathbf{r}_n); \quad (2.8)$$

$\hbar\mathbf{k}_p$ a proton impulzusa (a végmagra vonatkoztatva), $B(\xi, \mathbf{r}_n)$ a végmag hullámfüggvénye. A Φ_f függvény a

$$(H_A + K_n + K_p + V_n - E) \Phi_f = 0 \quad (2.9)$$

egyenletet elégíti ki. Végül legyen $\psi_f^{(-)}$ az a végállapotú hullámfüggvény, amelyik még „érzi” a target-proton kölcsönhatást, vagyis legyen

$$\psi_f^{(-)} = \Phi_f + \frac{1}{E - (H - V_{np}) - i\varepsilon} V_p \Phi_f. \quad (2.10)$$

A $+$, ill. $-$ index a kifutó, illetve a befutó gömbhullámú aszimptotikus viselkedésre utal. Ezekkel a hullámfüggvényekkel a (d, p) reakciót leíró mátrixelem (l. pl. [15], 3. oldal), mint már (1.2) alatt is említettük,

$$T_{fi} = \langle \Phi_f | V_{np} + V_p | \Psi_d^{(+)} \rangle \equiv \langle \psi_f^{(-)} | V_{np} | \Psi_d^{(+)} \rangle. \quad (2.11)$$

Vezessük most be a deuteron φ_d belső hullámfüggvényének Fourier-transzformáltját, legyen tehát

$$G(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_d) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \varphi_d(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{K}\mathbf{r}} d\mathbf{r}. \quad (2.12)$$

Itt $\mathbf{K} = \frac{1}{2}\mathbf{k}_d - \mathbf{k}_p$ a (2.3)-ban definiált impulzus, és $\mathbf{r} = \mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p$. A Fourier-transzformált bevezetése azért hasznos, mert a deuteronon belüli impulzus-eloszlásnak fontos szerepe van a reakcióban.

Mint egyszerű átalakítással belátható, a (2.6)-beli Φ_i kölcsönhatásmentes kezdőállapot egyszerűen kifejezhető G -vel,

$$\Phi_i = \int G(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_d) \vartheta_i(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_n, \mathbf{r}_p, \mathbf{r}_n, \xi) d\mathbf{k}_p, \quad (2.13)$$

és ebben

$$\vartheta_i = e^{i\mathbf{k}_p \mathbf{r}_p} e^{i\mathbf{k}_n \mathbf{r}_n} A(\xi) \quad (2.14)$$

a kölcsönhatásmentes proton-neutron-target-rendszer hullámfüggvénye.

A deuteron belső hullámfüggvényére a Hulthén-alakot fogjuk használni, vagyis

$$\varphi_d(r) = \frac{N}{\sqrt{4\pi}} \frac{1}{r} (e^{-\gamma r} - e^{-\zeta r}), \quad (2.15)$$

így a továbbiakban

$$G(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_d) = \frac{N\sqrt{4\pi}}{(2\pi)^3} \left(\frac{1}{K^2 + \gamma^2} - \frac{1}{K^2 + \zeta^2} \right), \quad (2.16)$$

itt γ a deuteron $\hbar^2\gamma^2/m$ kötési energiájában szereplő hullámszám és $\zeta = 7\gamma$, az N pedig normálási állandó.

Írjuk át most (2.4)-et a következőképpen:

$$\Psi_d^{(+)} = \left\{ 1 + \frac{1}{E - H + i\varepsilon} (V_n + V_p) \right\} \Phi_i = \frac{i\varepsilon}{E - H + i\varepsilon} \Phi_i, \quad (2.17)$$

itt felhasználtuk, hogy Φ_i kielégíti a (2.7) egyenletet, és hogy $H - (V_n + V_p) \equiv H_A + K_n + K_p + V_{np}$. Írjuk be (2.17)-be Φ_i (2.13)-beli alakját, akkor, mivel

$$(K_n + K_p) \vartheta_i = \frac{\hbar^2}{2m} (k_n^2 + k_p^2) \vartheta_i \equiv E_{np} \vartheta_i, \quad (2.18)$$

azt kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} \Psi_d^{(+)} &= \int G(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_d) \frac{i\varepsilon}{E - H + i\varepsilon} \vartheta_i(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_n, \mathbf{r}_p, \mathbf{r}_n, \zeta) d\mathbf{k}_p = \\ &= \int G \frac{i\varepsilon}{E - (E_{np} + V_n + V_p + V_{np}) + i\varepsilon} \vartheta_i d\mathbf{k}_p = \\ &= \int G \left\{ 1 + \frac{1}{E - H + i\varepsilon} (V_n + V_p + V_{np} + E_{np} - E) \right\} \vartheta_i d\mathbf{k}_p = \\ &= \int G(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_d) \Theta_i^{(+)}(\mathbf{k}_n, \mathbf{k}_p, \mathbf{r}_n, \mathbf{r}_p, \zeta) d\mathbf{k}_p, \end{aligned} \quad (2.19)$$

ahol $\Theta_i^{(+)}$ a

$$\Theta_i^{(+)} = \left\{ 1 + \frac{1}{E - H + i\varepsilon} (V_n + V_p + V_{np} + E_{np} - E) \right\} \vartheta_i \quad (2.20)$$

egyenlettel definiált függvény. Erről először is megállapíthatjuk, hogy a H operátor sajátfüggvénye a teljes E energiával. Ugyanis (2.20)-at balról $(E - H + i\varepsilon)$ -nal szorozva azt kapjuk, hogy

$$(E - H) \Theta_i^{(+)} = i\varepsilon (\vartheta_i - \Theta_i^{(+)}),$$

vagyis, ha $\varepsilon \rightarrow 0$, akkor

$$(E - H) \Theta_i^{(+)} \rightarrow 0. \quad (2.21)$$

Másrészt, ha $V_n + V_p + V_{np} = 0$, akkor $\Theta_i^{(+)}$ eltűnik, mert ϑ_i a (2.18) szerint éppen a kölcsönhatásmentes H -operátor sajátfüggvénye E_{np} energiával. $\Theta_i^{(+)}$ így olyan hullámot ír le, amelyik a magtól távol (V_p és V_n hatótávolságán kívül) eltűnik, ha $V_{np} = 0$, vagyis ha a neutron és a proton is távol vannak egymástól. Tehát a magra beeső $n-p$ párt ír le, pontosan azt, amire szükségünk van.

Hogy $\Theta_i^{(+)}$ valóban eltűnjön, ahhoz V_p -nek *teljesen* el kell tűnnie. Ezért a Coulomb-teret valahol le kell vágni. Ott fogjuk levágni, ahol a magerők is eltűnnek. A numerikus számítások azt mutatják, hogy az eredményeket nem befolyásolja a levágás helye.

Legyen most

$$t_{fi} = \langle \psi_f^{(-)} | V_{np} | \Theta_i^{(+)} \rangle, \quad (2.22)$$

akkor a (2.11) mátrixelem így írható:

$$T_{fi} = \int G(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_d) t_{fi} d\mathbf{k}'_p. \quad (2.23)$$

2D A WBP approximáció

A $\Psi_d^{(+)}$ helyett bevezetett $\Theta_d^{(+)}$ hullámfüggvény még túl általános. Hogy figyelembe tudjuk venni a reakció-mechanizmusra tett feltevést és ezzel $\Theta_i^{(+)}$ -t és $\psi_f^{(-)}$ -t is le tudjuk egyszerűsíteni, mindkét függvényt sorba fejtjük.

A deuteron elszakadásának pillanatában a proton-targetmag rendszer leírható olyan $\varphi^{(+)}(\mathbf{k}_p, \mathbf{r}_p, \xi)$ hullámfüggvénnyel, amely a

$$(H_A + K_p + V_p - E_p') \varphi^{(+)}(\mathbf{k}_p, \mathbf{r}_p, \xi) = 0 \quad (2.24)$$

egyenlet megoldása

$$E_p' = \frac{\hbar^2 k_p^2}{2m} \quad (2.25)$$

sajátértékkel, és amelynek a síkhullám-része valamilyen $\mathbf{k}_{j'}$ ($k_{j'} = k_p$) irányába halad. Fejtsük ki $\Theta_i^{(+)}$ -t az ilyen $\varphi_{j'}^{(+)}$ -k teljes rendszere szerint,

$$\Theta_i^{(+)} = \sum_{j'} u_{j'}^{(+)}(E_p', \mathbf{r}_n) \varphi_{j'}(E_p', \mathbf{k}_{j'}, \mathbf{r}_p, \xi). \quad (2.26)$$

(A folytonos E_p' paraméter szerinti integrálást is beleértjük az összegbe.)

Vegyünk fel egy másik teljes függvényrendszert, ami ugyancsak (2.24) megoldása, de síkhullám része valamilyen $\mathbf{k}_{j''}$ ($k_{j''} = k_p$) irányába mutat, és fejtsük ki $\psi_f^{(-)}$ -t ezek szerint,

$$\psi_f^{(-)} = \sum_{j''} v_{j''}(E_p'', \mathbf{r}_n) \varphi_{j''}^{(-)}(E_p'', \mathbf{k}_{j''}, \mathbf{r}_p, \xi). \quad (2.27)$$

A (2.26)-ban fellépő $u^{(+)}$ a maghoz nem kötött neutron-állapotot tartalmaz, v viszont már a kötött neutront írja le. (2.26)-ot és (2.27)-et (2.22)-be írva azt kapjuk (az E' és E'' -re való integrálást is beleértve a szummába), hogy

$$t_{fi} = \sum_{j'j''} \langle v_{j''}(E_p'', \mathbf{r}_n) \varphi_{j''}^{(-)}(E_p'', \mathbf{k}_{j''}, \mathbf{r}_p, \xi) | V_{np}(\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p) | \varphi_{j'}^{(+)}(E_p', \mathbf{k}_{j'}, \mathbf{r}_p, \xi) u_{j'}^{(+)}(E_p', \mathbf{r}_n) \rangle. \quad (2.28)$$

Mivel figyelemmel akarjuk kísérni a protonnak a target-magon bekövetkező szóródását, vezessük be a $\mathbf{k}_{j''}$ irányból a $\mathbf{k}_{j'}$ irányba történő szórás leíró S -mátrixot a

$$\varphi_{j''}^{(-)}(E_p'', \mathbf{k}_{j''}, \mathbf{r}_p, \xi) = \sum_{j'''} S_{j''j'''}(\mathbf{k}_{j''}, \mathbf{k}_{j'''}) \varphi_{j'''}^{(+)}(E_p'', \mathbf{k}_{j'''}, \mathbf{r}_p, \xi) \quad (2.29)$$

definícióval. Vezessük be továbbá a

$$\mathcal{V}_{ij}(\mathbf{r}_n, \mathbf{k}'_p) = \int \varphi_i^{(+)}(E''_p, \mathbf{k}_i, \mathbf{r}_p, \xi) V_{np}(\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p) \varphi_j^{(+)}(E'_p, \mathbf{k}_j, \mathbf{r}_p, \xi) d\mathbf{r}_p d\xi \quad (2.30)$$

menyiséget. Ez a számunkra érdekes esetekben valamilyen átlagos potenciált fog adni. Az S és \mathcal{V} felhasználásával a (2.28) mátrixelem a

$$t_{fi} = \sum_{j' j''} S_{j'' j'}(\mathbf{k}'_{j''}, \mathbf{k}_{j'}) \langle v_{j''}(E''_p, \mathbf{r}_n) | \mathcal{V}_{j' j'}(\mathbf{r}_n, \mathbf{k}'_p) | u_{j'}^{(+)}(E'_p, \mathbf{r}_n) \rangle \quad (2.31)$$

alakba írható. Mármost feltevésünk szerint a proton úgy szóródik, mintha a neutron nem volna jelen. Ez azt jelenti, hogy a neutron-proton kölcsönhatás nem köthet össze (2.30)-ban különböző indexű állapotokat. Vagyis \mathcal{V}_{ij} -nek csak a *diagonális* elemeit tartjuk meg, amelyben $\mathbf{k}_{j'}$ éppen a proton kimenő impulzusa, \mathbf{k}'_p ,

$$t_{fi} \approx \hat{t}_{fi} = \sum_{j' j''} S_{j'' j'}(\mathbf{k}'_p, \mathbf{k}_{j''}) \langle v_{j''}(E''_p, \mathbf{r}_n) | \mathcal{V}_{j' j'}(\mathbf{r}_n, \mathbf{k}'_p) | u_{j'}^{(+)}(E'_p, \mathbf{r}_n) \rangle. \quad (2.32)$$

Ennek a lépésnek a hatását a végeredményre nehéz analitikusan megbecsülni. A fizikai feltevésekre kell hivatkoznunk és arra, hogy az eredmények ezt igazolni látszanak. Azonban további vizsgálatok lesznek szükségesek a hiba becslésére.

Mint a 2C pont elején említettük, a target-mag gerjesztését nem vesszük figyelembe. Így csak rugalmas protonszórás következik be, $\mathbf{k}_{j''}$ csak irányában különbözhet \mathbf{k}'_p -től s \mathbf{k}_p irányába mutat. Mivel tehát $j' = j''$, így összegezni sem kell. A már felesleges indexeket és változókat elhagyva.

$$t_{fi} \approx \hat{t}_{fi} = S(\mathbf{k}'_p, \mathbf{k}_p) \langle v(\mathbf{k}'_p, \mathbf{r}_n) | \mathcal{V}(\mathbf{k}'_p, \mathbf{r}_n) | u^{(+)}(\mathbf{k}_p, \mathbf{r}_n) \rangle, \quad (2.33)$$

vagyis (2.23) alapján

$$T_{fi} \approx \hat{T}_{fi} = \int G(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_d) S(\mathbf{k}'_p, \mathbf{k}_p) \langle v(\mathbf{k}'_p, \mathbf{r}_n) | \mathcal{V}(\mathbf{k}'_p, \mathbf{r}_n) | u^{(+)}(\mathbf{k}_p, \mathbf{r}_n) \rangle d\mathbf{k}_p. \quad (2.34)$$

Mivel csak a diagonális elemeket tartottuk meg, a \hat{T}_{fi} -ben szereplő \mathcal{V} valóban a proton sűrűségére átlagolt $n-p$ kölcsönhatás,

$$\mathcal{V}(\mathbf{k}'_p, \mathbf{r}_n) = \int |\varphi^{(+)}(\mathbf{k}'_p, \mathbf{r}_p, \xi)|^2 V_{np}(\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p) d\mathbf{r}_p d\xi. \quad (2.35)$$

Ez az „effektív” kölcsönhatás viszi szabad $u^{(+)}$ állapotból kötött v állapotba a neutront.

A (2.34) képletből kiszámolható az amplitúdó, ha ismerjük a \mathcal{V} -ben szereplő φ , valamint a neutron-abszorpciós faktorban szereplő u és v hullámfüggvényeket.

A φ egyszerű, hiszen mint láttuk, az a (2.24) egyenlet megoldása adott aszimptotikával. A (2.24) egyenlet a szokásos optikai modell közelítésben oldható meg numerikusan, vagyis $V_p = V_p^{\text{opt}}$ -t írunk. Az így kapott optikai modell hullámfüggvényt jelöljük a továbbiakban $A(\xi)\chi_p(\mathbf{r}_p)$ -vel, a $\varphi_p(\xi, \mathbf{r}_p)$ egzakt hullámfüggvénytől való megkülönböztetésül. Ezzel, ha a magot leíró $A(\xi)$ hullámfüggvény egyre normált, (2.35) átmegy a

$$\mathcal{V}(\mathbf{k}'_p, \mathbf{r}_n) = \int |\chi_p^{(+)}(\mathbf{r}_p, \mathbf{k}'_p)|^2 V_{np}(\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p) d\mathbf{r}_p \quad (2.36)$$

kifejezésbe.

2E Az effektív neutron-potenciál

Az u és v neutron hullámfüggvények egyenletét, illetve a rájuk ható effektív kölcsönhatást a proton-hullámfüggvény ismeretében a Feshbach-féle projekciós operátor módszerrel [25] kaphatjuk meg (l. a Függelék A pontját).

Az u_k függvények $\Theta_i^{(+)}$ (2.26) alatti sorfejtésében léptek fel,

$$\Theta_i^{(+)} = \sum_k u_k(\mathbf{r}_n) \varphi_k(\mathbf{r}_p, \xi). \quad (2.37)$$

A k indexbe értjük bele a folytonos paramétert is. A $\Theta_i^{(+)}$ függvény (2.21) szerint a

$$H\Theta_i^{(+)} = E\Theta_i^{(+)} \quad (2.38)$$

egyenletet elégíti ki, a φ_k függvények pedig (2.24) alapján a

$$(H_A + K_p + V_p - E_{pk})\varphi_k = 0 \quad (2.39)$$

egyenletet. Felírjuk a H -operátort az egyes tagok változóival együtt, hogy világosan lássuk, melyik függvényre mi hat.

$$H = H_A(\xi) + K_n(\mathbf{r}_n) + K_p(\mathbf{r}_p) + V_n(\mathbf{r}_n, \xi) + V_p(\mathbf{r}_p) + V_{np}(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_p). \quad (2.40)$$

A V_p potenciál már nem függ a ξ változóktól, mert feltettük, hogy optikai potenciállal közelítjük.

A (7.4) képlet szerint egy adott altérhez (adott P projekciós operátorhoz) tartozó effektív kölcsönhatás, ha \mathcal{H} a teljes kölcsönhatási operátor és $Q = 1 - P$,

$$H^{\text{eff}} = P\mathcal{H}P + P\mathcal{H}Q \frac{1}{E - Q\mathcal{H}Q + i\varepsilon} Q\mathcal{H}P. \quad (2.41)$$

Vezessük most be a P projekciós operátort a következő definícióval:

$$P = |\varphi_j\rangle\langle\varphi_j|, \quad (2.42)$$

ahol φ_j a (2.39) valamelyik sajátfüggvénye; és számoljuk ki az effektív potenciál egyes tagjait.

A \mathcal{H} operátor most a teljes H operátor, így

$$\begin{aligned} P\mathcal{H}P &= P(H_A + K_n + K_p + V_n + V_p + V_{np})P = \\ &= P(E_{pj} + K_n + V_n + V_{np})P = (E_{pj} + K_n)P + P(V_n + V_{np})P. \end{aligned} \quad (2.43)$$

Itt figyelembe vettük, hogy (2.39) szerint

$$(H_A + K_p + V_p)P = (H_A + K_p + V_p)|\varphi_j\rangle\langle\varphi_j| = E_{pj}|\varphi_j\rangle\langle\varphi_j| \quad (2.44)$$

és hogy $PAP = AP$, ha az A és P operátorok más-más változókra hatnak. Hasonlóan, figyelembe véve, hogy $PQ = 0$,

$$P\mathcal{H}Q = P(E_{pj} + K_n + V_n + V_{np})Q = P(V_n + V_{np})Q, \quad (2.45)$$

$$Q\mathcal{H}P = Q(E_{pj} + K_n + V_n + V_{np})P = Q(V_n + V_{np})P. \quad (2.46)$$

Végül (2.43)–(2.46)-ot (2.41)-be írva, a (2.38) egyenlethez és a választott P operátorhoz tartozó effektív potenciálra a

$$H^{\text{eff}} = (E_{pj} + K_n)P + P(V_n + V_{np})P + P(V_n + V_{np})Q \frac{1}{E - QHQ + i\varepsilon} Q(V_n + V_{np})P \quad (2.47)$$

kifejezést kapjuk. Továbbá (2.36) alapján

$$P\Theta_i^{(+)} \equiv \sum_k u_k(\mathbf{r}_n) |\varphi_j\rangle \langle \varphi_j | \varphi_k\rangle = u_j |\varphi_j\rangle.$$

Így, ha a (2.38)-ban H helyére H^{eff} -et írjuk, a $\Theta_i^{(+)}$ sorfejtésből csak egy tag marad meg, ami φ_j -vel való egyszerűsítés után az

$$\left\{ E - E_p - K_n - \langle \varphi | V_n | \varphi \rangle - \langle \varphi | V_{np} | \varphi \rangle - \right. \\ \left. - \langle \varphi | V_n + V_{np} | Q \frac{1}{E - QHQ + i\varepsilon} Q | V_n + V_{np} | \varphi \rangle \right\} u(\mathbf{r}_n) = 0 \quad (2.48)$$

egyenletre vezet. A már felesleges j indexet el is hagytuk.

Tömörebben:

$$(E' - K_n - V_n^{\text{eff}})u(\mathbf{r}_n) = 0, \quad (2.49)$$

$$V_n^{\text{eff}} = \langle \varphi | V_n | \varphi \rangle + \langle \varphi | V_{np} | \varphi \rangle + \langle \varphi | V_{np} + V_n | Q \frac{1}{E - QHQ + i\varepsilon} Q | V_n + V_{np} | \varphi \rangle. \quad (2.50)$$

A kapott effektív potenciál első tagja, valamint az utolsó, de V_{np} nélkül, az a kifejezés, amit a fenomenologikus optikai potenciállal szokás — nullad rendben — közelíteni. Ezért a neutronnak a szórás-kísérletekből ismert optikai potenciálját kiegészítjük a

$$\langle \varphi | V_{np} | \varphi \rangle \quad (2.51)$$

taggal. Ez megegyezik a (2.35) képletben szereplő \mathcal{V} mennyiséggel. Jelentése: a proton jelenléte befolyásolja a neutronra ható potenciált.

Keressük meg most a v kötött neutron-függvény egyenletét. Ez a függvény a (2.10)-ben definiált $\psi_f^{(-)}$ (2.27) alatti sorfejtésében szerepelt. Vagyis

$$(H - V_{np})\psi_f^{(-)} = E\psi_f^{(-)} \quad (2.52)$$

és

$$\psi_f^{(-)} = \sum_k v_k(\mathbf{r}_n) \varphi_k(\mathbf{r}_p, \xi). \quad (2.53)$$

Az előzőhöz teljesen hasonlóan, a $\mathcal{H} = H - V_{np}$ és $P = |\varphi_j\rangle \langle \varphi_j|$ választással kapjuk, hogy

$$\left\{ E - E_p - K_n - \langle \varphi | V_n | \varphi \rangle - \langle \varphi | V_n Q \frac{1}{E - Q(H - V_{np})Q} Q V_n | \varphi \rangle \right\} v = 0. \quad (2.54)$$

Itt nem szerepel a V_{np} -t tartalmazó tag. Így az effektív kölcsönhatást most héjmodell-potenciállal közelíthetjük.

2F A WBP stripping amplitúdó

Az előző pontokban meghatároztuk a stripping amplitúdóban szereplő mennyiségeket. Most befejezésül felírjuk a (2.34) amplitúdó általános alakját, amiben a spin is figyelembe van véve. Lehetett volna elejétől kezdve általánosabban számolni, ez elvi nehézséget nem okozott volna, de a közbenső képletek nagyon bonyolultak.

A végleges amplitúdó tehát

$$T_{fi}^{\text{WBP}}(\mu_d, \mu_p, \mu_n) = \sum_{\mu_p', \mu_n'} (1/2 \mu_p' 1/2 \mu_n' | 1 \mu_d) \times \quad (2.55)$$

$$\times \int G(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_d) S_{\mu_p' \mu_p}(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p') \langle v(\mathbf{k}_p', \mathbf{r}_n) | \mathcal{V}(\mathbf{k}_p', \mathbf{r}_n) | u^{(+)}(\mathbf{k}_n, \mathbf{r}_n) \rangle d\mathbf{k}_p'.$$

A μ mindenütt az impulzusnyomaték vetületét jelenti, $(lm'l'm'|LM)$ Clebsch — Gordon együttható. $G(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_d)$ a deuteron belső hullámfüggvényének, φ_d -nek a Fourier-transzformáltja, így

$$(1/2 \mu_p' 1/2 \mu_n' | 1 \mu_d) G(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_d) \quad (2.56)$$

az az amplitúdó, amely megmondja, milyen valószínűséggel fordul elő a beeső deuteronban $\mathbf{k}_d - \mathbf{k}_p$, ill. \mathbf{k}_p' impulzusú, μ_p' , ill. μ_p' spin-vetületű neutron-proton pár. Az

$$S_{\mu_p' \mu_p}(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p')$$

mátrixelem a $\hbar \mathbf{k}_p$ impulzusú, μ_p spin-vetületű proton szóródását írja le a $(\hbar \mathbf{k}_p', \mu_p')$ kimenő csatornába. A

$$\langle v(\mathbf{r}_n) | \mathcal{V}(\mathbf{r}_n, \mathbf{k}_p') | u^{(+)}(\mathbf{r}_n, \mathbf{k}_n) \rangle \quad (2.57)$$

amplitúdó a neutron szabad $u^{(+)}$ állapotból kötött v állapotba való befogását írja le a

$$\mathcal{V}(\mathbf{r}_n, \mathbf{k}_p') = \int |\chi_p^{(+)}(\mathbf{r}_p, \mathbf{k}_p')|^2 V_{np}(\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p) d\mathbf{r}_p \quad (2.58)$$

proton-sűrűségére átlagolt $n-p$ kölcsönhatás hatására. Ebben χ_p az optikai potenciállal számolt proton-hullámfüggvény.

A neutron és a proton viselkedését leíró mennyiségek faktorizálódása a fizikai feltevések egyenes következménye. A faktorizálódás eredményeképpen pontosan meg tudjuk majd mondani, hogy mely jelenségekért felelős a szóródó proton és melyekért a befogódó neutron.

A (2.55) amplitúdóból a szokásos módon kaphatjuk meg a szögeloszlást és a polarizációt (l. pl. [2], vagy [15]):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{m_d^* m_p^*}{3(2J_T + 1)} \frac{k_p'}{k_d} \frac{1}{(2\pi\hbar^2)^2} \sum_{\substack{\mu_d \mu_p' \\ M_T M}} |T_{fi}(\mu_d, \mu_p', M_T, M)|^2, \quad (2.59)$$

$$P = \frac{-2 \operatorname{Im} \left\{ \sum_{\mu_d M_T M} T_{fi}(\mu_d, 1/2, M_T, M) T_{fi}^*(\mu_d, -1/2, M_T, M) \right\}}{\sum_{\mu_d \mu_p' M_T M} |T_{fi}(\mu_d, \mu_p', M_T, M)|^2}. \quad (2.60)$$

Itt feltettük, hogy a bombázó deuteron-nyaláb polarizálatlan. A T index a target-magra utal, m^* redukált tömeg.

* * *

Ebben a fejezetben levezettük a WBP stripping amplitúdót, a reakció lefolyására tett feltevésünk alapján. Két kritikus pont volt az eddigiekben. Az egyik az, hogy vajon helyes-e a feltevésünk, a másik, hogy a közelítések valóban azt tükrözik-e, amit szeretnénk. A későbbiekben még visszatérünk e kérdésekre, megmutatjuk, hogy a részletes eredmények mindkét kérdésre pozitív választ adnak. A továbbiakkal kapcsolatban ilyen jellegű probléma nem fog felmerülni. Ezután már csak olyan közelítések, elhanyagolások fordulnak elő, amelyeket a numerikus kiszámíthatóság érdekében teszünk.

A következőkben azt vizsgáljuk meg, hogy a (2.55) amplitúdó leírja-e a kísérleti tényeket.

3. A WBP AMPLITÚDÓ TULAJDONSÁGAI

3A A szórt és nem-szórt amplitúdó

Az előzőekben láttuk, hogy a reakció pillanatában kiszabaduló protonok egy része szóródás nélkül eltávozik. Ezek alkotják a stripping-csúcsot. A protonok másik része szóródik a tarrgettal való kölcsönhatás miatt. Célszerű a két csoport viselkedését külön-külön megvizsgálni. Ezt megtehetjük, ha az S -mátrixból leválasztjuk a nem-szórt protonok járulékát, vagyis bevezetjük a T tranzit-mátrixot a következő definícióval (l. pl. [34], 506. old.):

$$S_{\mu_p \mu'_p}(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}'_p) = \delta(\mathbf{k}_p - \mathbf{k}'_p) \delta_{\mu_p \mu'_p} - 2\pi i \delta(E_p - E'_p) T_{\mu_p \mu'_p}(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}'_p). \quad (3.1)$$

Ha ezt beírjuk a (2.55) WBP mátrixelembe, az két részre esik szét, amelyeket nem-szórt, ill. szórt amplitúdónak nevezünk,

$$T_{ji}^{N.SZ.} = (1/2\mu_p | 1/2\mu_d - \mu_p | 1\mu_d) G(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_d) \langle v | \mathcal{V} | u^{(+)} \rangle, \quad (3.2)$$

$$T_{ji}^{SZ.} = -2\pi i \sum_{\mu'_p} (1/2\mu'_p | 1/2\mu_d - \mu'_p | 1\mu_d) \int G(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_d) T_{\mu_p \mu'_p}(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}'_p) \langle v | \mathcal{V} | u^{(+)} \rangle d\mathbf{k}'_p. \quad (3.3)$$

A szétválasztás azért is hasznos, mert az amplitúdó numerikus kiszámításakor sorba kell fejtenünk, s ha így leválasztjuk a nem-szórt részt, megkerülhetjük a δ -függvény sorbafejtésével járó nehézségeket.

A nem-szórt amplitúdó igen gyorsan csökken a \mathbf{k}_d és \mathbf{k}_p közti ϑ szög növekedtével, mert G is, a $\langle v | \mathcal{V} | u \rangle$ faktor is csökken. G -ről tudjuk (2.16)-ból hogy

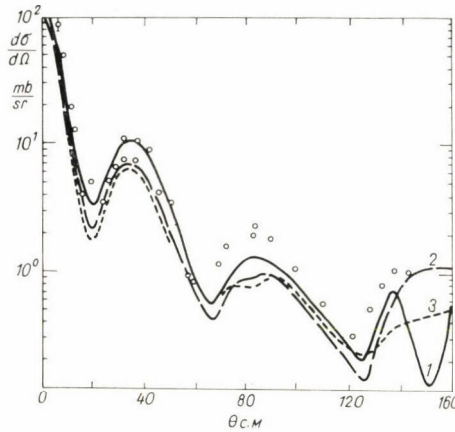
$$G(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_d) = \frac{N\sqrt{4\pi}}{(2\pi)^3} \left\{ \frac{1}{K^2 + \gamma^2} - \frac{1}{K^2 + (7\gamma)^2} \right\}.$$

Ebben

$$K^2 = \left(\frac{1}{2} \mathbf{k}_d - \mathbf{k}_p \right)^2 = \frac{1}{4} k_d^2 + k_p^2 - k_d k_p \cos \vartheta,$$

ami nő ϑ növekedtekor, G tehát valóban csökken. A numerikus számítások szerint a $\langle v|\mathcal{V}|u\rangle$ faktor is csökken, ez siettetí az amplitúdó csökkenését. A végeredmény a 2B pontbeli 5. ábrán látható. Ott az (1) görbe a nem-szórt amplitúdóból számolt szögeloszlás. A (2) teljes szögeloszlási görbe kb. 90 fok feletti részébe gyakorlatilag csak szórt protonok jutnak (a skála logaritmikus!).

Ugyancsak a numerikus számítások mutatják, hogy nehéz target-magok esetében a nem-szórt tag elhanyagolható. Könnyű magoknál a két tag összemérhető, de a hatáskeresztmetszet és a polarizáció interferencia-tagja nagyon kicsi.



7. ábra. Az $O^{16}(d, p)O^{17}$ reakció számolt szögeloszlása, $l_n=0$. Az (1) és (2) görbe az összes szög, a (3) a $\cos \vartheta_p < 0.5$ szögtartományra integrálva készült.

E megállapítások mind ellenőrizhetők az 5. fejezetben közölt számolási eredményeken. Most csak egy példát mutatunk annak bizonyítására, hogy a nagy szögben kilépő protonok a stripping-csúctól származnak. Néhány esetre elvégeztük a szögeloszlás számítását úgy is, hogy nem integráltunk az összes lehetséges proton-szögekre, hanem csak a stripping-csúcs környékére. [A (2.55) képletben szereplő k_p szerinti integrálás ϑ_p szögéről van szó.] A 7. ábrán egy ilyen számolás eredménye látható, a szabályosan számolt görbével együtt. A kettő közötti különbség minimális.

Az a tény, hogy a nagy szögbe menő protonok a stripping-csúcsból szóródnak ki, azt jelenti, hogy azok a deuteronok hoznak létre nagy valószínűséggel strippinget, amelyekben a target-maggal való találkozás pillanatában a proton éppen a deuteron

haladási irányában mozog. Vagyis amelyekben a neutron lassan mozog. Ugyanis 10 MeV-es deuteron-energia tájékán $k_d \approx k_p$, tehát ha hajlásszögük kicsi, $k_n = |k_d - k_p|$ nagyon kicsi kell legyen.

Meg kell jegyeznünk, hogy a „nem-szórt” és „szórt” amplitúdó kifejezések nem teljesen szabatosak. Ugyanis a proton-szórás hatása a $\langle v|\mathcal{V}|u\rangle$ neutron-befogási faktoron keresztül a „nem-szórt” amplitúdóban is jelentkezik.

3B Stripping $l_n = 0$ esetén

Azok a stripping reakciók, amelyeknél $l_n=0$ pályamomentummal fogódnak be a neutronok, fontosak a reakció-modellek vizsgálata szempontjából. Ez esetben ugyanis a proton-polarizáció csak a szórásból származik, hiszen a befogott neutron spinje nincs mihez képest irányítódjon.

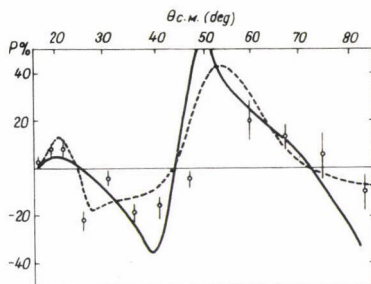
Ennek megfelelően a nem-szórt amplitúdóból eredő polarizáció nulla. A (2.60) képlet alapján

$$P^{N.SZ.} = \text{konst.} \times \text{Im} \left\{ \sum_{M_T M} |G|^2 \langle v|\mathcal{V}|u_{1/2}\rangle^* \langle v|\mathcal{V}|u_{-1/2}\rangle \right\}. \quad (3.4)$$

Mivel a k_n neutron-impulzus most a (k_d, k_p) síkban van, a (3.1)-beli $\delta(k_p - k'_p)$ faktor miatt, a $\langle v|\mathcal{V}|u \rangle$ neutron-befogási faktor szimmetrikus erre a síkra. A polarizáció e síkra merőleges lévén, a (3.4)-ben szimmetrikusan előforduló $1/2$, ill. $-1/2$ miatt csak nulla lehet.

Az interferencia-tag járuléka, mint említettük, elhanyagolható. Így a polarizáció $I_n=0$ esetén teljes egészében a szórt amplitúdóból származik. Ezért a szórás és a stripping polarizációja, ha feltevéseink helyesek, nagyon hasonló kell legyen. Hogy ez így van, azt a 6. ábrán kívül, amit a 2B pontban láttunk, a 8. ábra is jól mutatja.

A reakcióból származó protonok polarizációja $I_n \neq 0$ esetén is hasonló valamennyire a szórt protonok polarizációjához, a stripping-csúcs feletti tartományban. Ez megint azt mutatja, hogy oda valóban csak a szórt protonok jutnak el.



8. ábra. A $\text{Si}^{28}(d, p) \text{Si}^{29}$ reakcióból ($E_d=10$ MeV, $I_n=0$) származó protonok mért polarizációja [29], a számított stripping-polarizáció (szaggatott vonal) és a megfelelő energiájú szórt protonok polarizációja (folytonos vonal).

3C A neutron-befogási amplitúdó

A (2.57) neutron-befogási faktor a nem-szórt amplitúdóban, illetve az abból származtatható nem-szórt hatáskeresztmetszetben tanulmányozható „tisztán”. Ezt a 3A pontban már megbeszéltük. Azonban a neutron-befogás okozta polarizáció befolyásolja — a T szórás mátrix spin-függésén keresztül — a teljes hatáskeresztmetszet is. Ez lehetőséget ad arra, hogy megmagyarázzuk az ún. Lee—Schiffer-effektus létrejöttét, vagyis azt, hogy miért függ a stripping-hatáskeresztmetszet a befogott neutron teljes impulzusmomentumától.

Először azt kell megbeszelnünk, hogy a neutron befogása milyen polarizációt hoz létre. Utána majd azt vizsgáljuk meg, hogy milyen hatása van annak, hogy a stripping-csúcsból polarizált protonok szóródnak ki.

Newns [89] vette észre már 1953-ban, hogy ha a reakcióban szereplő részecskék valamelyike kölcsönhatásba lép az atommaggal, például a protonok egy része abszorbeálódik, ez polarizációhoz vezet. Az abszorpció miatt csak a mag egyik részéből jönnek ki protonok, így a neutron-befogás helye is aszimmetrikus. Ez a pályamomentum polarizálásához, és mivel a deuteronban a spinek korreláltak, proton-polarizációhoz vezet.

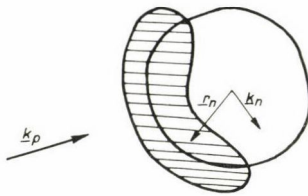
Newns proton-abszorpció feltételezésével arra az eredményre jutott, hogy ha a befogott neutron teljes impulzusmomentuma $j_n = I_n + 1/2$, ill. $j_n = I_n - 1/2$, a polarizáció negatív, ill. pozitív lesz (pozitívnak véve a $k_d \times k_p$ vektor irányát).

Azonban a $\text{C}^{12}(d, p)\text{C}^{13}$ reakció alapállapotú protonjainak polarizációját a stripping-csúcsban negatívnak találták [90], Newns predikciójával ellentétben. Tobočan [91] megmutatta, hogy éppen ilyen polarizációt kapunk, ha nem a proton, hanem a deuteron abszorbeálódik a magban. A valóságban mindkét abszorpciónak szerepe lehet, más-más súllyal.

A DWBA-nál a fenti klasszikus képen szereplő „abszorpciót” a deuteron, illetve a proton disztorciója írja le, így nyerhető kifejezés a polarizációra. Az ezzel kapcsolatos problémákat már megbeszéltük.

Alkalmazzuk most a Newns-féle gondolatmenetet a WBP amplitúdóra. Eltérünk attól annyiban, hogy nem deuteron vagy proton-abszorpcióról beszélünk, hanem a neutron befogását leíró $\langle v|\mathcal{V}|u\rangle$ amplitúdó viselkedését vizsgáljuk. Ez az amplitúdó ott nagy, ahol a v kötött és az $u^{(+)}$ szórt neutron-függvény átfedi egymást és a \mathcal{V} potenciál is nagy.

A $\mathcal{V}(\mathbf{r}_n, \mathbf{k}_p)$ potenciál igen gyorsan csökken, ahogy a mag belseje felé haladunk. Másrészt a proton-hullámfüggvény és a \mathcal{V} mennyiség is erősen aszimmetrikus. (Emlékeztetünk arra, hogy \mathcal{V} a (2.35) képlet szerint a proton-sűrűsége átlagolt V_{np} kölcsönhatás.) A target-mag protonok által „megvilágított” oldalán, a mag határá-nál, a proton-sűrűség 2–5-ször akkora, mint a „sötét” oldalon. Így az a térrész, ahol a $\langle v|\mathcal{V}|u^{(+)}\rangle$ amplitúdó nagy, a 9. ábrán bevonalkázott terület. Itt fogódnak be



9. ábra. A befogott neutronok pályamomentumának polarizációja.

a neutronok. Ezért az $\mathbf{l}_n = \mathbf{r}_n \times \mathbf{k}_n$ pályamomentum $\mathbf{k}_d \times \mathbf{k}_p$ irányába mutat. Tehát a $j_n = l_n + 1/2$, ill. $l_n - 1/2$ -es neutronok polarizációja pozitív, ill. negatív. Mivel pedig a deuteronban lényegében párhuzamos a neutron és a proton spinje, a protonok polarizációja ugyan ilyen.

Ha tehát $l_n \neq 0$, a stripping-csúcsból *polarizált* protonok szóródnak ki. Kövessük nyomon, hogy milyen hatása van ennek a „szórt” hatáskeresztmetszetre. Most csak kvalitatív képet szeretnénk nyerni, ezért a kifejezéseket leegyszerűsítjük, amennyire csak lehet.

A (3.3) amplitúdóban az integrálhoz csak a stripping-csúcs körüli rész ad lényeges járulékot. Ezért (3.3)-at jól helyettesíthetjük a

$$\tilde{T}^{SZ} = \text{konst.} \times \sum_{\mu_p} (1/2 \mu_p' 1/2 \mu_p' 1 \mu_d) T_{\mu_p' \mu_p} \langle v|\mathcal{V}|u_{\mu_n}^{(+)}\rangle \quad (3.5)$$

kifejezéssel. Ebből képezhetjük a hatáskeresztmetszettel arányos

$$\sum_{\mu_d \mu_p m} |\tilde{T}_{fi}^{SZ}(\mu_d, \mu_p, m)|^2 \quad (3.6)$$

mennyiséget. Ha (3.5)-öt beírjuk (3.6)-ba, a szereplő Clebsch—Gordan-együtthatók egyszerűsége és a $T_{\mu_p' \mu_p}$ mátrixelemek szimmetria-tulajdonságai miatt az összegezés nagy része elvégezhető. A végeredmény

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} = & C_1 \times \{|T_{1/2 \ 1/2}|^2 + |T_{1/2 \ -1/2}|^2\} \times \\ & \times \sum_m \{|\langle v|\mathcal{V}|u_{1/2}^{(+)}\rangle|^2 + |\langle v|\mathcal{V}|u_{-1/2}^{(+)}\rangle|^2\} + C_2 \times \{T_{1/2 \ 1/2}^* T_{1/2 \ -1/2} - T_{1/2 \ 1/2}^* T_{1/2 \ -1/2}\} \times \\ & \times \sum_m \{\langle v|\mathcal{V}|u_{1/2}^{(+)}\rangle \langle v|\mathcal{V}|u_{-1/2}^{(+)}\rangle^* - \langle v|\mathcal{V}|u_{1/2}^{(+)}\rangle^* \langle v|\mathcal{V}|u_{-1/2}^{(+)}\rangle\}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Vagyis, szavakban:

$$\begin{aligned} \text{stripping hatáskeresztmetszet} = \\ C'_1 \times (\text{rugalmas proton-szórás hat. ker.}) \times (\text{neutron befogás hat. ker.}) + \\ + C'_2 \times (\text{rugalmas proton szórás polarizációja}) \times (\text{neutron pályamomentum} \\ \text{polarizációja}). \end{aligned}$$

A (3.7) képlet első következménye, hogy $l_n=0$ esetén, amikor a neutron pályamomentuma polarizálatlan, a stripping-hatáskeresztmetszet arányos a protonszórás hatáskeresztmetszettel.

Amikor $l_n \neq 0$, a következő meggondolást végezhetjük el. Adott l_n -hez két j_n tartozik. Képezzük az e két végállapotra menő stripping-reakció hatáskeresztmetszetéből a

$$D = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{l_n+1/2} - N \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{l_n-1/2} \quad (3.8)$$

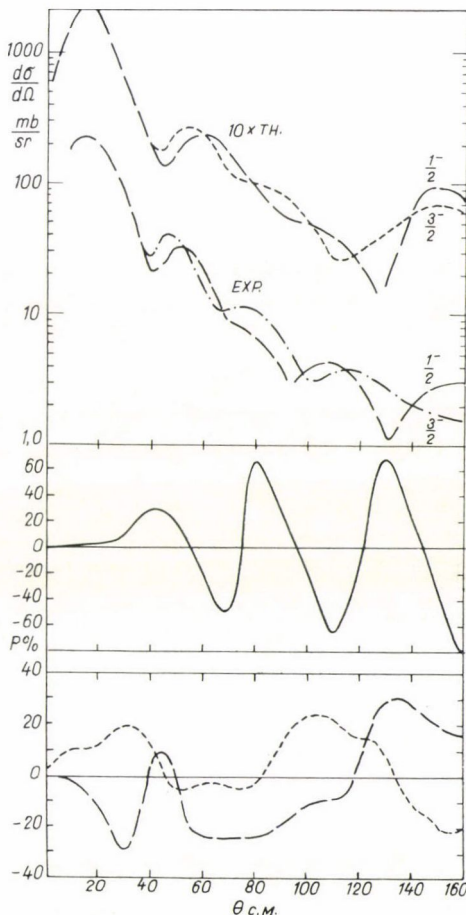
kifejezést. Az N normálási állandót válaszuk meg úgy, hogy a stripping-csúcsban $D=0$ legyen. Mivel itt a proton-szórásból eredő polarizáció nulla, e feltétel miatt (3.7) első tagja D -ből kiesik. Mivel pedig a második tagban a proton-szórás polarizáció nem függ attól, hogy $j_n = l_n + 1/2$ vagy $l_n - 1/2$, ez a tényező kiemelhető és végül azt kapjuk, hogy

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{l_n+1/2} - N \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{l_n-1/2} = \text{konst.} \times$$

$\times (\text{rugalmas szórás polarizáció}). \quad (3.9)$

Azaz, ha megfelelően normáljuk a $j_n = l_n + 1/2$ és $l_n - 1/2$ esethez tartozó, de különben más kvantumszámokban azonos, gerjesztési energiában közel álló hatáskeresztmetszeteket, a különbség azonos előjelű a proton-szórás polarizációjával. Erre itt most csak egy példát mutatunk (10. ábra), a többi az 5. fejezetben, az eredmények felsorolása között található.

A 10. ábrán jól látszik, hogy a két hatáskeresztmetszet-görbe metszéspontjának a középső görbén jelváltás felel



10. ábra. A $\text{Cr}^{52}(d, p)\text{Cr}^{53}$ alap és első gerjesztett állapotára menő stripping-reakció szögeloszlása (fent) és polarizációja (lent). Középen a rugalmas szórás polarizációja. Kísérleti adatok [88]-ből.

meg. A legalsó görbe a stripping számított polarizációját mutatja a két esetre. Figyeljük meg, hogy a stripping-csúcsnál határozottan ellentétes előjelű a két polarizáció, igazolva a fenti megfontolásokat.

A Lee—Schiffer-effektust [5] így módon tehát értelmezni tudjuk. Sőt, mint majd az 5. fejezetben látni fogjuk, leírásunk pontosabb e szerzőkénél.

4. A HATÁSKERESZTMETSZET ÉS A POLARIZÁCIÓ SZÁMÍTÁSA

4A A WBP amplitúdó kiszámolása

A 2. fejezet végén felírtuk a stripping mátrixelemet, majd a szögeloszlást és a polarizációt a mátrixelemmel kifejezve. Sajnos, a mátrixelemet analitikusan csak akkor lehet kiszámolni, ha a benne szereplő szórt hullámfüggvényeket síkhullámokkal közelítjük, akkor pedig visszajutunk az eredeti Butler-modell szintjére. Még számológéppel is csak akkor tudjuk kiszámolni, ha néhány közelítést alkalmazunk.

Mindenekelőtt vizsgáljuk meg a (2.36)-ban bevezetett \mathcal{V} mennyiséget,

$$\mathcal{V}(\mathbf{r}_n, \mathbf{k}'_p) = \int |\chi_p^{(+)}(\mathbf{r}_p, \mathbf{k}'_p)|^2 V_{np}(\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p) d\mathbf{r}_p. \quad (4.1)$$

Ebben $\chi_p^{(+)}$ az optikai potenciállal számolt proton-hullámfüggvény, V_{np} pedig a neutron-proton kölcsönhatás. \mathcal{V} -t „zero range” közelítésben számítjuk ki, vagyis V_{np} helyére δ -függvényt írunk. Ekkor Pearson nyomán [43], az aszimptotikus függvényértékeket illesztve

$$\mathcal{V}(\mathbf{r}_n, \mathbf{k}'_p) = \frac{-\hbar^2}{m} (K^2 + \gamma^2) |\chi_p^{(+)}(\mathbf{r}_n, \mathbf{k}'_p)|^2. \quad (4.2)$$

A DWBA számításokból tudjuk, hogy a „zero range” közelítés nem befolyásolja jelentősen a végeredményt, viszont nagyon leegyszerűsíti a további számolást.

A \mathcal{V} mennyiség két helyen szerepel képleteinkben: a $\langle v | \mathcal{V} | u^{(+)} \rangle$ neutron-befogási amplitúdóban és az $u^{(+)}$ szórt neutron hullámfüggvény (2.49) egyenletében. Mint a 2E pontban már megbeszéltük, ebbe az egyenletbe is optikai potenciált írunk, azaz

$$(K_n + V_n^{\text{opt}} + \mathcal{V} - E_B) u^{(+)}(\mathbf{r}_n, \mathbf{k}_n) = 0. \quad (4.3)$$

Az E_B energia a neutron energiája a kötött végállapotban, K_n a neutron kinetikus energia operátora. A kötött neutron hullámfüggvény egyenlete (2.54) alapján

$$(K_n + V_n^{\text{kötött}} - E_B) v_n(\mathbf{r}_n) = 0. \quad (4.4)$$

A \mathcal{V} mennyiség nem gömbszimmetrikus, emiatt a (4.3) egyenletet nehéz lenne megoldani. Hogy egyszerűbbé tegyük, itt még tovább lépünk \mathcal{V} közelítésében. Hangsúlyozzuk, hogy csak itt, míg a neutron-befogási amplitúdóban továbbra is a (4.2) alakot használjuk. Hiszen ott nem lehet egyszerűsíteni, mert a polarizációs jelenségek értelmezésében az aszimmetriának döntő jelentősége van. \mathcal{V} felbontható

két részre,

$$\mathcal{V} = \frac{-\hbar^2}{m} (K^2 + \gamma^2) + \frac{\hbar^2}{m} (K^2 + \gamma^2) (1 - |\chi_p^{(+)}|^2). \quad (4.5)$$

Az első, gömbszimmetrikus tag \mathcal{V} aszimptotikus része. Pontosabban: a $\chi_p^{(+)}$ síkhullám részéből származó járuléka. A második tag maximális nagysága 2–3 MeV, szemben a teljes \mathcal{V} 5–6 MeV-es átlagértékével. Továbbá nagyon gyorsan csökken, kb. $1/r^2$ -tel arányosan. Így integrálisan nagyon kicsi a járuléka. Ezért (4.3)-ban a \mathcal{V} második tagját elhagyjuk, vagyis az $u^{(+)}$ függvényt a

$$\left(K_n + V_n^{\text{opt}} - \frac{\hbar^2}{m} (K^2 + \gamma^2) - E_B \right) u^{(+)}(r_n, k_n) = 0 \quad (4.6)$$

egyenletből számítjuk ki. Az $E_B + \frac{\hbar^2}{m} (K^2 + \gamma^2)$ mennyiség éppen a szabad, $e^{ik_n r_n}$ függvénnyel leírt neutron energiája.

A (4.4), ill. (4.6) egyenlet megoldásához a v és az $u^{(+)}$ függvényt gömbfüggvények szerint sorba fejtjük. Legyen tehát

$$v(r_n, j_n, l_n, m_n) = i^{l_n} \sum_{\mu_n} (1/2 \mu_n l_n m_n - \mu_n | j_n m_n) S_{1/2 \mu_n} Y_{l_n}^{m_n - \mu_n}(\Omega_n) v_{j_n l_n}(r_n), \quad (4.7)$$

itt S a spin-hullámfüggvény, $v(r_n)$ pedig a kötött állapotú radiális neutron-függvény.

A szórt neutron hullámfüggvénye nem ilyen egyszerű,

$$\begin{aligned} u_{\mu_n}^{(+)}(r_n, k'_n) &= \frac{4\pi}{k'_n r_n} \sum_{j'_n l'_n m'_n v_n} i^{l'_n} (1/2 \mu'_n l'_n m'_n | j'_n m'_n + \mu'_n) \times \\ &\times (1/2 v_n l'_n m'_n + \mu'_n - v_n | j'_n m'_n + \mu'_n) S_{1/2 v_n} \times \\ &\times Y_{l'_n}^{* m'_n}(\hat{k}'_n) Y_{l'_n}^{m'_n + \mu'_n - v_n}(\Omega_n) \chi_{j'_n l'_n}^{(+)}(r_n, k'_n). \end{aligned} \quad (4.8)$$

Sajnos, a $\chi_{j'_n l'_n}^{(+)}$ szórt neutron-függvényben benne marad a k'_n mennyiség, ezen keresztül függ a ϑ_p proton-szögtől, ami szerint integrálunk majd. Ezért az $u^{(+)}$, illetve a megfelelő $\chi_{j'_n l'_n}^{(+)}$ függvények egyenletét annyiszor kell megoldani, ahány pontban az integráláshoz ismerni kell a függvény értékét. Ez indokolja, hogy a (4.3) egyenletet leegyszerűsítsük, amennyire csak lehet. Még így is ez a legidőtráblóbb része a számolásnak.

A \mathcal{V} -ben szereplő proton-hullámfüggvények külön-külön sorbafejtése helyett célszerűbb rögtön a sűrűséget sorba fejteni,

$$|\chi_p^{(+)}(r_n, k'_p)|^2 = \sum_{LM} \frac{a_L(r_n)}{2L+1} Y_L^M(\vartheta, \varphi) Y_L^{*M}(\hat{k}'_p), \quad (4.9)$$

és ebben

$$a_L(r_n) = 4\pi \sum_{l'} i^{l-l'} (2l+1) (2l'+1) (l0 l'0 | L0)^2 \chi_l(r_n) \chi_{l'}(r_n). \quad (4.10)$$

$\chi_l(r_n)$ az optikai potenciállal számolt függvény, amelyben elhanyagoltuk a $j_n = l_n + 1/2$ és $j_n = l_n - 1/2$ állapotok közti különbséget. Ez kb. akkora hibát okoz, mint „zero range” alkalmazása. A (4.9) sor nagyon gyorsan konvergál. Már 3–5 tag megadja a sűrűség 99 százalékát, egy egészen kis térrészt leszámítva.

Ha a (4.7)–(4.10) kifejezésekből összerakjuk a neutron-befogási amplitúdót, a következő eredményre jutunk:

$$\langle v(\mathbf{r}_n) | \mathcal{V}(\mathbf{r}_n, \mathbf{k}'_p) | u_{\mu_n}^{(+)}(\mathbf{r}_n, \mathbf{k}'_n) \rangle = \frac{\hbar^2}{m} (K^2 + \gamma^2) K_{\mu_n m_n}(\mathbf{k}'_p) e^{-i(m_n - \mu_n) \varphi_p}, \quad (4.11)$$

ahol φ_p a proton azimutszöge és

$$\begin{aligned} K_{\mu_n m_n}(\mathbf{k}'_p) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{\mu_n j_n l'_n m_n L M} \left(\frac{1}{2} \mu_n l_n m_n - \mu_n | j_n m_n \right) \left(\frac{1}{2} \mu'_n l'_n m_n | j'_n m'_n + \mu'_n \right) \times \\ &\times \left(\frac{1}{2} \mu_n l'_n m_n + \mu'_n - \mu_n | j'_n m'_n + \mu'_n \right) (-1)^{m_n - \mu'_n} i^{l'_n - l_n} \hat{l}_n \hat{l}'_n \times \\ &\times (l_n 0 L 0 | l'_n 0) (l m_n - \mu_n L - M | l'_n m_n + \mu'_n - \mu_n) \Theta_L^M(\cos \vartheta'_p) \Theta_{l'_n}^{m'_n}(\cos \vartheta'_n) \times \\ &\times \frac{1}{k'_n} \int a_L(r_n) v_{j_n l_n}(\mathbf{r}_n) \chi_{j'_n l'_n}^{(+)}(\mathbf{r}_n, \mathbf{k}'_n) r_n dr_n. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Az ebben szereplő $\Theta_L^M(\cos \vartheta)$ függvény a normált Legendre-polinom, ami az Y_L^M gömbfüggvénnyel a

$$\Theta_L^M(\cos \vartheta) = \sqrt{2\pi} e^{iM\varphi} Y_L^M(\vartheta, \varphi) \quad (4.13)$$

összefüggésben van; $\hat{l} = \sqrt{2l+1}$.

A (3.2) nem-szórt amplitúdót most már fel tudjuk írni,

$$T_{ji}^{N.SZ.}(\mu_d, \mu_p, m_n) = \frac{\hbar^2 N \sqrt{4\pi}}{m} \left(1 - \frac{K^2 + \gamma^2}{K^2 + \zeta^2} \right) \left(\frac{1}{2} \mu_p \frac{1}{2} \mu_n | 1 \mu_d \right) K_{\mu_n m_n}(\cos \vartheta_p). \quad (4.14)$$

A szórt amplitúdó kiszámításához előbb a szórás mátrixot is sorba kell fejteni,

$$\begin{aligned} T_{\mu'_p \mu_p}(\mathbf{k}'_p, \mathbf{k}_p) \delta(E'_p - E_p) &= \frac{1}{2\pi i k_p^2} \sum_{j l m} \left(\frac{1}{2} \mu'_p l m | j m + \mu'_p \right) \times \\ &\times \left(\frac{1}{2} \mu_p l m + \mu'_p - \mu_p | j m + \mu'_p \right) (\eta_{lj} - 1) \delta(k_p - k'_p). \end{aligned} \quad (4.15)$$

Ebben csak az η_{lj} mennyiség új, ez a δ_{lj} fázisszöggel függ össze,

$$\eta_{lj} = e^{2i\delta_{lj}}. \quad (4.16)$$

Ez a sorfejtés is elég gyors, 10 MeV körüli energiánál $l=10$ – 15 -nél η_{lj} már 1. A szórt amplitúdó tehát

$$\begin{aligned} T_{ji}^{SZ.}(\mu_d, \mu_p, m_n) &= \frac{\hbar^2 N \sqrt{4\pi}}{m} \sum_{\mu'_d l_j} \left(\frac{1}{2} \mu'_n \frac{1}{2} \mu'_p | 1 \mu_d \right) \times \\ &\times \left(\frac{1}{2} \mu'_p l'_n - m_n | j \mu_d - m_n \right) \left(\frac{1}{2} \mu_p l'_n + \mu'_p - \mu_p - m_n | j \mu_d - m_n \right) \times \\ &\times (\eta_{lj} - 1) \int K_{\mu_n m_n}(\cos \vartheta'_p) \Theta_{l'_n}^{\mu'_n - m_n}(\cos \vartheta'_p) \Theta_{l'_p}^{\mu'_d - \mu_p - m_n}(\cos \vartheta'_p) \times \\ &\times \left(1 - \frac{K^2 + \gamma^2}{K^2 + \zeta^2} \right) d(\cos \vartheta'_p), \end{aligned} \quad (4.17)$$

és végül

$$T_{fi} = T_{fi}^{N.SZ.} + T_{fi}^{SZ.} \quad (4.18)$$

A számolást néhány szimmetria-tulajdonság gyorsítja. Mint közvetlenül belátható,

$$K_{-\mu'_n, -m_n} = (-1)^{l_n + \frac{1}{2} - j_n + m_n - \mu'_n} K_{\mu_n m_n} \quad (4.19)$$

és

$$T_{fi}(-\mu_d, -\mu'_p, -m_n) = (-1)^{l_n + \frac{1}{2} - j_n + \mu_d - \mu'_p - m_n} T_{fi}(\mu_d, \mu'_p, m_n). \quad (4.20)$$

Ezeket mind felhasználva, a stripping hatáskeresztmetszet (2.59) alapján, 0 spinű targetmagra

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2}{3} \frac{m_p^* m_d^*}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_d}{k_p} M, \quad (4.21)$$

ahol

$$M = \sum_{\mu_d, \mu_p, m_n=1/2}^{j_n} |T_{fi}(\mu_d, \mu_p, m_n)|^2, \quad (4.22)$$

a polarizáció pedig (2.60) szerint

$$P = \frac{-2}{M} \text{Im} \left\{ \sum_{\mu_d, m_n=1/2}^{j_n} T_{fi} \left(\mu_d, \frac{1}{2}, m_n \right) T_{fi}^* \left(\mu_d, -\frac{1}{2}, m_n \right) \right\}. \quad (4.23)$$

4B A neutron és proton hullámfüggvények

A kötött neutron hullámfüggvény számítása a *G. Brown* és *J. Gunn* által kidolgozott módszerrel [92] történt, a Niels Bohr Intézet programkönyvtárában levő program alapul vételével. Ebben a neutronra ható potenciál

$$V_n^{\text{kötött}} = V \left\{ f(r) - 32 \left(\frac{\hbar^2}{2m^*c} \right)^2 \frac{1}{r} \frac{df}{dr} \sigma \right\}, \quad (4.24)$$

a radiális függés Saxon—Woods-típusú

$$f(r) = \frac{1}{1 + e^{(r-R)/a}}, \quad (4.25)$$

$R=1.25 \times A^{1/3}$, $a=0.65$ fm. A potenciálgödör V mélységét a program úgy határozza meg, hogy a neutron kötési energiája jól adódjon ki.

A szórt neutron és proton hullámfüggvényeket a Rosen és munkatársai [10] által szórás kísérletekből meghatározott optikai potenciállal számoltuk. Vagyis

$$V^{\text{opt}} = -Vf(r) - iWg(r) - V_S h(r) \sigma \mathbf{l} + V_c(r) \quad (4.26)$$

alakú potenciált használtunk. Ebben $f(r)$ a (4.25)-beli kifejezés,

$$g(r) = -4b(1-s) \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{1 + e^{(r-R)/b}} \right) + \frac{4s}{1 + e^{(r-R)/b}}, \quad (4.27)$$

vagyis felületi és térfogati abszorpció is lehet;

$$h(r) = -\lambda_\pi^2 \frac{1}{r} \frac{df}{dr}, \quad (4.28)$$

végül $V_c(r)$ a Coulomb-potenciál, ami azonban a mag sugártól 4–5 fm-re le van vágva (l. a 2C pont végén).

A potenciál-paraméterek, Rosen alapján, a következők:

	neutron	proton
V (MeV)	$49.3 - 0.33 \times E$	$53.8 - 0.33 \times E$
W (MeV)	5.75	7.50
V_s (MeV)	5.50	
R (fm)	$1.25 \times A^{1/3}$	
a (fm)	0.65	
b (fm)	0.70	

E paraméterektől csak a neutron-potenciál imaginárius részénél tértünk el próbaképpen. Egyrészt ez a paraméter a legbizonytalanabb. Egyes szerzők a Rosen-féltől erősen eltérő értéket adnak meg. Másrészt az abszorpció növelése kompenzálhatja a nem-diagonális \mathcal{V}_{ik} mátrixelemek (2.32)-ben történt elhagyását. A tapasztalat azonban azt mutatja, hogy az eredmények alig függenek W értékétől. Ez nagyon megnyugtató. A következő értékeket használtuk:

$A:$	$W_n = 11$ MeV,	$s = 0$
$B:$	22	0
$C:$	8	0.33
$D:$	5.5	0

Az eredményeket bemutató rajzokon ezekre, mint A , B , C vagy D paraméterekre hivatkozunk.

4C Számológép-programok

A szögeloszlás és polarizáció kiszámolására az első ALGOL programot a koppenhágai Niels Bohr Intézet GIER számológépére készítettük. Ez három különálló részből állt, a gép kis memóriája miatt. A számolási idő 1–3 óra volt szögeloszlásonként. Elkészült egy változat a koppenhágai NEUCC IBM 7090 gépére, ezen kb. 10 perc volt a futási idő. Végül a harmadik ALGOL-program a KFKI ICT 1905-ös gépén használható, kb. 20 perc/görbe sebességgel.

A programok ellenőrzése úgy történt, hogy kiszámoltunk olyan eseteket, amelyek eredményét előre lehet tudni. Ilyen pl. az, ha az összes potenciált nullává tesszük. Ezenkívül az összes integráló szubrutint, a Clebsch—Gordan-együtthatókat és a gömbfüggvényeket rekurzióval előállító programrészeket külön-külön is ellenőriztük.

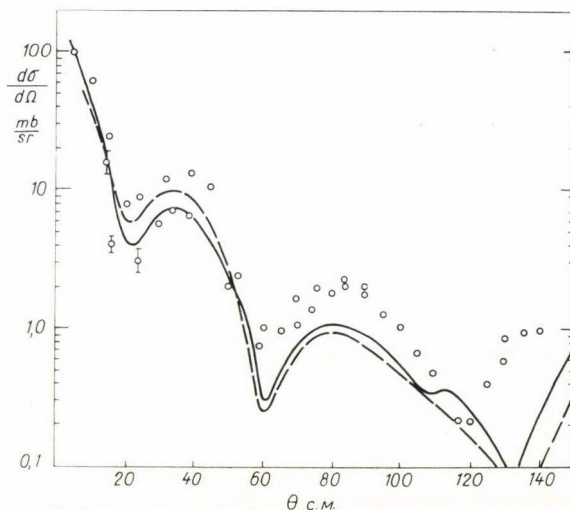
A számolás menete a következő:

Először kiszámítjuk a $v_{j_n l_n}$ kötött neutron hullámfüggvényt, majd megoldjuk a szórt protonok egyenletét, ebből megkapjuk a χ_{lj} protonfüggvényeket és az η_{lj} -ket. Előállítjuk az $a_L(r_n)$ együtthatókat és a $v_{j_n l_n}(r_n) a_L(r_n)$ szorzatokat félretesszük. Ezután minden szögnél megoldjuk a szórt neutron függvények egyenletét. Ekkor a kapott függvényekből és a félretett szorzatokból megalkotjuk a $K_{\mu_n m_n}$ mennyiségeket, majd a T amplitúdót, végül ebből kiszámoljuk a szögeloszlást és a polarizációt.

5. EREDMÉNYEK

5A Szögeloszlás, abszolút hatáskeresztmetszet

A tapasztalattal való összehasonlításra olyan eseteket választottunk, ahol feltehető, hogy a spektroszkópai faktor, S feltehetően 1. Kilenc szögeloszlást mutatunk be a 11—19. ábrákon, O^{16} -tól Zr^{96} -ig. Az l_n értékek 0 és 3 közé esnek, a target-mag 0 spinű. Mindegyik rajzon két, különböző paraméterekkel számolt görbe látható.



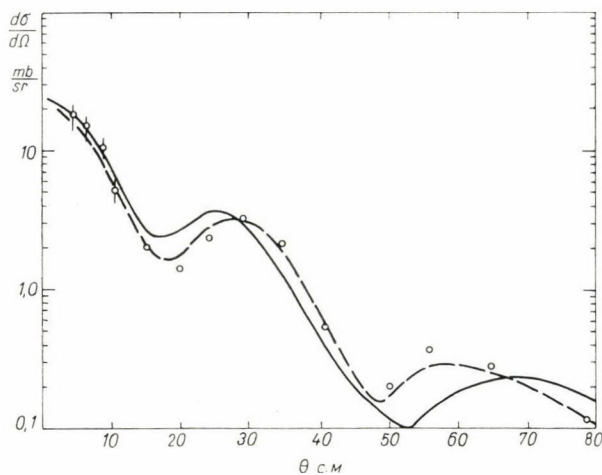
11. ábra. Az $O^{16}(d, p)O^{17*}$ reakció szögeloszlása, 0.87 MeV-es nívó, $l_n=0$, $E_d=12$ MeV. A folytonos vonal a D -paraméterekkel, a szaggatott az A -val készült. Kísérleti pontok: [17, 88].

A 11—14. ábrán $l_n=0$. Az O^{16} esetében nem túl jó az egyezés a mért és a számolt görbe között. Ennek valószínűleg az az oka, hogy ez esetben a rugalmas szórást sem írják le túl jól a Rosen-féle paraméterek. A többinél jó az egyezés.

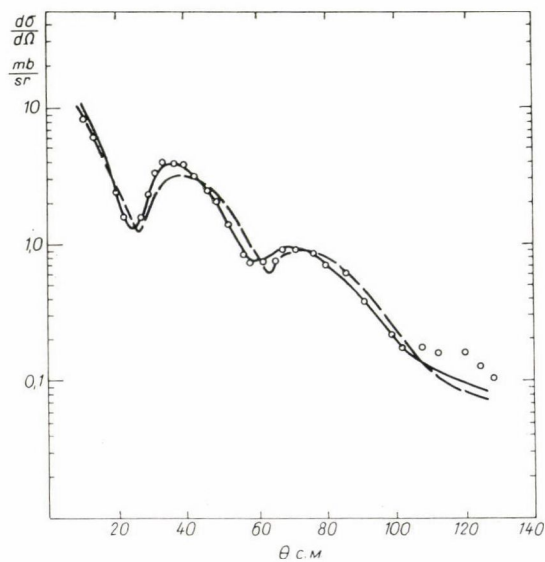
A 13. rajz a $Sr^{88}(d, p)Sr^{89}$ reakció szögeloszlása. Ezt is, mint mindegyiket, $S=1$ spektroszkópai faktorról számoltuk. A DWBA-számítás erre $S=0.3$ értéket ad [93], ami feltűnően rossz érték.

A 15—18. ábrákon az $l_n=2$ -es szögeloszlások, a 19-en pedig egy $l_n=3$ -as látható. Az $l_n=2$ -es esetekben talán egy kicsit jobb a kevésbé abszorbeáló D potenciál. A nullás esetekben nem volt különbség a különböző potenciállal számolt görbék jósága között.

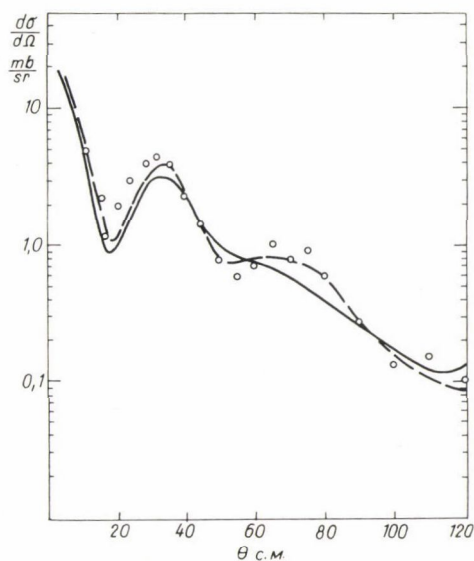
Még egyszer ki szeretnénk emelni, hogy a felrajzolt görbékben sehol sincs önkényes normálási faktor. Tehát a hatáskeresztmetszet abszolút értékét is jól kapjuk meg, nem csak a görbék alakját. Tulajdonképpen a kísérlettel való egyezést még lehetne javítani, ha az egyes esetekben a potenciál-paraméterek variálásával igyekeznénk



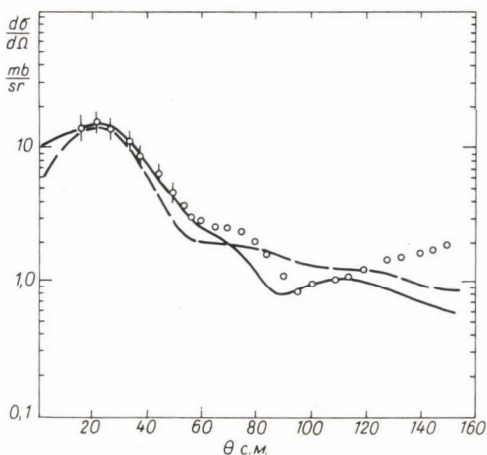
12. ábra. A $\text{Si}^{28}(d, p)\text{Si}^{29}$ reakció szögeloszlása, $l_n=0$, $E_d=15$ MeV. A folytonos görbe: D -paraméter, szaggatott: A -paraméter. Kísérleti pontok: [30, 31].



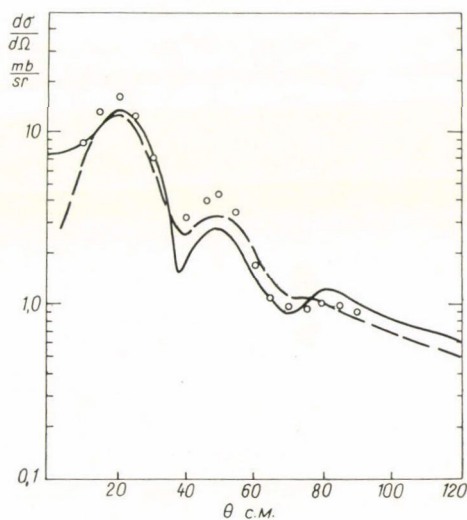
13. ábra. A $\text{Sr}^{88}(d, p)\text{Sr}^{89}$ reakció szögeloszlása, $l_n=0$, $E_d=11$ MeV. Folytonos vonal: A paraméter, szaggatott: B paraméter. Kísérleti pontok: [13].



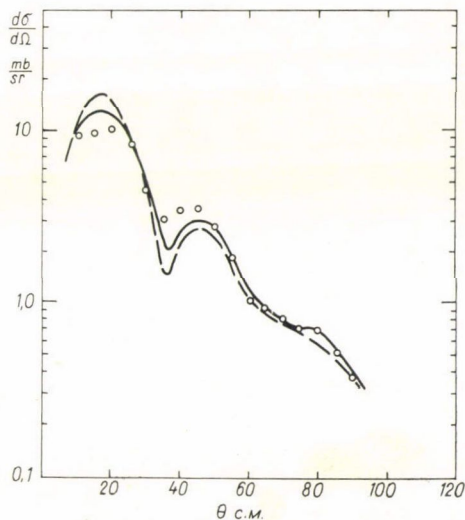
14. ábra. A $Zr^{90}(d, p)Zr^{91*}$ reakció szögeloszlása, $l_n=0$, $E_d=10.8$ MeV. Folytonos vonal: A paraméter, szaggatott: C paraméter. Kísérleti pontok: [99].



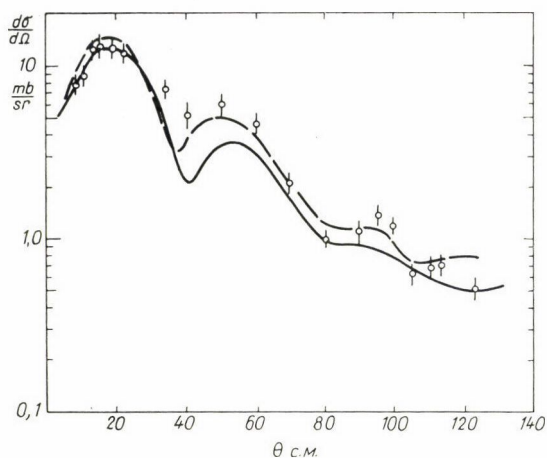
15. ábra. Az $O^{16}(d, p)O^{17}$ reakció szögeloszlása, $l_n=2$, $E_d=12$ MeV. Folytonos vonal: D paraméter, szaggatott: A paraméter. Kísérleti adatok: [88].



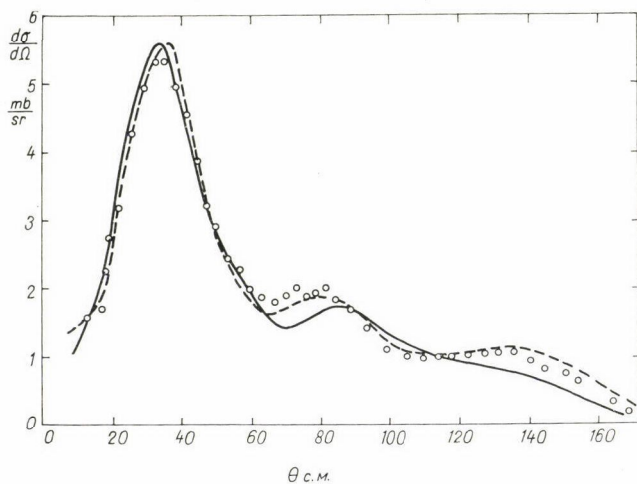
16. ábra. A $Zr^{90}(d, p)Zr^{91}$ reakció szögeloszlása, $l_n=2$, $E_d=15$ MeV. Folytonos vonal: D paraméter, szaggatott: A paraméter. Kísérleti adatok: [101].



17. ábra. A $Zr^{96}(d, p)Zr^{97*}$ reakció szögeloszlása, $l_n=2$, $E_d=15$ MeV. Folytonos görbe: D paraméter, szaggatott: C paraméter. Kísérleti pontok: [101].



18. ábra. A $\text{Sr}^{88}(d, p)\text{Sr}^{89}$ reakció szögeloszlása, $l_n=2$, $E_d=11$ MeV. Folytonos vonal: C paraméter, szaggatott: D paraméter. Kísérleti pontok: [100].

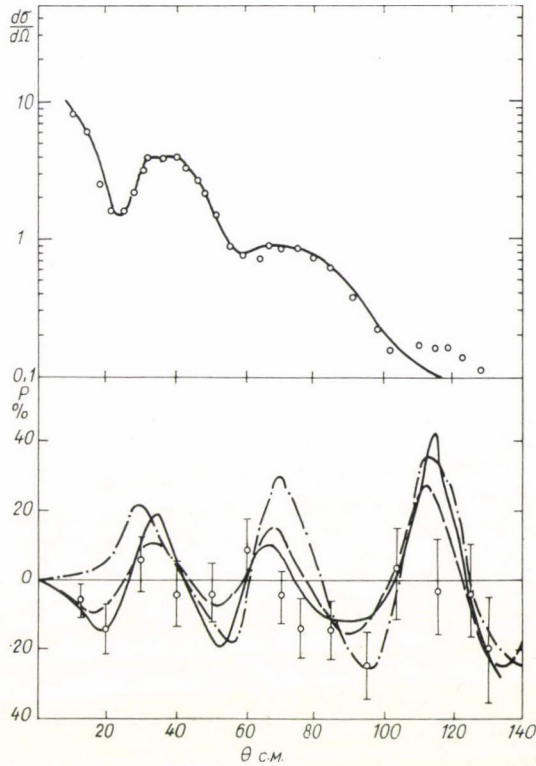


19. ábra. A $\text{Ca}^{40}(d, p)\text{Ca}^{41}$ reakció szögeloszlása, $l_n=3$, $E_d=10$ MeV. Folytonos vonal: C paraméter, szaggatott: A paraméter. Kísérleti pontok: [16].

a mért görbékhez illeszteni. De éppen az volt a célunk, hogy ugyanazzal a potenciállal írjunk le mindent. Mint látni fogjuk, a polarizációs görbékhez sincs szükség más potenciálra.

5B Polarizáció

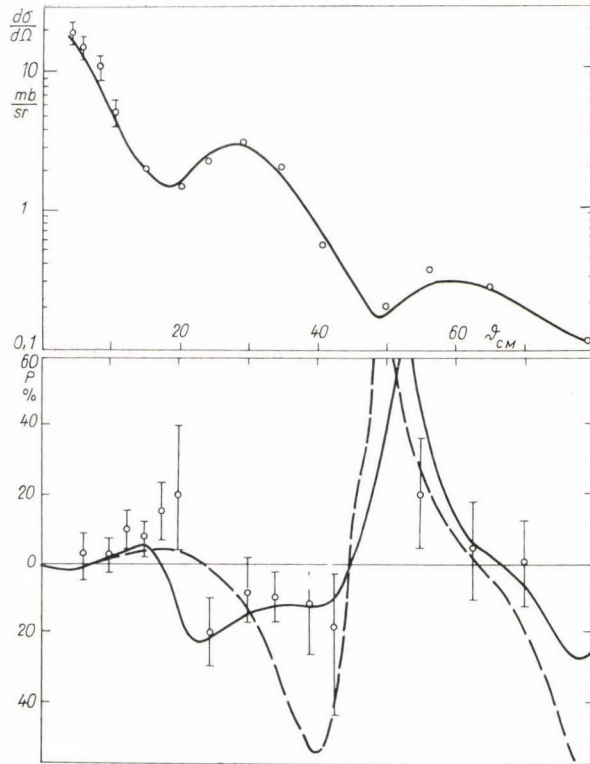
A mért és számolt polarizáció összevetésére nyolc rajzot mutatunk be, $l_n=0$ -tól $l_n=3$ -ig. A legtöbb esetben a rajz felső részén az azonos paraméterekkel számolt szögeloszlás is látható, a mérési pontokkal együtt.



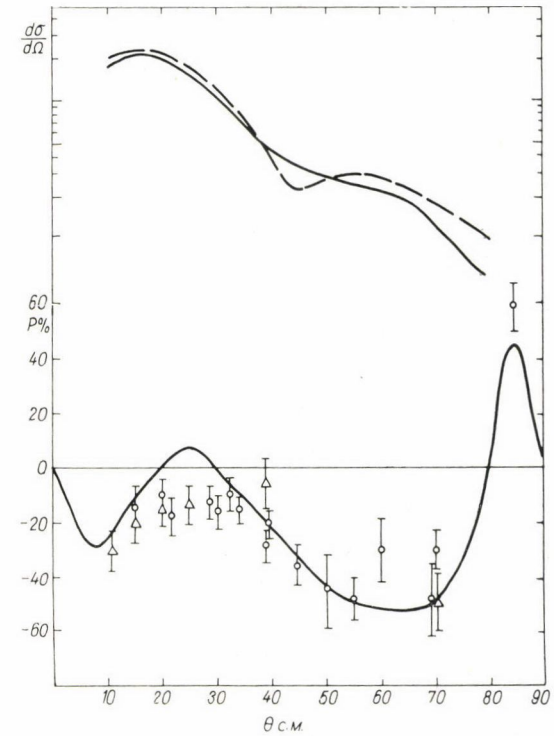
20. ábra. A $\text{Sr}^{88}(d, p)\text{Sr}^{89}$ reakció szögeloszlása és polarizációja, $l_n=0$, $E_d=11$ MeV. Folytonos vonal: A paraméter, szaggatott: B paraméter, pont-vonal: a rugalmas szórás polarizációja. [13.]

A 20. és 21. ábrán $l_n=0$. Ezekre felrajzoltuk a rugalmas szórás polarizációját is. Mint a 3B pontban megbeszéltük, ezen $l_n=0$ -ás esetekben a stripping-polarizáció és a rugalmas szórás polarizáció egyezését várjuk. Pontosabban, valami kis eltérés lehet, mert a stripping-polarizáció a szórás polarizációnak a súlyozott átlaga. Ez a szögeloszlási görbe első minimumának tájékán okoz némi eltérést. Feljebb nincs lényeges különbség.

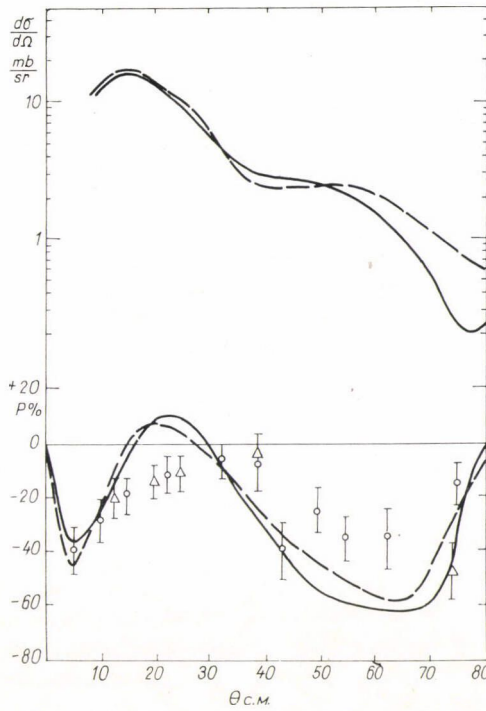
A 22. és 23. ábrán a $\text{C}^{12}(d, p)\text{C}^{13}$ reakció polarizációja és szögeloszlása látható, 10, ill. 15 MeV bombázó energiánál. Itt $l_n=1$, $j_n=1/2$, tehát $j_n = l_n - 1/2$. A stripping-csúcs alatti részen a polarizáció főleg a neutron-befogásból származik, és az $l_n=1/2$ -nek megfelelően negatív. Viszont abszolút értéke nagyobb 33%-nál, a befogási polarizáció maximális értékénél. Ezt a többletet, valamint a görbe stripping-csúcs fölötti részét a polarizált protonok szóródása hozza létre.



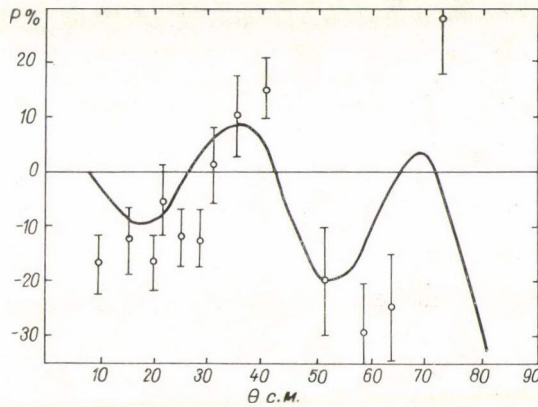
21. ábra. A $\text{Si}^{28}(d, p)\text{Si}^{29}$ reakció szögeloszlása és polarizációja, $l_n=0$, $E_d=15$ MeV. Folytonos vonal: A paraméter, szaggatott: a rugalmas szórás polarizációja. Kísérleti pontok: [30, 31].



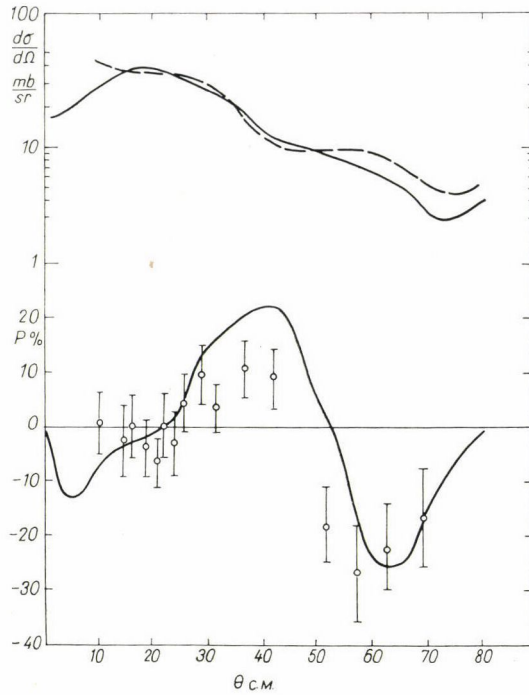
22. ábra. A $\text{C}^{12}(d, p)\text{C}^{13}$ reakció szögeloszlása és polarizációja, $l_n=1$, $j_n=1/2$, $E_d=10$ MeV. Folytonos vonal: C paraméter, szaggatott: mért szögeloszlás [17]. Polarizáció mérések: [90, 93, 95, 96].



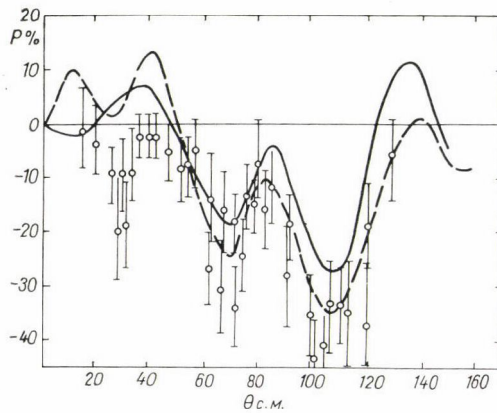
23. ábra. A $C^{13}(d, p)C^{13}$ reakció szögeloszlása és polarizációja, $l_n=1, j_n=1/2, E_d=15$ MeV. Folytonos vonal: C paraméter, szaggatott szögeloszlási görbe: mért szögeloszlás [97], szaggatott polarizációs görbe: a C paraméterhez képest 1.3-szor nagyobb neutron-abszorpció. Polarizáció mérési pontok: [90, 97].



24. ábra. A $Si^{28}(d, p)Si^{29*}$ reakció polarizációja, $l_n=2, j_n=3/2, E_d=15$ MeV, C paraméter. Kísérleti pontok: [97].



25. ábra. A $\text{Mg}^{24}(d, p)\text{Mg}^{29}$ reakció szögeloszlása és polarizációja, $l_n=2$, $j_n=3/2$, $E_d=15$ MeV. Folytonos vonal: C paraméter, szaggatott vonal: mért szögeloszlás [28]. Polarizációs mérési pontok: [28].



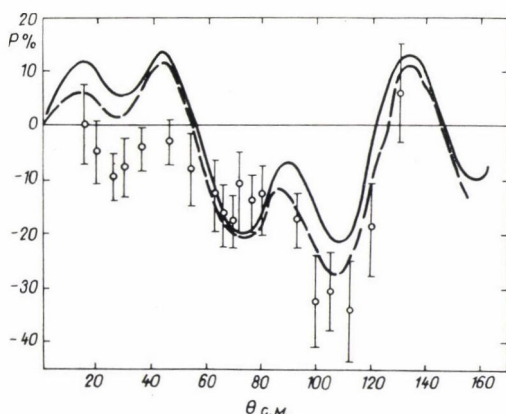
26. ábra. A $\text{Ca}^{40}(d, p)\text{Ca}^{41}$ reakció polarizációja, $l_n=3$, $j_n=7/2$, $E_d=12$ MeV. Folytonos vonal: C paraméter, de 45 MeV mély proton-potenciál, szaggatott vonal: C paraméter. Kísérleti pontok: [29, 98].

A következő két ábrán (24–25.) $l_n=2$, $j_n=3/2$, azaz ez is $l_n-1/2$ -es eset. A polarizáció itt is negatív kis szögeknél, a várakozásnak megfelelően. De már a strippingcsúcs alatt átmegy pozitívba, ami a szórt protonok jelentőségét mutatja.

Az utolsó két polarizációs ábra (26–27.) az $l_n=3$ -as, $j_n=7/2$ -es esetre példa. Mindkettő a $\text{Ca}^{40}(d, p)\text{Ca}^{41}$ reakcióra vonatkozik, 10, ill. 12 MeV-es deuteronenergiánál. A stripping-csúcs táján most egészen bizonytalan a polarizáció előjele. Ebből tehát itt nem lehet eldönteni, hogy + vagy – spinnel csatolódik be a neutron. Megjegyezzük, hogy ennél a reakciónál semmilyen potenciállal nem sikerült a polarizáció DWBA leírása [47]. Mi viszont, minden potenciál-illesztés nélkül jó eredményt kaptunk.

A 22–23., illetve a 26–27. rajzokkal kapcsolatban érdemes megfigyelni, hogy milyen lassan függ a polarizáció az energiától. Az 5, illetve 2 MeV-es különbség alig hoz változást.

Befejezésül megemlítünk még egy lehetőséget a j_n meghatározására a polarizáció mérése alapján. A polarizáció előjele a stripping-csúcsnál néha félrevezető, mert a szórt protonok megváltoztathatják. Viszont a számolás alapján a legtöbb esetben lehet olyan szöget találni, amelynél a $j_n = l_n + 1/2$ és a $j_n = l_n - 1/2$ esetre számolt polarizáció ellentétes előjelű és abszolút értéke elég nagy. Erre példa a 10. ábra alsó görbéje. Egy ilyen alkalmas szögnél elég a polarizáció előjelét megmérni, ez általában könnyű mérés, és máris ismerjük j_n értékét. Hasonló kísérlet végezhető polarizált deuteronokkal is, a polarizáló képesség (vector analyzing power) méréseivel is.

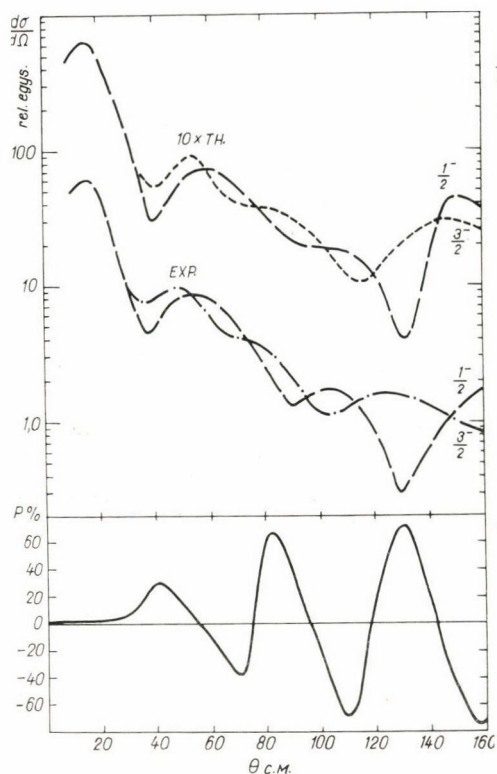


27. ábra. A $\text{Ca}^{40}(d, p)\text{Ca}^{41}$ reakció polarizációja, $l_n=3$, $j_n=7/2$, $E_d=10$ MeV. Folytonos vonal: C paraméter, szaggatott vonal: C paraméter, de a proton-potenciál képzetes része 20%-kal lecsökkentve. Kísérleti pontok: [29].

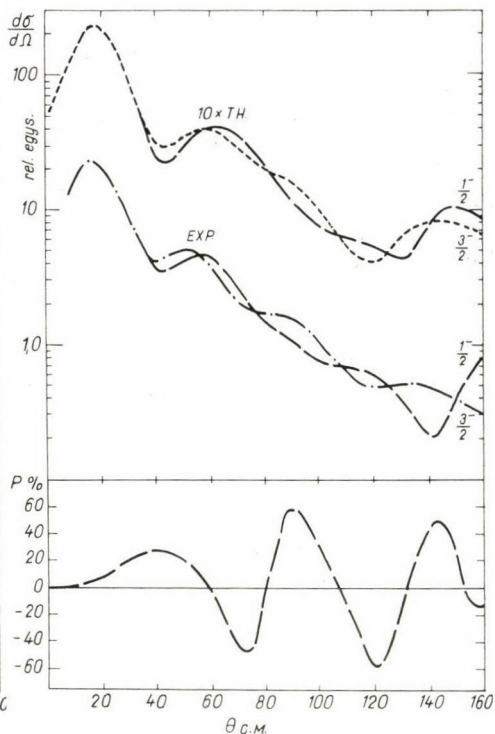
5C A hatáskeresztmetszet j_n függése

L. L. Lee és Schiffer János ismerte fel 1964-ben [5], hogy a stripping szögeloszlás alakja nem csak a befogott neutron pályamomentumától, hanem teljes impulzusmomentumától is függ. Főleg a $j_n = 1 \pm 1/2$ -es eseteket vizsgálták. Arra a következtetésekre jutottak, hogy a $j_n = 1/2$ -es görbén nagy szögeknél egy „mélyedés” található, míg a $j_n = 3/2$ -esnél nem. Ezt nevezték el később róluk Lee–Schiffer-effektusnak. A DWBA, mint már többször volt róla szó, nem sok sikert ért el ennek leírásában.

A WBP modellel végzett számítások viszont jól leírják a kísérleti eredményeket, sőt, mint látni fogjuk, többet nyújtanak, mint a Lee–Schiffer-féle szabály. Hogy hogyan alakul ki a j_n -függés, azt a 3C pontban kvalitatívan már megmutattuk. Egy számítás eredményét is láttuk ottan, a 10. ábrán. Most további nyolc görbét mutatunk be, a 28–35. számúakat. Mindegyiken ábrázoltuk a megfelelő energiával



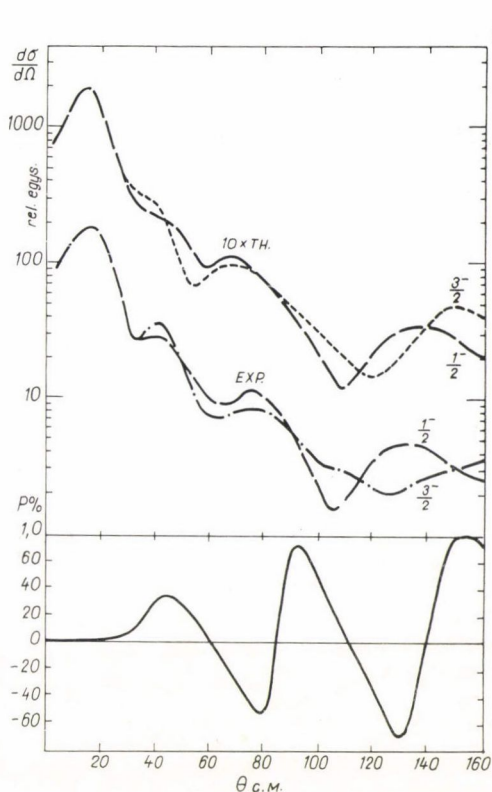
28. ábra. A $\text{Fe}^{54}(d, p)\text{Fe}^{55}$ reakció szögeloszlása $j_n = 3/2$ alapállapot, $j_n = 1/2$ gerjesztett állapot, $E_d = 10$ MeV, (fent); és Fe^{54} -en rugalmasan szórt protonok polarizációja (lent). B paraméter. Kísérleti adatok: [5].



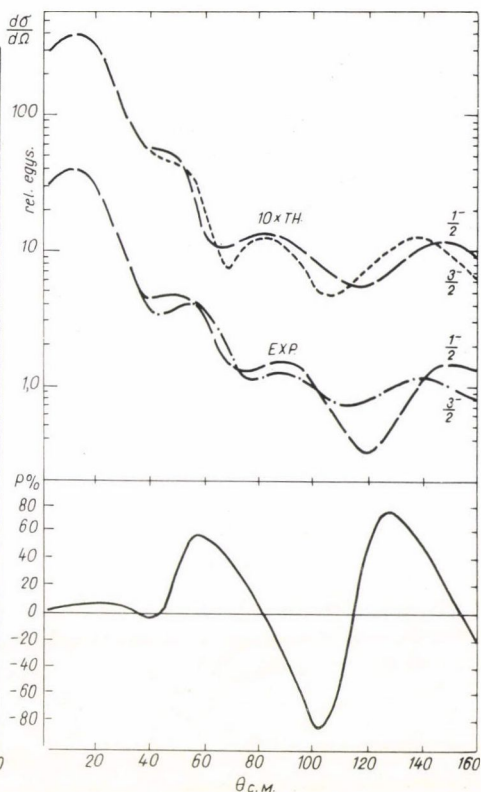
29. ábra. A $\text{Ti}^{48}(d, p)\text{Ti}^{49}$ reakció szögeloszlása, $3/2 \rightarrow 1/2$ állapot, 1.37, ill. 1.71 MeV, $E_d = 9$ MeV (fent); protonok rugalmas szórás polarizációja (lent). B paraméter. Kísérleti adatok: [102].

szórt protonok polarizációját is. Ezt az optikai modellből számoltuk ki, azonos potenciállal. A felső görbe-pár mindenütt az elméleti, az alsó a kísérleti. A két-két görbe a $j_n = l_n + 1/2$, ill. $j_n = l_n - 1/2$ esetet ábrázolja. A többi kvantumszám azonos, a reakciók Q -értéke kicsit különbözik. A hatáskeresztmetszet-skála csak relatív, hiszen a görbe-párok úgy is össze vannak normálva a stripping-csúcsban.

Minden esetben jellegzetesen különbözik a két görbe. Legtöbbször érvényesül a (3.9) képlet, vagyis a kereszteződések megfelelnek a szórás polarizáció jelváltásainak. Ahol nem, mint pl. a 32. vagy a 33. ábrán, ott is határozottan eltér egymástól a két görbe, és a görbe menetének tendenciája a várokozásnak megfelelő. Nem is várhatjuk, hogy az erős közelítéssel levezetett képlet mindig pontosan igaz legyen. A két elméleti görbe ismeretében azonban még az ilyen, nem-kereszteződő görbék esetében is pontosan meg lehet mondani, hogy a kísérleti görbék közül melyik a $j_n = l_n + 1/2$ -es és melyik az $l_n - 1/2$ -es.



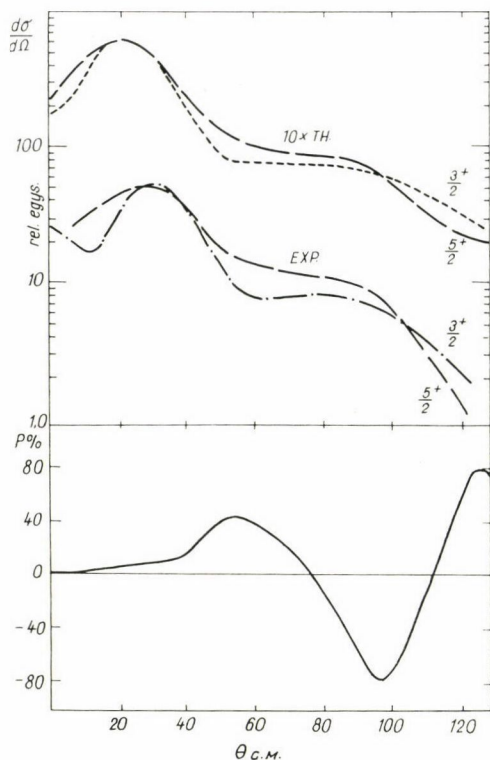
30. ábra. A $\text{Ca}^{40}(d, p)\text{Ca}^{41}$ reakció szögeloszlása, $3/2-1/2$ állapot, 4.19, ill. 2.19 MeV, $E_d=12$ MeV (fent); a rugalmas szórás polarizációja (lent). A paraméter. Kísérleti adatok: [5].



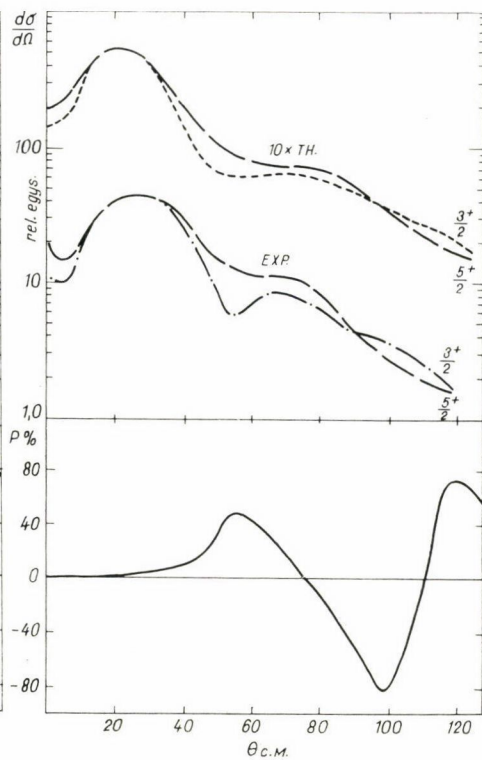
31. ábra. A $\text{Mg}^{24}(d, p)\text{Mg}^{25}$ reakció szögeloszlása, $3/2-1/2$ állapot, 3.4, ill. 4.3 MeV, $E_d=10$ MeV (fent); a rugalmas szórás polarizációja (lent). C paraméter. Kísérleti adatok: [103].

Nem csak az $1/2-3/2$ párok között van különbség, hanem a $3/2-5/2$, $5/2-7/2$ stb. esetekben is, és a WBP számítás ezekre is jó. Ennyiben többet tudunk mondani, mint a Lee—Schiffer-szabály. Találtunk olyan esetet is, ahol ez a szabály határozottan rossz eredményt adott. O. Hansen [94] a $\text{Ca}^{46}(d, p)\text{Ca}^{47}$ reakció szögeloszlását vizsgálva, a szabály alapján a 35. ábra mindkét görbét $j_n=1/2$ -es végállapothoz tartozónak vélte. A WBP számítás viszont $j_n=3/2$, illetve $1/2$ -del reprodukálja a görbét.

E tapasztalatok alapján azt kell mondanunk, hogy a Lee—Schiffer-szabály alkalmazható, de csak olyankor, ha ismeretes mindkét kísérleti görbe, és valamelyiken van mélyedés a nagy szögeknél. A mélyedés hiánya egymagában nem jelenti azt, hogy az a görbe $3/2$ -es. Mivel azonban a „mélyedés” létének megítélése elég szubjektív dolog, biztosabb a két mért görbének a két WBP görbéhez való hasonlítása.



32. ábra. A $\text{Si}^{30}(d, p)\text{Si}^{31}$ reakció szögeloszlása, $3/2 \rightarrow 5/2$ állapot, 2.3, ill. 2.8 MeV, $E_d = 10$ MeV (fent); a rugalmas szórás polarizációja (lent). B paraméter. Kísérleti adatok: [104].



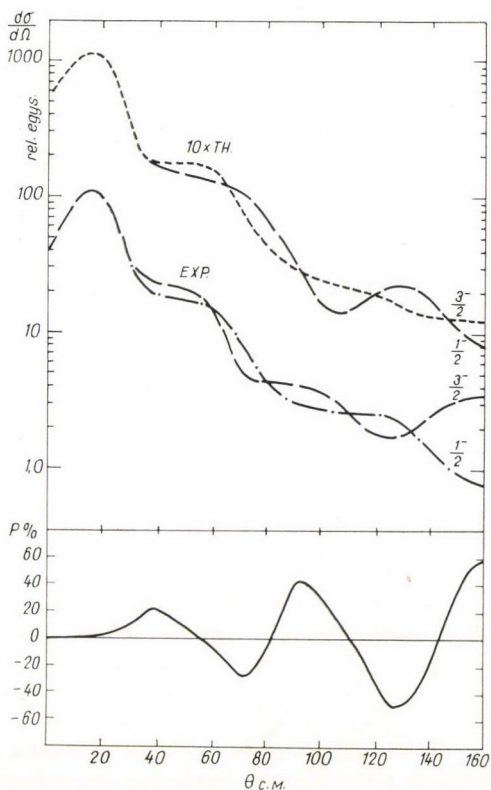
33. ábra. A $\text{Si}^{28}(d, p)\text{Si}^{29}$ reakció szögeloszlása, $3/2 \rightarrow 5/2$ állapot, 1.3, ill. 2.0 MeV, $E_d = 10$ MeV (fent); rugalmas szórás polarizációja (lent). C paraméterek. Kísérleti adatok: [104].

6. ÖSSZEFOGLALÁS

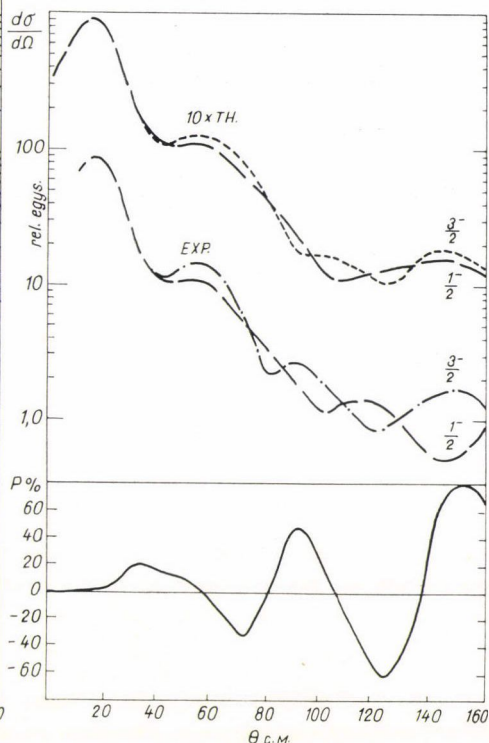
E dolgozatban a stripping reakciók elméletének problémáival foglalkoztunk. Az általános áttekintés után ismertettük a deuteron stripping reakciók új közelítő három-test modelljét, a WBP (Weakly Bound Projectile) modellt. Fő célunk annak megmutatása volt, hogy ez a modell alkalmas a polarizációnak és a hatáskeresztmetszetben jelentkező spin-függő effektusoknak a leírására és így segítségével meghatározható a reakció során befogott neutron teljes impulzusmomentuma.

Az 1. fejezetben megmutattuk, hogy mi volt a legkorábbi elméleti leírásnak, Butler modelljének a jelentősége s mik voltak a hibái, amelyek a DWBA-modellé való továbbfejlesztésre ösztönöztek. Megmutattuk, hogy a jelenleg általánosan használt DWBA miben ért el sikereket és hogy milyen nehézségei vannak. Megvizsgáltuk az újabb modelleket és rámutattunk, hogy nem oldják meg a problémákat.

A dolgozat 2. fejezetében megmutattuk, hogy a nehézségek legyőzhetőek, ha a Butler-modellből és a DWBA-ból kiválasztjuk a jó elemeket, továbbá figyelembe



34. ábra. A $\text{Ca}^{46}(d, p)\text{Ca}^{47}$ reakció szögeloszlása, $1/2-3/2$ állapot, 1.0 MeV gerj. energia, $E_d=10$ MeV (fent); rugalmas szórás polarizációja (lent). C paraméterek. Kísérleti adatok: [94].



35. ábra. A $\text{Ca}^{46}(d, p)\text{Ca}^{47}$ reakció szögeloszlása, $1/2-3/2$ állapot, 2.2 MeV gerj. energia, $E_d=10$ MeV (fent); rugalmas szórás polarizációja (lent). C paraméterek. Kísérleti adatok: [94].

vesszük, hogy a deuteron stripping három-test folyamat, vagyis a neutron és a proton külön-külön lép kölcsönhatásba a maggal. Az ily módon megalkotott WBP-modellba szervesen beépítettük azt a megfigyelést is, hogy a stripping szögeloszlás egyik része, a stripping-csúcs, a deuteronból kiszabadult protonokból áll, míg a nagyobb szögbe jutó protonok a target-magon is szóródtak. Tehát a stripping-reakciót főleg olyan deuteronok hozzák létre, melyekben a proton előre halad, a neutron pedig lassan mozog hozzá képest. A stripping-csúcsba jutó protonok polarizációs tulajdonságai a neutronbefogás körülményeit tükrözik. A stripping-csúcsnál nagyobb szögbe jutó protonok viszont a proton-szórás jellegzetességeit mutatják.

A 3. fejezetben a WBP stripping mátrixelem kvalitatív vizsgálatával foglalkoztunk. Láttuk, hogy valóban leírja azokat a jelenségeket, amelyeket be akartunk építeni az elméletbe. Megmutattuk azt is, hogy a WBP stripping mátrixelem tulajdonságaiból következik, hogy a hatáskeresztmetszet függ a befogott neutron j_n teljes impulzusmomentumától.

A 4. fejezet tartalmazza a szögeloszlás és polarizáció numerikus kiszámításával kapcsolatos problémákat. Az 5. fejezetben pedig összehasonlítottuk a számolások eredményét a tapasztalattal.

Az összehasonlításhoz 0 spinű target-magokon bekövetkező reakciókat választottunk ki, mert ezek számolása lényegesen egyszerűbb. (A számolás még így is 1—3 óráig tart GIER számológépen, 10—20 percig ICT 1905-ön.) Továbbá olyan reakciókat választottunk ki, amelyeknél az S spektroszkópiai faktor 1. Ugyanis a spektroszkópiai faktor a kezdő- és vég-mag szerkezetéről tartalmaz információt. Ha a reakció közben átrendeződés történik, $S < 1$. Mármost a reakciómodell ellenőrzését zavarná, ha közben ilyen átrendeződés is lenne.

A kb. 90 esetre elvégzett számolás eredményeiből 29 rajzon mutattunk be jellegzetes példákat. A legkönnyebb mag, amire számoltunk, a C^{12} volt, a legnehezebb a Zr^{96} . Nehezebb magra a számológép kis memória-kapacitása miatt nem tudtunk számolni. A befogott neutron pálya-impulzusmomentuma 0, 1, 2, 3 vagy 4.

A számolásokat a *Rosen* és *munkatársai* által protonok és neutronok rugalmas szóródásából meghatározott potenciállal végeztük, csak a neutron-potenciál imaginárius részét mélyítettük kissé. Sehol sem illesztettük a számolt görbét a mérthez a paraméterek variálásával, mert erre nem is volt szükség.

Megmutattuk, hogy a szögeloszlások alakját igen jól megadja a számítás. Az abszolút hatáskeresztmetszet is jó, olyan esetekben is, amikor a DWBA teljesen rossz eredményt ad.

A polarizációs görbéknél az egyezés kicsivel rosszabb, mint a szögeloszlásoknál, bár lényegesen jobb, mint a DWBA esetében. Érthető, hogy itt valamivel rosszabb eredményt kapunk. Egyrészt a kísérleti adatok is nagyon bizonytalanok. Másrészt a polarizáció jóval érzékenyebb a potenciál pontos alakjára, mint a szögeloszlás. A potenciált viszont szórás-kísérletekből határozták meg, amelyeket a stripping-gel ellentétben, a hullámfüggvények maghoz közeli része nem befolyásol.

Megmutattuk, hogy a polarizációs görbék vizsgálata sok esetben módot nyújt a befogott neutron teljes j_n impulzusmomentumának a meghatározására. Ezt kiegészítettük azzal, hogy megmutattuk, hogyan lehet a hatáskeresztmetszet j_n -függésének vizsgálatát erre felhasználni. Példáink mutatják, hogy e módszer jól beválik akkor is, amikor a Lee—Schiffer-féle szabály felmondja a szolgálatot.

Befejezésül rá szeretnénk mutatni a WBP modell továbbfejlesztésének lehetőségeire. A „zero range” helyett el kell végezni a számításokat véges hatótávolságra is, ha majd elég nagy és gyors számológép áll rendelkezésre. Figyelembe kell venni a deuteron D -állapotának járulékát. Meg lehet kísérni a WBP modellben felhasznált módszerek alkalmazását (t, p) reakciókra is. Végül el kell végezni a számításokat nem-nulla spinű target-magokra is és figyelembe kell venni a nem-rugalmas folyamatok (rotációs gerjesztés, stb.) hatását a strippingre.

7. FÜGGELÉK

Effektív kölcsönhatások

A direkt reakciók jellemzője, hogy a folyamatban résztvevő nukleonok legtöbbje passzív szemlélő, a lényeges sajátosságok leírhatók a néhány aktív nukleon mozgásának figyelembevételével. Ezért célszerű az egyenletekből — amennyire lehet — kiküszöbölni a nem lényeges nukleonokat. Erre *Feshbach* [25] adott módszert. Megmutatta, hogy *formailag* kéttest-problémára lehet redukálni az egyenleteket, a háttér-részecskék csak az egyenletben fellépő „effektív potenciál” kialakításában játszanak szerepet. A sokrészecske-jelleget őrző effektív potenciál azután rendszerint jól közelíthető pl. optikai potenciállal, s így közelítőleg valódi kéttest-problémára jutunk.

Legyen a megoldandó soktest-probléma egyenlete

$$\mathcal{H}\Psi = E\Psi. \quad (7.1)$$

Ebben Ψ az összes részecske dinamikai változóitól függ. Legyen P olyan projekciós operátor, amely a teljes konfigurációs térnek a vizsgálni kívánt állapotokat tartalmazó alterére vetít. Ha például a rugalmas proton-szórást kívánjuk vizsgálni, akkor a szórt proton-állapotok alterére. Legyen $Q = 1 - P$. Nyilván fennáll, hogy

$$P^2 = P, \quad Q^2 = Q, \quad PQ = QP = 0.$$

Ψ vetülete legyen ψ , vagyis legyen

$$P\Psi = \psi.$$

Szorozzuk meg (7.1)-et balról P -vel, és írjuk bele $1 \equiv P + Q$ -t, akkor

$$P\mathcal{H}\Psi \equiv P\mathcal{H}(P + Q)\Psi = E\Psi.$$

Felhasználva, hogy $P^2 = P$ és $Q^2 = Q$,

$$(P\mathcal{H}P)(P\Psi) + (P\mathcal{H}Q)(Q\Psi) = E(P\Psi). \quad (7.2)$$

Hasonlóan, de (7.1)-et Q -val szorozva, azt kapjuk, hogy

$$(Q\mathcal{H}P)(P\Psi) + (Q\mathcal{H}Q)(Q\Psi) = E(Q\Psi). \quad (7.3)$$

(7.2) és (7.3) egy csatolt egyenletrendszer $P\Psi$ és $Q\Psi$ meghatározására. Az utóbbit formálisan megoldva

$$Q\Psi = \frac{1}{E - Q\mathcal{H}Q \pm i\varepsilon} (Q\mathcal{H}P)(P\Psi);$$

ezt (7.2)-be írva, és figyelembe véve, hogy $P\Psi = \psi$, azt kapjuk, hogy

$$P\mathcal{H}P\psi + P\mathcal{H}Q \frac{1}{E - Q\mathcal{H}Q \pm i\varepsilon} Q\mathcal{H}P\psi = E\psi.$$

Ha most bevezetjük a

$$H^{\text{eff.}} = P\mathcal{H}P + P\mathcal{H}Q \frac{1}{E - Q\mathcal{H}Q \pm i\varepsilon} Q\mathcal{H}P$$

jelölést, a

$$H^{\text{eff.}}\psi = E\psi \quad (7.5)$$

egyenletre jutunk. Ebben a ψ hullámfüggvény már csak a kiválasztott altérben szereplő állapotok koordinátáitól függ. A $\pm i\varepsilon$ tag a nevezőben olyankor kell a kifejezés egyértelművé tételére, ha a P által generált altér nem tartalmazza az összes nyitott csatornákat.

(7.5) *formálisan* két-részecske probléma egyenlete. Csak formálisan, mert az effektív Hamilton-operátor tartalmazza az eredeti (7.1) egyenletnek a nem kiválasztott altérbe eső járulékát is, ez a nevezőben levő $Q\mathcal{H}Q$ operátorból látszik. Az effektív kölcsönhatás meghatározása és (7.5) megoldása ekvivalens (7.1) megoldásával.

A (7.4) effektív potenciál általában bonyolult szerkezetű. Komplex akkor is, ha \mathcal{H} valós volt; továbbá nem lokális, hiszen második tagja egy integrál-operátor. Azonban megmutatható [56, 87], hogy a gyakorlatilag fontos esetekben található hozzá azonos szórási hatáskeresztmetszetet adó lokális, energiafüggő potenciál. Ha az effektív potenciált optikai potenciállal közelítjük, (7.1) helyett felírhatjuk a

$$(H_A + K + V^{\text{opt.}} - E)\psi^{\text{opt.}} = 0 \quad (7.6)$$

egyenletet. H_A a target-mag Hamilton-operátora. Ezzel valóban kéttest-problémára redukáltuk a feladatot.

A háromtest-problémára térve, a fentiekhez hasonlóan kimutatható [54, 55], hogy ha a targetből, neutronból és protonból álló háromtest-altérre vetítünk, felírható (7.1) helyett a

$$(H_A + K_n + K_p + V_n + V_p + V_{np} + V_{Anp} - E)\psi = 0 \quad (7.7)$$

egyenlet. Itt K_n és K_p a kinetikus energia-operátorok, V_n és V_p a neutron, illetve a proton effektív kölcsönhatása a targettel, V_{np} a kettőjük effektív kölcsönhatása, V_{Anp} pedig effektív háromtest-kölcsönhatás, amely azonban kicsi [57] és ezért el fogjuk hagyni a következőkben. (Ez utóbbi akkor is fellép, ha a nukleonok között csak kéttest-erőket tételezünk fel.)

Ha (7.7)-ben az effektív kölcsönhatásokat pl. optikai potenciállal közelíthetjük, már háromtest-problémához jutottunk.

IRODALOM*

1. Butler, S. T., PR 80, 1095, 1950; Proc. Roy. Soc. A208, 559, 1951; PR 88, 685, 1952.
2. Horowitz, J., A. M. L. Messiah, J. phys. radium 14, 695, 1953.
3. Tobocman, W., PR 94, 1655, 1954.
4. Glendenning, N. K., Ann. Rev. Nucl. Sci. 13, 191, 1963.
5. Lee Jr., L. L., J. P. Schiffer, PR Letters 12, 108, 1964; PR 136, B405, 1964.
6. Rook, J. R., D. Mitra, NP 51, 96, 1964.
7. Hinds, S., R. Middleton, D. J. Pullen, Phys. Letters 1, 12, 1962.
8. Butler, S. T., O. Hittmair: Nuclear Stripping Reactions, Horowitz Publ., Sydney, 1957.
9. May, R. M., Nature 207, 1348, 1965.
10. Rosen, L., J. G. Beery, A. S. Goldhaber, E. H. Auerbach, Ann. Phys. 34, 96, 1965.
11. Preston, R. L., H. J. Martin, M. B. Sampson, PR 121, 1741, 1961.
12. Smith, W. R., PR 137, B913, 1965.
13. Ludwig, E. J., D. W. Miller, PR 138, B364, 1965.
14. Ball, J. B., C. B. Fulmer, C. D. Goodman, PR 130, 2342, 1963.
15. Tobocman, W.: Theory of Direct Nuclear Reactions, Oxford Univ. Press, 1961.
16. Lee Jr., L. L., J. P. Schiffer, B. Zeidman, G. R. Satchler, R. M. Drisko, R. H. Bassel, PR 136, B971, 1964.
17. Hamburger, E., PR 123, 619, 1961.
18. Fuyimoto, Y., in Proc. Int. Conf. Theor. Phys., Kyoto and Tokio, 1953.
19. Buerty, R. B., Compt. Rend. 256, 922, 1963.
20. Pearson, C. A., M. Coz, NP 82, 533, 1966.
21. Pearson, C. A., M. Coz, NP 82, 545, 1966.
22. Pearson, C. A., M. Coz, Ann. Phys. 39, 199, 1966.
23. Tanifuji, M., NP 58, 81, 1964.
24. Goldberger, M. L., K. M. Watson: Collision Theory, Wiley, N. Y. 1964.
25. Feshbach, H., Ann. Phys. 5, 357, 1958; Ann. Phys. 19, 287, 1962.
26. Butler, S. T., Nature 207, 1346, 1965.
27. Miller, D. W., H. E. Wegner, W. S. Hall, PR 125, 2054, 1962.
28. Reber, L. H., J. X. Saladin, PR 133, B1155, 1964.
29. Bercaw, R. W., F. B. Shull, PR 133, B632, 1964.
30. Isoya, A., M. J. Marrone, PR 128, 800, 1962.
31. Blair, A.: PhD Thesis, University of Pittsburg, 1960.
32. McGruber, J. N., E. K. Warburton, R. S. Bender, PR 100, 253, 1955.
33. Gell-Mann, M., M. L. Goldberger, PR 91, 398, 1953.
34. Dolinszky Tamás, Magyar Fizikai Folyóirat, 14, 485, 1966.
35. Фаддеев, Л. Д. ЖЭТФ 39, 1459, 1960.
36. Rakavy, G., NP 7, 553, 1958.
37. Huby, R., M. Y. Refai, G. R. Satchler, NP 9, 94, 1958.
38. Satchler, G. R., NP 55, 1, 1964.
39. Noble, J. V., PR 157, 939, 1967.
40. Andrews, P. T., R. W. Clift, L. L. Green, J. F. Sharpy-Schafer, Physics Letters 3, 97, 1962.
41. Greider, K. R., L. R. Dodd, PR 146, 671, 1966.
42. Dodd, L. L., K. R. Greider, PR 146, 675, 1966.
43. Bang, J. M., C. A. Pearson, NP A100, 1, 1967.
44. Bang, J. M., C. A. Pearson, L. Pócs, NP A100, 24, 1967.
45. Pearson, C. A., J. M. Bang, L. Pócs, Ann. Phys. 52, 33, 1969.
46. Pearson, C. A., J. M. Bang, L. Pócs, PR 179, 1082, 1969.
47. Hjort, S. A., J. X. Saladin, G. R. Satchler, PR 138, B1425, 1965.
48. Glendenning, N. K., PR 137, B102, 1965.
49. Lippmann, B. A., J. Schwinger, PR 79, 469, 1950.
50. Riesz, F., B. Sz. Nagy: Leçons d'Analyse Fonctionnelle, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1952.
51. Weinberg, S., PR 133, B232, 1964.
52. Pearson, C. A., J. M. Bang, Nature 211, 577, 1966.
53. Butler, S. T., R. G. L. Hewitt, B. H. J. McKeller, R. M. May, Ann. Phys. 43, 282, 1967.

* Az irodalomjegyzékben a PR = Physical Review és NP = Nuclear Physics rövidítéseket használjuk.

54. *Kreps, R. E., P. Nath*, PR 152, 1475, 1966.
55. *Bencze Gyula*: A deuteron optikai potenciál vizsgálata. Kandidátusi értekezés, Budapest 1968.
56. *Perey, F. G., B. Buck*, NP 32, 353, 1962.
57. *Brown, G. E.*, in International Nuclear Physics Conference, Gatlinburg, 1966.
58. *Goldfarb, L. J. B., R. G. Seyler*, NP A149, 545, 1970.
59. *Baker, T. F., L. J. Goldfarb*, NP A146, 577, 1970.
60. *Towner, I. S., J. C. Hardy*, Advances in Physics 18, 401, 1969.
61. *Lawrance, E. O., E. McMillan, R. L. Thornton*, PR 48, 493, 1935.
62. *Oppenheimer, J. R., M. Phillips*, PR 48, 500, 1935.
63. *Bohr, N.*, Nature 137, 344, 1936.
64. *Burrows, H. B., W. H. Gibson, J. Rotblatt*, PR 80, 1095, 1950.
65. *Holt, J. R., C. T. Young*, Proc. Phys. Soc. A63, 835, 1950.
66. *Bhatia, A. B., Kun Huang, R. Huby, H. C. Newns*, Phil. Mag. 43, 485, 1952.
67. *Austern, N., R. Drisko, E. Halbert, G. R. Satchler*, PR 133, B3, 1964.
68. *Satchler, G. R.* in Lectures in Theoretical Physics, Vol. VIII. C., ed. P. D. Kunz, D. A. Lind, W. E. Brittin, Univ. of Colorado Press, 1965.
69. *Dickens, J., R. Drisko, F. G. Perey, G. R. Satchler*, Physics Letters 15, 337, 1965.
70. *Smith, W. R.*, NP A94, 550, 1967.
71. *Mines, J. R.*, NP 86, 89, 1966.
72. *Johnson, R. C.*, NP A90, 289, 1967.
73. *Johnson, R. C., F. D. Santos*, PR Letters 19, 364, 1967.
74. *Perey, F. G.*: in Direct Interactions and Nuclear Reaction Mechanisms, Vol. 1., ed. E. Clementel, C. Villi, Gordon and Breach, New York, 1963.
75. *Saruís, A. M.*, NP 70 225, 1965.
76. *Schulz, H., J. Wiebicke, R. Reif*, NP A101, 577, 1967.
77. *Strobel, G. L., B. L. Scott*, PR 140, B311, 1965.
78. *Strobel, G. L.*, PR 154, 941, 1967.
79. *Barz, H. W.*, NP A91, 262, 1967.
80. *Levin, F. S.*, PR 147, 715, 1966.
81. *Kozlovsky, B., A. de Shalit*, NP 77, 215, 1966.
82. *de Shalit, A.*, Summary Talk, Proc. Conf. on Nucl. Reactions Induced by Heavy Ions, ed. R. Bock, W. R. Hering, North-Holland, 1970.
83. *Macefield, B. E. C., R. Middleton, D. J. Pullen*, NP 44, 309, 1963.
84. *Lovelace, C.*, PR 135, B1225, 1964.
85. *May, R. M., J. S. Truelove*, Ann. Phys. 43, 322, 1967.
86. *Butler, S. T., R. L. G. Hewitt, J. S. Truelove*, PR 162, 1061, 1967.
87. *Fiedeldey, H.*, NP A96, 453, 1967.
88. *Alty, J. L., L. L. Green, R. Huby, G. O. Jones, J. R. Mines, J. F. Sharpey-Schafer*, Phys. Lett. 20, 664, 1966.
89. *Newns, H. C.*, Proc. Phys. Soc. A66, 477, 1953.
90. *Juveland, A. C., W. Jentschke*, Bull. Am. Phys. Soc. II. 1, 193, 1956.
91. *Tobocman, W.*, Case Institute of Technology, Techn. Rep. 29. 1956.
92. *Brown, G. E., J. H. Gunn, P. Gould*, NP 46, 598, 1963.
93. *Johnson, W. P., D. W. Miller*, PR 124, 1190, 1961.
94. *Hansen, O., J. Bjerregaard, G. Sidenius*, PR 138, B1097, 1965.
95. *Allas, R. G., F. B. Shull*, PR 116, 996, 1959.
96. *Bokhari, M. S., J. A. Cookson, B. Herd, B. Wessakul*, Proc. Phys. Soc. 72, 88, 1958.
97. *Isoya, A., S. Micheletti, L. Reber*, PR 128, 806, 1962.
98. *Takeda, M., S. Kato, C. Hu, N. Takahashi*, in Proc. Int. Conf. on Nuclear Structure, Kingston, 1960.
99. *Preston, R. L., H. L. Martin, Jr., M. B. Sampson*, PR 121, 1741, 1961.
100. *Preston, R. L., M. B. Sampson, H. L. Martin*, Canadian J. Phys. 42, 321, 1964.
101. *Cohen, B. L., O. V. Chubinsky*, PR 131, 2184, 1963.
102. *Alty, J. L., L. L. Green, G. D. Jones, J. F. Sharpey-Schafer*, NP 100, 81, 1967.
103. *Middleton, R., S. Hinds*, NP 34, 404, 1962.
104. *Betigeri, M., R. Bock, H. H. Duhm, S. Martin, R. Stock*, Zeitschrift f. Naturforschung, 21A, 980, 1966.
105. *Gignoux, A.*, Journal de Physique, 30, 289, 1969.

STACIONÁRIUS HŐMÉRSÉKLETELOSZLÁSOK SAJÁTOSSÁGAI*

FARKAS HENRIK

Budapesti Műszaki Egyetem, Vegyészmérnöki Kar, Fizika Csoport

A dolgozat posztulátumokat tartalmaz egydimenziós stacionárius hőmérsékleteloszlásokra. Megvizsgáljuk a posztulátumok következményeit. Kimutatjuk, hogy a vizsgált modellnél a hővezetés konstitutív egyenlete a hőmérsékleteloszlásokból egyértelműen meghatározható.

Az utóbbi években több olyan hővezetési egyenletet, illetve modellt konstruáltak [lásd pl. 1, 2, 3, 4], amelyekben a hővezetést leíró konstitutív (anyagi) egyenlet a

$$\mathbf{J} = -\lambda \text{ grad } T \quad (1)$$

Fourier-törvénynél általánosabb. Itt \mathbf{J} -vel a hőáramsűrűséget, T -vel a hőmérsékletet jelöltük, λ pedig a hővezetőképesség. Az alábbiakban megadjuk az (1) egyenleten alapuló lineáris hővezetési elmélet egy olyan általánosítását, amely a stacionárius hőmérsékleteloszlásokra kirótt, fizikailag plauzibilisnek tűnő posztulátumokon alapul.

Az egyszerűség kedvéért egydimenziós, forrásmentes esetre szorítkozunk. A $(-\infty, \infty)$ intervallumot kitöltő közeg bármely véges $[a, b]$ intervallumát testnek fogjuk nevezni; a és b a test végpontjai. A közeg modelljére tett legfontosabb fizikai természetű korlátozásunk: feltételezzük, hogy a testekben a T hőmérséklet¹ eloszlását a végpontok T_a , ill. T_b hőmérsékletei egyértelműen meghatározzák. Először megfogalmazunk néhány posztulátumot, majd bebizonyítunk belőlük következő tételeket. A posztulátumok kizárólag a stacionárius hőmérsékleteloszlásokkal kapcsolatosak, a hőmérsékleten és a helykoordinátán kívül egyéb fizikai mennyiségeket — a szokásos hővezetési elméletek posztulátumaitól eltérően — nem tartalmaznak.

I. *posztulátum.* A közeg egy olyan ötváltozós, folytonos F :

$$T = F(a, b, T_a, T_b, x), \quad a \leq x \leq b \quad (2)$$

függvénnyel jellemezhető, ami kielégíti az alábbi feltételeket:

$$F(a, b, T_a, T_b, a) = T_a, \quad (3)$$

$$F(a, b, T_a, T_b, b) = T_b, \quad (4)$$

$$F(a_1, b_1, F(a, b, T_a, T_b, a_1), F(a, b, T_a, T_b, b_1), x) = F(a, b, T_a, T_b, x),$$

* Érkezett 1973. dec. 18.

¹ Hogy a posztulátumok fizikailag elfogadhatók legyenek, a hőmérsékletet olyan skálában mérjük, ami az abszolút hőmérsékletnek differenciálható függvénye, továbbá a differenciálhányados pozitív, és a függvény a $(0, \infty)$ intervallumot a $(-\infty, \infty)$ intervallumba viszi át.

ha

$$a \leq a_1 \leq x \leq b_1 \leq b; \quad (5)$$

$$F(a, b, T_a, T_a, x) = T_a \quad \text{minden } x \in [a, b]\text{-re.} \quad (6)$$

Az a, b, T_a, T_b változók tetszőleges valós értékeket felvehetnek.

Az F függvényt a közeg hővezetési függvényének, grafikonját az (x, T) síkban (rögzített a, b, T_a, T_b mellett) hővezetési karakterisztikának (röviden karakterisztikának) fogjuk nevezni. A (3) és a (4) követelmény az F függvény harmadik és negyedik változójának jelentését rögzíti; ezek a végpontok hőmérsékletei, adott végpontokhoz és adott végponthőmérsékletekhez az F hővezetési függvény egyértelműen megadja a közbenső x pontok T hőmérsékletét. Az (5) azonosság azt fejezi ki, hogy ha a testet „szűkítjük”, azaz az $[a_1, b_1]$ részttestet önállóan tekintjük, akkor az a stationárius hővezetés szempontjából ugyanúgy viselkedik, mint ahogyan az $[a, b]$ test részeként viselkedett. Végül a (6) azonosság a termikus egyensúly esetére vonatkozik.

II. *posztulátum*. Ha valamely g_1 karakterisztika átmegy az (x, T) sík A, B, C pontjain, továbbá valamely g_2 karakterisztika átmegy a B, C, D pontokon, akkor van olyan g_3 karakterisztika, ami átmegy az A, B, C, D pontokon.

III. *posztulátum*. Ha $T_a \geq T_a^*$ és $T_b \geq T_b^*$, továbbá legalább az egyik esetben határozott egyenlőtlenség áll fenn, akkor

$$F(a, b, T_a, T_b, x) > F(a, b, T_a^*, T_b^*, x) \quad (7)$$

teljesül minden $x \in (a, b)$ -re.

IV. *posztulátum*. Tetszőleges T_1, T_2 értékekhez, és az $a \leq a_1 < b_1 \leq b$ feltételt kielégítő, egyébként tetszőleges a, a_1, b_1, b értékekhez van olyan T_a és T_b érték, amelyekkel

$$F(a, b, T_a, T_b, a_1) = T_1 \quad \text{és} \quad F(a, b, T_a, T_b, b_1) = T_2 \quad (8)$$

teljesül.

A fenti posztulátumok segítségével igazolhatók a most következő tételek.

1. *tétel*. Ha az $[a, b]$ test két hővezetési karakterisztikájának van két közös pontja, akkor a két karakterisztika megegyezik.

Bizonyítás. Legyen $A = (a_1, T_1)$ és $B = (b_1, T_1)$ a két közös pont ($a_1 < b_1$), továbbá (a, T_a) , (b, T_b) , illetve (a, T_a^*) , (b, T_b^*) a karakterisztikák végpontjai. A III. posztulátumnak az $[a, b_1]$ testre való alkalmazásával látható, hogy $T_a = T_a^*$. Ha ugyanis T_a nagyobb (kisebb) lenne, mint T_a^* , akkor a két karakterisztika nem metszhetné egymást az A pontban. Hasonlóan látható be, hogy $T_b = T_b^*$. Ha viszont a két karakterisztika végpontjai egybeesnek, akkor a (2) összefüggés alapján a karakterisztikák a közbenső pontokban is egybeesnek.

2. *tétel*. Az F hővezetési függvény rögzített a, b, T_a, T_b mellett a test végpontjaiban és csakis ott veszi fel maximumát és minimumát, hacsak nem konstans. Más szóval

$$\min \{T_a, T_b\} < F(a, b, T_a, T_b, x) < \max \{T_a, T_b\}, \quad \text{ha } x \in (a, b) \text{ és } T_a \neq T_b. \quad (9)$$

Bizonyítás. Legyen pl. $T_a < T_b$. A III. posztulátum és a (6) összefüggés alkalmazásával kapjuk, hogy

$$F(a, b, T_a, T_b, x) > F(a, b, T_a, T_a, x) = T_a,$$

és

$$F(a, b, T_a, T_b, x) < F(a, b, T_b, T_b, x) = T_b$$

bármely $x \in (a, b)$ -re.

A 2. tételt az $[a, b]$ test részeire (azaz az $[a, b]$ intervallum részintervallumaira) alkalmazva közvetlenül látható az alábbi tétel helyessége.

3. *tétel.* A hővezetési függvény az x változó szerint vagy konstans, vagy szigorúan monoton.

A következő tétel szerint a hővezetési függvény egyértelműen meghatározható egy háromváltozós függvényből.

4. *tétel.* A közeg mindegyik karakterisztikája része egy

$$T = g(T_0, T_1, x), \quad -\infty < x < \infty \quad (10)$$

kétparaméteres görbesereg valamely tagjának, ahol a g függvény kielégíti a

$$g(T_0, T_1, 0) = T_0; \quad g(T_0, T_1, 1) = T_1 \quad (11)$$

feltételt.

Bizonyítás. Az $F(a, b, T_a, T_b, x)$ hővezetési függvény értelmezési tartománya az x változóra vonatkozólag az $[a, b]$ intervallum. Az alábbi definícióval kiterjesztjük az értelmezési tartományt. Legyen c és d két (egyébként tetszőleges) szám, amelyekre $c \equiv a$ és $d \equiv b$ teljesül. A IV. posztulátum miatt van olyan T_c és T_d , hogy

$$F(c, d, T_c, T_d, a) = T_a \quad \text{és} \quad F(c, d, T_c, T_d, b) = T_b.$$

Ezzel a T_c és T_d értékkel az

$$F(a, b, T_a, T_b, x) = F(c, d, T_c, T_d, x) \quad (12)$$

egyenlet $x \in [a, b]$ -re a (4) összefüggés következtében teljesül, míg a $[c, d]$ intervallumnak az $[a, b]$ intervallumon kívüli részére a (12) összefüggést tekintjük definíciónak. Így módon az F függvény értelmezési tartománya az x változóra vonatkozólag is kiterjeszthető a $(-\infty, \infty)$ intervallumra. A kiterjesztés az 1. tétel miatt egyértelmű. A $(-\infty, \infty)$ intervallumra kiterjesztett értelmezési tartományú hővezetési függvényeket és karakterisztikákat röviden végtelen hővezetési függvényeknek, illetve végtelen karakterisztikáknak fogjuk nevezni.

Vezessük be most a

$$g(T_0, T_1, x) \equiv F(0, 1, T_0, T_1, x) \quad (13)$$

jelölést. A g függvény kielégíti a (11) feltételt, és a

$$T = g(T_0, T_1, x) \quad (14)$$

egyenletű görbék bármely része karakterisztika. Fordítva, legyen

$$T = F(a, b, T_a, T_b, x) \quad (15)$$

egy karakterisztika egyenlete. Terjesszük ki az értelmezési tartományt úgy, hogy az a $[0, 1]$ intervallumot magába foglalja. Ekkor a (15) karakterisztika része a (14) görbesereg

$$T = g(F(a, b, T_a, T_b, 0), F(a, b, T_a, T_b, 1), x) \quad (16)$$

egyenletű görbéjének.

A hővezetési függvények értelmezési tartományát a fentebb ismertetett módon kiterjesztve a $(-\infty, \infty)$ intervallumra, a IV. posztulátum duálisát is megfogalmazhatjuk.

IV.a. *posztulátum*. Tetszőleges a_1, b_1 -hez és tetszőleges T_1, T_2, T_a, T_b -hez ($T_1 \neq T_2$; $T_a \neq T_b$) van olyan a és b , amellyel

$$F(a, b, T_a, T_b, a_1) = T_1 \quad \text{és} \quad F(a, b, T_a, T_b, b_1) = T_2 \quad (17)$$

E posztulátum szerint egy végtelen karakterisztika minden T_a értéket felvesz. A IV.a. posztulátum következtében ugyanis adott T_0, T_1 mellett van olyan a , hogy

$$F(a, 1, T_a, T_1, 0) = T_0 \quad \text{és} \quad F(a, 1, T_a, T_1, 1) = T_1,$$

másrésről viszont

$$T_a = F(a, 1, T_a, T_1, a) = g(T_0, T_1, a).$$

Hogy a hővezetési karakterisztikák differenciálegyenletét felírjuk, szükségünk van még egy posztulátumra.

V. *posztulátum*. A hővezetési függvénynek létezik az x változó szerinti bal- és jobboldali deriváltja. Ha két különböző karakterisztika egy pontban metszi egymást, akkor a metszéspontban a baloldali (és jobboldali) deriváltak nem lehetnek egyenlők.

Ez a posztulátum lehetővé teszi, hogy a hővezetési karakterisztikasereg egyenletét (10) helyett a

$$T = G_b(T_0, T_0^b, x), \quad -\infty < x < \infty \quad (18)$$

alakban is megadhatjuk, ahol a T_0, T_0^b paraméterekre teljesülnek a

$$G_b(T_0, T_0^b, x_0) = T_0; \quad \lim_{x \rightarrow x_0 - 0} \frac{G_b(T_0, T_0^b, x) - T_0}{x - x_0} = T_0^b \quad (19)$$

feltételek valamely rögzített x_0 -nál. A karakterisztikasereg egyenletét a jobboldali deriváltak felhasználásával a

$$T = G_j(T_0, T_0^j, x), \quad -\infty < x < \infty \quad (20)$$

alakban is megadhatjuk, ahol most (19) helyett a

$$G_j(T_0, T_0^j, x_0) = T_0; \quad \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} \frac{G_j(T_0, T_0^j, x) - T_0}{x - x_0} = T_0^j \quad (21)$$

feltételek állanak fenn.

Az alábbi tétel a bal- és a jobboldali deriváltak közötti összefüggéssel kapcsolatos.

5. *tétel.* A közeg minden x pontjához tartozik egy olyan kétváltozós $h_{(x)}$ függvény, ami az x pontban a hőmérséklet, valamint a

$$T'^b(x) \equiv \lim_{\Delta x \rightarrow -0} \frac{T(x + \Delta x) - T(x)}{\Delta x} \quad (22)$$

bal- és a

$$T'^j(x) \equiv \lim_{\Delta x \rightarrow +0} \frac{T(x + \Delta x) - T(x)}{\Delta x} \quad (23)$$

jobboldali deriváltak közötti összefüggést írja le:

$$T'^j(x) = h_{(x)}(T(x), T'^b(x)). \quad (24)$$

A $h_{(x)}$ függvény a második változója szerint invertálható; inverzét jelöljük $h_{(x)}^{-1}$ -gyel:

$$T'^b(x) = h_{(x)}^{-1}(T(x), T'^j(x)). \quad (25)$$

A $h_{(x)}$ függvényt hővezetési törésfüggvénynek fogjuk nevezni. Az (x) indexszel azt kívánjuk hangsúlyozni, hogy a különböző pontokhoz különböző hővezetési törésfüggvény tartozhat.

Bizonyítás. A (18) összefüggés felhasználásával képezzük a jobboldali deriváltat az x_0 pontban:

$$T'^j(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow +0} \frac{G_b(T_0, T_0'^b, x_0 + \Delta x) - T_0}{\Delta x} \equiv h_{(x_0)}(T_0, T_0'^b)$$

Figyelembe véve, hogy x_0 tetszőlegesen választható, az utóbbi, valamint a (19) összefüggésekből láthatjuk a tétel első részének helyességét. Az invertálhatóságot a (20) összefüggés felhasználásával láthatjuk be.

Az itt elmondottak fizikai interpretációjánál fontos szerepet játszik a homogén közeg fogalma. Homogénnak nevezzük a közeget, ha hővezetési függvénye az a, b és x változók egyidejű translációjára invariáns, azaz

$$F(a + d, b + d, T_a, T_b, x + d) = F(a, b, T_a, T_b, x) \quad (26)$$

teljesül bármely d -re.

Homogén közegekre érvényes az alábbi két tétel.

6. *tétel.* Homogén közeghez hozzárendelhető egy kétváltozós f függvény, amely rendelkezik a következő sajátosságokkal:

a) A

$$T = f(T_1^*, x + \alpha) \quad (27)$$

kétparaméteres görbesereg (paraméterek: T_1^* és α) bármely görbájének bármely része karakterisztika.

b) Bármely karakterisztika a (27) görbesereg valamelyik görbájének része.

$$c) \quad f(T_1^*, 0) = T_{00}, \quad \text{és} \quad f(T_1^*, 1) = T_1^* \quad (28)$$

ahol T_{00} egy adott rögzített érték.

A tétel bizonyítását nem részletezzük, csupán annyit jegyzünk meg, hogy a (10)-ben szereplő T_0, T_1 paraméterek helyett két újabb paramétert vezetünk be,

amelyek közül az egyik a karakterisztikák eltolhatósága miatt az x változóhoz adható hozzá.

7. *tétel.* a) Homogén közeghez tartozik egy olyan I_{b0} kétváltozós függvény, amellyel a közeg végtelen hővezetési karakterisztikáinak egyenlete a

$$I_{b0}(T(x), T'^b(x)) = \text{konstans} \quad (29)$$

alakba írható.

b) Ha I_{b0} ilyen kétváltozós függvény, akkor a közeg karakterisztikáinak egyenletét az

$$I_b(T(x), T'^b(x)) = \text{konstans} \quad (30)$$

alakba is írhatjuk, ahol

$$I_b = \varphi(I_{b0}) \quad (31)$$

és φ egy tetszőleges egyváltozós függvény.

c) Ha a (29) és a (30) egyenlet egyidejűleg fennáll a homogén közeg karakterisztikáira, akkor létezik egy φ egyváltozós függvény, amellyel a (31) egyenlet is fennáll az I_{b0} és I_b függvényekre.

Bizonyítás. A 6. tétel alapján a homogén közeg karakterisztikáinak egyenlete

$$T = f(T_1^*, x + \alpha) \quad (32)$$

alakú. Itt az f függvény a második változóra vonatkozóan invertálható (feltéve, hogy x -ben nem konstans):

$$x + \alpha = f^{-1}(T_1^*, T) \quad (33)$$

Képezve a baloldali deriváltakat (32)-ből, a (33) felhasználásával kapjuk:

$$\begin{aligned} T'^b &= \lim_{\Delta x \rightarrow -0} \frac{f(T_1^*, x + \Delta x + \alpha) - f(T_1^*, x + \alpha)}{\Delta x} \equiv \\ &\equiv f_b(T_1^*, x + \alpha) = f_b(T_1^*, f^{-1}(T_1^*, T)) \equiv h_b(T_1^*, T) \end{aligned} \quad (34)$$

azaz

$$T'^b = h_b(T_1^*, T) \quad (35)$$

Ez az egyenlet T_1^* -ra megoldható, a megoldást jelöljük így:

$$T_1^* = I_{b0}(T, T'^b) \quad (36)$$

(Az V. posztulátum miatt ugyanis nem tartozhat két különböző T_1^* -hoz ugyanaz a T'^b érték.) A (35), ill. (36) összefüggéssel definiált függvényre teljesül, hogy a karakterisztikák mentén

$$I_{b0}(T, T'^b) = \text{konstans} \quad (37)$$

A b) állítás helyessége közvetlenül látható, míg a c) állítás igazolásánál azt kell kihasználni, hogy a (29) és a (30) egyenletek ugyanazt a görbesereget állítják elő.

Az utóbbi tétel lehetővé teszi, hogy a hőáramot homogén rudakban a hőmérséklet-eloszlásokból egyértelműen meghatározzuk, ha kihasználjuk az I hőáram alábbi két tulajdonságát.

A) Az

$$I = \text{konstans} \quad (38)$$

egyenlet fennáll a karakterisztikákra. Ezért a 7. c) következtében

$$I = \varphi(I_{b0}(T, T'^b)) \quad (39)$$

ahol φ valamilyen egyváltozós függvény.

B) A hőáram additív olyan értelemben, hogy a Kirchhoff-féle csomóponti törvény (elágazásoknál a befolyó áramok összege egyenlő a kifolyó áramok összegével) fennáll.

Tekintsünk pl. egy olyan rendszert, amely három darab, azonos méretű és anyagú, homogén, egyik végükön összehegesztett rúdból áll. A három szabad vég hőmérsékletét tartjuk a $T_1, T_2 (< T_1), T_3 = T_2$ értékeken. Mérjük az érintkezési pont hőmérsékletét, valamint a $T_1^b, T_2^j, T_3^j (= T_2^j)$ bal-, illetve jobboldali deriváltakat ennél a pontnál a három rúdban. Ekkor a hőáramokra $I_3 = I_2$ és az additívítás miatt

$$I_1 = 2I_2 \quad (40)$$

teljesül. Ennek az összefüggésnek az alapján lehetséges a (39)-ben szereplő egyváltozós φ függvény konstans szorzatfaktortól eltekintve egyértelmű meghatározása. Ha ugyanis a (40) összefüggés teljesül egy $I(T, T'^b)$ függvényre, és egyúttal az $I^* = \varphi(I(T, T'^b))$ függvényre is;

$$\varphi(I_1) = 2\varphi(I_2), \quad (41)$$

akkor a φ függvényre az utóbbi két egyenlet egybevetéséből a

$$\varphi(2y) = 2\varphi(y) \quad (42)$$

függvényegyenletet kapjuk, amelynek az $y=0$ pontban differenciálható megoldásai a homogén lineáris függvények:

$$\varphi(y) = cy \quad (43)$$

Végül megjegyezzük, hogy az I–V. posztulátumok indokoltságát tükrözi az a tény is, hogy mindegyik posztulátum érvényes olyan közegben, amelyben a hővezetés konstitutív egyenlete az (1) Fourier-törvény, ha a λ hővezetőképesség a helynek folytonos, a hőmérsékletnek pedig a Lipshitz-feltételt kielégítő függvénye, továbbá kielégíti a

$$k < \lambda < K \quad (44)$$

korlátossági feltételt, ahol k és K pozitív állandók. Sőt, tekintettel arra, hogy az V. posztulátumban csak egyoldali differenciálhatóságot követelünk meg, a fenti posztulátumok és tételek alkalmazhatók olyan esetekben is, amikor a közeg hővezetési sajátságai egyes izolált pontokban ugrásszerűen változnak.

Köszönetet mondok Gyarmati István professzornak és Verhás József adjunktusnak értékes tanácsaikért.

IRODALOM

1. Coleman, D.—Mizel, V. J., Arch. Rat. Mech. and Anal. 13, 245, 1963.
2. Bogy, D. B.—Naghdi, P. M., J. Math. Phys. 11, 917, 1969.
3. Gyarmati I., Ann. Physik 23, 353, 1969.
4. Farkas H.—Noszticzius Z., Ann. Physik 27, 341, 1971.

MULTIPERIFERIALIZMUS, MULTIPERIFERIALIS MODELLEK*

SZEGŐ KÁROLY és TÓTH KÁLMÁN
Központi Fizikai Kutató Intézet, Budapest

I. BEVEZETÉS

„E cikkben a nagyenergiás (GeV feletti tartomány) szórási folyamatok egy elméleti modelljét tárgyaljuk. A kísérleti információk néhány karakterisztikus vonása:

- A teljes hatáskeresztmetszet energiafüggetlen, vagy legalábbis lassan változik az energia függvényében;
- A keletkezett részecskék száma lassan nő az energiával;
- A keletkezett részecskék túlnyomó része pion;
- A keletkezett részecskék átlagos transzverzális impulzusa kicsi (300 MeV), és energiafüggetlen.”

E mondatokkal kezdődik *Amati, Fubini és Stanghellini* alapvető cikke 1962-ben a multiperiferiális modellekről. Azóta eltelt 10 év és az energiatartomány két nagyságrenddel nagyobb, de a szórási kép kvalitatív tulajdonságai nem változtak. Mivel ezeket a multiperiferiális modell (MPM) képes reprodukálni, érthető a modell iránt ma is meglevő érdeklődés.

Az erős kölcsönhatási szórásfolyamatok leírását célul kitűző elméleti próbálkozások között a MPM-ek alapvetően azzal jellemezhetők, hogy feltevéseik között első helyen az unitaritás áll. A MPM-ek formálisan mindig egy integrálegenletet jelentenek a kvázielasztikus szórási amplitúdó $A(s, t)$ abszorptív részére vonatkozóan. Az integrálegenlet leszámraztatásához legfőbb segédeszköz az unitaritási reláció:

$$A(s, t) = \sum_{n=2}^{\infty} \langle p_1, p_2 | T | q_1, q_2, \dots, q_n \rangle \langle q_1, \dots | T^+ | p_3, p_4 \rangle, \quad (\text{I.1.1})$$

ahol $s = (p_1 + p_2)^2$, $t = (p_1 - p_3)^2$. Az $A(s, t)$ -re leszámraztatott integrálegenlet $t=0$ -nál magát a teljes hatáskeresztmetszetet adja:

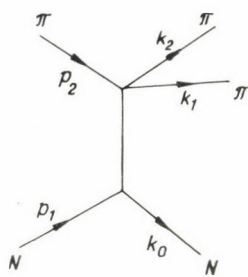
$$\sigma_{\text{tot}}(s) = \frac{1}{2q\sqrt{s}} A(s, 0). \quad (\text{I.1.2})$$

A multiperiferiális dinamika természetesen további, jóval bizonytalanabb feltevésekre épül.

Az első MPM kidolgozása *Amati, Bertocchi, Fubini, Stanghellini és Tonin* nevéhez fűződik (ABFST modell). Ez az egyszerű periferiális modell általánosítása, amely szerint nagyenergián az egy-pion cserével járó folyamatok dominálnak. Így pl. a $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ szórásfolyamat amplitúdója nagyenergián közelítőleg:

$$T(p_1, p_2; k_0, k_1, k_2) \sim g_{NN\pi} \frac{T_{\pi\pi \rightarrow \pi\pi}(p_2, q; k_1, k_2)}{q^2 - \mu^2}, \quad (\text{I.1.3})$$

* A XI. Elméleti Fizikai Iskolán tartott előadás. Érkezett 1974. márc. 27.



1. ábra

ahol μ a pion tömeg, $g_{NN\pi}$ az (off-shell) pion-nukleon csatolási állandó, $T_{\pi\pi \rightarrow \pi\pi}$ pedig (off-shell) $\pi\pi$ szórási amplitúdó.

Az MPM-ek másik változata a multi-Regge típusú modellek. Ezekben a kicserélt elemi objektum nem részecske, hanem reggeon, így pl. az (I.1.3) amplitúdóban $g_{NN\pi}$ helyét NN -reggeon vertex, $T_{\pi\pi \rightarrow \pi\pi}$ helyét pedig $\pi + \text{reggeon} \rightarrow \pi\pi$ szórási amplitúdó foglalja el.

A két fő típuson belül a MPM-ek számtalan válfaja létezik, sőt, vannak részecske és reggeon cserét egyaránt feltételező modellek is.

II. 1. Az ABFST modell [1]

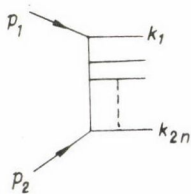
A MPM-t először pion-szórásra fogalmazzuk meg. A G -paritás megmaradása miatt csak páros számú pion keletkezhet a kölcsönhatás után. Két alapvető feltevést használunk:

- *) az egy-pion cserék nagy energián dominálnak,
- **) elhanyagolhatjuk az amplitúdóknak a kicserélt virtuális részecske tömegétől való függését.

A *) feltevés alapján az $1+2 \rightarrow 1 + \dots + (2n+2)$ amplitúdót ún. „ n -ed rendű multiperiferiális gráffal” helyettesítjük:

$$T(p_1, p_2; k_i) \sim \frac{T^R(p_1, q_1, k_{0i}) T^R(q_1, q_2, k_{1i}) \dots T^R(q_n, p_2, k_{ni})}{\prod_i (q_i^2 - \mu^2)}, \quad (\text{II.1.1})$$

ahol T^R off-shell $2\pi \rightarrow 2\pi$ szórási amplitúdó. Az $s = (p_1 + p_2)^2$ teljes energia és az $s_{ij} = (k_i + k_j)^2$ szubenergiák közötti $\sqrt{s} \equiv \sqrt{s_{ij}} + \sqrt{s_{kl}}$ összefüggés azt mutatja, hogy T^R -hez tartozó szubenergiák kicsik a teljes energiához képest a szórt részecskék impulzusának legvalószínűbb eloszlása (l. III.2. rész) esetén.



2. ábra

$A_n(s, t)$ -re (II.1.1) segítségével a következő kifejezést írhatjuk fel (a jelöléseket a 2. ábra mutatja):

$$A_n(s, t) = \int \left[\prod_{i=1}^{2n} d^4 k_i \delta(k_i^2 - \mu^2) \Theta(k_{i0}) \right] |T|^2 \delta^4(p_1 + p_2 - \sum k_i). \quad (\text{II.1.2})$$

Bevezetve az

$$A^R(s, t) = \int d^4 k_1 \delta(k_1^2 - \mu^2) \Theta(k_{10}) d^4 k_2 \delta(k_2^2 - \mu^2) \Theta(k_{20}) \delta^4(p_1 + p_2 - k_1 - k_2) |T^R|^2 \quad (\text{II.1.3})$$

jelölést és felhasználva a

$$\begin{aligned} \delta^4(p_1 + p_2 - \sum k_i) &= \int \prod_i d^4 q_i \delta^4(p_1 + q_1 - k_1 - k_2) \delta^4(-q_1 + q_2 - k_3 - k_n) \dots \\ &\dots \delta^4(-q_n + p_2 - k_{2n-1} - k_{2n}) \end{aligned} \quad (\text{II.1.4})$$

azonosságot, (II.1.2)-t átírhatjuk:

$$\begin{aligned}
 A_n(p_1 p_2 p'_1 p'_2) &= \int \prod d^4 q_i \frac{1}{(q_i^2 - \mu^2)((q_i - \Delta)^2 - \mu^2)} A^R((p_1 + q_1)^2, t) \cdot \\
 &\quad \cdot A^R((q_2 - q_1)^2, t) \dots A^R((q_n - p_2)^2, t) = \\
 &= \int \prod d^4 q_i \frac{1}{(q_i^2 - \mu^2)((q_i - \Delta)^2 - \mu^2)} ds_0 \delta(s_0 - (p_1 + q_1)^2) \dots \\
 &\quad \dots ds_n \delta(s_n - (p_2 - q_n)^2) A^R(s_0, t) \dots A^R(s_n, t).
 \end{aligned} \quad (\text{II.1.5})$$

A teljes hatáskeresztmetszet ennek alapján:

$$\sigma(s) = \frac{1}{2q\sqrt{s}} \sum_n A_n(s, 0) = \frac{1}{2q\sqrt{s}} \sum_n \int \prod d^4 q_i \frac{1}{(q_i^2 - \mu^2)} \prod ds_j \delta(s_j - (\dots)) \frac{\sigma^R(s_j)}{\Phi_j} \quad (\text{II.1.6})$$

ahol Φ_i az s_i energiákhoz tartozó fluxus faktor.

Mielőtt tovább vizsgálnánk a modell tulajdonságait, foglalkozzunk avval, hogy az alapfeltevések milyen korlátozásokat jelentenek. Az *) feltevés egyrészt az egyéb részecske cserék elhagyását jelenti, másrészt az ún. diffraktív szórás elhanyagolását jelenti. (Diffraktív a kölcsönhatás, ha azt nem rezonanciák közvetítik, hanem valamilyen értelemben az objektum „egésze” részt vesz benne. Regge-pólus nyelven a diffraktív kölcsönhatást Pomeron csere, a nem-diffraktívot az egyéb Regge-pólusok cseréje írja le.) Megjegyezzük azonban, hogy a modell a kváziasztikus szórási amplitúdóhoz ad diffraktív járulékot is, valamint azt, hogy a modell általánosítható úgy, hogy a diffraktív járulékot is figyelembe vegye [1, 2]. E kérdésekkel e cikkben nem foglalkozunk.

A **) feltevést enyhíthetnénk. Valójában csak arra van szükségünk, hogy A^R ne növekedjen növekvő q^2 esetén, l. alább.

Most az A_n mennyiségre rekurziós egyenletet és annak segítségével A -ra integrál-egyenletet vezetünk le, a $t=0$ azaz $p_1=p'_1$, $p_2=p'_2$ esetre szorítkozva. A (II.1.6) egyenlet segítségével látható, hogy

$$A_n(p_1 p_2) = \int ds_0 A^R(s_0, 0) \int d^4 q \frac{1}{(q^2 - \mu^2)^2} A_{n-1}(p_1, q) \delta((q - p_2)^2 - s_0). \quad (\text{II.1.7})$$

E rekurrencia-reláció szépséghibája, hogy — mivel az integrálás q^2 minden értéke kiterjed — off-shell amplitúdók szerepelnek benne. Defináljuk $A(s, u)$ off-shell amplitúdókat (u az elfolytatott tömeg négyzete) a következő módon:

$$A(p, p') = \int A(s, u) ds \delta(s - (p + p')^2) du \delta(u + p'^2). \quad (\text{II.1.8})$$

A (II.1.7) képlet segítségével felírhatjuk:

$$A_n(s, u) = \int ds_0 A^R(s_0) \int ds' du' \frac{1}{(u' + \mu^2)^2} A_{n-1}(s', u') Q(s, u, s', u'; s_0), \quad (\text{II.1.9})$$

ahol

$$\begin{aligned}
 Q(s, u, s', u'; s_0) &= \int d^4 q \delta(q^2 + u) \delta((p_1 - q)^2 - s_0) \delta((q + p_2)^2 - s') = \\
 &= \frac{\pi}{2\sqrt{S^2 + 4\mu^2 u}} \Theta(uS'^2 + uS^2 + \mu^2 S_0^2 - SS'S_0 - 4\mu^2 uu'), \\
 S &= s + u - \mu^2, \quad S' = s' + u' - \mu^2, \quad S_0 = s_0 + u + u'. \quad (\text{II.1.10})
 \end{aligned}$$

Felhasználva az $A(s, u) = \sum_n A_n(s, u)$ összefüggést (II.1.9)-ből $A(s, u)$ -ra az alábbi integrálegyenlet adódik:

$$A(s, u) = A^R(s) + \int ds_0 A^R(s_0) \int ds' du' \frac{1}{(u' + \mu^2)} A(s', u') Q(s', u', s, u; s_0). \quad (\text{II.1.11})$$

II. 2. Nagyenergiájú viselkedés az ABFST modellben

A (II.1.9) rekurziós reláció és a (II.1.11) integrálegyenlet tulajdonságainak vizsgálatával csak nagyenergiás közelítésben foglalkozunk, azaz ha $s \gg u$ és $s \gg \mu^2$.

A Q függvény által megengedett integrálási tartományt a 3. ábra mutatja.

Mint (II.1.10)-ből leolvasható

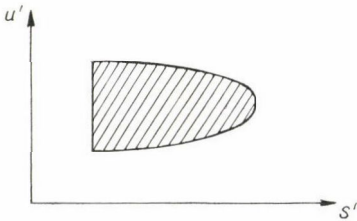
$$s'_{\max} = s - 2\sqrt{ss_0}, \quad (\text{II.2.1})$$

$$u'_{\min} = \frac{s-s'}{2} \pm \sqrt{\frac{s-s'}{2} - s's_0 - \frac{s'}{s} u(s-s')} = \begin{cases} s-s' \\ \frac{s'}{s} \left(u + \frac{s_0}{1-s'/s} \right) \end{cases} \quad (\text{II.2.2})$$

A közelítésnél s mellett s_0 -t elhagytuk, feltételezve, hogy $A^R(s_0) \frac{1}{s_0}$ -nál gyorsabban csökken és így ha $s \sim s_0$, az integrál értéke A^R miatt kicsi. A (II.1.10)-ben szereplő második Θ -függvény miatt $s-s' = (\sqrt{s} - \sqrt{s'}) (\sqrt{s} + \sqrt{s'}) > \sqrt{ss_0}$.

A fentiek szerint (II.1.11) s nagy értékeire így alakul:

$$A_n(s, u) = \frac{1}{s} \int ds_0 A^R(s_0) \int_{s'_{\min}}^{s'_{\max}} ds'' \int_{u'_{\min}}^{u'_{\max}} du'' \frac{A_{n-1}(s'', u'')}{(u'' + \mu^2)^2}. \quad (\text{II.2.3})$$



3. ábra.

A képletből látható, hogy A_n u -nak csökkenő függvénye (ellenkező esetben az integrál divergens) ezért az u -ra vonatkozó integrál a felső határ értékére érzéketlen.

Feltéve, hogy $A_0 = A^R$, (II.2.3) képlet szerint

$$A_1(s) \approx \frac{\lambda^2}{s} + \sigma \left(\frac{1}{s^2} \right),$$

illetve

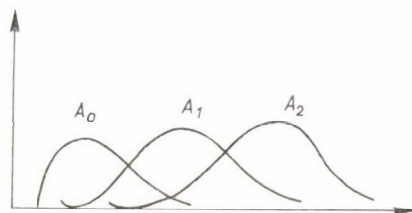
$$A_n(s) \sim \frac{\lambda^2}{s} \frac{(\lambda \log s)^{n-1}}{(n-1)!} \quad \text{ahol} \quad \lambda = \int ds_0 A^R(s_0) \quad (\text{II.2.4})$$

Mint a 4. ábra is mutatja, s növekvő értékei mellett egymás után jutnak nagyobb súlyhoz a $2\pi \rightarrow 2\pi n$ parciális amplitúdók.

A (II.1.11) egyenlet ugyanebben a limitben az

$$A(s, u) = \frac{1}{s} \int ds_0 A^R(s_0) \int_{s_{\min}}^{s-2\sqrt{ss_0}} ds' \int_{\frac{s'}{s(u+\frac{s_0}{1+s'/s})}}^{s-s'} du' \frac{A(s', u')}{(u' + \mu^2)^2} \quad (\text{II.2.5})$$

alakot ölti, hiszen $A^R(s) \rightarrow 0$, ha $s \rightarrow \infty$. Megjegyezzük, hogy az integrálegyenlet a határok változtatására érzékenyebb, mint a (II.1.9) képlet. Megmutatható (a konkrét megoldás segítségével), hogy esetünkben a különbség elhanyagolható. Ugyanezért változtathatjuk (II.2.5)-ben az s' integrál határait $s_{\min}=0$ -ra, $s_{\max}=s$ -re; $u'_{\max}=\infty$ -re. Így azonban az integrál invariáns az $s \rightarrow cs$, $s' \rightarrow cs'$ helyettesítésre, és emiatt a megoldás



4. ábra.

$$A(s, u) = s^z \varphi(u) \quad (\text{II.2.6})$$

alakban kereshető. Ezt visszaírva, a

$$\varphi(u) = \int ds_0 A^R(s_0) \int_0^1 x^z dx \int_{x(u+\frac{s_0}{1-x})}^{\infty} du' \frac{\varphi_x(u')}{(u' + \mu^2)^2} \quad (\text{II.2.7})$$

egyenlethez jutunk, ahol $x=s'/s$.

Az egyenlet Fredholm típusú, megoldása diszkrét $\alpha(A^R(s))$ sajátértékek mellett van, így (II.2.6) megoldás a teljes megoldás s -ben vezető aszimptotikus tagjának tekinthető.

A $\varphi_x(u)$ függvények meghatározásával nem foglalkozunk. A modellnek két lényeges tanulsága van:

- a hatáskeresztmetszetre s^z típusú viselkedést ad;
- az α paramétert az $\alpha(A^R(s))$ megoldáson keresztül az A^R alacsonyenergiás adatok határozzák meg.

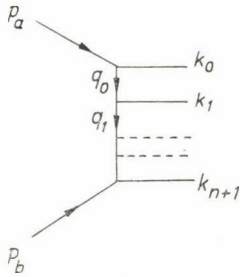
A $\varphi_x(u)$ függvény fizikai jelentésével kapcsolatban [1]-re utalunk.

Az ABFST modell részletes ismertetése után a multiperiferializmus általános programjának leírásával foglalkozunk. Chew, Goldberger és Low nyomán az összes MPM-re jellemző alapfeltevéseket mondjuk ki, amelyek egy igen általános integrálegyenlethez vezetnek. A konkrét MPM-ek ennek speciális esetei. Megvizsgáljuk az alapfeltevésekből a szórásfolyamatok eredményeire vonatkozó legfontosabb jóslatokat, egyúttal kritikáját is adva a MPM-eknek.

III. 1. A Chew—Goldberger—Low (CGL) egyenlet [3]

A leírni kívánt folyamat legyen (spintelen) nukleon-nukleon szórás. A végállapotban a két nukleonon kívül pionokat engedünk meg.

a) A multiperiferiális szórási amplitúdó megalkotásához a folyamathoz egy tipikus diagramot rendelünk:



5. ábra.

$$p_a^2 = p_b^2 = k_0^2 = k_{n+1}^2 = m^2.$$

A lánc két szélétől eltekintve, ahol a bejövő, illetve kimenő nukleonok helyezkednek el, egymással azonos láncszemeket képzelünk el. Az i -edik láncszem



A végállapotbeli k_1, \dots, k_n impulzusok egy, esetleg több pionhoz tartoznak. (Az ABFST modellben pl. két pion együttes impulzusa volt.) A q_{i-1} impulzus lehet egy részecske, egy reggeon, vagy még általánosabb objektum impulzusa.

b) A szórási amplitúdó megalkotásakor feltételezzük, hogy a láncszemek csak közeli, például csak a közvetlen, szomszédokkal vannak korrelálva. Azaz, az i -edik láncszemet a $G(q_{i-1}, q_i, q_{i+1})$ függvénnyel írjuk le. A G függvény alakja i -től független, a láncszem helyzetét a láncban belül csak q_i impulzusok jellemzik. A lánc két végéhez az a , illetve b részecskét a $G_a(p_a, q_0)$ és $G_b(q_{n-1}, q_n, p_b)$ függvényekkel csatoljuk. A rugalmas szórási amplitúdót $G_a(p_a, q_0) \cdot G_b(p_a, q_0, p_b)$ adja.

c) Az n láncszemet tartalmazó amplitúdót így írjuk le:

$$M(p_a, p_b; k_0 \dots k_{n+1}) = G_a(p_a, q_0) \dots G(q_{i-1}, q_i, q_{i+1}) \dots G_b(q_{n-1}, q_n, p_b). \quad (\text{III.1.1})$$

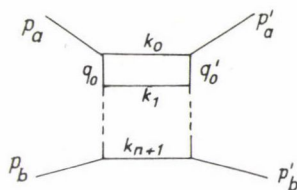
Feltevésünk szerint a k_1, \dots, k_n impulzusokhoz azonos objektumok tartoznak, úgyhogy az (III.1.1) amplitúdót ki kellene egészítenünk az ezek permutációiból eredő tagokkal. Az (III.1.1) amplitúdó csak akkor jó közelítés, ha egy bizonyos permutációnak megfelelő tag sokkal nagyobb — és ez éppen (III.1.1) — mint az összes többi. Az előző pontban feltételezett rövid távú korrelációkkal együtt az (III.1.1) amplitúdó elfogadása a multiperiferializmus legfontosabb feltételezése.

A $p_a + p_b \rightarrow p'_a + p'_b$ rugalmas szórás amplitúdójának abszorptív része az unitaritás és (III.1.1) felhasználásával:

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_n(p_a, p_b; p'_a, p'_b) = \sum_{n=0}^{\infty} \int d^4 k_0 \delta^{(+)}(k_0^2 - m^2) \int d^4 k_{n+1} \delta^{(+)}(k_{n+1}^2 - m^2) \cdot \prod_i \int d^4 k_i \delta^{(+)}(k_i^2 - \mu^2) \delta^4 \left(p_a + p_b - \sum_{j=0}^{n+1} k_j \right).$$

$$\cdot G_a^*(p'_a, q'_0) G_a(p_a, q_0) \dots G^*(q'_{i-1}, q'_i, q'_{i+1}) G(q_{i-1}, q_i, q_{i+1}) \dots G_b^*(q'_{n-1}, q'_n, p'_b) G_b(q_{n-1}, q_n, p_b), \quad (\text{III.1.2})$$

ahol az összeg egy tagjához rendelhető tipikus unitaritási diagram:



6. ábra

(Fogalmazásunk itt kissé nagyvonalú. A (III.1.2) egyenlőség csak akkor jelenti minden további nélkül az unitaritási összefüggést, ha a végállapotbeli objektumok egyszerű részecskék. Egyéb esetek általános vizsgálata helyett konkrét modellekre utalunk.)

Az eddigiek alapján egyszerű technikai feladat a CGL integrál egyenlet levelezése. Először is egy $B_n(p_a, p_b; k_0; p'_a, p'_b)$ segédmenntiséget vezetünk le a következő definícióval:

$$B_n(p_a, p_b; k_0; p'_a, p'_b) = \prod \int d^4 k_i \delta^{(+)}(k_i^2 - \mu^2) \delta^{(+)}(k_{n+1}^2 - m^2) \cdot \\ \cdot G^*(q'_{i-1}, q'_i, q'_{i+1}) G(q_{i-1}, q_i, q_{i+1}) G_b^*(q'_{n-1}, q'_n, p'_b) G(q_{n-1}, q_n, p_b),$$

ahol

$$k_0 = p_a - q_0 - p'_a - q'_0 \\ k_i = q_{i-1} - q_i = q'_{i-1} - q'_i \\ k_{n+1} = q_n + p_b = q'_n + p'_b.$$

Nyilvánvaló, hogy

$$A_n(p_a, p_b; p'_a, p'_b) = \int d^4 k_0 \delta^{(+)}(k_0^2 - m^2) G_a^*(p'_a, q_0) G_a(p_0, q_0) B_n(p_a, p_b; k_0; p'_a, p'_b).$$

Nem okoz nehézséget a B_n mennyiségekre rekurziós összefüggést készíteni:

$$B_0(p_a, p_b; k_0; p'_a, p'_b) = G_b^*(p'_a, q'_0, p'_b) G_b(p_a, q_0, p_b) \delta^+((p_a + p_b - q_0)^2 - m^2);$$

$$B_n(p_a, p_b; k_0; p'_a, p'_b) = \int d^4 k_1 \delta^{(+)}(k_1^2 - \mu^2) G^*(p'_a, q'_1, q'_2) G(p_a, q_1, q_2) \cdot$$

$$\cdot B_{n-1}(q_1, p_b; k_1; q'_1, p'_b), \quad n = 1, 2 \dots$$

Ezt felhasználva a $B(p_a, p_b; k_0, p'_a, p'_b) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n(p_a, p_b; k_0; p'_a, p'_b)$ mennyiségre kapjuk a keresett integrálegyenletet:

$$B(p_a, p_b; k_0; p'_a, p'_b) = B_0(p_a, p_b; k_0; p'_a, p'_b) + \int d^4 k_1 \delta^{(+)}(k_1^2 - \mu^2) \cdot \\ \cdot G^*(p'_a, q'_1, q'_2) G(p_a, q_1, q_2) B(q_1, p_b; k_1; q'_1, p'_b). \quad (\text{III.1.3})$$

Ha a q_i impulzusú objektumokat (off-shell) pionoknak gondoljuk, a k_1, \dots, k_n

impulzusokhoz pion-párokat rendelünk, akkor a G függvények lényegében (off-shell) $\pi\pi$ szórási amplitúdókat jelentenek:

$$G(q_{i-1}, q_i, q_{i+1}) = \frac{T_{\pi\pi \rightarrow \pi\pi}}{q_{i-1}^2 - \mu^2}, \quad i = 0, 1 \dots n$$

$$G_a(p_a, q_0) = g_{NN\pi}, \quad G_b(q_{n-1}, q_n, p_b) = \frac{g_{NN\pi}}{q_n^2 - \mu^2}$$

és ABFST típusú modellhez jutunk.

Ha q_i reggeon impulzus, k_i , $i=1, \dots, n$, pedig egyszerű pion impulzus, akkor multi-Regge típusú modellt kapunk, amelyben

$$G(q_{i-1}, q_i, q_{i+1}) = \beta(q_i, q_{i+1}) (q_{i-1} - q_{i+1})^{2\alpha(q_i^2)}$$

$$G_a(p_a, q_0) = \beta_a(p_a, q_0), \quad G_b(q_{n-1}, q_n, p_b) = \beta_b(q_n, p_b) (q_{n-1} - p_b)^{2\alpha(q_n^2)},$$

ahol β reggeon-reggeon-részecske, β_a és β_b pedig részecske-részecske-reggeon vertexet jelöl, α pedig Regge-trajektória.

A multiperiferiális dinamika „modell-független” következményeinek azokat szokás tekinteni, amelyek az (III.1.3) integrál egyenlet általános struktúrájából, a G függvények specifikálása nélkül adódnak. Ezek közé tartozik pl. a két-részecske szórási amplitúdó Regge-viselkedése, az egyrészecske inkluzív spektrumban megfigyelt limiting fragmentáció és pionizáció jelensége, amelyeket a technikailag egyszerűbben kezelhető ABFST integrál egyenlet segítségével meg fogunk mutatni.

A következőkben a $b)$ és $c)$ pontban tett feltevéseket vizsgáljuk meg részletesebben!

III. 2. Strong ordering [4, 5]

A III.1. $c)$ alapfeltevéssel foglalkozunk, amelynek következtében az unitaritási összegből elhagyhattuk az interferencia tagokat. A feltevést a következő módon fogalmazzuk meg:

Az $M(p_a, p_b; k_0, \dots, k_{n+1})$ mátrixelem a fázistér azon tartományában a legnagyobb, ahol

III.2. $a)$ A multiperiferiális láncszemek közötti $t_i = q_i^2$, $i=0, 1, \dots, n$, impulzusátadások kicsik;

III.2. $b)$ Az összes $s_{i,i+1} = (k_i + k_{i+1})^2$ szubenergiák nagyok.

Belátjuk, hogy ezekből a szekunderek impulzusaira a következő megszorítások adódnak:

III.2. $i)$ Az összes $|\tilde{k}_i|$ transzverzális impulzus kicsi;

III.2. $ii)$ A $k_i^+ = k_i^0 + k_i^3$ longitudinális impulzusokra igaz, hogy

$$\frac{k_i^+}{k_{i+1}^+} \gg 1.$$

Ez utóbbi tulajdonság azt jelenti, hogy az (III.1.1) amplitúdónak megfelelő multiperiferiális lánc (5. ábra) mentén a k_i^+ impulzusok szigorú nagyság szerinti sorba rendezhetők. Erre vonatkozik a strong ordering elnevezés.

Megmutatjuk, hogy III.2. a), b)-ből következik a $|k_i|$ transzverzális impulzusok korlátossága.

Az impulzuskomponensekre a következő jelölés lesz célszerű:

$$p^\mu = (p^0, p^1, p^2, p^3) \equiv (p^+, p, p^-)$$

ahol $p^\pm = p^0 \pm p^3$, $p = (p^1, p^2)$. Nyilvánvalóan $p_\mu p^\mu = p^+ p^- - p^2$, z -tengely irányú Lorentz-transzformációknál p invariáns, míg $p^\pm \rightarrow e^{\pm \xi} p^\pm$.

Legyen $p_a^2 = p_b^2 = k_0^2 = k_{n+1}^2 = m^2$, $k_i^2 = M^2$, $i = 1, 2, \dots, n$, $m > M$, és legyen $(p_a + p_b)^2 = s$ nagy.

Tömegközépponti rendszerben, z -tengellyel párhuzamosan bejövő részecskék esetén

$$p_a \sim \left(\sqrt{s}, 0, \frac{m^2}{\sqrt{s}} \right),$$

$$p_b \sim \left(\frac{m^2}{\sqrt{s}}, 0, \sqrt{s} \right).$$

Legyen i tetszőleges, $Q_1 = \sum_{r=0}^i k_r$, $Q_2 = \sum_{r=1}^{n+1-i} k_{i+r}$. Mivel Q_1, Q_2 pozitív időszerű vektorok, biztos, hogy $Q_{1,2}^2 > 0$. Az impulzusmegmaradásból következik, hogy

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

$$\sqrt{s} \simeq p_a^+ + p_b^+ = Q_1^+ + Q_2^+.$$

Definíció szerint

$$q_i^2 = t_i = (Q_1 - p_a)^2 = Q_1^2 + m^2 - p_a^+ Q_1^- - p_a^- Q_1^+ \sim$$

$$\sim m^2 \left(1 - \frac{Q_1^+}{\sqrt{s}} \right) + Q_1^2 \left(1 - \frac{\sqrt{s}}{Q_1^+} \right) - \frac{\sqrt{s}}{Q_1^+} Q_1^2.$$

Az előzőekből következik, hogy $\frac{\sqrt{s}}{Q_1^+} \approx 1 + \frac{Q_2^+}{Q_1^+} > 1$, ezért az első tag t_i kifejezésének jobb oldalán pozitív. A második és harmadikkal együtt negatív, és ha mint feltettük, t_i korlátos, mindkettő külön-külön is korlátos. Így t_i korlátosságából Q_1^2 korlátossága, azaz végül is $|k_i|$ -re vonatkozó III.2. i. állításunk következik. Másrészt az is látható, hogy ha Q_1^2 nagy, t_i értéke is nagy.

A t_i impulzus-átadások korlátosságát a két-részecske ütközésekben látott kép sugallja: A rugalmas szórási hatáskeresztmetszetek t függését

$$\frac{d\sigma}{dt} = f(s) \exp(at)$$

függvényhez szokták illeszteni, a értéke tipikusan $6-8 \text{ GeV}/c^{-2}$.

Kézenfekvő ezt a multiperiferiális láncszemek közötti impulzusátadásoktól való függésre is kiterjeszteni. Az a végeredmény, amely szerint a szekunderek kis $|k_i|$ transzverzális impulzussal keletkeznek, megegyezik a tapasztalattal.

A fejezet hátralevő részében azt a feltevést vizsgáljuk, mely szerint az $s_{i,i+1}$ szubenergiák nagyok.

$$s_{i,i+1} = (k_i + k_j)^2 = 2m^2 - 2\tilde{k}_i \tilde{k}_{i+1} + (m^2 + \tilde{k}_{i+1}^2) \frac{\tilde{k}_i^+}{\tilde{k}_{i+1}^+} + (m^2 + \tilde{k}_i^2) \frac{\tilde{k}_{i+1}^+}{\tilde{k}_i^+}.$$

Mivel a transzverzális impulzusok kicsik, $s_{i,i+1}$ csak úgy lehet nagy, ha vagy k_i^+/k_{i+1}^+ , vagy k_{i+1}^+/k_i^+ nagy. Korábban már láttuk, hogy ha s igen nagy, akkor $k_0^+ \sim \sqrt{s}$, ezért $\frac{k_1^+}{k_0^+}$ és általában k_{i+1}^+/k_i^+ nem lehet nagy. Végeredményben tehát azt kaptuk, hogy $k_i^+/k_{i+1}^+ \gg 1$, amint állítottuk.

Mielőtt empirikus bizonyítékot keresnénk arra, hogy az $s_{i,i+1}$ mennyiségeket tényleg jogos nagynak feltételezni, azaz, hogy végeredményben jó a „strong ordering” hipotézis, megmutatjuk, hogy az ABFST modellben az III.2. a), b) impulzus konfiguráció tényleg ki van tüntetve.

Az egyszerűség kedvéért a $\pi\pi$ szórási amplitúdókat s -hullám rezonanciával, azaz egyszerűen konstanssal helyettesítjük:

$$M(p_a, p_b; k_0 \dots k_{n+1}) = \frac{\text{const}}{(q_0^2 - \mu^2) \dots (q_n^2 - \mu^2)} \quad (\text{III.2.1})$$

Az a kérdés, hogy adott $(p_a + p_b)^2 = s$ -nél milyen k_0, k_1, \dots, k_{n+1} végállapotbeli impulzusokra minimális a nevező.

Emlékeztetünk, hogy

$$\begin{aligned} k_0 &= p_a - q_0, \\ k_i &= q_{i-1} - q_i, \\ k_{n+1} &= q_n + p_b. \end{aligned} \quad (\text{III.2.2})$$

Először is vegyük észre, hogy az összes $q_i^2 - \mu^2$, $i=0, \dots, n$, tényező negatív. Könnyen látható ugyanis, (III.2.2)-ből, hogy az a , illetve b részecske nyugalmi rendszerében az összes q_i vektor időkomponense $q_i^0 < 0$, illetve $q_i^0 > 0$. A két eset azonban Lorentz-transzformációval köthető össze, ezért az összes q_i térszerű, $q_i^2 = t_i < 0$. Az amplitúdó maximuma ezért várhatóan kis abszolút értékű q_i^2 -eknek felel meg.

A k_i változókra vonatkozó szélsőérték-feladatot a q_i -re fogalmazzuk át. Feltételes szélsőérték feladattá, mivel a $4(n+1)$ darab q_i komponensből a k_i impulzusokra vonatkozó $n+2$ tömeghőfeltétel miatt csak $3n+2$ független. Az (III.2.1) függvényt célszerűen a $2(n+1)$ darab q_i transzverzális komponens, és az $n+1$ darab $v_i \equiv q_i^+ q_i^-$ mennyiség függvényének tekintjük. A melléklétfeltétel egyszerű megfogalmazása érdekében a következő segédváltozókat vezetjük be:

$$\begin{aligned} y_a &= \frac{p_a^+}{q_0^+} \sqrt{\frac{v_0}{m^2}}, \quad y_b = \frac{q_n^+}{p_b^+} \sqrt{\frac{m^2}{v_n}}, \\ x_{i-1,i} &= \frac{q_{i-1}^+}{q_i^+} \sqrt{\frac{v_i}{v_{i-1}}}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (\text{III.2.3})$$

Természetesen a $q_i^+, p_{a,b}^+$ komponenseket ki kell küszöbölnünk, ami a k_i impulzusokra vonatkozó tömeghőfeltételek segítségével egyszerű feladat. A végeredmény:

$$y_{a,b} = F_{a,b} \pm \sqrt{F_{a,b}^2 - 1}$$

$$x_{i-1,i} = G_{i-1,i} \pm \sqrt{G_{i-1,i}^2 - 1}, \quad (\text{III.2.4})$$

ahol

$$F_a = \frac{v_0 - q_0^2}{2m\sqrt{v_0}}, \quad F_b = -\frac{v_n - q_n^2}{2m\sqrt{v_n}} \quad (\text{III.2.5})$$

$$G_{i-1,i} = \frac{-M^2 + v_{i-1} + v_i - (\tilde{q}_{i-1} - \tilde{q}_i)^2}{2\sqrt{v_{i-1} v_i}}$$

A (III.2.3) definíció alapján nyilvánvaló, hogy a q_i, v_i változók között a következő összefüggés áll fenn:

$$P(v_i, \tilde{q}_i) \equiv y_a \cdot x_{0,1} \dots x_{i-1,i} \cdot y_b = \frac{p_a^+}{p_b^+} \sim \frac{s}{m^2}. \quad (\text{III.2.6})$$

Egyszerű számolás mutatja, hogy

$$\frac{\partial P}{\partial q_i} = a_i \tilde{q}_i + b_i \tilde{q}_{i+1}$$

azaz, a szélsőérték-helynél minden transzverzális impulzusátadás nulla, $q_i = 0$, $i = 0, 1, \dots, n$.

A továbbiakban a szélsőértéket a fázistér azon részében keressük, ahol

$$0 < -v_i \ll m^2, M^2, \quad i = 0, 1 \dots n,$$

azaz, ahol

$$|x_{i-1,i}| \sim \left| -\frac{M^2}{\sqrt{v_{i-1} v_i}} \right| \gg -1,$$

és

$$y_a y_b \sim 1.$$

Így a szélsőértékfeladat hátralevő része az

$$M(p_a, p_b; k_0, \dots, k_n) \sim c \prod_{i=0}^n (|v_i| + \mu^2)^{-1}$$

függvényre, és a

$$P \sim M^{2n} \frac{1}{\sqrt{v_0 v_n}} \prod_{i=1}^{n-1} |v_i|^{-1} \sim \frac{s}{m^2}$$

mellékfeltételre vonatkozik. A két kifejezés szorzat alakja miatt a szélsőérték-helynél

$$v_0 \sim v_1 \sim \dots \sim v_n \sim -M^2 \left(\frac{m^2}{s} \right)^{1/n}.$$

Az a kikötésünk, mely szerint a $-v_i \ll M^2$ feltétel mellett keressük a szélsőértéket, megköveteli, hogy

$$\left(\frac{s}{m^2}\right)^{1/n} \gg 1$$

legyen. Ez helyettesíti az $s_{i,i+1}$ szubenergiákra vonatkozó korábbi feltételünket. Másrészt, könnyű belátni, hogy a $-v_i \ll M^2$ megszorítás automatikusan a korábbi $k_i^+/k_{i+1}^+ \gg 1$ feltételre vezet. Ezzel beláttuk, hogy legalábbis az ABFST típusú modellekben tényleg a strong ordering kinematika valósul meg a végállapotban.

IV. Kísérleti következmények

A továbbiakban azt vizsgáljuk, hogy a MP modell milyen eredményeket jósol. Először a speciális ABFST modell (melyet a II. fejezetben vizsgáltunk) jóslatait ismertetjük, majd megmutatjuk, hogy az általános modell is hasonló eredményeket ad.

IV. 1. Multiplicitás eloszlás [1]

Az n -ed rendű multiperifális amplitúdó (II.1.1) $2n+1$ rész keletkezését írja le. A keletkezett részecskék átlagos száma:

$$\langle N \rangle = 2 \frac{\sum (n+1) A_n(s, u)}{\sum A_n(s, u)} \Big|_{u=-\mu^2}, \quad (\text{IV.1.1})$$

ahol $A_n(s, u)$ -t a (II.1.8) képlet definiálja. Mint (II.1.5)-ből látható, A_n -ben A^R épp $(n+1)$ -szer szerepel, és így

$$(n+1) A_n(s, -\mu^2) = \int \frac{\delta A_n(s, -\mu^2)}{\delta A^R(s_0)} A^R(s_0) ds_0 \quad (\text{IV.1.2})$$

és így

$$\langle N \rangle \sim \frac{1}{A(s, -\mu^2)} \int \frac{\delta A(s, -\mu^2)}{\delta A^R(s_0)} A^R(s_0) ds_0. \quad (\text{IV.1.3})$$

Ha a fenti képletbe behelyettesítjük az $A(s, u)$ amplitúdó (II.2.6) aszimptotikus alakját, megkapjuk, hogyan viselkedik a multiplicitás aszimptotikus energiákon:

$$\langle N \rangle = \log s \int A^R(s_0) \frac{\delta \alpha}{\delta A^R(s_0)} + \int \frac{\delta}{\delta A^R(s_0)} \log \varphi_\alpha(-\mu^2) ds_0 = c_1 \log s + c_2. \quad (\text{IV.1.4})$$

IV. 2. Egyrészecske-eloszlások [1]

Az ABFST modellben tulajdonképpen csak 2π -rendszerek eloszlásáról beszélhetünk.

Ezeket úgy kapjuk meg, hogy (II.1.2)-ben nem integrálunk ki egy adott k végállapot-impulzusra, amely általában természetesen bármelyik 2π rendszer teljes

impulzusa lehet, és ezután összegezzük csak n -re. Két esetet fogunk külön megvizsgálni:

- a) ha a kiszemelt rendszer a lánc felső végén van,
- b) a kiszemelt rendszer nincs a lánc végein.

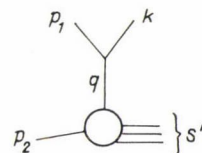
(Megjegyezzük, hogy ha a modellt úgy módosítjuk, hogy egy vertexben 3 részecske legyen, akkor valóban egyrészecske-eloszlásokat kapunk. Könnyen meggyőződhetünk arról, hogy a 2π -rendszerekre levont tapasztalatok érvényben maradnak.)

a) Ebben az esetben azonnal belátható, hogy a 6. ábrán látható gráfnak megfelelően — a kiszemelt 2π -rendszer eloszlása

$$\frac{dN(k)}{d^4k} = A^R(k^2) \frac{A(s', u')}{(u' + \mu^2)^2}, \quad (\text{IV.2.1})$$

ahol $s' = (p_2 + q)^2$, $u' = -q^2$; k a 2π rendszer teljes impulzusa, (6. ábra). Az (IV.2.1) képletet k -ra kiintegrálva (II.1.11)-hez jutunk vissza, leszámítva az elasztikus tagot.

Számítsuk ki az elvitt átlagos energiát!



6. ábra

$$\bar{E} = \frac{\int E(k) dN(k)}{\int dN(k)} = \frac{1}{2\mu A(s, -\mu^2) 8\pi^2} \int ds_0 A^R(s_0) \cdot \int \int \frac{ds' du'}{(u' + \mu^2)^2} A(s, u') (s - s' - u' - \mu^2) Q(s, -\mu^2, s', u'; s_0), \quad (\text{IV.2.2})$$

ahol $E(k) = \frac{p_2 k}{\mu} = \frac{s - s' - u' - \mu^2}{2\mu}$ a laborrendszerben.

Ismét az $A = s^z \varphi(u)$ aszimptotikus alakot használva, $x = s'/s$ jelöléssel

$$\bar{E} = \frac{s}{32\pi^2 \mu \varphi(-\mu^2)} \int ds_0 A^R(s_0) \int_0^1 dx (1-x) x^z \int_{x(-\mu^2 + \frac{s_0}{1-x})}^{\infty} du' \frac{\varphi_z(u')}{(u' + \mu^2)^2} = \text{const} \cdot s, \quad (\text{IV.2.3})$$

azaz a bombázó részecskéhez tartozó 2π -rendszer által elvitt átlagos energia a bombázó részecske energiájával arányosan növekszik.

b) Ha a kiszemelt 2π -rendszer nem a lánc végein helyezkedik el, akkor egy n -ed rendű diagramban $(n-1)$ különböző helyen lehet. Így az eloszlása (II.1.5) és (II.1.6) alapján

$$N(k) = \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{i=2}^n \int \prod_j d^4 q_j \frac{1}{(q_j^2 - \mu^2)^2} ds_0 \delta(s_0 - (p_1 + q_1)^2) \dots \dots ds_n \delta(s_n - (p_2 - q_n)^2) A^R(s_0) \dots A^R(s_n) \delta^4(k - q_i + q_{i+1}). \quad (\text{IV.2.4})$$

A

$$\sum_{n=2}^{\infty} \sum_{i=2}^n = \sum_{n-i=0}^{\infty} \sum_{i-2=0}^{\infty}$$

azonosságot felhasználva a fenti képletet az alábbi alakra hozhatjuk:

$$N(k) = A^R(k^2) \iint \frac{d^4 q' d^4 q'' \delta^4(q' - q'' - k)}{(q'^2 - \mu^2)^2 (q''^2 - \mu^2)^2} A(q', p_1) A(-q'', p_2).$$

A 7. ábra alapján is ezt az alakot várhattuk. Ha (IV.2.9)-et az off-shell (II.1.8) amplitúdókkal fejezzük ki:

$$N(k) = A^R(k^2) \iint du' du'' \frac{1}{(u' + \mu^2)^2} \frac{1}{(u'' + \mu^2)^2} \int ds' ds'' A(s', u') A(s'', u'') I,$$

ahol

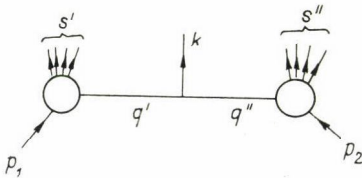
$$I = \int dq' dq'' \delta^4(q' - q'' - k) \delta(u' + q'^2) \delta(u'' + q''^2) \delta(s' - (p_1 - q')^2) \delta(s'' - (p_2 + q'')^2) =$$

$$= \frac{1}{8s} T(a, b, c);$$

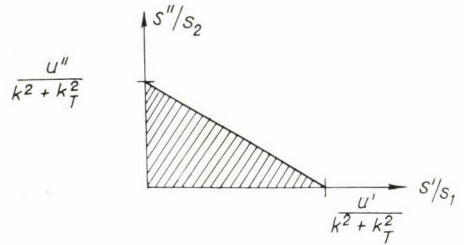
$$T(a, b, c) = \frac{\Theta(-a^2 - b^2 - c^2 + 2ab + 2ac + 2bc)}{\sqrt{-a^2 - b^2 - c^2 + 2ab + 2ac + 2bc}}, \quad (\text{IV.2.5})$$

$$a = k_T^2, \quad b = u'' - (k^2 + k_T^2) \frac{s''}{s_2} \left(1 + \frac{s'}{s_1}\right), \quad c = b(1 \leftrightarrow 2)$$

$$s_1 = (p_1 + k)^2, \quad s_2 = (p_2 + k)^2.$$



7. ábra.



8. ábra.

A T függvény csak a 8. ábrán látható Δ tartományon belül különbözik zérustól. Az a, b, c változók kielégítik a

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} \leq \sqrt{c} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b} \quad (\text{cycl.})$$

összefüggést.

Kiszámoljuk az (IV.2.10) eloszlást abban az esetben, ha s' és s'' is nagy a tömegekhez képest.

Ha $s \rightarrow \infty$ és u véges, $A \sim s^2 \varphi(u)$.

Ezt beírva, az $x = s'/s_1$, $y = s''/s_2$ jelölésekkel

$$N(k) = s^2 A^R(k^2) (k^2 + k_T^2)^{1+\alpha} \int \frac{du' du'' \varphi(u') \varphi(u'')}{(u' + \mu^2)^2 (u'' + \mu^2)^2} \int dx dy T(u', u'', k^2, k_T^2; x, y). \quad (\text{IV.2.6})$$

A fenti képletben az x és y -ra vonatkozó integrálás határai s -től függnék. Megmutatható azonban, hogyha $k_0 < \sqrt{s}/n$, ahol n alkalmas egész, az integrálás határai kívül esnek a 8. ábrán látható tartományon, és így az utolsó integrál értéke s -től független. Ez azt jelenti, hogyha $\alpha=1$, az $E \frac{d\sigma}{dk}$ mennyiség s -től nem függ, csak k_1^2 -től (ill. k^2 -től). Ez a *pionizáció* jelensége.

V. MODELLFÜGGETLEN KÖVETKEZMÉNYEK

Megmutatjuk, hogy a IV. fejezetben felsorolt jóslatok az ABFST modell részleteitől függetlenek, a multiperiferializmus III. fejezetben felsorolt általános feltevéseiből következnek.

V. 1. Multiplicitáseloszlás [4]

Láttuk, hogy

$$\sqrt{s} \sim k_0^+ \sim k_{n+1}^-,$$

azaz, az energia nagy részét a lánc két végén levő részecske hordozza. Ez kísérletileg általában jól látható, ez az ún. „leading particle” effektus.

Feltételeztük, hogy a multiperiferialis lánc mentén a láncszemek között csak gyenge, rövid korrelációk vannak. Ezért a k_i^+/k_{i+1}^+ hányados a lánc mentén nagyjából állandónak vehető: $k_i^+/k_{i+1}^+ = r$. Ugyancsak a gyenge korreláltság miatt r függetlennek tekinthető s -től, hiszen s a szélső részecske impulzusát szabja meg elsősorban. A kinematikából tudjuk, hogy

$$s \sim m^2 \frac{p_a^+}{p_b^+} \equiv m^2 \frac{p_a^+}{k_0^+} \cdot \frac{k_0^+}{k_1^+} \cdots \frac{k_{n+1}^+}{p_b^+} \sim m^2 \frac{p_a^+}{k_0^+} \cdot \frac{p_b^-}{k_{n+1}^-} \cdot r^{n+1},$$

és

$$\frac{p_a^+}{k_0^+} = \frac{\sqrt{s}}{k_0^+} = \frac{k_0^+ + \dots + k_{n+1}^+}{k_0^+} \sim \frac{r}{r-1},$$

hasonlóan

$$\frac{p_b^-}{k_{n+1}^-} \sim \frac{r}{r-1}.$$

Végeredményben

$$s \sim m^2 r^{n+1} \left(1 - \frac{1}{r}\right)^{-2}.$$

Nem várhatjuk, hogy adott s mellett minden n esetén teljesülnek feltételeink, de azt reméljük, hogy átlagos részecskeszám esetén jó a leírásunk. Így az átlagos részecske-multiplicitás a végállapotban:

$$\langle n \rangle \sim \frac{\log s}{\log r} + \text{const.}$$

A jelenlegi kísérleti helyzettel a $\log s$ típusú függés összefér, de megemlítjük, hogy a k_i , $i=1, \dots, n$ impulzusokhoz π mezonokat rendelve a mérések szerint $r \approx 3$, ami nem kifejezetten nagy.

V. 2. A korrelációs hossz hipotézis [6, 7]

A multiperiferiális láncszemek között gyenge korrelációk hipotézisének részletesebb megértése érdekében fogalmazzuk át röviden az előző fejezet tartalmát.

A teljes hatáskeresztmetszethez az $n+2$ részecskés végállapot járuléka:

$$\sigma_n(s) \underset{s \text{ nagy}}{\sim} \frac{1}{s} \int |M(p_a, p_b; k_0 \dots k_{n+1})|^2 d\Phi_n,$$

ahol $d\Phi_n$ a fázistérfogat-elem:

$$d\Phi_n = \frac{1}{2} \delta \left(\sum_{i=0}^{n+1} m_i \operatorname{ch} y_i - 2m \operatorname{ch} \frac{Y}{2} \right) \delta \left(\sum_{i=0}^{n+1} m_i \operatorname{sh} y_i \right) \prod_{i=0}^{n+1} dy_i d^2 \underline{k}_i \delta^2 \left(\sum_{i=0}^{n+1} \underline{k}_i \right),$$

és bevezettük a következő jelölést:

$$p_a = \left(m \operatorname{ch} \frac{Y}{2}, 0, 0, m \operatorname{sh} \frac{Y}{2} \right),$$

$$p_b = \left(m \operatorname{ch} \frac{Y}{2}, 0, 0, -m \operatorname{sh} \frac{Y}{2} \right),$$

$$k_i = (m_i \operatorname{ch} y_i, \underline{k}_i, m_i \operatorname{sh} y_i),$$

ahol $i=0, 1, \dots, n+1$; $m_0=m_{n+1}=m$; $m_i=M$, ha $i=1, \dots, n$, és y_i , Y az úgynevezett rapiditás-változók:

$$y_i = \log \frac{k_i^+}{M_i}$$

és nagy energián

$$Y \approx \log \frac{s}{m^2}.$$

Abban a kinematikai tartományban, ahol $|M(p_a, p_b; k_0, \dots, k_{n+1})|^2$ maximális, a részecskék szigorúan rendezhetők a rapiditásuk szerint:

$$y_b = -\frac{Y}{2} \lesssim y_{n+1} < y_n < \dots < y_0 \lesssim \frac{Y}{2} = y_a.$$

A multiperiferiális lánc két szélső részecskéje az $\pm Y/2$ határok közelében van, és a lánc belsejében a részecskék egyenletesen oszlanak el, azaz adott s -nél a tipikus $\langle n \rangle$ részecskeszám esetén $y_i - y_{i-1} = \log r$, nagyjából s -től és i -től független állandó.

Az M amplitúdót felépítő láncszemeket most y függvényeiként írhatjuk le. Például, elhanyagolva a transzverzális impulzusoktól való függést, egy szélsőséges, teljesen korrelálatlan láncszemeket jelentő esetben:

$$|M|^2 = f_a(Y, y_0) f_1(y_1) \dots f_n(y_n) f_b(y_{n+1}, Y).$$

A „strong ordering” hipotézis azt vonja maga után, hogy $f_a(Y, y_0)$ olyan függvénye y_0 -nak, amely $\frac{Y}{2}$ közvetlen közelében nagy, aztán gyorsan csökken. (Hasonló függvénye y_{n+1} -nek f_b is $-\frac{Y}{2}$ közelében.) Azt mondhatjuk továbbá, hogy a korrelátlanság miatt a lánc belseje teljesen homogén, úgyhogy

$$f_i(y_i) \sim f_{i+1}(y_{i+1}).$$

A „strong ordering” limitben a fázistér is faktorizálódik közelítőleg:

$$d\Phi_n \sim \frac{1}{2m^2} e^{-Y} \delta\left(y_0 - \frac{Y}{2}\right) \delta\left(y_{n+1} + \frac{Y}{2}\right) \prod_{i=0}^{n+1} dy_i.$$

Ebben az igen egyszerű esetben

$$\sigma_n(s) \sim \frac{1}{s^2} f_a\left(Y, \frac{Y}{2}\right) f_b\left(Y, -\frac{Y}{2}\right) \prod_{i=1}^n \int dy_i f_i(y_i),$$

és a teljes hatáskeresztmetszet a szokásos módon $\sigma_{\text{tot}}(s) = \sum \sigma_n(s)$. Nem okoz nehézséget az egy-részecske inkluzív hatáskeresztmetszet kiszámolása sem:

$$\frac{1}{\sigma_{\text{tot}}(s)} \cdot k_0 \frac{d\sigma(s, y)}{dy} \sim \frac{1}{\sigma_{\text{tot}}(s)} \sum_{n,j} \frac{1}{s} \int |M|^2 d\Phi_{n,j} \sim \delta\left(y - \frac{Y}{2}\right) + \delta\left(y + \frac{Y}{2}\right) + \text{konstans};$$

ahol a

$$d\Phi_{n,j} = \frac{1}{2s} \delta\left(y_0 - \frac{Y}{2}\right) \delta\left(y_{n+1} + \frac{Y}{2}\right) \prod_{i=0, i \neq j}^{n+1} dy_i$$

jelölést használtuk. A $i \neq j$ szimbólum azt jelenti, hogy a szorzatból ki kell hagyni az $i=j$ -edik tényezőt.

Példánk természetesen nem realiztikus: a multiperiferiális láncszemek között lehet korreláció, és szigorúan véve az impulzus megmaradást biztosító Dirac-delta is okoz kinematikai korrelációt. Mégis, szemléletessé teszi a multiperiferiális dinamika által sugallt korrelációs hossz hipotézist, amely szerint:

Nincs korreláció olyan részecskék között, amelyek y_i rapiditásai közötti távolság nagy egy karakterisztikus L hosszúsághoz képest.

Ennek közvetlenül ellenőrizhető következményei vannak az inkluzív spektrumokra, multiplicitás-eloszlásokra stb. vonatkozóan. Például, az egyrészecske inkluzív spektrumra várható kép a következő:

$$\frac{1}{\sigma_{\text{tot}}(s)} k_0 \frac{d^3 \sigma_{ab}(\underline{k}, y, Y)}{d^2 \underline{k} dy} = \begin{cases} A_a\left(\underline{k}, \frac{Y}{2} - y\right), & \text{ha } y \approx \frac{Y}{2} \\ B_b\left(\underline{k}, \frac{Y}{2} + y\right), & \text{ha } -\frac{Y}{2} \approx y \\ f(\underline{k}) & \text{ha } -\Delta < y < \Delta. \end{cases}$$

Vagyis a lánc szélénél mérve a látott spektrum nem függ külön-külön Y és y -tól, hanem csak a lánc szélétől mért távolságtól, és nem függ a lánc túlsó szélén, tehát nagyon távol levő részecskétől. A lánc közepén, egy $(-A, A)$ intervallumban, amelyben mind az a , mind a b részecske nagyon távoli, a és b -től és természetesen Y -tól is független spektrumot látunk. A lánc belseje homogén, ezért y -tól sincs függés. A három eset a szokásos terminológia szerint a target, illetve bombázó részecske fragmentációs tartományának, valamint a pionizációnak felel meg. Mindhárom létezésére kísérleti evidencia van.

V. 3. A MPM egy kiterjesztése nagy transzverzális impulzusokra

A továbbiakban *Amati et al.* [8] nyomán azt vizsgáljuk, milyen spektrumot ad (IV.2.10) nagy transzverzális impulzusokra. Bár — mint látni fogjuk — az eredmény kvalitatíve megegyezik a jelenlegi mérési eredményekkel, az (IV.2.10) egyenlet érvényessége nagy k_T^2 értékekre nem magától értetődő. Levezetésénél ugyanis (II.1.5)-ben elhagytuk a keresztezett multiperiferiális gráfokat és csak a legvalószínűbb impulzuseloszlást vettük figyelembe. Mint korábban láttuk, ez esetben mind q^2 , mind k_T^2 kicsi. Véleményünk szerint (IV.2.10) kiterjesztését nagy k_T^2 értékekre csak a kísérletekkel való kvalitatív egyezés igazolja. A kiterjesztés során annyiban általánosítjuk a (IV.2.10) képletet, hogy az $(u + \mu^2)^{-1}$ propagátor helyett $P(u)$ ismeretlen függvényt is megengedünk

$$p(u) \rightarrow u^{-\lambda} \quad \text{ha} \quad u \rightarrow \infty$$

aszimptotikával.

Az előző fejezetekben azt is láttuk, hogy ha k_T^2 nagy, akkor q^2 is nagy. Ebben az esetben tehát az $A(s, u)$ amplitúdónak az $s \rightarrow \infty$, $u \rightarrow \infty$ viselkedése érdekes.

Tegyük fel, hogy közben $\frac{s}{u} + 1 = \omega$ értéke állandó marad (Björken-limit), ekkor

$$A(s, u) \xrightarrow[\omega \text{ fix}]{\substack{s \rightarrow \infty \\ u \rightarrow \infty}} \frac{1}{u} \psi(\omega). \quad (\text{V.1.2})$$

A MPM-ben a Regge- és Björken-limit felcserélhető, így $\varphi(u) \rightarrow cu^{-1-\alpha}$. Egybevetve ezt $A \sim s^\alpha \varphi(u)$ alakkal, $\psi(\omega) \rightarrow c\omega^\alpha \chi(\omega)$ adódik, ahol $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \chi(\omega) = 1$.

A $T(a, b, c)$ függvény tulajdonságaiból látható, hogy ha $a = k_T^2$ értéke nagy, akkor vagy b nagy és c kicsi, vagy fordítva.

Ha

$$u'' - (k^2 + k_T^2) \frac{s''}{s_2} \left(1 + \frac{s'}{s_1} \right) \sim k_T^2,$$

és

$$u' - (k^2 + k_T^2) \frac{s'}{s_1} \left(1 + \frac{s''}{s_2} \right) \sim 0, \quad (\text{V.1.3})$$

$$k^2 = \mu^2 = \text{fix}$$

akkor

$$\omega'' < \frac{s_2}{k_T^2}, \quad s' \sim \frac{u' s_1}{u''}, \quad u' \sim \frac{s' u''}{s_1}.$$

Az (VI.1—3) képlet segítségével (IV.2.10) így írható:

$$N \sim \frac{1}{s} \int \frac{s_2/k_T^2}{s' u'} d\omega'' \int du' P^2(u') \int ds' A(s', u') \left[\frac{1}{k_T^2} \left(1 - \frac{\omega'' k_T^2}{s_2} \right) \right]^{2\lambda-1} \psi(\omega'') + \{u' \leftrightarrow u''\}. \quad (\text{V.1.4})$$

A (II.2.5) egyenlet közelítőleg

$$A(s, u) \sim \frac{1}{s} \int ds_0 A^R(s_0) \int_0^s ds' \int_{s'/\omega}^\infty du' P^2(u') A(s', u')$$

alakú. Björken-limitben, felhasználva, hogy s_0 -ra kiintegrálhatunk:

$$\omega \psi(\omega) = \int ds' \int_{s'/\omega}^\infty du' P^2(u') A(u', s').$$

Visszahelyettesítve ezt (V.1.4)-be:

$$N \sim \frac{1}{s} \int \frac{s_2/k_T^2}{s' u'} d\omega \left[\frac{1}{k_T^2} \left(1 - \frac{\omega k_T^2}{s_2} \right) \right]^{2\lambda-1} \psi(\omega) \left[\frac{s_1}{k_T^2} \left(1 - \frac{\omega k_T^2}{s_2} \right) \right] \cdot \\ \cdot \psi \left(\frac{s_1}{k_T^2} \left(1 - \frac{\omega k_T^2}{s_2} \right) \right) + \{u' \leftrightarrow u''\} \sim (k_T^2)^{-2\lambda-\alpha} G$$

és a G függvényről kimutatható, hogy $s_1/k_T^2 \rightarrow \infty$, $s_2/k_T^2 \rightarrow \infty$ esetben 1-hez tart, azaz (V.1.5) nagy k_T^2 -re hatványviselkedést jósol. A fenti képlet további vizsgálata [8]-ban megtalálható.

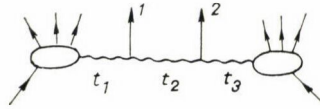
V. 4. Kétrészecske-eloszlások

A MPM-ben tapasztalt viselkedéshez hasonlóan jósol sok más modell is a multiplicitás és egyrészecske-eloszlásra. A modellek között azonban már különbséget tesznek a kétrészecske-eloszlások. A keletkezett részecskék különféle adatai között vizsgálhatunk korrelációt.

A két részecske \vec{q} transzverzális impulzusa közötti szög $\varphi = \arccos \frac{\vec{q}_1 \vec{q}_2}{|q_1| |q_2|}$ viselkedését vizsgálta a MPM-ben és egy ún. pionizációs modellben [9] a $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$ reakcióban. Egyszerű közelítésben azt találta, hogy a pionok közötti korreláció mindkét modellnél a kísérletekkel összhangban van, és pp és a p , valamint a leggyorsabb pion közötti korrelációt a pionizációs modell a kísérletekkel egyezően adta, a MPM nem.

A két részecske rapiditása közötti korrelációt vizsgálta Mak és Tan [10], a CGL modellben. A 2 pionnak a láncon elfoglalt helye alapján 8-féle gráfot kell tekinteni.

Ezek közül azonban csak az ad korrelációt, ha a 2 pion közvetlenül egymás mellett van:



Ebből az

$$\exp \left\{ -c \left[q_{1T}^2 + q_{2T}^2 + q_{1T} q_{2T} \left(\frac{3}{2} e^{-y} + \cos \varphi \right) \right] \right\}$$

korreláció adódik, ahol y a két pion relatív rapiditása és φ a transzverzális impulzusok közötti szög. Ez a modell a q_{iT} , q_{2T} transzverzális impulzusokra exponenciális levágást jósol, feltéve, hogy a számításba bejövő alakfaktorok exponenciálisan csökkennek t_i függvényében.

IRODALOM

1. D. Amati, A. Stanghellini, S. Fubini, Nuovo Cim. 26, 896, 1962.
2. S. Auerbach et al, Phys. Rev. Lett., 29, 522, 1972.
3. G. F. Chew, M. Goldberger, F. Low, Phys. Rev. Letters 22, 208, 1969.
4. S. Gasiorowicz, Multiparticle Production Processes, Előadás az 1971-es Erice-i nyári iskolán.
5. S. Fubini, Előadás az 1963-as nyári iskolán („Strong Interactions and High Energy Physics, Edinburgh, 1964.)
6. C. E. Detar, Phys. Rev. D3, 128, 1971.
7. W. R. Frazer et al, Rev. Mod. Phys., 44, 284, 1972.
8. D. Amati, L. Caneschi, M. Testa, CERN preprint, 1597/1972.
9. J. H. Friedman et al., Phys. Rev. Lett., 28, 191, 1972.
10. S. Mak, C. Tan, Phys. Rev., D6, 351, 1972.

EGY ÚT AZ ÁLTALÁNOS RELATIVITÁS-ELMÉLET INDUKTÍV BEVEZETÉSÉRE*

[A Schwarzschild-féle metrika előállítása téregyenletek nélkül]

CSOMA ZSIGMOND
Fizikai Intézet, BME

Mondhatjuk, hogy az általános relativitás-elmélet a speciális relativitás-elméletnek olyan kibővítése, amely a Newton-féle tömegvonzás leírására is alkalmas [1].

Itt egy magábanálló gömbszimmetrikus tömegeloszlású test gravitációs terét próbáljuk leírni az általános relativitás-elmélet értelmében, de nem az Einstein-féle gravitációs téregyenletekből kiindulva deduktív módon. Nem lesz szükségünk eközben a tenzor-kalkulusra, hanem csak a variációszámítás elemeire. Hasonló törekvést az irodalomban is találhatunk [2].

Köztudott, hogy a tehetetlen és a gravitáló tömeg azonossága a klasszikus dinamikában arra vezetett, hogy egy magábanálló M tömegpont terében mozgó és hozzá képest kicsi m tömegpont helyzetvektora mint az idő függvénye és így pályának alakja és adatai is függetlenek m -től. Épp ezért ez tetszőleges kicsi is lehet. Eszerint egy részecske, melynek végtelen távolban a sebessége a vákuumbeli fénysebesség c , hiperbolát írna le. Ezen részecske sebessége azonban a relativitás-elmélettel ellentétben a fénysebesség fölé növekedne.

I. Konzekvens tárgyaláshoz a relativisztikus dinamikából kellene kiindulni. Nem a négyesvektor jellegű Minkowski-féle erőt, hanem az impulzusnak a rendszer-idő szerinti deriváltját írjuk fel:

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right),$$

ahol m_0 az állandó nyugalmi tömeg. Ennek munkája egyenlő a relativisztikus kinetikus energia megváltozásával:

$$\int_{(r_1)}^{(r_2)} \mathbf{F} d\mathbf{r} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v_2^2/c^2}} - \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v_1^2/c^2}}.$$

Ha ez az erő a helykoordináták egy skalárfüggvényének negatív gradiense lenne: $\mathbf{F} = -\text{grad } \Phi$, akkor az erő munkája csak a kezdő és a végpontoktól függene, tehát konzervatív erő volna. Látni fogjuk, hogy a speciális relativitás-elmélet keretében a Newton-féle tömegvonzást nem konzervatív erő írja le.

A gravitációs erő a M -hez rögzített koordináta-rendszerben:

$$\mathbf{F} = - \frac{\gamma m_0 (1 - v^2/c^2)^{-1/2} M}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r},$$

* Érkezett 1974. jún. 3.

tehát a mozgásegyenlet:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right) = -\gamma \frac{m_0 M \mathbf{r}}{r^3 \sqrt{1-v^2/c^2}}; \quad (1)$$

ahol γ a gravitációs állandó és $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$.

Ez az erő épp úgy, mint a Newton-i mechanikában, centrális, azaz $\mathbf{r} \times \mathbf{F} = 0$, ahonnan $\mathbf{r} \times \frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ állandó irányú és nagyságú, tehát a pálya síkgörbe. Közben észrevehetjük, hogy a területi sebesség csak közelítőleg állandó. Elegendő síkbeli koordináta-rendszert használni. Egyszerűsítés után (1)-ből lesz

$$\frac{\dot{\mathbf{v}} \sqrt{1-v^2/c^2} + \mathbf{v} (1-v^2/c^2)^{-1/2} \cdot \mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}}/c^2}{1-v^2/c^2} = -\gamma \frac{M}{r^3} \frac{\mathbf{r}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}; \quad \dot{v} = \frac{dv}{dt}. \quad (2)$$

Írjuk fel a (2) egyenletet komponensekben:

$$\dot{v}_x + \dot{v} \cdot v \cdot v_x / (c^2 - v^2) = -\gamma M x / r^3$$

$$\dot{v}_y + \dot{v} \cdot v \cdot v_y / (c^2 - v^2) = -\gamma M y / r^3.$$

Szorozzuk meg ezeket a megfelelő $v dt = d\mathbf{r}$ komponenseivel és adjuk össze őket:

$$v_x dv_x + v_y dv_y = \frac{v(v_x^2 + v_y^2) dv}{c^2 - v^2} = -\gamma \frac{M}{r^3} (x dx + y dy).$$

Integrálás után

$$\left[\frac{v^2}{2} \right]_{v_1}^{v_2} - \int_{v_1}^{v_2} v dv + c^2 \int_{v_1}^{v_2} \frac{v dv}{c^2 - v^2} = \left[-\frac{c^2}{2} \ln(c^2 - v^2) \right]_{v_1}^{v_2} = \left[\frac{\gamma M}{r} \right]_{r_1}^{r_2}$$

tehát

$$\sqrt{1-v_2^2/c^2} = \sqrt{1-v_1^2/c^2} \cdot \exp \left[-\frac{\gamma M}{c^2} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \right].$$

Az erő munkáját a relativisztikus mozgási energia tételével számíthatjuk ki:

$$W = \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{F} d\mathbf{r} = \left[\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right]_{v_1}^{v_2} = \frac{m_0 c^3}{\sqrt{c^2 - v_1^2}} \left(e^{\frac{\gamma M}{c^2} \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2}} - 1 \right). \quad (3)$$

Eszerint a gravitációs erő munkája nemcsak a kezdő és a végponttól, hanem a kezdő sebességtől is függ. Látjuk továbbá, ha a kezdő sebesség c , akkor v is az: a végtelenből fénysebességgel induló részecske sebessége nem függ az M -től mért távolságtól és ezért pályáját nem tudjuk leírni. Ugyanekkor a fényelgörbülés mellett szólnak a csillagászati megfigyelések [3].

II. A kétféle tömeg azonossága alapján mondta ki Einstein az ekvivalencia-elvet: a gravitációs erőteret tartalmazó koordináta-rendszer lokálisan egyenértékű a gyorsulással mozgó infinitezimális koordináta-rendszerrel, melyben a test már tehetetlen-ségi mozgást végez. A gyorsulások koordináta-rendszerre áttérve a gravitációs erő kitranszformálódik. Ebből az elvből is következik a fényút elgörbülése. A gravitá-

ciós teret létesítő M környezete olyan közeghez hasonlít, melynek törésmutatója M -hez közeledve növekszik s így a fénysebesség csökken.

A gravitációs tér leírásának módjára a mintát az erőmentes térnek a speciális relativitás-elméletben alkalmazott tárgyalásmódja szolgáltatja. Ott a pszeudó-euklideszi négydimenziós téridő ívelemnégyzete:

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2),$$

ahol τ a sajátidő és t a rendszeridő. Az m tömegpont extrémális (legrövidebb), azaz geodetikus világvonalat ír le. Tehát

$$\delta \int (c^2 - \dot{x}^2 - \dot{y}^2 - \dot{z}^2)^{1/2} dt = 0.$$

A problémához tartozó differenciál-egyenletek jobb oldala állandó:

$$\frac{\dot{x}}{(c^2 - \dot{x}^2 - \dot{y}^2 - \dot{z}^2)^{1/2}} = \kappa; \quad \frac{\dot{y}}{(c^2 - \dot{x}^2 - \dot{y}^2 - \dot{z}^2)^{1/2}} = \lambda; \quad \frac{\dot{z}}{(c^2 - \dot{x}^2 - \dot{y}^2 - \dot{z}^2)^{1/2}} = \mu.$$

Innen a megoldás: $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ állandók, amint várható volt. Ugyanerre az eredményre jutunk, ha bármelyik térkoordinátát vagy pedig a sajátidőt választjuk független változóknak.

A gravitációs térrel egyenértékű „gyorsulós” tér nem lehet euklideszi. Ugyanis a tehetetlenségi mozgásnál zérustól különböző gyorsulás annak felel meg, hogy a geodetikus világvonala nem egyenes. Ez pedig azt jelenti, hogy a téridő nem Minkowski-féle, hanem Riemann-féle tér. Most az M körül gömbszimmetrikus nem-euklideszi teret tételezünk fel. Ennek Minkowski-féle tértől való eltérését, görbültségét M szabja meg. Ezen görbült térnek egy lehetséges ívelemnégyzet-kifejezése:

$$ds^2 = c^2 dt^2 = f^2 c^2 dr^2 - h^2 dr^2 - r^2 \sin^2 \vartheta d\varphi^2 - r^2 d\vartheta^2. \quad (4)$$

Az f^2 és h^2 az M és r függvényei, melyek határértékei, ha $r \rightarrow \infty$, 1-et adnak. Azt követeljük, hogy az m tömegpont e négydimenziós tér geodetikus vonalát írja le. Nagy r -eknél a gyorsulás a Newton-félébe, a kapott pályák pedig a klasszikus pályákba menjenek át aszimptotikusan.

Egyszerűbb tárgyalás érdekében vegyük $\vartheta = \frac{\pi}{2}$, vagyis csak síkmozgással foglalkozunk.

Az m tömegpont pályájára felírhatjuk, hogy $\delta \int ds = 0$. Matematikai szempontból kedvezőbb, ha dr -et emeljük ki:

$$\delta \int \sqrt{f^2 c^2 \left(\frac{dt}{dr}\right)^2 - h^2 - r^2 \left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2} \cdot dr = 0. \quad (5)$$

Ennek a variációs problémának megoldása, ha $t' = \frac{dt}{dr}$, $\varphi' = \frac{d\varphi}{dr}$,

$$\begin{aligned} \frac{f^2 c^2 t'}{\sqrt{f^2 c^2 (t')^2 - h^2 - r^2 (\varphi')^2}} &= \alpha; \\ -\frac{r^2 \varphi'}{\sqrt{f^2 c^2 (t')^2 - h^2 - r^2 (\varphi')^2}} &= \beta \\ (\alpha^2 - c^2 f^2) f^2 c^2 (t')^2 - \alpha^2 r^2 (\varphi')^2 &= \alpha^2 h^2; \end{aligned}$$

$$\beta^2 f^2 c^2 (t')^2 - (r^2 + \beta^2) r^2 (\varphi')^2 = \beta^2 h^2$$

$$f^2 c^2 \left(\frac{dt}{dr} \right)^2 = \frac{h^2 r^2 \alpha^2}{(\alpha^2 - c^2 f^2) r^2 - \beta^2 c^2 f^2}; \quad (6)$$

$$r^2 \left(\frac{d\varphi}{dr} \right)^2 = \frac{c^2 \beta^2 h^2 f^2}{(\alpha^2 - c^2 f^2) r^2 - \beta^2 c^2 f^2}. \quad (7)$$

A geodetikus vonal differenciál-egyenleteiben szereplő sajátidő szerinti deriváltak előállítására érdekében képezzük:

$$c^2 \left(\frac{d\tau}{dr} \right)^2 = f^2 c^2 \left(\frac{dt}{dr} \right)^2 - h^2 - r^2 \left(\frac{d\varphi}{dr} \right)^2 = h^2 \frac{c^2 f^2 r^2}{(\alpha^2 - c^2 f^2) r^2 - \beta^2 c^2 f^2}.$$

Tehát

$$\left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 = \frac{(\alpha^2 - c^2 f^2) r^2 - \beta^2 c^2 f^2}{f^2 h^2 r^2} \quad (8)$$

továbbá (8) és (7) alapján:

$$r^2 \frac{d\varphi}{d\tau} = \beta \cdot c, \quad (9)$$

ami Kepler II. törvényét fejezi ki.

Az f^2 és h^2 függvények konkrét alakját a téregyenletek nélkül úgy kapjuk meg, hogy az m tömegpont sugár irányú mozgásánál (amikor $\beta=0$) formálisan azonosítjuk az r sajátidő szerinti második deriváltját a klasszikus Newton-féle gravitációs gyorsulással. Most (8)-ból lesz

$$\left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 = \frac{\alpha^2}{f^2 h^2} - \frac{c^2}{h^2}, \quad (10)$$

és ebből

$$\frac{d^2 r}{d\tau^2} = \frac{1}{2} \left[\alpha^2 \frac{d}{dr} (f^2 h^2)^{-1} - c^2 \frac{dh^{-2}}{dr} \right] = -\gamma \frac{M}{r^2}. \quad (11)$$

A keresett függvények csak r -től és M -től függhetnek; α^2 -től, egyúttal (10) szerint a pillanatnyi sebességtől, független megoldást kapunk, ha

$$f^2 h^2 = 1 \quad \text{és ekkor} \quad h^{-2} = f^2 = 1 - \frac{2\gamma M}{c^2 \cdot r}. \quad (12)$$

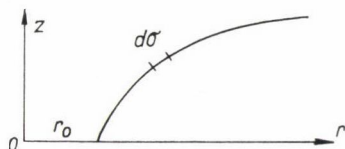
Eljutottunk tehát a Schwarzschild-féle megoldáshoz.

Meg kell itt jegyezni, hogy (11) egyenlet csak aszimptotikus egyezést jelent, mert az r koordináta csak aszimptotikusan egyenlő a feltételezett nem-euklideszi síkra rajzolt $\varphi = \text{constans}$ vonal hosszával. Valóban, ha r tart a végtelenhez, akkor

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{r} \int_{r_0}^r \frac{dr}{\sqrt{1 - r_0/r}} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{1 - r_0/r}} = 1,$$

ahol $r_0 = \frac{2\gamma M}{c^2}$. Például már a Nap rádiusza 697 000 km jóval nagyobb a Napra vonatkozó $r_0 = 2,9$ km-nél.

Az M középpontja közelében a Schwarzschild-féle megoldáshoz tartozó nem-euklideszi sík jelentősen eltér az euklideszi síktól. Modelljét euklideszi térben ábrázolhatjuk:



$$d\sigma^2 = dr^2 + dz^2 = h^2 dr^2, \quad \left(\frac{dz}{dr}\right)^2 = h^2 - 1 = \frac{2\gamma M}{c^2 r - 2\gamma M}$$

$$z = \frac{\sqrt{2\gamma M}}{c^2} \sqrt{c^2 r - 2\gamma M} = \sqrt{r_0(r - r_0)}.$$

Persze a Nap rádiuszán belül a (12)-es kifejezések érvényüket veszítik.

A klasszikus *pályák*, mint ismeretes, ellipszisek, egyenletük alakja:

$$r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \varphi},$$

ahonnan

$$\left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2 = -\frac{1 - \varepsilon^2}{p^2} r^4 + \frac{2}{p} r^3 - r^2.$$

A geodetikus vonalra pedig azt kapjuk, hogy

$$\left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2 = \frac{\alpha^2 - c^2 f^2}{\beta^2 c^2} r^4 - f^2 r^2 = -\frac{c^2 - \alpha^2}{\beta^2 c^2} r^4 + \frac{r_0}{\beta^2} r^3 - r^2 + r_0 r, \quad (7) \text{ és } (12) \text{ szerint.}$$

Az utolsó tagtól eltekintve $c^2 > \alpha^2$ mellett a fenti alakra hozható. Az utolsó tag felelős az ellipszis perihéliumának, mondható az ellipszisnek elforgásáért.

Ami a *fénysugarat* illeti, $ds=0$ és így α és β állandók határértéke végtelen, de hányadosuké: $\lim \frac{\alpha}{\beta} = K$ véges, tehát:

$$\left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2 = r^2 \frac{(\alpha^2 - c^2 f^2) r^2 - \beta^2 c^2 f^2}{\beta^2 c^2 f^2 h^2} \rightarrow \frac{K^2}{c^2} r^4 - \frac{r^2}{h^2} = \frac{K^2}{c^2} r^4 - r^2 + r_0 r. \quad (13)$$

Ugyanerre az eredményre jutunk, ha $f^2 c^2 dt^2 = h^2 dr^2 + r^2 d\varphi^2 = d\sigma^2$ alapján Fermat-elvét kifejező variációs problémát oldjuk meg.

A fénysebesség

$$V = \frac{d\sigma}{dt} = cf = c \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{1/2},$$

ha r fogy, valóban csökken és a fény sugar tényleg elgörbül, mert most a (13)-as egyenlet összevethető az egyenes $r = p/\cos(\varphi - \alpha)$ egyenletéből következő

$$\left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2 = \frac{1}{p^2} r^4 - r^2$$

kifejezéssel.

Tekintettel arra, hogy a Nap esetében $r \gg r_0$, a kiszámított eltérítési szög igen kicsi, de a megfigyelt értékkel összeegyeztethető. Nem tudjuk viszont, hogy egyéb hatások mennyiben játszanak szerepet az eltérítésben. Tudjuk azonban, hogy a spektrumvonalaknak az elméletből következő vörös-eltolódását gravitációs térben már laboratóriumi körülmények között is sikerült kimutatni [3].

A szerző e helyen is köszönetet mond *Mátrai Tibor* kandidátusnak értékes tanácsaiért.

IRODALOM

1. *Cornelius Lánczos*: Space through the Ages. Academic Press London 1970. Ch. VII.
2. *C. J. Coleman*: A simple relat. th. of gravitation. J. Phys. A. vol. 4. 1971.
3. *Jánossy Lajos*: Relativitáselmélet a fizikai valóság alapján. Akadémiai Kiadó 1973. 209. oldal.

KÖNYVISMERTETÉS

Landolt—Börnstein: Zahlenwerte und Funktionen aus Naturwissenschaften und Technik

Neue Serie Gruppe IV Band I Dichten flüssiger Systeme. Teil a Springer Verlag Berlin—Heidelberg—New York

A Landolt—Börnstein „Neue Serie” ezen új kötete a 6. sorozat II/1 kötet pótkötetként jelent meg. A kötet folyadékrendszerek sűrűségéről közöl táblázatos adatokat. Míg az előző sorozatban megjelent kötet nem vizes rendszerek sűrűségéről csak igen szórványosan tájékoztat, ez utóbbi 1970/1971-ig bezárólag feldolgozza mind a vizes, mind nem vizes rendszerek sűrűségére vonatkozó irodalmi adatokat. A források nagy számára való tekintettel azonban különösen az utolsó évek irodalmának feldolgozásánál apró hiányosságok tapasztalhatók.

Jelen kötet a következő rendszerek sűrűségéről ad felvilágosítást:

1. Kétkomponensű szervesetlen rendszerek
2. Kétkomponensű vegyes rendszerek
3. Kétkomponensű szerves rendszerek
4. Három- v. több komponensű szerves rendszerek
5. Három- v. több komponensű rendszerek, melyek közül az egyik komponens víz.

A táblázatok rendjét az egyes komponenseket alkotó elemek periódusos rendszerben elfoglalt helye határozza meg. A kötet végén található regiszter is nagymértékben könnyíti a kötetben való tájékozódást.

A bevezetésben megtaláljuk a különböző koncentrációk definícióját és átszámítási képleteit, ideális és nem ideális elegyek sűrűségének számítási módszereit különös tekintettel a komponens molekulák geometriai méreteire, deformálhatóságára, polarizálhatóságára és dipólus momentumára, továbbá a mólterfogot és kontrakció számításához felhasználható képleteket is.

Például szolgálhat a benzol, mellyel mint egyik komponenssel a kötet 1220 kétkomponensű és 52 háromkomponensű elegy sűrűségi táblázatát tartalmazza általában 1—3 hőmérsékleti helyen és 3—12-féle összetételnél.

A komponensek között igen sok fémorganikus vegyület és ritka vegyület is szerepel (pl. deka-metil-tetrasiloxan). Az összetételeket többnyire mól-, ill. súlyszázalékban, ritkábban térfogatszázalékban közlik. A mérések hőmérsékletét minden esetben megadja. Az ismertebb rendszereknél felhasznált irodalmi források száma a húszat is elérheti. Az irodalmi források az egyes elegyeknél csupán számmal vannak feltüntetve, ugyanítt található meg a mérési pontosság, a mérési pontok száma is.

Külön kiemelendő, hogy a kötet költségeit a kiadó fedezte.

Úgy gondolom, hogy ez a kötet is mind a tartalom, mind pedig a forma tekintetében méltán képviseli a sorozat nagyszerű hagyományait. Hasznos segítőtársa lesz szerves és a fizikai kémikusnak, a kutatónak és az üzemmérnöknek egyaránt. (R. K)

K. D. Becker: Ausbreitung elektromagnetischer Wellen
(Eine Einführung in die Theorie)
Springer Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1974

A könyv a Springer kiadó egyetemi tankönyv-sorozatában jelent meg. A könyv célkitűzését és felépítését a tankönyv-jelleg szabja meg. 13 fejezetből áll, terjedelme 265 oldal.

Az 1. fejezet egyben a könyv bevezetése. A 2. fejezet a Maxwell-egyenletek rendszerét tárgyalja. Az egyenletek felírásánál fiktív mágneses töltést és áramot is figyelembe vesz. A 3. fejezetben a Maxwell-egyenleteknek homogén közegek esetére érvényes megoldását vizsgálja. A megoldást a

vektor- és skalárpotenciálokkal, Hertz-vektorral és ennek duáljával, a Fitzgerald vektorral írja fel. A 4. fejezetben a Maxwell-egyenleteknek általános görbevonalú ortogonális koordinátarendszerre vonatkozó alakját a változók szerint szeparálja. Az 5. fejezet a Maxwell-egyenletek speciális megoldásai címén síkhullámokkal, a retardált és avanzsált potenciálokkal foglalkozik. A 6. fejezet a fázis-, a csoport- és a jelsebesség fogalmát tisztázza. A 7. fejezet a megoldások egyértelműségének kérdését vizsgálja. Ennek keretében ismerteti a Huygens-elvet. A 8. fejezet a határfeltételekkel a Fresnel-féle visszaverődési összefüggésekkel, a 9. fejezet az elemi sugárforrásokkal és antennával kapcsolatos fogalmakkal foglalkozik. A 10. fejezetben az ultrarövid hullámok terjedésének problémái szerepelnek. Ezek tárgyalása során felhasznál geometriai optikai megfontolásokat, vizsgálja a föld, az atmoszféra hatását, a diffrakciót. A 11. fejezetben a hosszú hullámok terjedésének tárgyalásánál kitér az ionoszférában lejátszódó jelenségekre is. A 12. fejezet a felületi hullámvezetőkkel foglalkozik. A 13. fejezet matematikai összefüggéseket tartalmazó függelék.

A könyv felépítése, tárgyalásmódja logikus, gondolatmenete jól érthető. Megfelelő matematikai alapképzettségű olvasó a könyvből az elektromágneses hullámokkal és a hullámterjedéssel kapcsolatos alapvető ismereteket elsajátíthatja. A könyv nagy része (2.—9. fejezet) az elektromágneses hullámok általános kérdéseivel foglalkozik és mindössze a 10—12. fejezet tárgyalja a hullámterjedés problémáit. Ezért a könyv elsősorban azok számára ajánlható, akik elsősorban az elektromágneses hullámtanról kívánnak általános képet kapni és nem egyes részletkérdésekben elmélyülni. (Dr. V. I.)

**L. D. Landau, E. M. Lifsic: Quantum Mechanics
(A Shorter Course of Theoretical Physics Vol. 2.)
Pergamon Press, 1974.**

A modern fizika egyik legegységesebb tudású alakjának, a Nobel-díjas Lev Landaunak és egyik legkiválóbb tanítványának, E. M. Lifsicnek *Kvantummechanika* című könyvét a Pergamon Press kiadó 1974-ben jelentette meg. Az orosz nyelvből fordítás J. B. Sykes és J. S. Bell munkája. Az 1972-ben megjelent eredeti kiadás középső tagja a szovjet Nauka kiadó 3 kötetes: Rövid elméleti fizika című sorozatának, amelynek első kötete: *Mechanika és elektrodinamika*, a 3. kötete pedig: *Makroszkopikus fizika*, ugyanezen szerzőpáros tollából.

A 369 oldalas könyv két nagy fejezetből tevődik össze: I. rész a nemrelativisztikus, a II. rész a relativisztikus kvantum-elmélettel foglalkozik.

A könyv kétharmadát elfoglaló I. rész E. M. Lifsic által átírt, lerövidített változata az elméleti fizikus számára nélkülözhetetlen Landau—Lifsic 8 kötetes *Elméleti fizika* című sorozat 3. kötetének, a *Kvantummechanikának*. (E sorozat magyar nyelvű megjelenése a Tankönyvkiadó gondozásában folyamatban van.) Az I. rész végigvezeti az olvasót az atomi jelenségek kvantummechanikai tárgyalásához vezető úton: a kvantummechanika alapfoglatából kiindulva a kvantummechanikai megmaradás törvényeken, a Schrödinger egyenleten, a perturbációs számításokon stb. keresztül az atom és a kétatomos molekula szerkezetének, majd a rugalmas és rugalmatlan ütközések megértéséhez. E. M. Lifsic kitűnően megvalósította célját: az I. rész igen világos, szemléletes, egzakt tárgyalását adja a kvantummechanika alapjainak az általános fizikusképzést szolgálva, a csupán specialistát érdeklő részek elhagyásával.

A relativisztikus tárgyalást magába sűrítő II. rész alapját Beresztyeckij, Pitajevszkij és Lifsic *Relativisztikus Kvantumelmélet* c. könyve és Landau e tárgyban tartott egyetemi előadása képezi. (E könyv 4. kötete a kitűnő *Elméleti fizika* c. sorozatnak.) Itt nem léphetünk fel a téma minden apró részletére kiterjedő tárgyalás igényével. A válogatást és átírást végző szerzőtárs csupán áttekintést kíván adni a kvantumelektrodinamika alapjairól. E fejezet során világos képet kapunk az elmélet logikai szerkezetéről és az elmélet alapját képező fizikai hipotézisekről. Az elmélet alkalmazásánál főleg az eredményekre szorítkozik a tárgyalás, megmutatva az elmélet korlátait is. (Az olvasó figyelmébe ajánljuk, a már említett könyvön kívül e téma minden részletére kiterjedő magyar nyelven is megjelent Ahijez—Beresztyeckij: *Kvantumelektrodinamika* c. könyvét, Akadémiai Kiadó, 1961.)

Az egész könyvre vonatkozóan értékesek az egyes pontokhoz kapcsolódó, az elmélet alkalmazásaira rávilágító problémák, amelyek megoldásukkal együtt kerülnek bemutatásra. Az olvasó talán csupán az irodalomjegyzéket hiányolja, viszont nagyon értékeli az állandó hivatkozást e sorozat többi kötetére. (Gy. T.)

J. L. Birman: Light and Matter Ib
Hb der Physik XXV/2b. Springer Verlag 1974.

A könyv célja tudományos kutatók számára a csoportelmélet egyik alkalmazási területének összefoglaló és gondos elemzését adni. Ez a terület a kondenzált anyagok optikája, közelebbről az infravörös és Raman spektrumot adó rácsfolyamatok. A felhasznált csoportelméleti módszerek megfelelő módosítással a szilárdtestfizika más területén is alkalmazhatók, mint pl. a kristályok elektromos sajátságainak, mágneses tulajdonságai és más elemi gerjesztések analízise.

A tárgyalás folyamán feltételezett, hogy az olvasó az elemi csoportelméletre és rácsdinamikára vonatkozóan bizonyos alapokkal rendelkezik. A szerző először kifejti a kristálytércsoportok szerkezetének általános elméletét, a tércsoport szimmetria létezésének következményeit. Erre szükség van, mert a rendszer fizikai állapotai szolgálnak alapul a szimmetria csoportok és az alapjukat képező függvények irreducibilis előállítása tekintetében. Mivel a rendszer állapotok és a reprezentációk között szoros összefüggés van, a tércsoportok irreducibilis reprezentációi elméletének kidolgozása viszonylag nagy teret kapott. Az eljárás a szokásos módszer olyan változata, amelyet az utóbbi időben ilyen esetekben gyakran alkalmaznak. Az állapotok közötti átmeneteket megszabó kiválasztási szabályok megállapítása érdekében ez az analízis kiterjesztésre került. A teljesség kedvéért szerepel a fizikai állapotok szimmetriája és az átmenetek kiválasztási szabályai. A fizikai oldal a klasszikus és kvantum rácsrezgés elmélet oly módon, hogy eljutunk a szimmetria következményekhez. Mivel a mozgás egyenletek a kristály tércsoportok szimmetria operációi közben invariánsak, a szimmetria csoportot úgy kellett kibővíteni, hogy az antiunitáris műveletet is tartalmazza. Mivel ez a bővítés nem elhanyagolható következményekkel járhat a rendszer állapotának meghatározása tekintetében, az antiunitáris szimmetriát magában foglaló hatás gondos diszkussziója is szerepel. Emiatt a fizikai állapotok az irreducibilis correprezentációk alapjait szolgálnak. Ezen matematikai előkészítés után kerül sor az említett optikai problémák tárgyalására. (T. Gy.)

G. Kirczenow és J. Marro: Transport Phenomena
Lecture Notes in Physics. 31. kötet.
Springer Verlag. 1974

Az először 1969-ben Mallorcában tartott statisztikus mechanika tárgyú nemzetközi iskola harmadik, az 1974-es madridi kurzusán elhangzott előadásait tartalmazza ez a kötet. A tizenhárom előadó között a transzport folyamatok, közelebbről a nem lineáris rendszerek relaxációs jelenségei, a nem egyensúlyi folyamatok, a transzport egyúthatók normalizálása, az ergodikus elmélet, a Lorenz modell, a „Heisenberg mágnes” korrelációs függvényei, az Enskog egyenlet, a mágneses térben fellépő vezetőképesség és hasonló kérdések nemzetközileg ismert kutatói szerepeltek. A valamivel több mint 90 résztvevő között a szocialista országokból csak 1–2 lengyel, jugoszláv kutató volt. Így ez a több, mint félezer oldalas könyv a hazai kutatók számára különösen ajánlható.

Habár a szerzők, pontosabban az előadók céljuknak a legújabb ismeretek közlését tekintik, nem törekednek „szenzációkra”. Véleményük szerint ugyan a transzport-elmélet alapelvei közül igen sok a nagyon „öreg”, s a problémák egyes megközelítése „divatjamúlt”, mégsem „rossz”. Az olyan mennyiségek, mint a rez elektromos vezetőképessége, vagy a gyémánt hővezetése ma ugyanaz, mint sok évvel ezelőtt, és a velük kapcsolatos megállapításokat már sok évvel ezelőtt megtették. Nem áll azonban az, hogy egy hosszú idő óta használt módszer rosszabb, mint egy tegnapi felfedezett elegánsabb. R. Peierls, az egyik előadó, külön példákat hozott fel, amikor az új technika helytelen, a régi ma is helyes választ ad. Nagyobb művészet a legegyszerűbb módszerrel elindulva megláttatni a fizikai alapokat és megmutatni, hogy használhatók ezek a nagyon egyszerű elképzelések azokban az esetekben, amelyekben ez a közelítés megfelelő, és rámutatnak azokra a problémákra, amelyeknél finomabb és mélyebb betekintésre van szükség. (T. Gy.)

Technikai szerkesztő: Turchányi György

A kiadásért felelős az Akadémiai Kiadó igazgatója — Műszaki szerkesztő: Botyánszky Pál

A kézirat beérkezett: 1974. IX. 23 — Terjedelem: 7,7 (A/5) ív

75-4363 — Szegedi Nyomda

A MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI TUDOMÁNYOK
OSZTÁLYÁNAK

KÖZLEMÉNYEI

Matematikai, fizikai, csillagászati dolgozatokat, referátumokat, könyvismertetéseket, a Tudományos Minősítő Bizottságnak a III. Osztályra vonatkozó híreit s a III. Osztály híreit közli. Évenként egy kötet (kb. 40 ív) jelenik meg (négy szám alkot egy kötetet).

A Közlemények előfizetési ára kötetenként, azaz évenként 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, 1363 Budapest V., Alkotmány u. 21. Pénzforgalmi jelzőszámunk 215-11 488, külföldi megrendelések a „Kultúra”

Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat,
1011 Budapest I., Fő utca 32.

Pénzforgalmi jelzőszám: 218-10 990 útján eszközölhetők.

TARTALOMJEGYZÉK

<i>Pócs Lajos</i> : A deuteron stripping reakciók új modellja	109
<i>Farkas Henrik</i> : Stacionárius hőmérsékleteloszlások sajátosságai	157
<i>Szegő Károly és Tóth Kálmán</i> : Multiperiferializmus, multiperiferiális modellek	165
<i>Csoma Zsigmond</i> : Egy út az általános relativitás-elmélet induktív bevezetésére	185

KÖNYVISMERTETÉS

<i>Landolt—Börnstein</i> : Zahlenwerte und Funktionen aus Naturwissenschaften und Technik (R. K.)	191
<i>K. D. Becker</i> : Ausbreitung elektromagnetischer Wellen (Dr. V. I.)	191
<i>L. D. Landau, E. M. Lifsic</i> : Quantum Mechanics (Gy. T.)	192
<i>J. L. Birman</i> : Light and Matter Ib. (T. Gy.)	193
<i>G. Kirczenow and J. Marro</i> : Transport Phenomena (T. Gy.)	193

307226

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

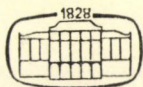
A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

GÁSPÁR REZSŐ, KOVÁCS ISTVÁN, NAGY ELEMÉR,
PÁL LÉNÁRD ÉS SZALAY SÁNDOR
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI
JÁNOSSY LAJOS

XXIII. KÖTET

3. FÜZET



AKADÉMIAI KIADÓ
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST 1975

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: 1363 BUDAPEST V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat a magyar fizikus kutatók lapja. A lap célja a magyar fizikai kutatás korszerű szinten való támogatása, elsősorban összefoglaló jellegű cikkek, tanulmányok stb. közlése által. Ilyen dolgozatok megjelentetésével a lap tájékoztatást kíván nyújtani a fizika különböző kutatási területeinek jelenlegi eredményeiről, problémáiról, további célkitűzéseiről. A lap „A klasszikus irodalomból” című rovatában rendszeresen közöl egy-egy téma köré csoportosított, immár klasszikussá vált cikkeket, amelyek a témakör befejezése, átlagosan 10–10 dolgozat megjelenése után a folyóiratfüzetekről leválasztva, az alsó lapszámozás szerint összekötve, önálló köteteket képeznek. A folyóiratban évenként egy kötet jelenik meg hat füzetben, füzetenként átlag 6 ív terjedelemben.

A kéziratok a következő címre küldendőek:

Jánossy Lajos akadémikus
1121 Budapest XII., Konkoly Thege út
Központi Fizikai Kutató Intézet

Ugyenerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőkhöz de felelősséget a beküldött, el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként 48 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, 1363 Budapest V., Alkotmány utca 21. (pénzforgalmi jelzőszámunk 215-11 488), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, 1389 Budapest I., Fő utca 32. (pénzforgalmi jelzőszám: 218-10 990) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. A dolgozat elé rövid tartalmú ismertetőt írnak.
2. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közölik. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség azt külön fogja kérni.
3. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettős sorközzel készítsék el.
4. Az ábrákat ceruzával, sima fehér papírra rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a Kiadó vállalja.
5. Az ábrák alá rövid magyarázószöveget írnak.
6. A kéziratban az érvényben levő kiadói előírások szerint adjanak szedési útmutatásokat.
7. A szövegben az irodalmi utalásokat szögletes zárójelbe tegyék. Az irodalmi adatok megadásakor a folyóiratban kialakult formát használják.

A MoO_3 KRISTÁLYOK SZÍNCENTRUMAI ÉS ELEKTROMOS VEZETÉSE*

JEGES KÁROLY

Tanárképző Főiskola Fizika Tanszéke, Pécs

Dolgozatomban a MoO_3 kristályok előállításának leírása után főleg a kristályokban áramló töltéshordozókkal létrehozott színcentrumokkal, majd katódelektronokkal besugárzott MoO_3 kristályok színcentrumaival és vezetőképességváltozásaival foglalkozom. Megvizsgáltam a színcentrumok, a vezetőképesség és hőmérséklet kapcsolatát, majd az elektronokkal besugárzott kristályok vezetőképességének az időtől és töltéssűrűségtől való függését.

A besugárzott kristályok $\sigma(t)$ fajlagos vezetőképességének a t időtől való függésére a

$$\sigma(t) = \frac{\sigma_0}{(at+1)^2}$$

empirikus formulát találtam.

A besugárzott kristályok aktivációs energiájára más szerzők eredményeit jól megközelítően 0,5 eV értéket kaptam. Végül megkíséreltem értelmezni az észlelt jelenségek fő vonásait.

Ezek a vizsgálatok részben bevezető jellegűek. De már az eddigiek alapján is remélni lehet, hogy a kutatások elmélyítése és kiszélesítése után az alapkutatói jellegű eredmények mellett gyakorlati jelentőségű eredmények is jelentkeznek, speciálisan a MoO_3 egykristályok memóriaelemként való alkalmazhatósága. E kérdést a dolgozatomban végén érintem.

A dolgozatban — ahol ezzel az adattal megelégedhettünk — fajlagos vezetőképesség (σ) helyett a vezetőképesség (G) fogalmát használtam és értékét siemensben (S) veszem.

1. A MoO_3 kristályok szerkezete, előállítása

A molibdén vegyületei általában instabilak, változatos tulajdonságúak. Ez nemcsak az egyes szerzők által részletesen vizsgált M_xMoO_3 vegyületekre vonatkozik, ahol $\text{M}_x = \text{Na}, \text{K}$ stb., [1, 2], hanem a MoO_3 vagy $\text{Mo}_n\text{O}_{3n-1}$ típusú vegyületeire is [3, 4].

Az általam előállított és tanulmányozott *molibdén-trioxid* kristályok kristályszerkezetileg nem voltak megvizsgálva. Irodalmi adatok szerint [2, 4, 5] a MoO_3 ortorombos szerkezetű. A kristályszerkezet torzított oktaéderekből áll, minden ion az $1/4 c$ és a $3/4 c$ síkon van lokalizálva (1. ábra).

Az általam előállított MoO_3 kristályokat külső alakjuk és főleg fajlagos vezetőképességük alapján három típusba lehet sorolni.

1. *típus*. Lemez és tű alakú kristályok (pl. 4., 5., 6. ábra). Hosszuk általában néhány mm, szélességük tized mm-rendű, vastagságuk 1–20 μm . Fajlagos vezetőképességük általában kisebb, mint $10^{-10} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$.

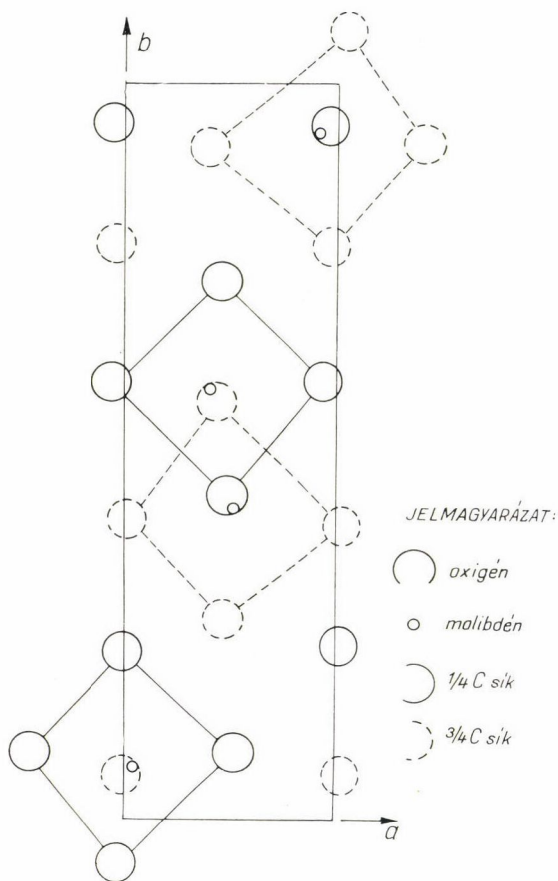
* Érkezett 1974. febr. 19.

2. *típus*. Szabálytalanul összenőtt, oszlopszerű kristályok, hosszuk néhány mm, vastagságuk néhány tized mm. Fajlagos vezetőképességük az 1. *típusúakénál* általában 1—2 nagyságrenddel nagyobb.

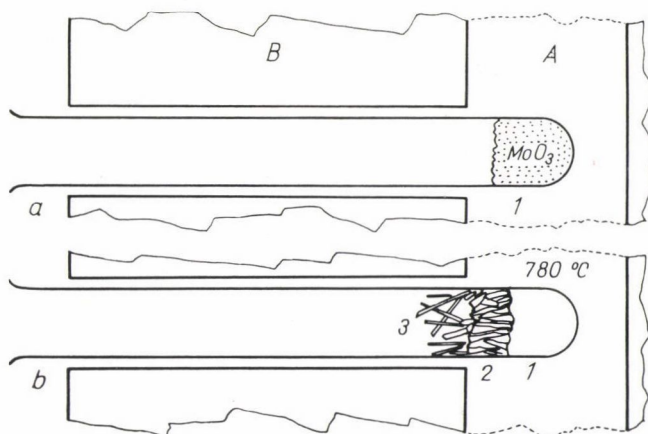
3. *típus*. Olyan, külsőleg alakatlan tömbök, melyek különböző orientációjú, teljesen összenőtt 2. *típ.* kristályokból állanak. (Sík csiszolatuk mutatja ezt.) Fajlagos vezetőképességük a 2. *típusúakéval* mérhető össze.

Mindhárom típusú kristályokat a 2. ábra szerinti elrendezésű szilitrudas kályhában állítottam elő. Kvarc epruvetta 1. végébe (2.a. ábra) MoO_3 port tömködve, az epruvettát úgy helyeztem a kályhába, hogy vége a kályha legmagasabb hőmérsékletű *A* terébe nyúljon. *B* a kályha hőszigetelő fala.

Ha a kályha *A* terének hőmérséklete megközelítette a MoO_3 795 °C-os olvadáspontját, tehát pl. 780—790 °C volt, 3—5 órás hevítés után az epruvettában a 2.b. ábra szerinti végállapot alakult ki. Az 1. sz. tér kiürült, a 2. sz. részben 3. *típ.* kristályos tömb, a 3. sz. részben pedig 1. *típ.* kristályok keletkeztek.



1. ábra. Az MoO_3 kristályszerkezete



2. ábra. Az MoO_3 kristályok előállítása elektromos kemencében

2. *típus* kristályokat is a 2. ábra szerinti berendezéssel állítottam elő. A MoO_3 port néhány kp/cm^2 nyomással korong alakú pasztillává préseltem és ez került a 2.a. ábra szerinti epruvetta 1. sz. terébe. Az izzítási hőmérséklet 700°C körüli, az izzítás ideje 10–80 perc. Hosszabb izzítás esetén nagyobb kristályok keletkeztek. Ebben az esetben a pasztilla megtartotta eredeti alakját, de a fentebb leírt 2. *típus* oszlopszerű, egyes pontokon egymással összenőtt kristályok halmazává alakult. E halmazból aránylag könnyen lehet vizsgálati célokra egyes kristályokat leválasztani.

A felhasznált MoO_3 por *pro anal.* tisztaságú volt, de adott esetben szennyezésként néhány % (max. 10%) V_2O_5 -öt, PbO -t, vagy más oxidot kevertem bele. Az alább leírt jelenségeket a kristályokba jutó szennyezés alig befolyásolta, hatása legfejlebb a 2. és 3. *típus* kristályok némileg megnövekedett vezetőképességében mutatkozott.

2. A MoO_3 kristályok színeződése (színcentrumok keletkezése) elektromos tér, elektronokkal való besugárzás, ultraibolya fény, exoelektronok hatására

Kristályokban létrehozott színcentrumok problematikájának nagy irodalma van [7]. Különösen az *átmeneti fémek* vegyületei fontosabbak ilyen szempontból. Úgy vélem, a MoO_3 általam megfigyelt jelenségei legközelebb állnak az átmeneti fémekkel szennyezett SrTiO_3 hasonló jelenségeihez [8, 9] bár lényeges különbségek is megfigyelhetők.

a) Elektromos tér létrehozta színcentrumok

Ha a MoO_3 kristályokon több 100 vagy 1000 V körüli feszültséggel áramot vezettem át, 10^3 – 10^4 V/cm átlagos térerősséget hozva létre, az egyébként gyakorlatilag színtelen, vagy igen gyengén sárgás színt mutató kristályokon már szoba-

hőmérsékleten *sötétkék* vagy *szürkés-kék* színfoltok keletkeztek. Elektrodaként acél, vagy más fémből készült kihegyezett tűket, vezető ezüstöt (Leitsilber) vagy nikkelezett lapelektrodákat alkalmaztam. Egyes esetekben üveg, vagy amorf SnO_2 réteg vette át az elektróda szerepét. Tapasztalat szerint az elektróda anyaga a jelenség szempontjából közömbös volt.

A színfolt jelenségeket két csoportba oszthatjuk:

a.1. A 2. *típ.* kristályokra tütelektrodákat alkalmazva, és azok között egyen-áramot átvezetve, a negatív tűhegytől — *már szobahőmérsékleten* — mindjobban hosszabbodó *szürkés-kék* színfolt indul ki. Az áramirány megfordításakor a másik elektródától indul ki a színfolt, de az előbbi *általában nem húzódik vissza* észrevehetően, esetleg csak kissé gyengül, szemben más anyagokon észlelt hasonló jelenségekkel. (Pl. *Pohl* ismert kísérleténél KBr egykristályokon, 600°C -on, vagy pl. *Blanc* és *Staebler* vizsgálatainál SrTiO_3 -on, kb. 130°C -on, [8]). Váltakozó árammal (50 Hz) — ami természetes is — színjelenség nem alakult ki.

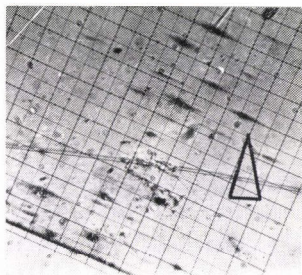
Egy *meglepő jelenség* is mutatkozik a 2. *típ.* kristályokon. A színfolt keletkezésével egyidőben a kristályfelülettel érintkező (+) tűhegynél (acél elektródánál) kékes-fehéres színű *fényjelenség* látszik. Az áramirány megfordításakor a fényjelenség a most már negatívvá vált elektróda kristályfelülettel érintkező csúcsánál folytonos változással csak 1—3 mp alatt tűnik el, és a másik, jelenleg (+) polaritású elektróda kristályfelülettel érintkező csúcsánál folytonosan erősödve csak 5—10 mp múlva alakul ki. A feszültséget csökkentve, a fény még 330 V feszültségnél is észlelhető.

E fényjelenség természetét eddig még részletesebben nem vizsgáltam, valószínűleg csillókisülés-szerű jelenség, melynek létrejöttében a kristály struktúrája és összetétele játszhatja a fő szerepet.

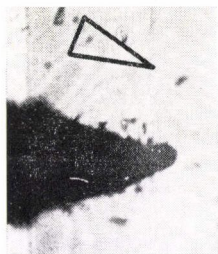
a.2. Az 1. *típ.* kristályokra akár tütelektrodákat, akár a kristály két végére kent vezető ezüst elektrodákat alkalmazva, színfoltok *nem szükségképpen* jelentkeznek. Számos esetben viszonylag jó vezetőképességű egykristályokon órákig vezetve át az áramot, *semmi színfolt nem jött létre*. Ha pedig létrejött, *nem feltétlen a (-) elektródából indult ki*, hanem a kristály más, *elektrodáktól távoli helyén* keletkezett, sokszor olyan helyen, amelyen előzőleg pontszerű folt látszott. (Vagy porszem, vagy valami optikailag is megfigyelhető kristályhiba.) A kristály hossza mentén keletkező, egyenesen húzódó repedés egyes pontjaiból indultak ki színfoltok, de pl. olyan repedés végénél, amely nem hasította végig a kristályt, hanem valahol a kristályban végződött, nem keletkezett színfolt. A kristályok mesterségesen létesített sérülései, vagy pl. α vagy β sugár-részek becsapódási pontjai sem alakultak át színcentrum forrásokká.

A színfoltok *színe* minden esetben *tiszta kék volt*, sötétebb vagy világosabb árnyalattal.

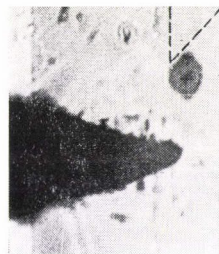
A színfoltok maximális növekedési sebességének iránya egybeesik a kristály leggyorsabb növekedési irányával. (3. ábra.) Ebben az esetben viszonylag jól vezető, teljesen sík, amorf SnO_2 felületre helyeztem az 1. *típ.* lapkristályt. Az SnO_2 réteg volt a pozitív elektróda, a lapkristály egyik pontjára helyezett tűhegy pedig a negatív. 500 V egyenfeszültséget kapcsolva a kristályra, az áramerősség $1,1 \cdot 10^{-5}$ A volt. Az áramvonalak sűrűsége nyilvánvalóan a (-) tűhegy környezetében a legnagyobb, ennek ellenére a tűhegytől *viszonylag távol* jöttek létre a hosszúkás, a nyíl hegyénél levő folthoz hasonló színfoltok. A kristály leggyorsabb növekedésének irányát a lap-



3. ábra. Molibdén-trioxid kristályon elektromos tér hatására kialakult színfoltok



a)

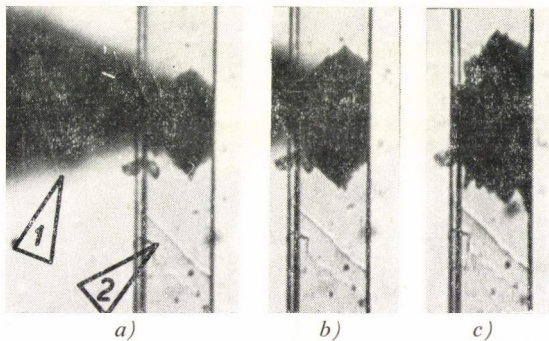


b)

4. ábra. Molibdén-trioxid kristályon elektromos tér hatására kialakult hatszög alakú színfolt (Az a) felvétel árammentes állapotban, a b) felvétel a 300 V-os feszültség rákapcsolása után 4 perc múlva készült.)

kristály széle mutatja, a 3. ábrán a bal alsó sarok közelében húzódó vastagabb egyenes. A színfoltok hossza a valóságban néhányszor $10\ \mu\text{m}$.

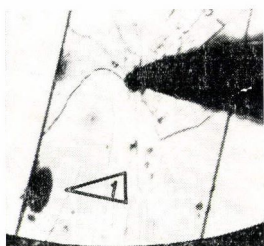
A színfoltok alakja sokszor követi a kristály rombos rendszerbeli szerkezetéből folyó alakot. Így a 4. ábra esetében μm rendű vastagságú 1. típusú lapkristályt üveglapra helyezve, az üveglapot a 300 V-os áramforrás (+) pólusára, a felvételen látható, a kristályra nyomódó tű hegyét a (-) pólusára kapcsoltam. (Az üveglap kérdéses felületének vezetőképessége nagyobb volt a lapkristályénál.) Az a. ábra áram nélküli állapotában, a b. ábra 4 perc múlva mutatja a kristályt a közelítően hatszögletes alakú színfolttal. Bekapcsoláskor az áramerősség közelítően $10^{-6}\ \text{A}$ volt, de négy perc alatt a 30-szorosára növekedett. Megfigyelhető, hogy a színfolt az a. ábrán levő nyíl mutatta mikroszkópi méretű, ismeretlen eredetű és szerkezetű folttól indult növekedésnek.



5. ábra. A molibdén-trioxid kristály szerkezetéhez igazodó, a (-) el-tűelektródából kiinduló színfolt kialakulásának három fázisa

Egy másik színfolt kialakulásának néhány fázisát mutatja az 5. ábra. A három, a., b. és c. rész ábra egymásutáni időpontokban készült az áram bekapcsolása után. Az a. és b. ábrán még látszik a keskeny lapkristályra nyomuló (-) tűelektróda hegye (1. sz. nyílnál), ezt a c. ábra felvételekor már eltávolítottam. 1000 V feszültséget kapcsoltam a kristályra. A kristályon több olyan növekedési lépcső is látszik, mint

amelyet a 2. sz. nyíl mutat. Jól látható, hogy a színfolt egyes élei mozgásuk közben jó megközelítéssel párhuzamosak maradtak a növekedési lépcsővel. Az 5.a. ábrán a tűhegy alatt levő, közelítően egyenes vonalú, színfolt-határ később már csipkézetté vált (5.c. ábra), azaz a színfoltot alkotó színcentrumok között már eltérő sebességek mutatkoztak. (A színcentrum „sebességét” később értelmezem.)

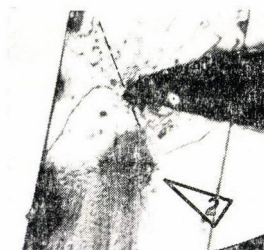


Lapszerű 1. *típ.* kristályon (6. ábra), mely üveglapon feküdt, 1000 V-os és átlagosan 10^{-7} A-es áram hatására néhány 10 perc alatt többek között az 1. sz. nyíl mutatta, közelítően ellipszis alakú színfolt jött létre. Az a) ábrán látható tűhegy a (–) elektróda. A b. és c. ábrán látható állapotok további 25, illetve 20 perccel később alakultak ki. Figyelemre méltók a színfoltok alakváltozásai, valamint több kisebb színfolt növekedése.



b) *Színeződés elektronbombázásra (katódkromizmus)*

Az alábbi kísérletekben, vákuumban, különböző energiájú elektronokkal sugároztam be MoO_3 kristályokat. A vákuumot rotációs olajszivattyúból és vele sorba kapcsolt olajdiffúziós szivattyúból álló rendszerrel állítottam elő. A bombázó elektronnyalábot a henger alakú katódsugárcsőben kialakult Q/A töltéssűrűséggel jellemzem, ahol Q az izzó katódból adott t mp alatt kilépett töltés coulombokban és A a cső keresztmetszete cm^2 -ben. ZnS foszforral bevont ernyővel ellenőrizve megállapítottam, hogy a töltésáramlás a cső keresztmetszetében egyenletes. Az I. sz. táblázat közöl néhány adatot.



6. ábra. A (–) tűelektródától távol keletkező színfoltok kialakulásának fázisai

E színeződésekkel egyidejűleg a kristályok vezetőképessége is megnövekedett (*katódkonduktivitás*). E kérdést a 4. pont alatt részletesen megvizsgáljuk.

Eddigi méréseim szerint 16 keV energiájú elektronok behatolási mélysége 3. *típ.* polikristályos tömbbe átlagosan 6–8 μm . A mikroméreték és egyéb bizonytalanságok, kristályorientáció, Ramsauer effektus stb. miatt a mérési eredmény inkább becslészerű adatnak tekintendő. Egyes megfigyeléseim szerint 3,5,6 μm vastagságú lapszerű egykristályokon már 140 eV energiájú elektronok is áthatoltak.

Annak ellenére, hogy a 16 keV energiájú elektronok 3. *típ.* kristálytömbökben 6–8 μm -ig behatoltak, az észrevehető elszíneződés majdnem kizárólag a felület igen vékony rétegére, (0,5–1 μm) korlátozódott.

A vezetőképesség-növekedés és elszíneződés kapcsolatban van egymással. A vezetőképesség-változás műszeres detektálása már akkor megtörténhet, amikor még fényabszorpció-változást nem lehet megfigyelni.

Az alkalmazott nagyobb elektronenergiáknál röntgensugárzás is fellép, ami maga is színcentrumokat hozhat létre a kristály olyan helyein, ahová elektronok nem juthattak. Mivel azonban a katódelektronok energiájának csak elenyészően kis tört része alakul át röntgensugárzássá, a sugárzás színező hatása elhanyagolható.

I. TÁBLÁZAT
 MoO_3 kristályok katódkromizmusa

Kristály	Elektronenergia (keV)	Q/A (C/cm^2)	A besugárzás után kialakult szín
5 db lapkristály (Vastagság 5—10 μm)	16	$2,6 \cdot 10^{-3}$	Egyenletesen gyengén kékes
Ugyanez az 5 kristály	16	Összesen $18 \cdot 10^{-3}$	Erősebben szürkés-kék
Polikristályos sík lapra egykristály fektetve	0,2—0,45	$40 \cdot 10^{-3}$	A polikr. zöldes-kék, az egykr. gyengén kékes
3 db lapkristály (Vastagság 3, 4, 7 μm)	0,5	$50 \cdot 10^{-3}$	Igen gyengén kékes
Mikrokrist. lecsiszolt felületű tömb	12	$3,2 \cdot 10^{-3}$	Egyenletesen gyengén zöldes-kék
Fentihez hasonló másik tömb	10	$0,95 \cdot 10^{-3}$	Egyenletesen gyengén kékes

c) Színeződés ultraibolya fény hatására

MoO_3 vékony filmek higanygőz lámpa 0,365 μm és 0,252 μm hullámhosszúságú fénye által okozott színeződését már megfigyelték [9]. Kísérleteim szerint 2. *tip.* kristályok N_2 gázatmoszférában UV lámpa szüretlen fényével 2 órai megvilágítás után gyengén *szürkés-kékes* elszíneződést mutattak.

d) Exoelektronok által létrehozott elszíneződés

Ismert jelenség, hogy szobahőmérsékleten vagy általában nem magas hőmérsékleten megmunkált (hengerelt) fémfelületekből elektronok lépnek ki, melyek energiája eV rendű [11]. *Malicskó és Morlin* [12] Al exoelektronjaival NaCl kristályokat színezték meg.

2. *tip.* kristályok exoelektronos színezését oly módon végeztem, hogy azokat 380—400 °C-ra melegítve, felületükre Al, Fe, vagy sárgaréz csúcsot érintettem. Az érintés után pillanatok alatt *világoskék* színű folt terjedt szét az érintési ponttól 1—2 mm távolságig, de ez mp-ek alatt el is tűnt a magas hőmérséklet következtében. 320 °C alatt színeződés nem jött létre.

A fémcsúcs érintésével kapott *kékesnek* látszó színfolt befagyasztható, ha a kristályt az érintés után gyorsan lehűtjük. Lehűtés után a színfolt megmaradt része már nem kékes, hanem *sárgás* színűnek látszik. E folt alacsony hőmérsékleten változatlan marad. Kb. 400 °C-ra hevítve a kristályt, e folt kb. 100 mp alatt teljesen eltűnik. Ez utóbbi tény azt bizonyítja, hogy a folt nem be-diffundált fématomokból áll.

e) Színeződés kémiai redukció útján

500—600 °C-ra hevített MoO_3 por vagy 3. *tip.* kristálytömb H_2 gázáramban *sötétkékre* színeződött. Ugyanez az elszíneződött anyag viszont levegőn hevítve *vissza alakult* eredeti állapotába, színe *világos citromsárga* lett. Az elszíneződött anyag fajlagos vezetőképessége kereken *két nagyságrenddel* nagyobbak mutatkozott, mint az eredeti állapotában.

Az ily módon, H-nel történő redukcióval nyert kristályok színének nagy hasonlósága az elektronok okozta színeződéssel, továbbá az elektromos vezetőképesség változásának hasonlósága azt sugallják, hogy *mindkét esetben azonos folyamat* hozta létre a színcentrumokat.

3. Színcentrumok, a vezetőképesség és hőmérséklet kapcsolata

G. Sperlich és munkatársai azt találták [2], hogy MoO_3 egykristályt 30 percig 470°C -on tartva, sötétre színeződött. E jelenség egyelőre kvalitatív jellegű tisztázása érdekében néhány kísérletet végeztem:

1. Egyidejűleg sugároztam be elektronokkal 1. és 2. típusú kristályokat. Gyengén kékesre színeződtek és felületi vezetőképességük két egymástól mm-rendű távolságra levő tűhegy között 10^{-6} — 10^{-9} S volt. Kb. 10 percig 280°C -on tartva, majd gyorsan lehűtve, a 2. típusú kristályok enyhén sárgás színt vettek fel, az 1. típusú kristályok gyenge kékes színüket elvesztették, látszólag víztisztákká váltak és vezetőképességük 10^{-12} S-nél kisebb lett.

2. 8 db 1. típusú kristály szobahőmérsékleten gyakorlatilag nem mutatott vezetést. 20 perces 180°C -os melegítés hatására felületi vezetőképességük — fenti módszer szerint mérve — átlagosan 10^{-12} S-re nőtt. További 10 perces, 380°C -os hevítésre mind a 8 kristály gyakorlatilag elvesztette vezetőképességét. Mivel azt találtam, hogy a kék színeződés és a vezetőképesség együttléte jelentkezik, feltételezhető, hogy ez abban az esetben is fennáll, amikor gyenge színező hatás következtében a színezés nem vehető észre, de a vezetőképesség már kimutatható. Így a kísérlet úgy értelmezhető, hogy a 180°C -os melegítés itt is létrehozott színeződést, de 380°C -on ez a színeződés is eltűnt a vezetőképességgel.

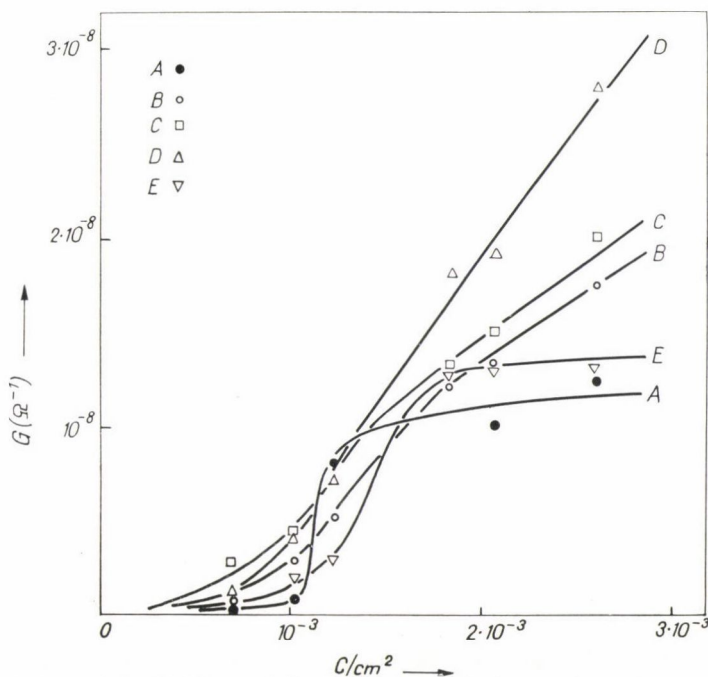
3. Az elektromos tér által 1. típusú kristályokon létrehozott színfoltok 300 — 400°C -on, 10 — 15 percig levegőn melegítve teljesen eltűntek. Az eltűnési idő a hőmérséklet emelkedésével csökken.

4. A katódinduktivitás, függése az időtől és töltéssűrűségtől. Aktivációs energia

A 2. pontban már utaltam arra, hogy katódelektronok hatására a homogén eloszlású színcentrumok keletkezésével egyidejűleg a MoO_3 kristályok vezetőképessége is megnő. A vizsgált 1. típusú kristályok minden esetben néhány μm vastagságú, néhány mm hosszúságú és néhány tized mm szélességű példányok voltak. Két végüknél vezető ezüsttel szigetelő lapra ragasztva. A vezetőképességet a vezető ezüstből készített két elektróda között mértem.

a) A vezetőképességnek a töltéssűrűségtől való függése

5 db kristály vezetőképességének a katódbesugárzással nyert Q/A töltéssűrűségtől [l. 2.b) pont 1. bekezdés] való függését a 7. ábrán tüntettem fel. (A töltéssűrűséget coulomb/cm² egységben adtam meg.) Az 5 kristály egyidejűleg lett besugározva és jó közelítéssel azonos töltéssűrűséggel bombázták a 16 keV -os elektronok. Minden esetben megfigyelhető egy telítési érték felé közeledés, továbbá egy viszonylag meredekebb szakasz különösen az A és E jelű kristályoknál. E mérések szobahőmérsékleten történtek. A kapott görbék egyben arra is utalnak, hogy a látszólag azonos módon növesztett MoO_3 kristályok viselkedése esetenként jelentősen eltér egymástól. Erre utaltak már Joffe és munkatársai is [4].



7. ábra. A katódelektronok által besugárzott MoO_3 egykristályok vezetőképességének (G) függése a coulomb/cm² egységben megadott töltéssűrűségtől

b) *A vezetőképesség függése az időtől és hőmérséklettől*

A számos megfigyelt eset közül egyet kiragadva részletesebben ismertetek.

Két látszólag azonos módon, gőzfázisból egyidejűleg növesztett 1. típusú lapkristályt vezető ezüsttel porcelán lapra ragasztottam. Hogy a levegő páratartalma a vezetőképességet ne befolyásolja, bár több esetben tapasztaltam, hogy e hatás zavaróan csak akkor jelentkezik, ha a levegő telítettsége szélsőségesen nagy, azért a kristályokat vízgőzt abszorbeáló anyaggal együtt zárt térbe helyeztem. Az ellenállásokat elektronikus $M\Omega$ mérővel (3 V mérőfeszültséggel) mindig a két vezető ezüst elektródán keresztül mértem. A $M\Omega$ mérő mérőhatára a $T\Omega$ -ig terjedt. A mérési adatokat — ellenállásból vezetőképességeket számítva — a II. táblázat tartalmazza. G_1 az első, G_2 a második egykristály vezetőképessége *siemensben*.

A kristályok méretei, hosszuk, szélességük, vastagságuk közelítően azonosak voltak, így a mért vezetőképességeik aránya egyben közelítően a *fajlagos vezetőképességeik* arányát is megadja. Az arány pontosabb értékének ismeretére itt nem volt szükség.

A katódbesugárzások minden esetben 10 percig tartottak, az elektronáram erőssége átlagban 6–8 μA volt.

A vezetőképesség változásának figyelését szobahőmérsékleten 21 napig végeztem.

A II. táblázat adataiból meg lehet állapítani, hogy a kb. azonos méretű kristályok egyike ugyanolyan töltéssűrűségű elektronbombázásra közel 50-szer nagyobb vezetőképességet nyert, mint a másik.

II. TÁBLÁZAT

A katódkonduktivitás függése az időtől és hőmérséklettől

Megjegyzés	A besugárzott töltéssűrűség (C/cm^2) és elektronenergia (keV)	A vezetőképesség mérésének időpontja		A legelső vezetőképesség mérése óta eltelt idő		Vezetőkép.		Hőmérséklet $^{\circ}C$
		nap sorsz.	óra, perc	óra	perc	$G_1 \cdot 10^{-11}$ (S)	$G_2 \cdot 10^{-11}$ (S)	
A besugárzás előtt						0	0	Szoba-hőm.
Első besugárzás (Befejezésének időpontja 1. nap 9 ó 12 perc)	$1,7 \cdot 10^{-3}$ 16	1.	9 ó 17 p			6,7	350	Szoba-hőm.
Első besugárzás (Befejezésének időpontja 1. nap 9 ó 12 perc)	$1,7 \cdot 10^{-3}$ 16	1.	9 ó 28 p	0	11	4,3	350	Szoba-hőm.
Első besugárzás (Befejezésének időpontja 1. nap 9 ó 12 perc)	$1,7 \cdot 10^{-3}$ 16	1.	9 ó 48 p	0	31	2,7	340	Szoba-hőm.
Első besugárzás (Befejezésének időpontja 1. nap 9 ó 12 perc)	$1,7 \cdot 10^{-3}$ 16	1.	10 ó 08 p	0	51	1,7	310	Szoba-hőm.
Első besugárzás (Befejezésének időpontja 1. nap 9 ó 12 perc)	$1,7 \cdot 10^{-3}$ 16	1.	10 ó 27 p	1	10	1,4	290	Szoba-hőm.
10 ó 29 p-től 10 p-ig hevítve	$1,7 \cdot 10^{-3}$ 16	1.	10 ó 46 p	—	—	0,05	0,13	265

A kristályok másodszor besugározva

A besugárzás előtt						0,05	0,13	Szoba-hőm.
Második besugárzás (Befejezésének időpontja 1. nap 7 ó)	$1,4 \cdot 10^{-3}$ 16	1.	7 ó 01 p	—	—	25	1250	Szoba-hőm.
Második besugárzás (Befejezésének időpontja 1. nap 7 ó)	$1,4 \cdot 10^{-3}$ 16	1.	9 ó 10 p	2	09	10,5	1170	Szoba-hőm.
Második besugárzás (Befejezésének időpontja 1. nap 7 ó)	$1,4 \cdot 10^{-3}$ 16	3.	6 ó 20 p	45	10	2,8	910	Szoba-hőm.
7 ó 32 p-től 8 ó 32 p-ig hevítve						0,02	0,025	270

II. TÁBLÁZAT *folytatása*

A kristályok harmadszor besugározva

Megjegyzés	A besugárzott töltéssűrűség (C/cm^2) és elektronenergia (keV)	A vezetőképesség mérésének időpontja		A legelső vezetőképesség mérése óta eltelt idő		Vezetőkép.		Hőmérséklet $^{\circ}\text{C}$
		nap sorsz.	óra. perc	óra	perc	$G_1 \cdot 10^{-11}$ (S)	$G_2 \cdot 10^{-11}$ (S)	
A besugárzás előtt						0,02	0,025	Szoba-hőm.
Harmadik besugárzás (Befejezésének időpontja 1. nap 8 ó 38 perc)	$1,2 \cdot 10^{-3}$ 16	1.	8 ó 42 p	—	—	36	1250	Szoba-hőm.
Termosztatba helyezve 1. nap 8 ó 45 perc	$1,2 \cdot 10^{-3}$ 16	1.	10 ó 36 p	1	54	26	1250	— 17
Hűtőbe visszahelyezve 1. nap 10 ó 40 perc	$1,2 \cdot 10^{-3}$ 16	2.	6 ó 10 p	19	34	15,4	830	— 17
Hűtőbe visszahelyezve 2. nap 6 ó 17 perc	$1,2 \cdot 10^{-3}$ 16	3.	6 ó 08 p	45	26	14	830	— 17
Hűtőbe visszahelyezve 3. nap 6 ó 12 perc	$1,2 \cdot 10^{-3}$ 16	5.	8 ó 20 p	71	38	13,3	830	— 17
Hűtőbe visszahelyezve 5. nap 8 ó 25 perc	$1,2 \cdot 10^{-3}$ 16	8.	9 ó —	168	18	*	830	— 17

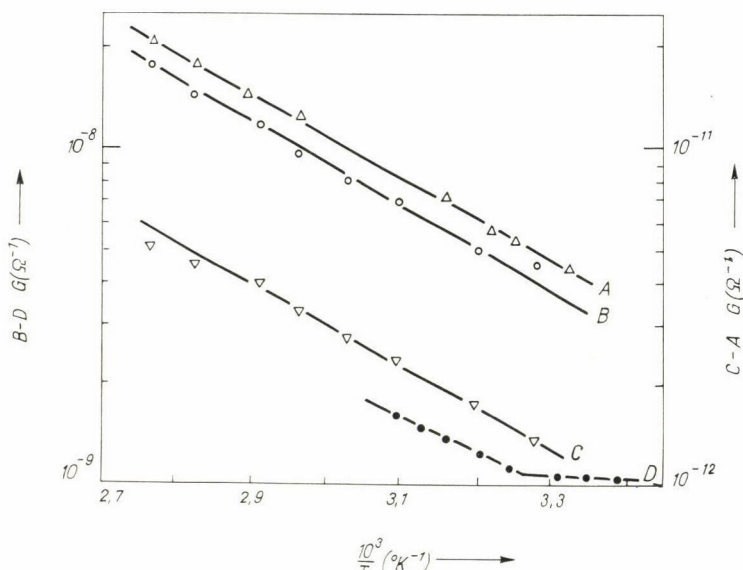
* Ez az érték már nem volt állandó, a mérőfeszültség (néhány V) bekapcsolása után 15 — 20 mp alatt fokozatosan nőtt, kb. a kezdeti $1,1 \cdot 10^{-11}$ S-ről $17 \cdot 10^{-11}$ S-ig, vagy $15 \cdot 10^{-11}$ S-ről $20 \cdot 10^{-11}$ S-ig. Hasonlót tapasztaltam később a másik kristályon is. Tehát a vezetőképességük adott áramerősség mellett az idővel nőtt.

A töltéshordozók számának ugyanannyi idő alatt bekövetkező csökkenésében is lényeges, kb. 9-szeres különbség mutatkozott a két kristálynál, annak ellenére, hogy e két kristály látszólag azonos körülmények között, egyidőben, kvarc epruvettában keletkezett gőzfázisból. Magyarázatul fel kell tételeznünk, hogy a két kristály a gőztér két különböző tenziójú és hőmérsékletű helyén jött létre, így növekedési sebességük és ennek következtében rácshiba koncentrációjuk, esetleg ellenőrizhetetlen szennyezésközpontjaik miatt olyan szerkezeti különbség alakult ki közöttük, amely megmagyarázná viselkedésüket.

Figyelemre méltó, hogy -17°C hőmérsékleten különösen a második kristály vezetőképessége vált gyakorlatilag változatlaná a megfigyelés hat napos időtartama alatt.

c) Aktivációs energia

A katódkonduktivitásnak tisztán a hőmérséklettől való függését körülményes meghatározni, mert az az időben spontán csökken. Hogy a csökkenés a mérés időtartama alatt elhanyagolható legyen, a méréseket a besugárzás után akkor végeztem el, amikor már a csökkenés még a melegítés hatására is elhanyagolható volt. Ezért nem lehetett magasabb hőmérsékleti tartományokba menni, csak a kb. 20–80 °C-ú tartomány felelt meg. Több méréssorozat közül néhány kiértékelését mutatja a 8. ábra. A szokásos módon a G vezetőképesség logaritmusának és a T abszolút

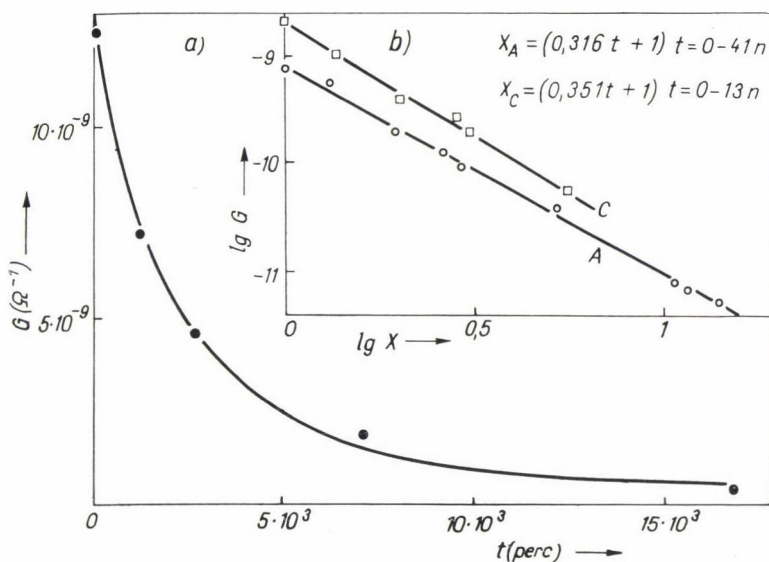


8. ábra. A katódelektronok által besugárzott MoO_3 egykristályok vezetőképessége logaritmusának függése az abszolút hőmérséklet reciprokától

hőmérséklet reciprokának kapcsolatát tüntettem fel. Az A , B és C egyenesek hajlásszöge segítségével meghatározott *aktivációs energiák* középértékeként 0,5 eV adódott. A D egyenes törése arra utal, hogy talán egy kisebb aktivációs energia érték is van. Joffe és munkatársai [4] a MoO_3 egykristályok aktivációs energiájára $0,6 \pm 0,05$ eV értéket kaptak, függetlenül attól, hogy az egykristályokat argonban, vagy levegőn növesztették.

5. A katódkonduktitásnak az időtől való függése állandó hőmérsékleten

A II. táblázat adataiból és számos más mérésemből is következtetve, az egykristályok vezetőképességének az időben való csökkenése a 9.a. ábrához hasonló görbével közelíthető meg. A pontok mérési adatok. E diagram egy besugárzott 1. *típus* kristálynak kb. 12 napig tartó vezetőképesség-csökkenését tünteti fel.



9. ábra. A katódelektronok által besugárzott MoO_3 egykristályok vezetőképességének függése az időtől

Az irodalomból [13] több közelítő empirikus formula ismeretes az áram időfüggésének kifejezésére. Mérési adataim felhasználásával empirikus összefüggést találtam a σ fajlagos vezetőképesség és a múltó idő között. Ez a következő:

$$\sigma(t) = \frac{\sigma_0}{(at + 1)^2} \quad (1)$$

ahol σ_0 a $t=0$ időpontban mért fajl. vezetőképesség, $\sigma(t)$ a fajl. vezetőképesség a t időpontban és a egy, a kristály struktúrájától, egyéb adataitól és hőmérsékletétől függő tényező. a értéke az (1) felhasználásával meghatározható.

Az (1) formula teljesítőképességét különösen a 9.b. diagram mutatja. Egyszerűség kedvéért célszerűnek látszott az (1) formulát úgy alakítani, hogy a fajlagos vezetőképesség helyett vezetőképességgel lehessen számolni:

$$G(t) = \frac{G_0}{(at + 1)^2},$$

ahol $G_0 = \sigma_0 \frac{q}{l} = \text{konst.}$ (q = a kristály keresztmetszete l = a kristály hossza).

A 9.b. diagramban az A és C jelű egykristály $G(t)$ függvénye logaritmikus alakban szerepel. Ebben az esetben $\lg G(t)$ lineáris függvénye a $\lg X = \lg (at + 1)$ -nek. Az A -val jelölt kristály vezetőképességének lecsengését 41 napig, a C -ét 13 napig

figyeltem. A mérési adatok által meghatározott pontok jó közelítéssel a megfelelő egyenesekhez igazodnak.

A vezetőképesség lecsengése legalább két hatás együtteséből származhat, egyik legfontosabb tényezője egy térfogati rekombináció, a másik az egykristályok felületén végbemenő rekombináció. Ez utóbbi éppen azért, mert a lapkristályok vastagsága csak μm rendű, a térfogati hatáshoz képest jelentős lehet. Az irodalomból ismert az, hogy a felületen adszorbeált gázok és víz csapdanívókat hoznak létre és elősegítik az elektronok és lyukak rekombinációját.

Mindaddig, míg nem ismerjük részletesebben a besugárzott kristályok vezetési mechanizmusát és a felületi jelenségeket, a jelen esetben nincs sok remény a törvény-szerűség kvantitatív megfogalmazására.

6. A színfoltok és katódkonduktivitás kialakulásának kérdései

Az irodalmi adatokból [5, 8] és részben saját kísérleteimből is következtetve nem lehet kétséges az, hogy a kék színt a Mo^{6+} ion redukciójával nyert Mo^{5+} ion okozza. Ezzel vannak összhangban azok a régebbi kémiai adatok is, amelyek szerint a $\text{Mo}_3\text{O}_5 \cdot x\text{MoO}_3$ összetételű anyag sötétkék színű (molibdénkék) és amelyben 5 vegyértékű Mo ion jelentékeny koncentrációban van jelen.

A Mo a kristályrácsban feltehetően állandóan helyhez kötött, csupán az 5 vegyértékű állapot vándorol tovább. Ennek az állapotnak a mozgása tekinthető a színcentrum mozgásának. A dielektrikumok fizikájából ismeretes [13], hogy ha az áram ionvezetés révén jön létre, akkor a töltéshordozók feltehetően a kisebb töltésű ionok. Ez itt valószínűleg annak ellenére is fennáll, hogy a Mo^{5+} ion mérete lényegesen kisebb az O^{2-} ionokénál. De *J. Blanc* és munkatársai szerint is [8] az ionos vezetésű SrTiO_3 -ban csak az oxigén vakanciák mozognak, a szennyezőként szereplő Mo ionok helyhez kötöttek.

A színfoltok elmozdulása alapján, feltételezve, hogy a határ sebessége legalábbis közelítően azonosítható az ionok sebességével, meg tudtam állapítani a negatív töltés hordozóinak *abszolút mozgékonyasága* nagyságrendjét, mely 10^{-9} – $10^{-11} \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ -nek adódott. Egy vagy két elektrontöltésű ionok esetében csak egy kettes faktorbeli eltérés jelentkezik. Hasonló nagyságrendű értékek szilárd testekre ismeretesek. Ezzel szemben pl. SrTiO_3 -ban az elektronok mozgékonyaságára $1 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ nagyságrendet kaptak [8]. Számos anyagban ennél nagyságrendekkel nagyobb az elektronok mozgékonyasága, de még mindig sokkal kisebb az általam talált értéknél. Ezek szerint nem lehet kétséges, hogy a sötétkék színfoltok színcentrumait létrehozó negatív töltéshordozók ionok.

Nem tudtam megállapítani a vizsgált kristályokban levő szennyeződések fajtáit, azonban abból a tényből kiindulva, hogy a színfoltokban a színcentrumok koncentrációja *viszonylag nagy*, arra lehet következtetni, hogy a töltésszállításban itt is vagy oxigén ionok, esetleg vakanciák játszanak szerepet, mint a SrTiO_3 -ban [8], vagy $(\text{OH})^{-1}$ csoportok [4].

Mivel a kristályok nagy részének akkor is van csekély vezetőképessége, amikor nem alakultak ki rajtuk színfoltok, továbbá a színfoltokon kívüli részek is ilyenek, ezekben az esetekben nem valószínű, hogy a vezetés ionos lenne.

Problemátikus annak a számos megfigyelésnek az értelmezése is (pl. 4., 6. ábra),

hogy egy különleges rácshiba, vagy idegen test, pl. a kristály felületén levő szemcse szűk környezetéből indul meg a színcentrumok sokszor igen nagy koncentrációjú áradata. Minthogy a kristályokban 1000 V körüli feszültség alkalmazásával keletkeznek színcentrumok, ilyen esetekben (1. *típus* kristályokban), lehetséges, hogy csak egyes speciális rácshibánál alakulnak ki olyan térerősségek, melyek hatására negatív ion vagy vakanciaáramlás indul meg. A kristályrács más helyein a térerősség nem elegendő nagy az ionok potenciálgátjának leküzdésére. Irodalmi adatokból [14, 15] ismerjük, hogy legnagyobb az aktivációs energia akkor, ha két rácsponti helyen levő atom cseréje következik be (ez pl. fémekben kb. 10 eV), ha ez intersticiális atomokkal történik, az energia kisebb (pl. fémekben 5–6 eV) és legkisebb akkor, ha e cserét rácslyukak közvetítik (2–3 eV). Ez alátámasztaná azt a feltevést, hogy a kevesebb kristályhibát tartalmazó egykristályokban (amilyenek pl. az 1. *típus* kristályok) a színfolt kialakulása olyan helyeken kezdődik meg, melyeken lehetőség van rácslyukak keletkezésére. Ezzel szemben elektronikus töltéshordozók, melyek energiája a Mo^{6+} ion vegyérték-változtatására nem elegendő, azért a vezetékben részt vehetnek, de színcentrumokat nem hozhatnak létre. Joffe és munkatársai [4] mérési adatai szerint különböző módon kristályosított MoO_3 -ban az aktivációs energia $0,6 \pm 0,05$ eV, saját méréseim szerint (l. 4.c) pont) 0,5 eV. Tehát elektronikus vezetés létrejöhet, anélkül, hogy vakanciák mozgása és így nagy koncentrációjú színcentrum-keletkezés kialakulhatna.

Sokszor meg lehet figyelni — pl. a 4. és 6. ábrán is — azt az idegen szemcsét, amely környezetében a feltételezett nagy térerősség kialakulhatott.

Ugyancsak problematikus a színfoltok *alakjának* létrejötte. Több hatás együttes közreműködésével számolhatunk. A színfolt fajlagos vezetőképessége méréseim szerint 2–3 nagyságrenddel nagyobb, mint a színtelen környezetéé. Ennek következtében a színfolton belül és kívül kialakult áramvonalak az ismert trigonometrikus összefüggés következtében a színfolthatáron *meztörnek*. A vezetőképességek hánypadosának több nagyságrendbeli értéke miatt a kisebb vezetőképességű kristálytérben az áramvonalak gyakorlatilag *merőlegesek a színfolthatárra*. Ezzel érthetővé válik, hogy egy eredetileg sík (egyenes) határ a színfolt növekedése közben továbbra is sík (egyenes) marad, vagy két sík (egyenes) határ által alkotott szög a színfolt növekedése során állandó marad.

Minthogy a MoO_3 egykristályok nem szabályos rendszerbe tartoznak, vezetőképességük erősen függ az áramvonalaknak a kristálytengelyhez viszonyított irányától.

A vezetőképesség a kristályban a szennyezéstől, hibahely koncentrációtól és egyéb tényezőktől is függ.

Elsősorban e hatások együttes érvényesülésével lehet megmagyarázni a színfoltok morfológiájának további feltűnőbb, de a helyszűke miatt nem részletezett vonásait.

Külön figyelmet érdemel az *elektronbombázásra létrejövő színeződés*, mely egyenletesen vonja be az egész besugárzott felületet. Ebben az esetben a színeződés mechanizmusa *valószínűleg különbözik az előbbiétől*. Lehetséges, hogy a bombázó elektronok O és/vagy Mo ionokat intersticiális helyekre visznek, homogén eloszlású Frenkel-párok keletkeznek, ennek következtében a Mo^{6+} ionok átalakulhatnak Mo^{5+} , esetleg Mo^{4+} ionokká. Egyes irodalmi adatok szerint a Mo^{4+} nagy koncentrációban ibolyás vörös, más források szerint ólomszürke színű. Ugyanakkor

ezek az O vagy Mo ionok *donor*, illetve *akceptor szinteket* alkothatnak. Ez magyarázná meg a színeződéssel együtt kialakuló vezetőképességet.

Joffe és munkatársai [4] mérték a MoO_3 egykristályok *termofeszültségét* és ezt *instabilnak* találták, értéke és előjele a kristály hevítése során megváltozik. Csúpan az argonban növesztett egykristályok termofeszültsége maradt a 300°K és 650°K intervallumon belül a hőmérséklettől függetlenül *negatív*. Magam 1. *típ.* kristályok termofeszültségének az előjelét vizsgáltam. Hőmérséklet-intervallum $300\text{—}400^\circ\text{K}$. Minden esetben az alacsonyabb hőmérsékletű elektróda volt a negatív.

A termofeszültség előjeléből következtetve — amennyiben e kristályokra is alkalmazható a félvezetők körében ismert eljárás — a szobahőmérséklet környezetében a vizsgált kristályok *n típusúaknak mutatkoztak*. Tehát valószínűleg a donor szintek a sekélyebbek és ezek az O ionokhoz kapcsolódnak. Mindezen jelenségeknél a jóval bonyolultabb és kevésbé ismert felületi hatások is igen nagy szerepet játszhatnak, melyek az észlelt jelenségek megértését lényegesen megnehezítik.

7. A MoO_3 kristályok memóriaelemként való alkalmazhatóságának kérdése

A MoO_3 tulajdonságainak eddigi, csak fő vonásaiban történt megismerése alapján is megkockáztathatjuk annak áttekintését, hogy mi módon lehetne *memória*-ként alkalmazni. Ilyen szempontból több fontos tulajdonsággal rendelkezik:

1. Katódbombázásra fajl. vezetőképessége megnő.

2. A fajl. vezetőképességet hosszú ideig megtartja, kellő, nem túl alacsony hőmérsékleten pedig a fajl. vezetőképesség befagyasztható. De — mint láttuk — léteznek olyan kristályok is, melyek fajl. vezetőképességének lecsengése *lényegesen hosszabb ideig tart másokénál*.

3. A fajl. vezetőképességet néhány 100°C hőmérsékleten *rövid idő alatt* elveszíti, eredeti állapotába tér vissza.

4. Ez a hármas folyamat — az eddigiekből úgy látszik — korlátlanul *megismételhető*.

Kísérleteim szerint a katódsugár-elektronok szűk nyalábja éles kontúrral állítja elő a vezető kristályfelületeket a besugározatlan, gyakorlatilag szigetelő kristályrésztől. Ez azt jelenti, hogy lehetőség nyílik μm rendű átmérővel rendelkező vezető foltokat létrehozni fémlapon levő, μm rendű vékonyságú egykristály rétegen úgy, hogy a foltok vezetőképessége a kristályréteg teljes vastagságában megnő, tehát az elektronnaláb a kristályon keresztül a fémlapig fejtheti ki hatását.

Az információk beírása és kiolvasása *különböző* gyorsító feszültségekkel előállított elektronnalábokkal történhet, katódsugár-cső szerű berendezésben. Az alacsonyabb hőfokon történő tárolás *Peltier-effektuson* alapuló hűtéssel, vagy hűtés nélkül, az információk letörlése pedig magasabb hőmérsékletre történő melegítéssel lehetséges. Ez utóbbi feladat műszakilag egyszerűen és többféle módon is megoldható.

A 4. pont b) alpontjának negyedik bekezdésében foglaltak alapján arra következtethetünk, hogy a kristályok tulajdonságait e célok érdekében kedvező irányban lehet befolyásolni, ha részleteiben is megismerjük a jelenségeket és megtaláljuk a megfelelő eljárásokat.

IRODALOM

1. *P. Hagenmuller*, Prog. Solid State Chem. 5, 71, 1971.
2. *G. Sperlich, G. Frank és W. Rhein*, phys. stat. sol. (b) 54, 241, 1972.
3. *G. Sperlich*, phys. stat. sol. 37, K 35, 1970.
4. *V. A. Joffe, J. B. Patrino, E. V. Zelenetskaya és V. P. Mikheeva*, phys. stat. sol. 35, 535, 1969.
5. *Z. J. Kiss és W. Phillips*, Phys. Rev. 180, 924, 1969.
6. *G. Anderson és A. Magnéli*, Acta chem. Scand. 4, 793, 1950.
7. International Series of Monographs on Solid State Phys. Vol. 2. Color Centers in Solids. 1963.
8. *J. Blanc és D. L. Staebler*, Phys. Rev. Vol. 4, 3548, 1971.
9. *B. W. Faughnan*, Phys. Rev. Vol. 4, 3623, 1971.
10. *S. K. Deb és J. A. Choporian*, I. Appl. Phys. 37, 4818, 1966.
11. *J. Kramer*, Zs. f. Phys. 133, 629, 1952.
12. *Malicskó L. és Morlin Z.*, Magy. Fiz. F. IX. 3. 181, 1961.
13. *G. J. Szkanavi*, Dielektrumok fizikája, Akadémiai kiadó, Bp. 1953, 220, 260. old.
14. *H. B. Seitz*, F. Phys. Rev. 61, 315, 1942.
15. *H. B. Huntington*, Phys. Rev. 61, 352, 1942.

A VEZETÉSI ELEKTRONSPIN-RELAXÁCIÓ MÉRETEFFEKTUSA ÉS A FERRO-PARAMÁGNESES REZONANCIA FÉM KETTŐSRÉTEGEKBEN*

JÁNOSSY ANDRÁS

Központi Fizikai Kutató Intézet, Budapest

TARTALOMJEGYZÉK

BEVEZETÉS	214
I. A TESR SPEKTROMÉTER	215
I/1. Irodalmi áttekintés	215
I/2. A TESR spektrométer működésének alapelve	215
II. A TRANZMISSZIÓS ESR FENOMENOLOGIKUS ELMÉLETE	217
II/1. g faktor és relaxációs idő fémekben	217
II/2. A mágnesezettség diffúziója nem ferromágneses fémekben	219
II/3. A csatolt Bloch és Maxwell egyenletek megoldása fémfóliákban	220
II/4. Fémfóliák transzmissziós ESR spektruma	223
III. A VEZETÉSI ELEKTRONSPIN-RELAXÁCIÓ MÉRETEFFEKTUSA	225
III/1. Irodalmi áttekintés	225
III/2. A felületi relaxáció hatása a TESR jelalakra	226
IV. A VEZETÉSI ELEKTRONSPIN-RELAXÁCIÓ MÉRETEFFEKTUSÁNAK KÍSÉR- LETI VIZSGÁLATA	228
IV/1. TESR tiszta alumíniumon	228
IV/2. Al-Zn kettősrétegek készítése	230
IV/3. Mérési eredmények Al-Zn kettősrétegeken	231
IV/4. DISZKUSSZIÓ	233
IV/4a. Tiszta felületű alumínium	233
IV/4b. Cinkkel bevont alumínium rétegek	235
IV/5. A két fém között maradó oxid szerepe	236
V. A KICSERÉLŐDÉSI KÖLCSONHATÁS ÉS FÉMEK ESR SPEKTRUMA	237
V/1. ESR mágneses híg ötvözetekben	237
V/2. Ferromágneses rezonancia fémrétegekben	239
V/2a. A lemágnesező terek hatása a ferromágneses rezonancia frekvenciára ...	239
V/2b. A mágnesezettség mozgásegyenlete	242
VI. FÉMKETTŐSRÉTEGEK MÁGNESEZETTSÉGÉNEK CSATOLÁSA	243
VI/1. Irodalmi áttekintés	243
VI/2. A dinamikus mágnesezettség határfeltételei két ferromágneses réteg között ...	244
VI/3. A mágnesezettség csatolása a vezetési elektronok spintranszportja által	245
VI/4. Ferromágneses és nem ferromágneses fémrétegek csatolása	246
VI/5. A csatolt kettősrétegek TESR spektruma	247
VII. TESR ERŐSEN CSATOLT MÁGNESEZETTSÉGŰ FÉM KETTŐSRÉTEGEKBEN	248
VII/1. TESR Mn ionimplantált felületű réz fóliákban	248
VII/2. A kísérleti eredmények összehasonlítása az erősen csatolt rétegek fenomenologikus elméletével	250
VIII. CSATOLT FERROMÁGNESES-PARAMÁGNESES REZONANCIA PERMALLOY- RÉZ KETTŐSRÉTEGEKBEN	252
VIII/1. A minták összetételének kiválasztása és készítése	252
VIII/2. A kettősrétegek permalloy FMR spektruma	253
VIII/3. TESR a réz-permalloy kettősrétegeken	254

* Kandidátusi értekezés. Érkezett 1974. VII. 19.

IX. A FERROMÁGNESES-NORMÁL FÉMKETTŐSRÉTEGEK REZONANCIÁJÁNAK ÉRTELMEZÉSE	257
IX/1. A csatolás jellege	257
IX/2. A csatolt TESR spektrum a kísérletnek megfelelő határesetben	258
IX/3. A kísérleti és elméleti spektrumok összehasonlítása	260
IX/4. A csatolási állandó	261
X. ÖSSZEFOGLALÁS	263
KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS	264
FÜGGELÉK	265
A transzmissziós ESR spektrométer felépítése	265
F/1. Mikrohullámok előállítása és stabilizálása	265
F/2. Nagy és kis teljesítményű ágak izolálása	266
F/3. A mérőfej	267
F/4. Hőmérés és hőszabályozás	268
F/5. A TESR detektálása	269
F/6. A mikrohullámú frekvencia és mágneses tér mérése	270
IRODALOM	271

BEVEZETÉS

A fémek elektronszerkezetének vizsgálatához az elektronspin rezonancia (továbbiakban ESR) módszer igen sok információt nyújt. A módszer azonban hosszú ideig csak a viszonylagosan hosszú relaxációs idejű alkáli fémekre, a nagy szuszceptibilitású mágneses híg ötvözetekre, illetve a ferromágneses fémekre korlátozódott. A transzmissziós ESR (továbbiakban TESR) felfedezésével [1], [2] a vizsgálható fémek csoportja kibővült a tiszta réz, alumínium, ezüst és ezek nem mágneses és mágneses híg ötvözeivel. A fém felületén mágnesesen polarizált elektronok a fém belsejébe mozogva a mágnesezettséget a fém egyik felületétől a másikig transzportálják, a TESR lényegében az átdiffundált mágnesezettség hatását detektálja. Ez azonban a homogén fémekben megszabja alkalmazásának korlátját, minthogy csak a nagyon tiszta fémekben, illetve nagyon híg ötvözetekben diffundál a mágnesezettség a gyakorlati alkalmazáshoz elegendően nagy távolságra. Dolgozatunkban — az irodalomban először — egymással kontaktusban levő különböző fémekből álló kettősrétegek vizsgálatára használtuk fel a TESR módszert. Az ilyen inhomogén rendszerekben csak az egyik fémnek szükséges a szokásos TESR mérések előfeltételeinek megfelelnie, míg a másik fémrétegre, ha elegendően vékony, jóval kevesebb megszorítást kell tenni. A mérési eredmények ugyanakkor mindkét fémre jellemző mennyiségek bizonyos átlagát, illetve a két réteg határfelülete környékén levő viszonyokat tükrözik. A dolgozat során megmutatjuk, hogy kettősrétegek alkalmazásával két cél érhető el. Egyrészt olyan anyagok ESR vizsgálata válik lehetővé, amelyeknél közvetlen módon nem érhető el eredmény, másrészt a kettősrétegek érintkezési felületén a vezetési elektronok mágnesezettségére ható perturbáció tanulmányozható. Munkánk során a hangsúlyt az utóbbi területre helyeztük. Részletesen kifejtjük, hogy a módszer hogyan használható fel két különböző nem mágneses fémréteg; nem mágneses fém és mágneses híg ötvözet; nem mágneses fém és ferromágneses fémrétegek közötti csatolás vizsgálatára. Kísérleteket végeztünk normál és szupravezető rétegek közötti csatolás vizsgálatára is [3], erre azonban a dolgozatban nem térünk ki.

A disszertáció I. fejezetében az Orsay-i Szilárdtestfizikai Laboratóriumban a szerző részvételével épített TESR spektrométer működésének elvét tárgyaljuk. A berendezés részletes leírását a Függelékben adjuk meg. A tiszta fémek fenomeno-

logikus elmélete (II. fejezet) után a szisztematikusan először általunk vizsgált ESR méreteffektus fenomenologikus elméletének és az Al-Zn fém kettős rétegekben talált kísérleti eredményekkel foglalkozunk (III. és IV. fejezet). Az V–IX. fejezetben a csatolt mágneses rendszerek dinamikus tulajdonságait tárgyaljuk. Itt a kicserélődési kölcsönhatás szerepének áttekintése után (V. fejezet) a kettős rétegek rétegei közötti különféle mágneses csatolási mechanizmusokat diszkutáljuk és viszonylag tág feltételek mellett megadjuk a TESR spektrum várható alakját (VI. fejezet). A VII. fejezetben a mágnesesen erős csatolású rendszerek határesetét tárgyaljuk, különös tekintettel a Mn ionokkal ionimplantált felületű rézben végzett mérésekre. A VIII. és IX. fejezetben réz és peremalloyból álló kettősrétegekkel foglalkozunk, melyben a csatolás gyenge és így a TESR spektrum tulajdonságai erősen eltérnek a CuMn-Cu kettősrétegetől. Végül a X. fejezetben összefoglaljuk munkánk eredményeit és jelezzük a további kutatás lehetséges irányait.

A disszertáció a fémfizika több területét érinti, s ezen többrétűség miatt a megfelelő irodalmi áttekintést nem egységesen a disszertáció elején, hanem általában az egyes kérdéseket tárgyaló fejezetek elején tesszük meg. Teljes terjedelmükben irodalmi áttekintés jellegűek az I/1, II/1–II/4, III/1, IV/1, V/1–V/2, VI/1–VI/2 alfejezetek.

I. A TESR SPEKTROMÉTER

I/1. Irodalmi áttekintés

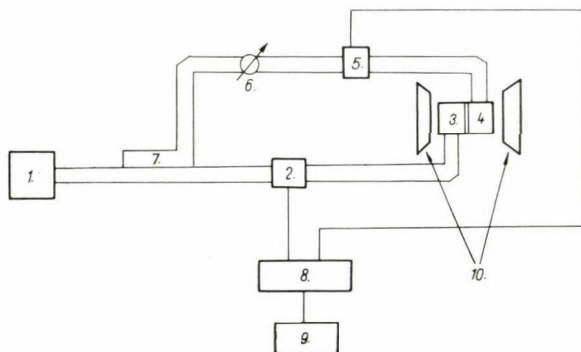
Az első transzmissziós ESR spektrométereket két évvel *Azbel*, *Gerasimenko* és *Lifsic* 1957-es iránymutató elméleti munkája [4] után építette egymástól függetlenül két csoport *Lewis* és *Carwer* [1], [5], illetve *Vander Ven* és *Schumacher* [2]. Ezek a berendezések aránylag egyszerűek voltak, érzékenyséjük nem volt különösen nagy, ennek ellenére a módszerrel a lítium fémen végzett első mérések megmutatták a reflexiós típusú mérésekkel szembeni lényeges előnyöket. Az első nagyérzékenyséű spektrométert *Schultz* és munkatársai építették meg a Californiai Egyetemen, mellyel rövid egymásutánban találták meg egyértelműen a tiszta réz [6], alumínium [7] és ezüst [8] TESR spektrumait és így igen sok korábbi — egymásnak ellentmondó — (és mint utólag kiderült, minden esetben helytelen) közleményt sikerült tisztázni. Igen érzékeny transzmissziós spektrométerről számolt be újabban a Bell Laboratórium kutatócsoportja [15], amely a többi spektrométer 9 GHz körüli frekvenciájával szemben 35 GHz-en, illetve 120 GHz-en működik. Ez a csoport azonban nem a fémek ESR-ját, hanem azok transzmissziós ciklotronrezonanciáját vizsgálja.

A világon épített TESR spektrométerek száma igen kevés, ennek oka a módszer viszonylagos újdonságán és a reflexiós spektrométerekhez viszonyítva szűk felhasználási területen kívül a technikai nehézségekben rejlik.

I/2. A TESR spektrométer működésének alapelve

Az Orsay-i Délpárizsi Egyetem Szilárdtestfizikai Laboratóriumában 1970. és 1972. között épült TESR spektrométer elvi sémáját az I.2.1-es ábrán adjuk meg.

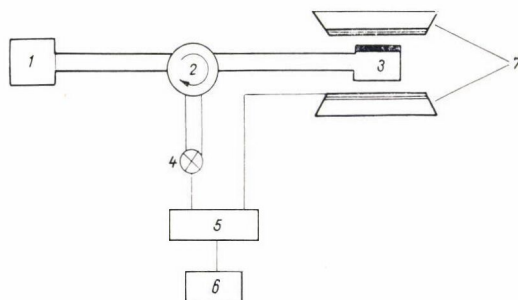
A spektrométerrel a két üreg közé helyezett mintán áthaladó elektromágneses sugárzás amplitúdójának és fázisának változása mérhető a külső mágneses tér függvényében.



I/2.1. ábra. Transzmissziós ESR spektrométer elvi sémája

1. Mikrohullámú oszcillátor, 2. amplitúdó modulátor,
3. adó üreg, 4. vevő üreg, 5. keverő kristály- detektorok,
6. fázistoló, 7. iránycsatoló, 8. fázisérzékeny detektor,
9. XY író, 10. mágnes

A generátorból nyert mikrohullámok a nagyteljesítményű ágon a fázisérzékeny detektor által vezérelt amplitúdómodulátoron keresztül jutnak az adó üregbe. A rezonanciafeltétel teljesülése esetén a II. fejezetben leírtaknak megfelelően az adó és vevő üreg közé helyezett (azoknak egy-egy falát képező) mintán áthalad egy kis elektromágneses sugárzás, amely a rezonancia feltételtől független — az örvényáramok által leárnyékolt — közvetlen elektromágneses sugárzásnál általában több nagyságrenddel erősebb. A mintán keresztül a vevőüregbe érkező amplitúdó modulált mikrohullámokat a keverő detektor egy, a nagy teljesítményű ágról lecsatolt, nem modulált közepes teljesítményű mikrohullámmal összekeveri és detektálja. A megmaradó, az amplitúdó modulációnak megfelelő frekvenciájú jelet a fázisérzékeny detektor detektálja. A statikus mágneses teret a rezonancia tér körül lassan változtatva a kapott jelet az XY író regisztrálja. A mérések egy részét nem transzmissziós, hanem reflexiós módszerrel végeztük. A reflexiós típusú berendezés elvi sémáját az I.2.2. ábrán adjuk meg. Itt nem a mintán áthaladó, hanem arról visszaverődő elektromágneses sugárzás változását mérjük. A generátorból nyert



I/2.2. ábra. Reflexiós ESR spektrométer elvi sémája

1. Mikrohullámú oszcillátor, 2. cirkulátor, 3. üreg
a mintával, 4. kristálydetektor, 5. fázisérzékeny
detektor, 6. XY író, 7. mágnes a modulációs
tekercsekkel

mikrohullámok nagy részét a megfelelően csatolt üreg abszorbeálja, s így a detektor felé csak egy kis, a polarizációhoz szükséges hullám halad. A rezonanciafeltétel teljesülésekor a minta impedanciája változik, s így a detektor felé haladó hullám amplitúdója és fázisa is. Az audio frekvenciás fázisérzékeny detektáláshoz szükséges moduláció a TESR módszerrel szemben a mágneses tér modulálásával történik.

Az általunk épített transzmissziós elektron spinrezonancia spektrométer érzékenysége — egyszerűbb felépítése ellenére — azonos a *Schultz* és munkatársai [11] által ismertetettel. A szakirodalom szűkszavúságára tekintettel a függelékben a spektrométer felépítését részletesen ismertetjük.

II. A TRANZMISSZIÓS ESR FENOMENOLOGIKUS ELMÉLETE

II/1. g faktor és relaxációs idő fémekben

A mágneses rezonancia jelenséget fenomenologikusan leíró alapegyenletet először *Bloch* adta meg [13]. Ez eredeti formájában térben homogén gerjesztés és a mágnesezettség diffúziójának elhanyagolhatóságát tételezte fel. Kiinduló pontja, hogy a \underline{H} mágneses térnek az \underline{M} mágnesezettség hordozóira — esetünkben az elektronokra — ható forgatónyomatéka $\frac{dJ}{dt}$ impulzusnyomaték változást hoz létre. Az elektronok impulzusnyomaték változása a mágnesezettség változását vonja maga után:

$$\underline{M} \times \underline{H} = \frac{dJ}{dt} = \frac{1}{\gamma_0} \frac{dM}{dt} \quad (2.1.1)$$

ahol γ_0 a szabad elektron egységnyi impulzusnyomaték változására eső mágnesezettség változás.

A mágnesezettség hordozói azonban környezetükkel (a ráccsal) kölcsönhatnak, melynek következtében egyrészt a mágnesezettség, ha eltér a ráccsal való termodinamikai egyensúlyától, oda visszatérni törekszik, másrészt a rácsból is felvehet impulzusnyomatékokat. Ezeket a jelenségeket is figyelembe véve a mozgásegyenlet:

$$\frac{dM}{dt} = \gamma (\underline{M} \times \underline{H}) + \frac{M_0 - M}{T} \quad (2.1.2)$$

alakú, ahol a spektroszkópiai felhasadási állandó:

$$\gamma = \frac{\Delta M}{\Delta J_s} \quad (2.1.3)$$

az elektronok mágnesezettség-változása osztva az ezzel járuló spin impulzusnyomaték változással, M_0 az egyensúlyi mágnesezettség, T a relaxációs idő. Megmutatható [14], hogy az elektronok pálya-impulzusnyomatékának változását a rács ellenkező irányú impulzusnyomaték változása kíséri, ezért γ fenti kifejezésében a mágnesezettség-változásban mindkét járulék, az impulzusnyomaték változásban csak a spinjárulék szerepel.

Szokásos a

$$g = \gamma \left[\frac{e}{2mc} \right]^{-1} \quad (2.1.4)$$

jelöléssel az ún. g faktort bevezetni. Szabad elektronok esetén g értéke jó közelítéssel 2.

Nem mágneses fémekben a vezetési elektronok g faktorának eltérése a szabad elektron értéktől és relaxációs ideje az esetek többségében spin-pálya csatolási mechanizmusokkal magyarázhatók [16] (Elliot-mechanizmus). Újabban a nagyon tiszta fémek alacsony hőmérsékleti viselkedését elektron-elektron kölcsönhatásokkal magyarázták [50]. A spinpálya csatolásnál a vezetési elektronok az iontörzsön belüli elektromos terekkel lépnek kölcsönhatásba. Ideális tiszta fémeknél ez csak g faktor eltérést okoz, azonban relaxációt nem.

Elliot [16], Brooks [17], Yafet [18] és Overhauser [19] végeztek sávszámításokat az alkáli fémek g faktorának meghatározására, ezek jó egyezésben vannak a kísérletekkel [18].

A kismértékű szennyezést tartalmazó fémek spin relaxációs idejét alacsony hőmérsékleten általában a szennyezések, míg magas hőmérsékleten a rácsrezgések határozzák meg, hasonlóan az ellenállás hőmérsékletfüggéséhez. Dolgozatunkban az általunk leírt relaxációs méreteffektust a fémek határfelületén a vezetési elektronokra ható spinpálya kölcsönhatással fogjuk magyarázni. A jelenség igen szoros kapcsolatban áll a fémek belsejében a szennyezésektől származó relaxációval, amely az irodalomban jól ismert, ezért ennek tárgyalására röviden kitérünk.

Tiszta fémekbe oldott nem mágneses szennyezések hatását szisztematikusan Asik, Ball és Slichter [42] vizsgálták először nagyszámú lítium és nátrium alapú híg ötvözetben. A kísérletek magyarázatához egyszerű modellt dolgoztak ki. Keresük az egyensúlyhoz visszatérés jellemzőit közvetlenül a külső mágneses tér hirtelen kikapcsolása után. Feltételezzük, hogy az elektronok kinetikus energiaeloszlása egyensúlyban van már, de a $+$ és $-$ spinű elektronok száma N_+ és N_- különböző. A különbség a Fermi-energia körüli állapotok betöltésében lép fel:

$$N_+ - N_- = \frac{1}{2} \varrho(E_F) \Delta E, \quad (2.1.5)$$

ahol $\varrho(E_F)$ az elektronok állapotsűrűsége (összegezve a spinre) a Fermi-energiánál, ΔE a perturbáció által felhasadt Fermi-energiák különbsége. A relaxációs idő, T , definíció szerint:

$$\frac{d(N_+ - N_-)}{dt} = -(N_+ - N_-) \frac{1}{T} \quad (2.1.6)$$

az egyensúlytól való eltérés időderiváltjával arányos mennyiség.

Legyen V az egy szennyezés által okozott, spintől és helytől függő (a kinetikus energiához képest kicsiny) potenciál, akkor a mért mennyiséget, a relaxációs időt perturbációs számítással:

$$\frac{1}{T} = N_0 c \frac{2\pi}{h} \varrho(E_F) \langle V^2 \rangle_F \quad (2.1.7)$$

alakban kapjuk meg, ahol c a szennyező atomok koncentrációja, N_0 a mátrix-atomok sűrűsége és

$$\langle V^2 \rangle_F = \int |(\underline{k}_F + |\underline{V}| \underline{k}'_F)|^2 \frac{d\Omega d\Omega'}{(4\pi)^2} \quad (2.1.8)$$

a Fermi-felületre való átlagolást jelzi. \underline{k}_F + a \underline{k}_F impulzusú + spinű állapot. A spin-pálya kölcsönhatás perturbáló potenciálja

$$V = \lambda(r) \underline{s} \underline{l}, \quad (2.1.9)$$

ahol \underline{s} a spin, \underline{l} a pályaimpulzusmomentum operátor, $\lambda(r)$ az $\underline{E}(r)$ elektromos térerősségtől függő mennyiség:

$$\lambda(r) = -\frac{eh^2}{2m^2c^2} \frac{E}{r}. \quad (2.1.10)$$

Egyvegyértékű (tehát a mátrix-szal azonos) szennyezésekre az ortogonalizált síkhullámok módszere a kísérletekkel jó egyezést ad. Ebben az esetben ugyanis a töltés-átrendezésből származó potenciálváltozás az atomi potenciálokhoz képest kicsiny. A mátrixtól különböző vegyértékű szennyezők esetén a leárnýékoló töltések elektromos terét is figyelembe kell venni és a hullámfüggvényeket self-konzisztens módon kell meghatározni. Bár az ilyen számítások nem jártak teljes sikerrel [43], [44], a relaxációnak a szennyező atomok valenciájától való függését kvalitatív megadják.

(2.1.10)-ből látható, hogy a spin-pálya csatolás erősen nő a rendszámmal, ezzel összhangban vannak a kísérleti eredmények, melyek szerint Li-ban az egy szennyezésre eső relaxációs idő a kis rendszámúaktól a nehéz atomok felé haladva nagyságrendekkel változik [42].

II/2. A mágnesezettség diffúziója nem ferromágneses fémekben

A fémek szabad elektronjai mozgékonyáguk következtében a külső perturbációk okozta mágnesezettség inhomogenitásokat kiegyenlítik. A folyamat leírására az elektronokat *Torrey* után [24] mágnesezhető gáznak tekinthetjük, amelyben az inhomogenitást a diffúzió egyenlíti ki. Lényegében ezzel az elektronokra vonatkozó Boltzmann-egyenlet relaxációs idő közelítésének érvényességét tételezzük fel.

A mágnesezhető gáz alatt félklasszikus megfontolással a következőket értjük: Csak a Fermi-energia körüli energiájú elektronokat tekintjük, melyek mozgásuk során a ráccsal ütköznek, λ átlagos szabad úthosszal. Külső mágneses térbe helyezve az elektronok polarizálódnak. Az x irányú külső mágneses térben a tér irányával párhuzamos momentumú, n_+ sűrűségű elektronok árama:

$$\underline{j}_+ = -D \nabla n_+ + n_+ \underline{v}_d. \quad (2.2.1)$$

Az első tag a koncentrációváltozás okozta diffúzió, az ún. Einstein-reláció szerint $D = \frac{1}{3} v_F \lambda$ a diffúziós állandó, v_F a Fermi-sebesség (melynek függését az elektronok hullámszámától elhanyagoljuk). A második tag a külső erők hatását írja le, v_d a driftsebesség.

A mágnesezettség árama alatt a

$$\underline{j}_m = \mu(\underline{j}_+ - \underline{j}_-) \quad (2.2.2)$$

mennyiséget értjük, ahol \underline{j}_- értelemszerűen a mágneses térrel ellenkező irányba polarizált elektronok áramsűrűségét jelenti.

A koncentráció inhomogenitásból származó mágnesezettség áram

$$D\nabla(n_+ + n_-)\mu = -D\nabla M_x \quad (2.2.3)$$

a pillanatnyi mágnesezettség-gradienssel arányos. A drift járuléka az M_{0x} egyensúlyi mágnesezettséggel hozható kapcsolatba:

$$\underline{j}_m, \text{ drift} = D\chi_p \nabla H_x = D\nabla M_{0x} \quad (2.2.4)$$

Itt χ_p a Pauli-szuszeptibilitás.

A mágnesezettség diffúziós árama tehát (x irányú polarizáltság esetén):

$$\underline{j}_m = D\nabla(M_{0x} - M_x) \quad (2.2.5)$$

Ez az eredmény formailag azonos a *Torrey*-nak az atomok termodiffúziója által okozott magmágnesezettség diffúziójára kapott eredménnyel [24].

Egyensúlyban a mágnesezettség áram eltűnik, fenti megfontolásunkkal azt kívántuk szemléltetni, hogy ezt az egyensúlyt a drift áramok és a mágnesezettség gradiense együttesen hozzák létre. A drift áramok szerepét az irodalomban néha (*De Gennes* [25], *Kaplan* [26]) — véleményünk szerint helytelenül — mint elhanyagolható mennyiséget nem veszik figyelembe.

A diffúzió az egyes elektronok mágnesezettségét nem változtatja meg, így a megfelelő mágnesezettség sűrűségváltozására egy kontinuitási egyenlet írható fel:

$$\left. \frac{dM}{dt} \right|_{\text{diffúzió}} = D\nabla^2(\underline{M} - \underline{M}_0). \quad (2.2.6)$$

Összegezve, a vezetési elektronok mozgásegyenlete (a módosított Bloch-egyenlet) tehát

$$\frac{d\underline{M}}{dt} = \gamma(\underline{M} \times \underline{H}) + \frac{\underline{M}_0 - \underline{M}}{T} + D\nabla^2(\underline{M} - \underline{M}_0) \quad (2.2.7)$$

alakú.

II/3. A csatolt Bloch- és Maxwell-egyenletek megoldása fémfóliákban

Az előzőekben ismertetett mágnesezettség mozgásegyenlet a fém belsejében a Maxwell-egyenletekkel együtt a kísérleti körülményeknek megfelelő néhány közelítést alkalmazva megoldható. A következőkben megadott gondolatmenet *Kaplan*-tól [26], illetve tőle függetlenül *de Gennes*-től [25] származik.

Feltételezve az Ohm-törvény érvényességét a fém belsejében a Maxwell-egyenletekből az elektromos teret kiküszöbölve és az eltolódási áramot elhanyagolva

a következő jól ismert összefüggésre jutunk:

$$\Delta \underline{H} - \frac{4\pi\sigma}{c} \dot{\underline{B}} = 0, \quad (2.3.1)$$

ahol \underline{H} a mágneses térerősség $\underline{B} = \underline{H} + 4\pi\sigma \underline{M}$ az indukció, σ a vezetőképesség. A (2.2.8) és (2.3.1) egyenletek megoldásai adják az elektromágneses hullámok lehetséges terjedési módusait fémekben.

A z irányba mutató H_0 nagyságú külső sztatikus mágneses tére merőlegesen a síkban cirkulárisan polarizált hullám-megoldásokat keressük.

Ha a dinamikus mágnesezettség elegendően kicsiny, a z irányú mágnesezettség:

$$M_z \simeq M_0 = \chi H,$$

ahol χ a szuszceptibilitás. Vezessük be az (x, y) síkban fekvő mágnesezettség, illetve mágneses tér jellemzésére az ún. cirkuláris komponenseket:

$$m(z, t) = M_x - iM_y,$$

$$h(z, t) = H_x - iH_y.$$

Keressük a (2.2.8) és (2.3.1) egyenletek megoldásait

$$m(z, t) = m e^{i\omega t - kz} \quad (2.3.2)$$

$$h(z, t) = h e^{i\omega t - kz}$$

alakban. A két egyenlet fogja meghatározni a k hullámszám és ω frekvencia közötti diszperziós relációt, míg a fémfelületre vonatkozó határfeltételek az m és h amplitúdókat. (2.3.2)-t a Bloch, illetve Maxwell-egyenletekbe helyettesítve, m -ben és h -ban csak lineáris tagokat megtartva az

$$\left[i(\omega - \omega_0) + \frac{1}{T} - Dk^2 \right] m + i\omega_0 \chi h = 0 \quad (2.3.3)$$

$$4\pi m + \left[1 + \frac{i\delta^2}{2} k^2 \right] h = 0$$

homogén lineáris egyenletrendszerre jutunk, ahol:

$$\delta = \frac{c}{(2\pi\sigma\omega)^{1/2}} \quad (2.3.4)$$

a klasszikus szkin mélység és $\omega_0 = \gamma H_0$ a rezonancia frekvencia. Nem triviális megoldásokat a k hullámszám következő értékei mellett kapunk:

$$k_1 = -k_3 = \left[\frac{2i}{\delta^2} + \frac{4\pi\chi\omega_0 T}{\frac{\delta_{\text{eff}}^2}{2i} + \frac{\delta^2}{2} (i\Delta\omega T + 1)} \right]^{1/2} \quad (2.3.5)$$

$$k_2 = -k_4 = \left[\frac{2}{\delta_{\text{eff}}^2} (i\Delta\omega T + 1) = \frac{4\pi\chi\omega_0 T}{\frac{\delta_{\text{eff}}^2}{2i} + \frac{\delta^2}{2} (i\Delta\omega T + 1)} \right]^{1/2}, \quad (2.3.6)$$

ahol

$$\delta_{\text{eff}} = (2DT)^{1/2}$$

és $\Delta\omega = \omega - \omega_0$, továbbá a négyzetgyökvonás úgy értelmezendő, hogy k_1 és k_2 valós része pozitív.

A k_1 hullámszámú módus a szuszeptibilitással arányos kicsiny korrekciótól eltekintve a szokásos örvényáram módusnak felel meg. Ez a módus a felülettől néhányszor δ távolságig terjed. δ tipikus szobahőmérsékleti értéke tiszta fémekben 1μ , alacsony hőmérsékleten ennél jóval kisebb lehet.

A rezonancia transzmisszió a k_2 , vagy a továbbiakban „spin” módustól származik. Ha a hullám frekvenciája megegyezik a rezonanciafrekvenciával, ez a módus néhányszor δ_{eff} távolságig terjed. Ha azonban a rezonanciafeltételtől eltérünk, a rezonáns mágnesezettség okozta átlátszóság rohamosan csökken. δ_{eff} azon távolságnak felel meg, amelyig az elektronok átlagosan diffundálnak anélkül, hogy spin-flip szórás következne be [5], ezért a továbbiakban spin szabad úthossznak nevezzük. δ_{eff} kifejezhető az elektronok τ impulzus és T spin-relaxációs idejével:

$$\delta_{\text{eff}} = v_F \left(\frac{2}{3} T\tau \right)^{1/2}.$$

Szobahőmérsékleten úgy T -t, mint τ -t általában a rácsrezgések határozzák meg és δ_{eff} összemérhető a szkinmélységgel. Ugyanakkor nagytisztaságú fémekben alacsony hőmérsékleten néhány száz mikron nagyságrendű távolságig hatol be a spin módus. A minta vastagságát úgy választva, hogy az örvényáram módusnak megfelelő skin-mélységnél jóval vastagabb, de a spin szabad úthossznál vékonyabb legyen, elérhető, hogy csak a rezonanciafeltételnek megfelelő frekvenciájú sugárzás hatolhasson át a fémfólián, míg az egyéb frekvenciájú sugárzás teljes egészében visszaverődik. Ezért a TESR módszert néha szelektív transzmissziós módszernek is nevezik.

A (2.3.3) egyenletek kapcsolatot adnak az egyes módusok mágnesezettsége és mágneses tere között, lehetővé téve az egyes módusokhoz tartozó általánosított szuszeptibilitások bevezetését:

$$m_1 = \alpha'_2 h_1, \quad m_2 = \alpha_2 h_2,$$

$$m_3 = \alpha'_1 h_3, \quad m_4 = \alpha_2 h_4,$$

ahol az indexek a különböző hullámszámokhoz tartozó módusokat különböztetik meg.

Ha $\delta_{\text{eff}} \gg \delta$, akkor

$$\alpha_1 = \chi + \frac{\delta^2}{\delta_{\text{eff}}^2} \chi \omega_0 T$$

$$\alpha_2 = -\frac{1}{4\pi}.$$

(A továbbiakban az $\alpha_1 = \alpha'_1 - \chi$ kifejezés fog szerepelni a formulákban, csak a sztatikus szuszeptibilitástól való eltérés játszik szerepet.)

A nagytisztaságú fémek belsejében az örvényáramok kioltják a $b = h + 4\pi m$ mágneses indukciót.

II/4. Fémfóliák transzmissziós ESR spektruma

A transzmissziós ESR spektrum számítását az irodalomban többen közölték [4], [5], [20], [21]. A számítás során az előző pontban tárgyalt fémen belüli megoldásokat a szabad térbeli megoldásokhoz kell illeszteni a megfelelő határfeltételek segítségével. A számítás menetét végigkövetjük, tekintve hogy alapvető a dolgotat szempontjából.

Legyen a fém az x, y síkban végtelen kiterjedésű l vastagságú fólia. (Kivételesen nagytisztaságú fémekben a minta minden irányban kisebb lehet mint δ_{eff} , ekkor ez a közelítés nem tehető meg.) A fém felületére egy

$$h_0(z, t) = h_0 e^{i\omega t - k_0 z}$$

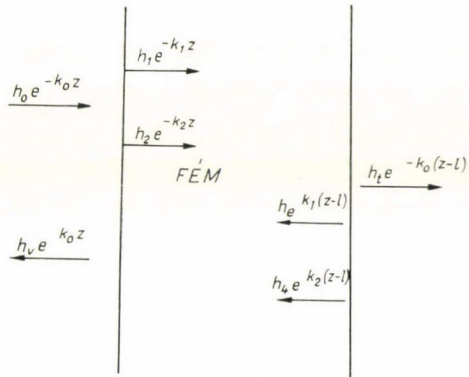
alakú, cirkulárisan polározott síkhullám esik. Ez a hullám összesen hat újabb hullámmot kelt. A fémről h_0 -val csaknem azonos h_v amplitúdójú visszaverődő hullámon kívül, a fémen belül a mágneses tér:

$$h(z, t) = [h_1 e^{-k_1 z} + h_2 e^{-k_2 z} + h_3 e^{k_1(z-l)} + h_4 e^{k_2(z-l)}] e^{i\omega t} \quad (2.4.2)$$

két befelé haladó és két, a túlsó felülettől visszaverődő hullámból áll. A hatodik hullám a keresett h_t transzmitált tér (II/4.1. ábra).

A 6 ismeretlen amplitúdóhoz 6 határfeltétel tartozik. Ezekből 4 az egyes felületeken (az elektromos, illetve mágneses tér folytonossága) a Maxwell-egyenletek következménye, míg a hiányzó kettőt a Bloch-egyenletből kell megfelelő fizikai megfontolással származtatni. A legegyszerűbb feltevés, hogy az elektronok a felületnek ütközve nem változtatják meg spin-polarizáltságukat. Ez azt jelenti, hogy a felület mentén a felületet is magában foglaló kis térfogatban a mágnesezettség-változás a térfogattól független. A Bloch-egyenletet egy ilyen kis térfogatra integrálva és a térfogattal zérushoz tartva a

$$D \frac{d(m - m_0)}{dz} \Big|_{z=0, l=0} \quad (2.4.3)$$



II/4.1. ábra. Elektromágneses hullámok a TESR spektrumok számításához

határfeltételeket kapjuk, ahol m_0 a mágnesezettség pillanatnyi egyensúlyi értéke.

A tett feltevésnek és a II/2. pontnak megfelelően ez a feltétel azt jelenti, hogy ha nincs felületi relaxáció a mágnesezettség áramnak nincs a felületből kifolyó komponense.

Az áttekinthetőség kedvéért egyelőre tételezzük fel, hogy a minta vastagabb mint a spin szabad úthossz. Ekkor a besugárzott felületnél elhanyagolhatók a másik felületről visszaverődő hullámok. Az egyes amplitúdók értéke a következők (min-

dig csak a legmagasabb rendű tagokat tartva meg χ -ben és $\delta/\delta_{\text{eff}}$ -ben):

$$\begin{aligned} h_v &= \frac{1}{2} h_1 = h_0 \\ h_2 &= \frac{\alpha_1 k_1}{\alpha_2 k_2} \\ h_4 &= -\frac{1}{2} h_3 = h_2 e^{-k_2 l} \\ h_t &= \frac{2k_1 c}{4\pi\sigma} h_2 e^{-k_2 l} = \frac{2\delta}{A} h_2 e^{-k_2 l}, \end{aligned} \quad (2.4.4)$$

ahol $A = \frac{c}{\omega}$ a szabad térbeli hullámhossz.

Tekintve, hogy $A \gg \delta$ látható, hogy a fémből kilépő hullám amplitúdója nagyságrendekkel kisebb, mint a fémen belüli amplitúdók.

A spektrum alakja a spin szabad úthosszhoz képest tetszőleges vastagság mellett:

$$h_t = \frac{i\omega_0 \chi}{D\sigma/c} \frac{2h_0}{k_2 \text{sh}(k_2 l)}. \quad (2.4.5)$$

Ez igen egyszerűvé válik a kísérletekben leggyakrabban alkalmazott mintavastagságoknál, ahol $\delta \ll l \ll \delta_{\text{eff}}$:

$$h_t = \frac{i\omega_0 \chi}{l\sigma/c} \frac{2h_0}{i(\omega - \omega_0) + \frac{1}{T}}. \quad (2.4.6)$$

Az F/5. pontban leírtak alapján a ténylegesen detektált spektrum ennek tetszőleges fázisú komponense. Az ω_0 körül szimmetrikus jelalak Lorentz-görbének felel meg:

$$\text{Im}\{h_t\} = \frac{\omega_0 \chi}{l\sigma/c} \frac{2h_0 \cdot \frac{1}{T}}{(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{T^2}}. \quad (2.4.7)$$

Jellegzetessége a spektrumnak, hogy független a diffúziós állandóktól. Maximuma $\omega = \omega_0$ -nál van, félértékszélessége $2/T$ -vel egyenlő, így a g -faktor és a relaxációs idő könnyen mérhető. Ez nagy előny a reflexiós típusú mérésekkel szemben, ahol hasonló jelalak csak a szkin-mélységnél vékonyabb mintákon kapható.

A transzmittált r.f. tér a beeső hullám polarizáltságától függetlenül cirkulárisan polárizott, ez elvben felhasználható a minta körüli szivárgás csökkentésére.

Az eddigi tárgyalásban feltettük, hogy a külső mágneses tér a fém felületére merőleges. Ez a feltétel nem lényeges, ha a mágneses tér más irányba mutat, csupán egészen kicsiny lemágnesező faktor korrekciók lépnek fel a rezonancia feltételben [23].

A spektrum számítása közben feltettük az Ohm-törvény érvényességét. Ez alacsony hőmérsékleteken tiszta fémeknél nem teljesül. Megmutatható azonban

[20], [21], hogy a TESR spektrum alakja azonos marad az anomális szkin effektus tartományában, csak a transzmittált tér nem $1/\sigma$ -val, hanem egy nehezen megbecsülhető más faktoriall lesz arányos. További különbség, hogy a diffúziós állandó szögfüggővé válhat. Ezeknek a kérdéseknek alapos kísérleti tanulmányozását nem végezték még el, csupán megállapítjuk, hogy a hőmérséklet változtatásával a normálistól az anomális szkin-effektus tartományába átmenve a kísérleti TESR spektrum lényegesen nem változik. Az anomális tartományban azonban fellép egy további transzmisszió is [6], amely erősen függ a mágneses térnek a minta felületével bezárt szögétől és a mágneses tér nagyságától. Ez a transzmisszió az elektronok ciklotron mozgásával függ össze és geometriai ciklotron rezonanciának is nevezik.

III. A VEZETÉSI ELEKTRON SPINRELAXÁCIÓ MÉRTEFFEKTUS

III/1. Irodalmi áttekintés

A felület hatása a tiszta fémek vezetési elektron spinrelaxációjára nem teljes mértékben tisztázott. A jelenlegi laboratóriumi eljárásokkal készült nagy tisztaságú fémeknél az elektronok sokszor ütköznek a felülettel azon idő alatt, amíg egy spinátfordító ütközést szenvednek a minta belsejében. Például vegyünk egy $l=50\ \mu$ vastag, 1000-es ellenállásarányú alumínium fóliát. A spinrelaxációs idő $T=3\cdot 10^9$ sec [7], a szabad úthossz alacsony hőmérsékleten $\lambda=15\ \mu$. Az elektronok a felülettel átlagosan körülbelül:

$$\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \frac{\lambda}{v_F} \sim 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ sec}$$

időnként ütköznek, tehát minden huszadik felületi ütközésre esik egy bulk relaxáció.

A vezetési elektronok felületi impulzus szórása az ellenállás méreteffektus mérések szerint majdnem mindig diffúz [27], tehát az elektronok nem tükörszerűen reflektálódnak. Ezzel szemben a valamennyire is tiszta fémfelületen a spinváltoztató ütközések száma igen kicsiny. Legmeggyőzőbb bizonyítékként az egészen kicsi lítium részecskéken talált igen keskeny ESR spektrumot említjük meg [12], ahol a mérések szerint az elektronok spinje csak minden 10^7 felületi ütközés alatt relaxál. Más eljárással készült kis lítium részecskéken [29] egy nagyságrenddel nagyobb, de még mindig igen kicsi effektust találtak. Tudomásunk szerint meggyőző adat fém-vákuum határfelületen történő relaxáció létezéséről nincs. *Schultz* és *Latham* [6] közöltek ugyan rézre vonatkozóan ilyen effektust, azonban a későbbben a *La Jolla* csoport által [30] és az általunk Orsayban végzett mérések nem mutatták a spin relaxációnak [6]-ban közölt erős mintavastagság függését. Nem világos továbbá, hogy vajon egy fém-szigetelő határfelület lényeges relaxáció hatást fejthet-e ki vagy sem? Míg alumíniumon, melynek felületén mindig képződik egy többé-kevésbé vastag oxid réteg *Schultz* és munkatársai [7] és a jelen dolgozat szerint is [3] ilyen effektus nem található, addig *Bowring* és *Smithard* [31] a tiszta magnéziumon talált többlet kiszélesedést a felületi MgO rétegnek tulajdonították.

Felületi effektusokkal magyarázták újabban *Nagashima* és *Abe* [32] néhány ezer angström vastag CuMn híg ötvözetek ESR spektrumának megnövekedett hőmérsékletfüggését.

Tudomásunk szerint az irodalomban — jelen munkán kívül — nem található publikáció két egymásra helyezett fémből álló rendszer ESR vizsgálatára.

III/2. A felületi relaxáció hatása a TESR jelalakra

Dyson klasszikus cikkében [33] kitért a fémek felületi impedanciájának számítására a felületi relaxáció figyelembevételével. Eredményei szerint a reflexiós spektrum alakja, ha a minta vastagsága nagyobb, mint a szkin mélység, igen bonyolult formában adható csak meg. Egészen vékony minták esetén Lorentz alakú spektrum várható, azonban a térfogati relaxációs idő helyett egy

$$\frac{1}{T_{\text{eff}}} = \frac{1}{T} + \varepsilon \frac{v_F}{l} \quad (3.2.1)$$

effektív relaxációs idő lép fel. Itt ε annak a valószínűsége, hogy a felülettel ütköző elektron spinátforduló ütközést szenvedjen.

Újabban *Walker* [34] végezte el a TESR jelalak számítását felületi relaxációra is kiterjesztve, eredményei azonban — helytelen közelítések alkalmazása miatt — némileg eltérnek a jelen dolgozatától.

A számítás menete azonos a II/4. pontban leírtakkal, csupán a határfeltételeket kell megfelelően megválasztani. A felületi relaxáció következtében a mágnesezettség áram felületre merőleges komponense nem zérus. A legegyszerűbb feltevés, hogy a felületen időegységenként relaxálódó mágnesezettség a mágnesezettségnek a felületen vett értékével arányos, tehát az új határfeltételek:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d(m-m_0)}{dz} \right|_A &= \alpha_A (m-m_0)|_A \\ \left. \frac{d(m-m_0)}{dz} \right|_B &= \alpha_B (m-m_0)|_B, \end{aligned} \quad (3.2.2)$$

ahol A és B az egyes felületeket jelölik. Ez a feltétel biztosítja, hogy a felület körüli kis térfogatban a perturbáció kikapcsolása után a mágnesezettség exponenciálisan relaxál az egyensúlyi értékhez. Az ε_A és ε_B felületi paraméterek nem lehetnek negatívak, mert az a mintába kívülről táplált mágnesezettségnek felelne meg, értékük zérus a felületi relaxáció-mentes esetben.

A transzmittált rádiófrekvenciás tér a szkinmélységnél vastagabb, de különben tetszőleges mintavastagságok esetén és a II. fejezetben tett közelítésekkel:

$$\begin{aligned} h_t &= 2h_0 \frac{i\chi\omega_0 c}{D\sigma} \times \\ &\times \frac{(1 + \alpha_A/k_1)(1 + \alpha_B/k_1)}{k_2 \text{sh}(k_2 l) + (\alpha_A + \alpha_B) \text{ch}(k_2 l) + \frac{\alpha_A \alpha_B}{k_2} \text{sh}(k_2 l)}. \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

Egyszerűen megmutatható, hogy a fenti kifejezés imaginárius része az $\omega_0 = \gamma H_0$ Larmor-frekvencia körül szimmetrizálható, tehát a mért g -faktorban nem várható változás. A (3.2.3) kifejezés, továbbá tetszőleges mintavastagság esetén invariáns α_A és α_B felcserélésére. A TESR spektrum ezen invarianciája a megfelelően választott határfeltételek és a számítás során eszközölt közelítések következménye, maguk a kiinduló egyenletek azonban nem invariánsak az adó és vevő oldali felcserélésére. Az invariancia kísérleti kimutatása a választott határfeltétel helyességét támaszthatja alá. Megjegyezzük továbbá, hogy az invariancia csak a transzmittált hullámra vonatkozik, a fémen *belül* a mágneses tér és a dinamikus mágnesezettség nagymértékben változik az adó és vevő oldal felcserélésekor, ha a két felületi relaxációs paraméter nem azonos.

A (3.2.3) kifejezés tetszőleges erősségű felületi relaxáció esetén érvényes, azonban ha túl erős, azaz ha $\alpha_A \delta_{\text{eff}} \gg 1$, akkor nincs rezonancia transzmisszió. Minthogy a rezonancia frekvencia körül $|k_1| \gg \delta_{\text{eff}}^{-1}$, nem követünk el nagy hibát, ha a továbbiakban a (3.2.3) kifejezés számlálójában az α_A/k_1 , illetve α_B/k_1 mennyiségeket elhanyagoljuk.

A kísérletileg legfontosabb esetben a minták jóval vékonyabbak a spin szabad úthossznál. Ez a spektrum alakjának lényeges egyszerűsödésére vezet:

$$h_t = \frac{i\chi\omega_0 c}{\sigma l} \frac{2h_0}{i(\omega - \omega_0) + \frac{1}{T_t}}, \quad (3.2.4)$$

ahol a teljes relaxációs idő a T térfogati és a felületi relaxációból tevődik össze:

$$\frac{1}{T_t} = \frac{1}{T} + D \frac{\alpha_A + \alpha_B}{l} + D\alpha_A\alpha_B. \quad (3.2.5)$$

A (3.2.4) kifejezés a kísérletileg érdekes frekvenciatartományban, amikor $\omega - \omega_0$ néhányszor nagyobb, mint T_t^{-1} , akkor érvényes, ha a mintavastagság a felületi relaxációt is figyelembe vevő

$$\delta_{\text{seff}} = (2DT_t)^{1/2} \quad (3.2.6)$$

spin szabad úthosszánál kisebb.

Látható, hogy ha a felületi relaxáció csak az egyik felületen különbözik zérustól, a többlet vonalszélesség fordítva arányos a minta vastagságával, míg a mindkét felületen fellépő relaxáció esetén egy további, a minta vastagságától független járulékot kapunk. Ezen utóbbi tag hiányzott *Walker* eredeti cikkében. *Walker* [35] később rámutatott arra a lehetőségre, hogy ez a felületi paraméterben négyzetes tag a nátriumban megfigyelt paramágneses spinhullámok [36] egyes anomális tulajdonságait megmagyarázza.

A többletrelaxáció jellegét világosabban láthatjuk, ha *Dyson* nyomán [33] bevezetjük az ε valószínűséget, mely megadja, hogy átlagosan hány felületi ütközés során következik be egy spinátfordulás. Egyszerű geometriai megfontolással megmutatható [33], hogy

$$\alpha_A = \frac{3}{2} \frac{\varepsilon_A}{\lambda}, \quad (3.2.7)$$

ha $\varepsilon_A \ll 1$, különben ε_A helyett $\varepsilon_A/(1-\varepsilon_A)$ írandó [34]. Behelyettesítve (3.2.7)-et (3.2.5)-be:

$$\frac{1}{T_i} = \frac{1}{T} + \frac{\varepsilon_A + \varepsilon_B}{2} \frac{v_F}{l} + \frac{3}{4} \varepsilon_A \varepsilon_B \frac{v_F}{\lambda}. \quad (3.2.8)$$

A valóságot leegyszerűsítve (3.2.8) ε_A és ε_B -ben lineáris tagját úgy értelmezhetjük, mint az egyes elektronok felületi relaxációs valószínűsége és a mintán való áthaladáshoz szükséges idő szorzata. Az $\varepsilon_A \varepsilon_B$ szorzatot tartalmazó taghoz szemléletes képet nem tudunk adni, megjegyezzük, hogy még viszonylag kis ε értékek mellett is lényeges lehet magas hőmérsékleten, ahol a szabad úthossz általában jóval kisebb, mint a mintavastagság.

IV. A VEZETÉSI ELEKTRONSPIN-RELAXÁCIÓ MÉRETEFFEKTUSÁNAK KÍSÉRLETI VIZSGÁLATA

IV/1. TESR tiszta alumíniumon

A tiszta alumíniumon végzett mérések célja a berendezés teljesítőképességének vizsgálata mellett főként az irodalmi értékek reprodukálása volt.

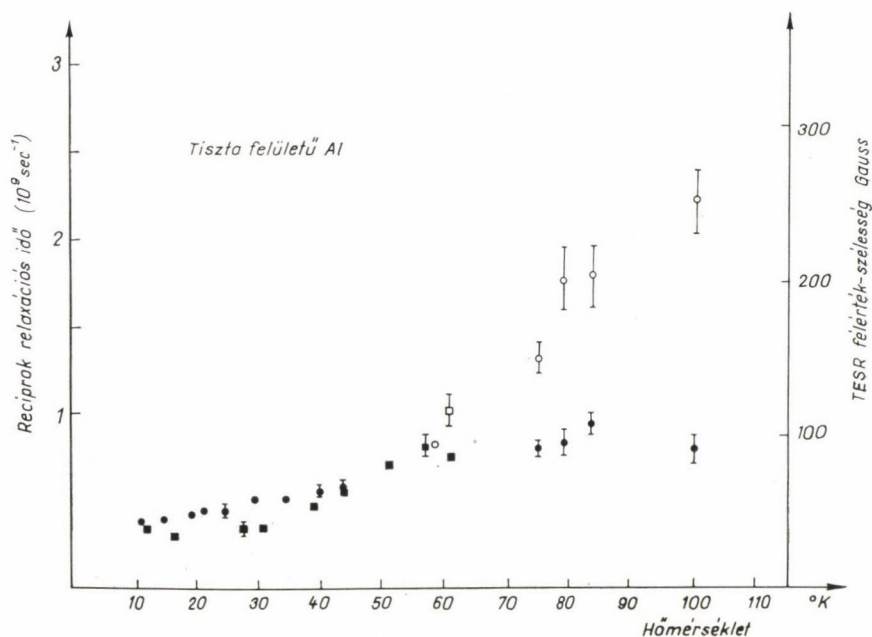
A minták a budapesti Fémipari Kutató Intézettől kapott nagytisztaságú (99,999%) alumínium öntecseiből készültek. A KFKI-ban végzett tömegspektroszkópiai analízis szerint a legerősebb spinrelaxációt okozó átmeneti fémszennyezések közül a minta igen keveset tartalmazott, a TESR alacsonyhőmérsékleti vonalszélességéhez valószínűleg csak a 0,5 ppm vas ad egy kicsiny (kisebb mint 2 G) járulékot [37]. A fémes szennyezők közül megemlítjük még a 10 ppm körüli össz alkáli fémet, melynek hatása — bár közvetlen irodalmi utalást erre vonatkozólag nem ismerünk — ugyancsak elhanyagolható.

A néhány milliméter vastagságú öntecseket egy lépésben 55 és 35 mikron vastagságú csikkokká hengereltük, majd egy óráig 200 °C-on hőkezeltük a hengerlési diszlokációk kitemperálása céljából. Az így nyert fóliáknak nincs orientált textúrája és finom szemcsézettségűek.

A fóliák szobahőmérséklet és 4,2 °K között mért ellenállásaránya az 55 μ -os vastagságnál 2400, a 35 μ -os vastagság mellett 1700. A két vastagságnál tapasztalt ellenállásarány-különbség arra utal, hogy a vezetési elektronok (impulzus) szabad úthossza a minta vastagságával összemérhető, a végtelen vastagságra extrapolált [38] ellenállásarány magasabb, mint 3000.

A fóliákat forró (50 °C) híg vizes NaOH oldatban marással vékonyítottuk tovább. A TESR méréseket 17, 19, 35 és 45 mikron vastagságú mintákon végeztük.

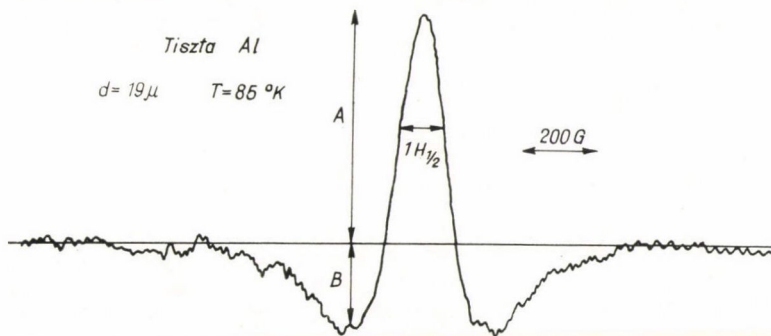
Méréseink jórészt alátámasztják *Schultz* és munkatársai egykristályokon kapott eredményeit [7]. A TESR alacsonyhőmérsékleti félértékszélesség a mérési hibánál valamivel többet változik mintáról mintára, de ez a változás nem hozható összefüggésbe a minták vastagságával. A félértékszélesség hőmérsékletfüggését a IV/1.1. ábrán mutatjuk be. Ez a hőmérsékletfüggés jellegében az ellenállásra hasonlít, alacsony hőmérsékleten körülbelül 20 °K-ig a vonalszélesség független a hőmérséklettől, a maradék vonalszélesség értéke kb. 40 G, majd gyorsan növekszik a hőmérséklettel. A jelalak alacsony hőmérsékleten Lorentz, magasabb hőmérsékleten jellegzetes minimumok lépnek fel a spektrum szárnyain.



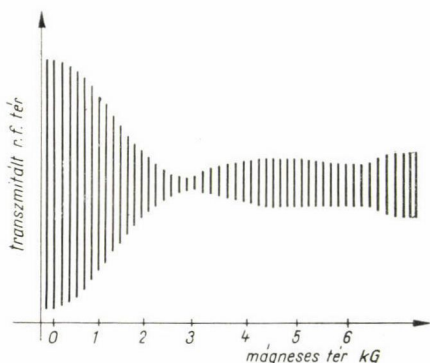
IV/1.1. ábra. Tiszta felületű alumínium félértékszélessége (○) és relaxációs ideje (■) a hőmérséklet függvényében 58 °K alatt a félértékszélességből közvetlenül adódik a relaxációs idő.

A IV/1.1. ábrán Lorentz-alaktól eltérő spektrumok centrális csúcsán mért félértékszélességét ábrázoltuk, ez a paraméter azonban a minta vastagságától is függ. Tipikus magashőmérsékleti spektrumot mutatunk be a IV/1.2. ábrán.

A 35 μ vastagságú mintán 77 °K-on a rezonancia éppen detektálható, a 45 μ vastag mintán 77 °K-on nem találtunk TESR-t. A 19 μ vastag mintán 100 °K-ig vettünk fel kiértékelhető spektrumokat. A szimmetrizált spektrum maximumának



IV/1.2. ábra. Jellegzetes magashőmérsékleti TESR spektrum. A, B és $\Delta H_{1/2}$ a jellemző jelalakparaméterek



IV/1.3. ábra. Jellegzetes TESR háttérspektrum. Tiszta alumínium, 17 μ vastag, $T = 1.4^\circ\text{K}$

helyéből, az F/6. fejezetben leírt korrekciók megtétele után, a g faktort ugyanezen a mintán 40°K -en $1,9960 \pm 0,0010$ -nak találtuk, jó egyezésben az irodalmi értékkel [7].

Alacsony hőmérsékleten a háttér transzmisszió (II/4. fejezet) a TESR-nél egy nagyságrenddel nagyobb lehet. A IV/1.3. ábrán egy jellegzetes háttér teljesítményspektrumot mutatunk be.

A TESR az erős háttértől kis vonalzélessége és a sztatikus mágneses térnek a minta síkjával bezárt szögétől való függetlensége által különböztethető meg. Alacsony hőmérsékleten a mágneses tér szögét úgy igyekeztünk megválasztani, hogy a háttér transzmisszió viszonylag keveset változzon

a mágneses tér nagyságának függvényében a TESR körül. Az optimális beállítást nehezíti azonban, hogy a mért háttértranszmisszió a bázishullám fázisától is függ. A háttér gyorsan csökken a szabad úthossz csökkenésével, míg a TESR 20°K -ig alig változik. A használt mint a vastagságoknál a háttér 20 és 30°K között elegendően lecsökken ahhoz, hogy zavaró hatása elhanyagolhatóvá váljon.

IV/2. Al-Zn kettősrétegek készítése

Célunk egy olyan rendszer kiválasztása volt, melyen kontrolálható körülmények között vizsgálható a spinrelaxáció méreteffektusa. A tiszta alumínium TESR tulajdonságai jól ismertek, alacsony hőmérsékleti maradék vonalzélessége jól reprodukálható. A cink, mint relaxációt kiváltó réteg, választásakor elsődlegesen azt vettük figyelembe, hogy viszonylag egyszerűen felvihető az alumíniumra. Eljárásunkat ipari technológiából vettük át [39], a cinkbevonat képződése olyan fürdőben történik, melyben az Al_2O_3 oldódik, így várható, hogy a két réteg között nem marad alumíniumoxid réteg. Radioaktív tracer vizsgálatokkal megmutatták [40], hogy ez valóban így van. Ugyancsak fontos szempont, hogy a cink szobahőmérsékleten csak rendkívül lassan diffundál az alumíniumban [40], a biztonság kedvéért azonban mindig csak legfeljebb néhány napos mintákat használtunk.

A végleges vastagságra lemart alumínium fóliákat koncentrált NaOH oldatban feloldott ZnO fürdőben vontuk be a cink réteggel [39]. A szobahőmérsékletű oldatba mártott alumíniumon néhány perc alatt alakult ki a néhány tized mikron vastagságú cink réteg, amelynek vastagságát a fürdőben eltöltött idővel kb. $1\ \mu$ -ig lehetett növelni. A hosszabb ideig a fürdőben tartott mintákon kialakult réteg nem tapad szilárdan az alumínium fóliához.

Az első kísérletek alkalmával a cinkelő fürdőben csak kis mennyiségű cink-oxidot sikerült feloldani. Az ebben készült minták egyrésznél a továbbiakban leírt felületi effektus kisebb volt mint a később készült mintáknál. A gyenge minőségű bevonattal készültek közül csak az $\text{Al } 2\text{A}/5\text{ Zn}$ jelű mintán mért eredményeket közöljük, mert itt a viszonylag kisebb méreteffektus miatt igen széles hőmérséklet-tartományban sikerült mérni.

A cink réteget az alumíniumfólia egyik oldaláról híg salétromsavval oldottuk le. A leoldás tökéletességét egy alkalommal ellenőriztük: az egyik oldalon cinkkel bevont réteg TESR mérése után, anélkül, hogy a salétromsav a már megtisztított felülethez ért volna, a másik felület cink rétegét is leoldottuk, majd újra felvettük a TESR spektrumot. A cink réteg hatására eredetileg erősen kiszélesedett spektrum a cink leoldása után újra azonos volt a nem kezelt tiszta felületű alumíniummal.

Úgy az alumínium, mint a cink réteg vastagságát a TESR után végzett súlymérésekkel határoztuk meg. Először a cinkkel bevont minta súlyát megmértük, majd híg salétromsavba mártottuk és újra mértük a cink rétegtől megfosztott minta súlyát. A minta felületének mérése után az egyes rétegek vastagságát meghatároztuk. A szobahőmérsékletű híg salétromsav nem oldja az alumíniumot; egy próba mintát néhány percig híg salétromsavba mártva, annak súlya nem változott mérhetően.

IV/3. Mérési eredmények Al-Zn kettősrégeken

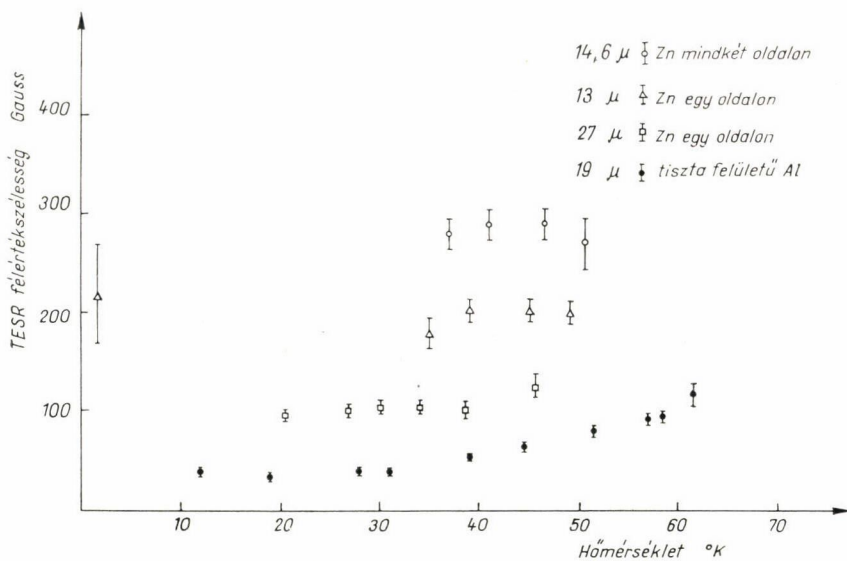
A cink réteg legszembetűnőbb hatása a TESR spektrumban jelentkező többé-kevésbé hőmérséklet-független többlet vonalszélesség. A jelalak minden esetben szimmetrizálható egy, a tiszta felületű alumínium g faktorának megfelelő mágneses tér érték körül a bázishullám fázisának beállításával. 50 °K-nél alacsonyabb hőmérsékleten egyik minta spektrumánál sem láttunk eltérést a Lorentz-alaktól. A vonalszélességeket ezen hőmérsékletig a IV/3.1. ábrán mutatjuk be. Magasabb hőmérsékleteken a tiszta felületű mintákon a $\delta_{\text{eff}} \ll l$ feltétel nem teljesüléséhez hasonló eltéréseket tapasztaltunk a Lorentz-alaktól. Nevezetesen megjelennek a középső maximumtól szimmetrikusan elhelyezkedő minimumok is. 30 °K alatt megjelenik az elektromos csatolástól származó háttér transzmisszió, melyre a cink réteg nincs különösebb hatással. Az erősen kiszélesedett TESR mérése így ebben a hőmérséklet-tartományban eléggé pontatlanná válik. A spinrezonancia azonban minden mintá-

IV/3.3. TÁBLÁZAT

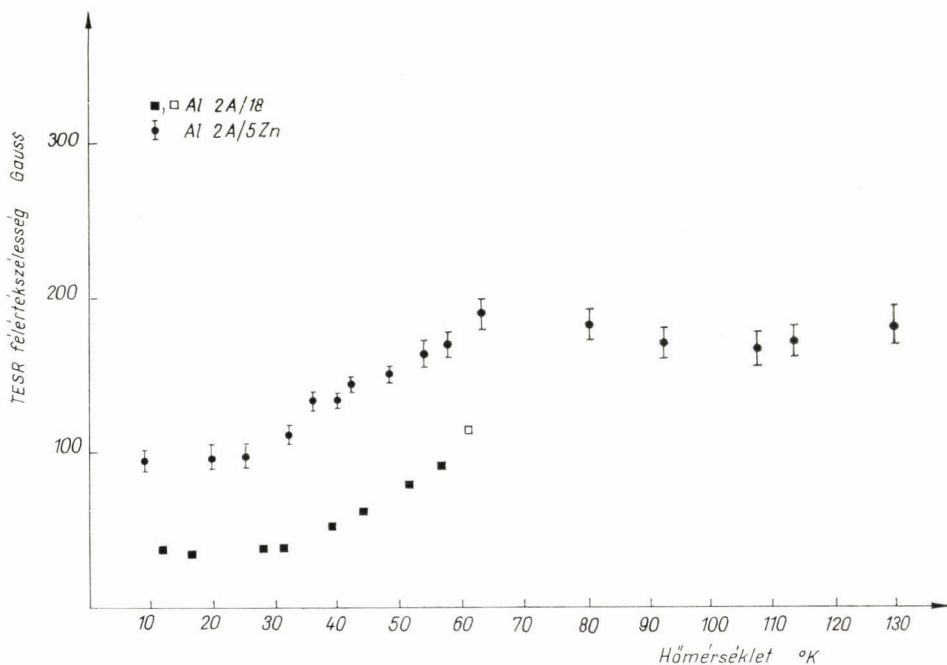
Kísérleti eredmények cinkkel bevont alumínium mintákon

Minta sorszáma	l_{Al} μ	l_{Zn} μ	ΔH_s Gauss	N	K $\mu \times$ Gauss
14	26,8	0,91	46 ± 15	1	1240 ± 350
15	27,0	0,53	52 ± 5	1	1400 ± 200
16	14,6	0,82	235 ± 15	2	1710 ± 200
17S	13,0	0,79	156 ± 15	1	2000 ± 200
17D	12,9	0,76	282 ± 20	2	1820 ± 200

l_{Al} és l_{Zn} az alumínium, illetve cink réteg vastagságát jelentik. ΔH_s : többletvonalszélesség 40 °K körül, itt a mért vonalszélességből levontuk a tiszta felületű fémre jellemző értéket (60 G). N : cinkkel bevont felületek száma, $K = \Delta H_s l_{\text{Al}} / N$ az l_{Al} vastag, 1 oldalon bevont mintára extrapolált többletvonalszélesség.



IV/3.1. ábra. TESR félértékszélesség a hőmérséklet függvényében cinkkel bevont és tiszta felületű alumíniumon



IV/3.2. ábra. TESR félértékszélesség a cinkkel mindkét oldalán bevont Al 2A/5 Zn alumínium mintán a hőmérséklet függvényében. A gyenge minőségű bevonat lehetővé tette, hogy a méréseket széles hőmérséklet tartományban végezzük.

nál identifikálható volt 20 °K-en és a kevésbé kiszélesedetteknél 1,5 °K hőmérsékleten is, így biztonsággal állíthatjuk, hogy az alacsony hőmérsékleti tartományban sem nagymértékű jelalak kiszélesedés sem keskenyedés nem lép fel.

A magas hőmérsékleti tartományban, ahol a jelalak a Lorentz-alaktól eltér, általában nem végeztünk kiértékelhető méréseket, az előző pontban említett Al 2A/5 Zn minta kivételével (IV/3.2. ábra).

A IV/3.3. táblázatban foglaltuk össze a 40 °K-en mért többletvonalkiszélesedés adatait. (40 °K-en ugyanis a háttér transzmisszió már jelentéktelen és a tiszta felületű alumínium vonalszélessége sem különösen nagy: 60 G.) A kísérleti bizonytalanságokat figyelembe véve, a következőket állapítjuk meg:

a) A TESR vonalszélesség hőmérsékletfüggése követi a tiszta felületű alumíniumét, de megnövekedett maradékvonalszélességgel.

b) Azonos vastagság mellett a mindkét felületen cinkkel bevont minta többletrelaxációja kétszerese az egyszereesen bevonténak.

c) A cink réteg vastagságával a többletrelaxáció nem hozható korrelációba.

d) A többletrelaxáció csökken az alumíniumréteg vastagságának növelésével, s az eredmények nagyjából követik a fordított arányosságot.

e) A spektrum nem függ a gerjesztés módjától, a cinkréteggel bevont felület akár az adó, akár a vevő üreg falát alkotja, a spektrum nem változik.

Bár alacsony hőmérsékleten szisztematikusan nem vizsgáltuk az optimális alapvonal kereséséhez különböző orientációjú mágneses térnél felvett spektrumok vonalszélessége a kísérleti hibán belül azonos. Az Al 2A/5 Zn mintán 93 °K-en végzett mérések a külső mágneses térnek a mintával párhuzamos és merőleges állása mellett a kísérleti hibán belül (5%) nem mutattak különbséget a vonalszélességben.

IV/4. Diskusszió

IV/4a. Tiszta felületű alumínium

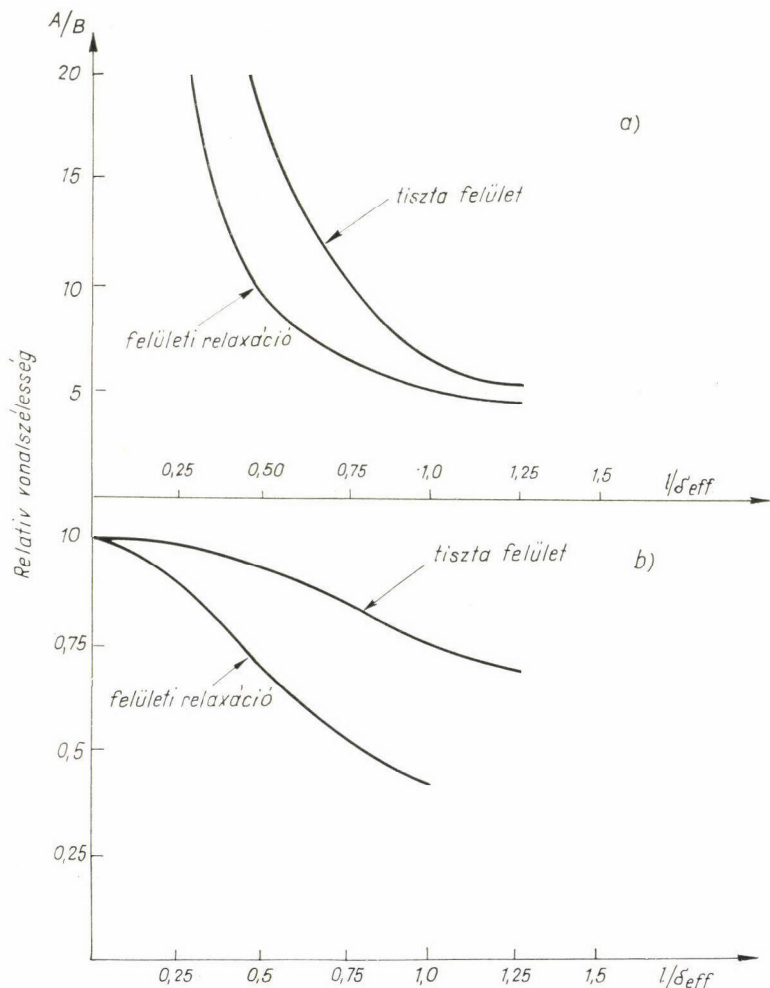
A talált TESR spektrum, az irodalommal megegyezően, megfelel a II/4. fejezet leírásának. Eszerint alacsony hőmérsékleten, ahol a spin szabad úthossz elegendően hosszú a spektrum Lorentz alakú. A relaxációs időt tehát a szimmetrizált spektrum ΔH félértékszélességéből az

$$\frac{1}{T} = \frac{\gamma \Delta H}{2} \quad (4.4.1)$$

összefüggésből nyerhetjük. A maradékvonalszélesség a 17-os mintával azonos, a többinél néhány gausszal nagyobb *Schultz* és munkatársai [7] méréseinél, értéke átlagosan $3,4 \pm 0,3 \times 10^8 \text{ sec}^{-1}$. Megállapíthatjuk, hogy a mérési pontosságon belül méreteffektus a tiszta felületű (tehát szükségképpen Al_2O_3 -val fedett) alumíniumon nem található. A mintáról mintára változó néhány gauss nagyságú eltérések esetleg a mérőfej két blokkja közé szorított fóliák különböző deformáltságával és a kismennyiségű szennyezés együttes hatásával magyarázható.

Magasabb hőmérsékleten a rácsrezgésekből származó fluktuáló elektromos tér egyrészt a vezetési elektronok spinjének a spin-pálya kölcsönhatáson keresztüli relaxációját hozza létre [18], másrészt az impulzus relaxáción keresztül az impulzus

szabad úthossz lerövidüléséhez vezet. A spin szabad úthossz alacsony hőmérsékleten kb. $200\ \mu$ (az adott alumínium tisztaság mellett), jóval több mint a minták vastagsága, ezért a kiértékelés a (2.4.6) közelítés alapján tehető meg. Magasabb hőmérsékleten a jelalak a Lorentzhez képest torzul, a jelalak analiziséből a relaxációs időn kívül a spin szabad úthossz is meghatározható. A spin szabad úthossznak a minta vastagságával képezett hányadosa a (2.4.7) kifejezés maximum-minimum hányadosának egyértelmű függvénye (IV/4.1. ábra). Ennek meghatározása után a relaxációs idő



IV/4.1. ábra. Jelalakparaméterek változása a spin szabad úthosszhoz (δ_{eff}) viszonyított mintavastagság (l) függvényében. a) a jel extremumainak viszonya; b) félértékszélesség az $l/\delta_{eff}=0$ esetre normalizálva. A felületi relaxációs görbék illusztrálásul szolgálnak, ahol $\varepsilon_A = \varepsilon_B \cdot t$ és $\varepsilon_A \cdot \frac{v_F}{l} = \frac{2}{T}$ értékeket használtunk [l. (3.2.8) kifejezés].

a maximális csúcs félértékszélességéből határozható meg [8]. A maximum félértékszélessége a minta vastagságának növelésével csökken. A IV/1.1. ábrán a mért maximum félértékszélességét és a spin szabad úthossznál vékonyabb mintára extrapolált félértékszélességet is átmásoltuk. Látható, hogy magas hőmérsékleten a korrekció jelentős. A relaxációs idők 80°K alatt megegyeznek *Huisjen* és munkatársai [37] eredményeivel, a 80°K feletti tartományban nem ismerünk publikált adatot. Az általunk mért spin szabad úthossz 79°-on , $8.3 \pm 1.5 \mu$, elég jó egyezésben az ellenállásból és spin relaxációs időből származtatható kb. 6μ -os értékkel. 79°K-on a spin szabad úthosszat nem a szennyezéstartalom, hanem a rácsrezgések szabják meg.

IV/4b. Cinkkel bevont alumínium rétegek

A kísérleti eredmények általában jól alátámasztják a III/2. fejezetben leírt modellt. Az eredményeknek az adó és vevő oldal felcserélésétől való függetlensége, mely — mégegyszer hangsúlyozzuk — nem triviális a határfeltételek helyes választásának talán legmeggyőzőbb bizonyítéka.

A IV/3.3. táblázatban megadott $K = \Delta H_s l / N$, azaz a H_s többletvonalszélesség szorzata az alumíniumfóliák vastagságával és osztva a cinkkel bevont felületek számával, többé-kevésbé állandó az összes mintánál. Értéke kb. $1500/\text{G}\cdot\mu$. Ez alátámasztja azt a feltételezést, hogy olyan felületi relaxációról beszélünk, mely független a cinkréteg vastagságától. A (3.2.8) kifejezésben szereplő, a felületi spinátfordulás valószínűségét megadó ε értéke az alacsony hőmérsékleti (kisebb mint 40°K) adatok szerint minden mintára $\varepsilon = 0,015 \pm 0,005$ -vel adható meg. A mindkét oldalon bevont mintáknál $\varepsilon = \varepsilon_A = \varepsilon_B = 0,015$ -t véve, a többlet relaxációban szereplő $\frac{3}{4} \varepsilon^2 v_F / \lambda$ tag kicsiny az ε_F / l taghoz viszonyítva [(3.2.8) kifejezés] 40°K -ig. Ugyanakkor ennél magasabb hőmérsékleten a szabad úthossz gyors csökkenése folytán az $\varepsilon^2 v_F / \lambda$ tag erősen nő és ez — mintavastagságtól függetlenül — 50°K -nál 50 G többletvonalszélességet eredményezne. Ezen hőmérsékletfüggő többletvonalszélesség valószínűleg azért nem mutatkozik meg, mert a spin szabad úthossz rövidülése miatti spektrumkeskenyedés ezt kiegyenlíti. Ez a keskenyedés — a spektrumok számológépes szimulálása szerint — jóval kisebb mintavastagságoknál fellép, mint az azonos belső relaxáció idejű, de felületi relaxációmentes mintáknál (IV/4.1. ábra). A felületi relaxációval kapott spektrumok magas hőmérsékleten nem csak nagyobb vonalszélességűek, de más alakúak is mint a tiszta felületre számolt spektrumok, a minimumok fellépte jóval messzebb várható a centrális maximumtól.

Jelenleg még nem rendelkezünk a kettős fémrétegeket leíró mikroszkopikus elmélettel és így nem tudjuk, hogy a többletrelaxáció milyen mértékben eredhet a cink térfogati tulajdonságaitól, illetve a vezetési elektronok mágnesezettségének a két fémréteg közötti határfelületen történő perturbációjától.

A felületi effektusnak a cinkréteg vastagságától független viselkedése arra utal, hogy a relaxáció aránylag kis távolságon jön létre. Ugyanakkor a következő modellel érzékelni kívánjuk, hogy a relaxáció erőssége valószínűtlenné teszi, hogy azt csupán az első cinkréteg hozná létre.

A többletrelaxáció legfontosabb mechanizmusa nagy valószínűséggel a szennyezések okozta belső relaxációhoz hasonlóan — az alumínium- és cinkrétegek közötti spin-pálya csatolási állandó különbözőségében keresendő. Az ebből eredő relaxáció

nagy részét a cinkatomok törzsében fellépő nagy elektromos tér okozza, ezért feltételezhető, hogy az egyes cinkatomok körülbelül azonos spin flip hatáskeresztmetszetűek a felületen, mint az alumíniumban oldott állapotban. Elhanyagolva, hogy a cinkatomok részben koherensen szórnak a mért 1500 G-szor mikron többletvonalszélesség, melyet egy cinkfelület létrehoz, ebben a modellben 4 Gauss per ppm alumíniumban oldott cinkrelaxációnak felelne meg. Ez az érték tipikusan az alumíniumban oldott 3d átmeneti szennyezések okozta relaxációnak felel meg [37], amelyeknek spin-flip hatáskeresztmetszete feltehetően legalább egy nagyságrenddel nagyobb, mint egy nem átmeneti, körülbelül azonos atomsúlyú szennyezésé, mint a cink. A diszkrepanciát még növelné, ha a cinkatomok koherens szórását is figyelembe vennénk.

Fentieket összefoglalva megállapíthatjuk: minden elektron, mely az alumínium-cink határfelülettel ütközik 1,5% valószínűséggel szenved spinátfordító szórást. Ezt a relaxációt nem lehet csupán az alumínium felületén elhelyezkedő első cinkréteggel magyarázni, mert ehhez a talált effektus egy nagyságrenddel túl nagy. Másrészt a cinkbe behatoló elektronok elvesztik polarizáltságukat néhány tized mikronnál kisebb távolságokon belül.

A fenti következtetések eléggé általános jellegűek. Világos, hogy például a relaxációért felelős réteg vastagságának függvényében végzett további mérések szükségesek. Erre az Al-Zn rendszer nem látszik különösen alkalmasnak. Szeretnénk azonban aláhúzni a fenti kísérletek úttörő jellegét, úgy érezzük, hogy a talált effektus, mely a relaxációs időben jól mérhető lerövidüléseket okoz, lehetőséget nyújthat olyan anyagok vizsgálatára, melyekben a relaxációs idő rövidege a közvetlen mérést nem teszi lehetővé.

IV/5. A két fém között maradó oxid szerepe

Kísérletet tettünk argon ion bombázással megtisztított felületű alumíniumra párologtatott arany réteg méreteffektusának kimutatására.

A minta készítésének körülményeit az alábbiakban foglaljuk össze. Híg NaOH oldatban, szobahőmérsékleten néhány percig mart két mintát helyeztünk a párologtatóba 10^{-6} torr nyomás elérésekor (2 óra múlva) egy tűszelepen a vákuumtérbe 10^{-4} torr nyomású nagytisztaságú argont engedtünk. Míg az egyik (referencia) mintát lefedtük, a másikra +90 V feszültséget helyeztünk. A párologtatóba helyezett 400 eV-os elektron ágyúval az argont ionizáltuk és 7 percig argon ion bombáztuk a mintát. Ezután a referencia minta felületét is szabaddá téve, kb. 1000 Å vastag arany réteget párologtattunk. A párologtatóból kivett referencia mintán az arany és alumíniumréteg között 0,7 cm ellenállást mértünk, míg az argon-ion bombázott réteg teljes rövidzárlatot (kisebb mint 10^{-4} cm) mutatott. Ennek ellenére ezen utóbbi minta maradékvonalszélessége (40 G) a tiszta alumíniuméval azonos volt.

Még egy kísérletet tettünk az előzőekben hasonló módon, de jóval nagyobb, 320 V argon ion gyorsító feszültséggel. A maradékvonalszélesség akkor 50 G-nak adódott, ez valamivel több, mint a tiszta alumíniumé, de nyilvánvalóan jóval kevesebb, mint amit oxidmentes kontaktus esetén a nagy atomsúlyú arany réteg okozna.

Alumíniumra párologtatott más fémeket tunnel diódák készítésére gyakran alkalmaznak. Ismeretes, hogy ezekben összefüggő néhány atomi réteg oxid mér-

hető ellenállást hoz létre. A teljes rövidzárlat arra utal, hogy az oxidréteg valóban vékony és részben nem összefüggő volt.

Megállapíthatjuk tehát, hogy a relaxáció méreteffektusának felléptét két fém között minimális vastagságú oxidréteg is megakadályozza.

V. A KICSERÉLŐDÉSI KÖLCSÖNHATÁS ÉS FÉMEK ESR SPEKTRUMA

V/1. ESR mágneses híg ötvözetben

A nem mágneses fémekben oldott átmeneti és ritka földfémek sok esetben figyelemre méltó mágneses viselkedést mutatnak. A kicserélődési modell ezen viselkedés közelítő leírását adja, egyszerűsége miatt széles körben alkalmazzák. A modell szerint a mágnesezettség egy része a szennyezéseken lokalizálódik, míg másik része a vezetési elektronok polarizációjától származik. A kétféle mágnesezettség az s—d kicserélődési kölcsönhatáson keresztül csatolódik, amelyet a

$$H = -IS\underline{\sigma} \quad (5.1.1)$$

típusú Hamilton ír le, ahol I a kicserélődési állandó, \underline{S} az egyes szennyezőkön lokalizált spin és $\underline{\sigma}$ a vezetési elektronok spinsűrűsége.

Molekuláris tér közelítésben az (5.1.1) kifejezés szerint az egyes mágnesezettségekre effektív mágneses terek hatnak; a vezetési elektron mágnesezettsége a

$$H_{\text{eff } s} = \lambda M_d, \quad (5.1.2)$$

míg a szennyezők lokalizált mágnesezettségére a

$$H_{\text{eff } d} = \lambda M_s \quad (5.1.3)$$

effektív terek, ahol

$$\lambda = \frac{IcV_0}{g_s g_d \mu_B^2} \quad (5.1.4)$$

a csatolási állandó, g_s , g_d a g faktorok, c a szennyezés koncentráció, V_0 az atomi térfogat.

A kicserélődési kölcsönhatás másik következménye, hogy a kétféle mágnesezettség keveredését leíró relaxáció lép fel. A vezetési elektronok relaxációját a lokalizált elektronok felé az

$$\frac{1}{T_{sd}} = \frac{2\pi}{h} \varrho(E_F) I^2 V_0^2 c \frac{2}{3} S(S+1). \quad (5.1.5)$$

kifejezés adja meg, míg ellenkező irányban az

$$\frac{1}{T_{ds}} = \frac{2\pi}{h} \varrho^2(E_F) I^2 V_0^2 kT \quad (5.1.6)$$

kifejezéssel leírható Korringa-relaxáció lép fel.

Owen és munkatársai [44] végezték az első kísérleteket a CuMn hígötvözet-rendszeren a molekuláris terek, illetve relaxációs idők mérésére. A kísérletek azonban, a várakozással ellentétben nem mutatták az (5.1.2)—(5.1.3)-ból következő Knight,

illetve Day-eltolódásokat, sem pedig a T_{ds} -nek megfelelő relaxációs időt. *Yoshida* mutatta meg [45], hogy a Knight-eltolódás hiánya megmagyarázható, ha a molekuláris tér közelítés helyett self-konzisztens tárgyalást vezetünk be, eszerint a vezetési elektron polarizáció nem homogén, hanem oszcillálva csillapodó a szennyezés körül. *Hasegawa* mutatta meg [46], hogy a Day-eltolódás hiánya és a T_{ds} -nél jóval lassúbb mért relaxáció megmagyarázható a molekuláris tér közelítésen belül, ha feltételezzük, hogy a vezetési elektronok a rács felé lassabban relaxálnak, mint a lokalizált állapotok felé. Másként mondva a két mágnesezettség mozgása nem tekinthető egymástól függetlenül, ha a vezetési elektronok spinje a kicserélődési kölcsönhatáson keresztül erősebben vannak csatolva a lokalizált állapotokhoz, mint a spin-pálya kölcsönhatáson keresztül a pálya állapotokhoz.

Gossard és munkatársai [47] mérései bizonyították, hogy a CuMn híg ötvözet-rendszerénél ez az ún. bottleneck feltétel valóban teljesül. A mangán szennyezéseken kívül más nem mágneses szennyezőket oldottak a fémbe, hogy a spin-pálya relaxációt megnöveljék. A rezonancia spektrum nagymértékben változott annak ellenére, hogy a vizsgált ötvözetekben a lokalizált momentumoktól származó mágnesezettség a vezetési elektronokénak sokszorosa volt.

Cowan [48] 1967-ben ugyancsak a CuMn híg ötvözeteken egy újfajta transzmissziós ESR spektrumot fedezett fel, amelyet rövid spindiffúziós hossz és nagy amplitúdó jellemez. *Schultz* és munkatársai [8] a méréseket széles koncentráció és hőmérséklet-tartományra, továbbá a CuCr rendszerre is [11] kiterjesztették. A kísérletek értelmezéséhez *Hasegawa* modelljét egy további relaxációs típussal egészítették ki, amely a lokalizált mágnesezettség relaxációját írja le a rács felé. Ezen T_{dl} relaxáció mechanizmusa nem tisztázott.

A *Schultz*, *Shanabarger* és *Platzman* [8] által kiegészített *Hasegawa* mozgásegyenletek a következő alakúak:

$$\begin{aligned} \frac{dM_s}{dt} \gamma_s M_s \times (H + \lambda M_d) - \frac{M_s}{T_{sd}} + \frac{M_d}{T_{ds}} - \frac{M_s - M_s^0}{T_{sl}} + D_s \nabla^2 M_s, \\ \frac{dM_d}{dt} = \gamma_d M_d \times (H + \lambda M_s) + \frac{M_s}{T_{sd}} - \frac{M_d}{T_{ds}} - \frac{M_d - M_d^0}{T_{dl}}, \end{aligned} \quad (5.1.7)$$

ahol s és d a vezetési, illetve lokalizált elektronok jellemzőire utal. A d elektronok diffúziója kicsi, így elhanyagolható.

Hasegawa mutatott rá először az (5.1.7) egyenletekből következő részleges egyensúly elvére. Egyensúlyban (az időben változó terek kikapcsolása után) az egyes részmágnesezettségek nem változhatnak, tehát:

$$\frac{M_s^0}{T_{sd}} = \frac{M_d^0}{T_{ds}} \quad (5.1.8)$$

vagy a szuszceptibilitásokkal kifejezve:

$$\frac{T_{ds}}{T_{sd}} = \frac{\chi_d}{\chi_s}. \quad (5.1.9)$$

A Korringa-relaxáció teljesíti ezt a feltételt.

(4.1.7)-ből kiindulva a TESR spektrum kiszámítható [8]. A két mozgásegyenletből és a Maxwell-egyenletekből származó rendszert a II/3. fejezethez hasonlóan

linearizálva a k hullámszámban hatodrendű egyenletre jutunk, a fém egy-egy felületéből kiinduló szkinmélységig hatoló árammódusoknak és a két mágnesezettséghez tartozó spinmódusoknak megfelelően. Az egyik spinmódus frekvenciaszélességét az általában igen rövid T_{ds}^{-1} adja, s így erősen csillapított, a másik módus nagyságrendben T_{sl}^{-1} szélesség és ha a szennyezés koncentráció nem túl nagy, megfigyelhető. Az itt elmondottak az ún. bottleneck határesetre, azaz λ nagy értékeire érvényesek. Ha a két mágnesezettséghez tartozó g faktorok nem térnek el nagyon egymástól, akkor a II/4. fejezetben használt közelítésben az l vastagságú híg ötvözet fólián transzmittált tér:

$$h_t = K \frac{\omega_0 T_{\text{eff}}}{\sigma/c\delta_{\text{eff}}^*} \frac{(\chi_s + \chi_d)^2/\chi_s}{k_2^* \text{sh}(k_2^* l)} \quad (5.1.10)$$

alakú (K egy numerikus állandó). Ez a kifejezés formailag csaknem azonos a tiszta fémek spektrumával, csupán az egyes mennyiségek definícióját kell módosítani.

A híg ötvözetben a spin szabad úthossz:

$$\delta_{\text{eff}}^* = (2D^* T_{\text{eff}})^{1/2}; \quad (5.1.11)$$

a közös spin módus hullámszáma

$$k_2^* = \left[\frac{2}{\delta_{\text{eff}}^{*2}} (1 + i(\omega - \omega_{\text{eff}}) T_{\text{eff}}) \right]^{1/2}; \quad (5.1.12)$$

a diffúziós állandó:

$$D^* = \frac{1}{3} v_F \lambda \frac{\chi_s}{\chi_s + \chi_d}; \quad (5.1.13)$$

a rezonancia frekvencia:

$$\omega_{\text{eff}} = \omega_s \frac{\chi_s}{\chi_s + \chi_d} + \omega_d \frac{\chi_d}{\chi_s + \chi_d}; \quad (5.1.14)$$

és végül az effektív relaxációs idő:

$$\frac{1}{T_{\text{eff}}} = \frac{1}{T_{sl}} \frac{\chi_s}{\chi_s + \chi_d} + \frac{1}{T_{dl}} \frac{\chi_d}{\chi_s + \chi_d}. \quad (5.1.15)$$

A közös módust tehát az egyes mennyiségeknek a szuszceptibilitásokkal súlyozott átlaga jellemzi. A diffúziós állandó például úgy érthető, hogy csak a vezetési elektronok mozgékonyak és ezért a mágnesezettségnek csak $\chi_s/(\chi_s + \chi_d)$ része diffundál.

A kísérletek a fenti modellt jól alátámasztják. Megjegyezzük még, hogy alacsony hőmérsékleten egészen kis mangán koncentráció elegendő, hogy a $\chi_d \gg \chi_s$ feltétel teljesüljön, s ekkor a transzmittált jel amplitúdója χ_d^2/χ_s -vel arányos (elegendően vékony minták esetén), tehát jóval nagyobb, mint a tiszta fémé.

V/2. Ferromágneses rezonancia fémrétegekben

V/2a. A lemágnesező terek hatása a ferromágneses rezonancia frekvenciára

A ferromágneses anyagok belsejében a mágneses teret erősen befolyásolja a minta alakja. A kísérletileg alkalmazott — és a továbbiakban kizárólag tárgyalt — síklapoknál a mintával párhuzamos H_0 mágneses tér változás nélkül hat a minta

belsejében, míg a merőlegesen alkalmazott külső tér esetén (ha az elég nagy) $H_0 - 4\pi M$ effektív tér hat. (A rezonancia jelenségekben $\underline{M} \times \underline{H}$ -nak van szerepe, az indukciónak a mágnesezettséggel arányos része hatástalan.) A rezonancia feltétel kiszámításánál tekintettel kell lenni a sztatikus és dinamikus mágnesezettség irányára.

Néhány fontos speciális esetre először *Kittel* számította ki a rezonancia-feltételt [51]. Az általános esetre *Smit* és *Vijn* [52] dolgoztak ki elegáns módszert. A rendszer szabad energiájának a mágnesezettség komponensei szerint vett első deriváltjaiból az egyensúlyi mágnesezettség iránya, míg a második deriváltakból a rezonanciafrekvencia határozható meg. A számítás egyszerűen elvégezhető síklap mintákra, ahol a mágneses tér a minta normálisával tetszőleges α szöget zár be és az alakanizotrópián kívül minden egyéb anizotrópiát elhanyagolhatunk.

Vegyük fel az x tengelyt a minta normálisának irányába (V/2.1. ábra). A \underline{H}_0 mágneses teret az (x, y) síkban alkalmazzuk, az \underline{M} nem egyensúlyi mágnesezettség z tengellyel bezárt polárszöge ϑ , azimutális szöge Φ .

Az egyensúlyi mágnesezettség polárszöge ϑ_0 , míg azimutális szöge a

$$H_0 \sin(\Phi_0 - \vartheta) = 2\pi M_0 \sin(2\Phi_0) \quad (5.2.1)$$

egyenletből kapható meg. A rezonanciafeltétel pedig

$$\begin{aligned} \frac{\omega_F}{\gamma_F} = & [(H_0 \cos(\Phi_0 - \alpha) - 4\pi M_0 \cos(2\Phi_0)) \times \\ & \times (H_0 \cos(\Phi_0 - \alpha) - 4\pi M_0 \cos^2 \Phi_0)]^{1/2} \end{aligned} \quad (5.2.2)$$

alakú. Ha például a külső tér párhuzamos a mintával ($\alpha = 90^\circ$), akkor (5.2.1)-ből $\Phi_0 = 90^\circ$ és

$$\frac{\omega_F}{\gamma_F} = [H_0(H_0 + 4\pi M_0)]^{1/2}. \quad (5.2.3)$$

Ha H_0 merőleges a mintára ($\alpha = 0^\circ$), (5.2.1) stabil megoldásai:

$$\Phi_0 = 0, \quad \text{ha} \quad H_0 > 4\pi M_0, \quad (5.2.4a)$$

$$\cos \Phi_0 = \frac{H_0}{2\pi M_0}, \quad \text{ha} \quad H_0 < 4\pi M_0, \quad (5.2.4b)$$

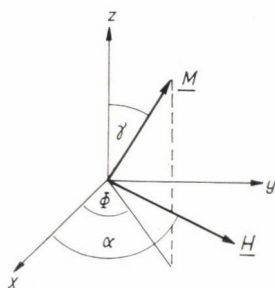
a rezonanciafrekvencia

$$\frac{\omega_F}{\gamma_F} = H_0 - 4\pi M_0, \quad \text{ha} \quad H_0 > 4\pi M_0, \quad (5.2.5a)$$

$$\frac{\omega_F}{\gamma_F} = 0, \quad \text{ha} \quad H_0 < 4\pi M_0. \quad (5.2.5b)$$

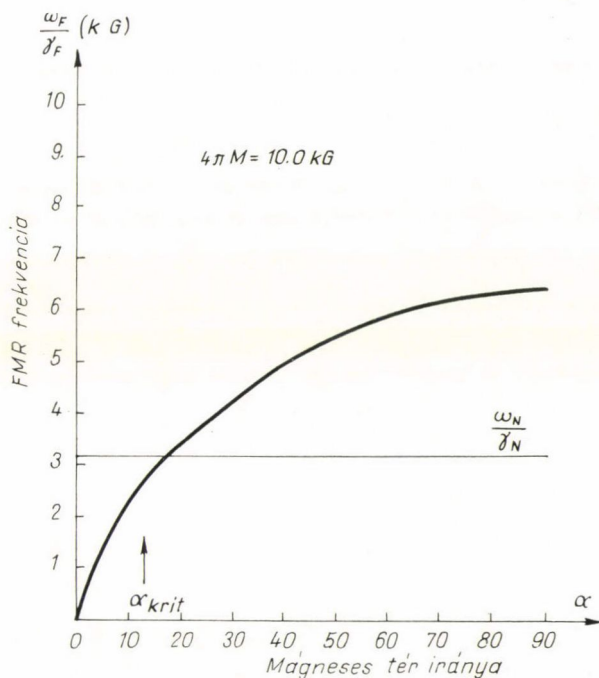
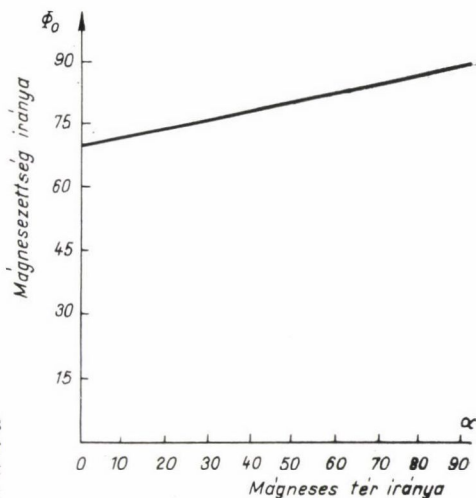
A továbbiakban lényeges a $H_0 \ll 4\pi M_0$ határeset, ekkor a mágnesezettség még merőleges külső tér esetén sem emelkedik ki lényegesen a lap síkjából (V/2.2. ábra) és a rezonanciafrekvencia közelítőleg:

$$\frac{\omega_F}{\gamma_F} = [H_0 \sin \alpha (H_0 \sin \alpha + 4\pi M_0)]^{1/2}. \quad (5.2.6)$$



V/2.1. ábra. Koordináta-rendszer a ferromágneses rezonancia frekvencia kiszámításához. A síklap minta az (yz)-síkban van

V/2.2. ábra. A mágnesezettség iránya a mágneses tér irányának függvényében. A mágneses tér nagysága $H_0 = 3,2 \text{ kG}$ α és Φ_0 -t a felületre vett normálstól mértük



V/2.3. ábra. Ferromágneses rezonancia frekvencia a mágneses tér irányának függvényében. A mágnesezettség nagysága $4\pi M = 10,0 \text{ kG}$, a mágneses tér nagysága: $H_0 = 3,2 \text{ kG}$

Kis külső mágneses terek esetén a rezonancia-frekvencia merőleges mágnesezés esetén zérus, párhuzamos mágnesezéskor pedig nagyobb, mint az $\omega_p = \gamma_p H_0$ paramágneses rezonanciafrekvencia (V/2.3. ábra).

A továbbiakban a számítások egyszerűsítése végett az alakanizotrópiát a Bloch-egyenletben úgy vesszük figyelembe, hogy a sztatikus teret az α szögűtől függő

$$H_{\text{eff}} = \frac{\omega_F}{\gamma_F} \quad (5.2.7)$$

nagyságú effektív térrel helyettesítjük. Ez azonban csak közelítés, mely a lemágnesező terek hatását a rezonancia frekvenciára jól veszi figyelembe.

V/2b. A mágnesezettség mozgásegyenlete

A ferromágnességet az elektronok közti kicserélődési kölcsönhatás hozza létre, de minthogy a megfelelő molekuláris tér a mágnesezettséggel párhuzamos, ez nem befolyásolja közvetlenül a rezonanciafeltételt. A ferromágneses mágnesezettség változását a külső terek forgatónyomatékan és a relaxáció mechanizmusokon kívül a lemágnesező terek, a mágneses kristályanizotrópia és a magnetostrikció határozza meg leginkább.

A kicserélődési kölcsönhatás inhomogén rendszerekben változtatja meg a rezonanciafeltételt, például nem telítésig mágnesezett anyagokban a doménszerkezet hatására a spektrum felhasad. Vékony rétegeknél a felületnél változik erősen a mágnesezettség, ez diszkrét vonalakból álló spinhullámspektrumra vezet [53]. Vastagabb fémekben az örvényáramok a gerjesztő mágneses tér inhomogenitását okozzák, ez a kicserélődési kölcsönhatáson keresztül a ferromágneses rezonancia spektrumot kiszélesíti [54].

A mágnesezettség mozgásegyenletét a kicserélődést figyelembe véve a

$$\frac{dM_F}{dt} = \gamma_F M_F \times \left(H + \frac{D_F}{\gamma_F M_F^0} \Delta M_F^0 \right) + \frac{M_F^0 - M_F}{T_F} \quad (5.2.8)$$

alakban írjuk fel [54]. Itt D_F a kicserélődést jellemző stiffness állandó. A Heisenberg-modellben a kicserélődési kölcsönhatás az egymással szomszédos atomokra lokalizált elektronok között lép fel és az

$$D_F = 2J \frac{M_F^0 V_0 a_0^2}{g_F \mu_B} \quad (5.2.9)$$

összefüggés áll fenn, ahol a_0 a rácsállandó. T_F egy fenomenologikusan bevezetett relaxációs idő. A ferromágneses relaxációs folyamatok leírására gyakran (5.2.8)-tól eltérő formát használnak, mert eszerint a mágnesezettség nagysága is változhat, azonban kis gerjesztések esetén ez nem lényeges [55].

Ferromágneses fémekben a vezetési elektronok és lokalizált elektronok közötti kicserélődés a híg ötvözetekhez hasonlóan a vezetési elektronok spin-pálya kölcsönhatásán keresztül a mágnesezettség relaxációját okozhatja, illetve a rezonanciafrekvencia eltolódásban jelentkezhet [56]. A kérdés azonban sem elméletileg, sem kísérletileg nem tisztázott [57].

VI. FÉMKETTŐSRÉTEGEK MÁGNESEZETTSÉGÉNEK CSATOLÁSA

VI/1. Irodalmi áttekintés

Nem ferromágneses fémek kettősrétegeinek mágneses vizsgálatáról a VII/2. fejezetben leírt és csak a tágabb értelemben ide sorolható felületi relaxációs mérések (IV. fejezet) kívül nem ismerünk közleményt.

Két ferromágneses réteg csatolását az utóbbi években többen vizsgálták, részben technikai fontossága miatt is. A kutatások egy része sztatikus módszerrel történt [58], mágnesesen lágy és kemény rétegekből készült mintákon. A két réteg közötti kicserélődési kölcsönhatás a mágnesesen lágy anyagban a mágnesesen kemény réteg irányától függő koercitív erőként jelentkezik. A csatolás mélyebb elemzésére adnak lehetőséget a dinamikus vizsgálatok, amelyeknél a két különböző ferromágnesből álló kettősréteg spinhullámspektrumából következtetnek a csatolásra. *Hoffmann* és *Pascard* [59] végezték el a legrészletesebb ilyen típusú vizsgálatokat. Megmutatták, hogy a permalloyra párolgatott nikkel csatolt spinhullámspektruma jól értelmezhető, ha a két réteg határfelületén a kicserélődési energiát a rétegek belsejében levővel azonosnak veszik.

Néhány kísérletet ismerünk az irodalomból a ferromágneses és paramágneses rétegek közötti csatolás kimutatására. A Grenoble-i Elektrosztatikai és Fémfizikai Intézet kutatócsoportja sztatikus méréseket végzett permalloy-arany-FeCoNi hámasrétegeken és az arany rétegen keresztül közvetített csatolásról számolt be a mágnesesen lágy és kemény anyag között [60]. A csoport szerint a csatolás 100 Å-s arany rétegen keresztül jól észlelhető. *Hoffmann* [61] ezzel szemben arannyal fedett permalloy spinhullám-spektrumában semmilyen változást nem észlelt az egyszerű permalloy réteghez képest. Permalloy-arany-permalloy hámasrétegeken végzett további mérései azt mutatták, hogy 30 Å-nál vastagabb aranyrétegek a csatolást teljesen megakadályozzák. Csak 10 Å-nél vékonyabb aranyrétegekben talált a Grenoble-i csoport 100 Å vastag aranyrétegein keresztül mért csatolásnak megfelelő értéket. Ilyen vékony rétegek nem összefüggőek és így — mint *Hoffmann* kifejti — a mért csatolás valószínűleg teljes egészében az arannyal nem fedett részen jött létre. Valószínű, hogy a Grenoblei csoport által mért csatolás is hasonló okra vezethető vissza.

Nyikolajev és munkatársai [62] vassal fedett ón rétegek Mössbauer-spektrumának kiszélesedését az ónréteg vezetési elektronjainak a vas rétegtől származó polarizálódásával magyarázták. A leírt effektus valószínűtlenül nagy, a mérés szerint 100 Å vastag ónrétegekben az ón atommagok helyén a hiperfinom tér átlagosan fele a vasba ötvözött ónon talált értéknek.

Az egymással érintkező ferro- és nem-ferromágneses fémek határfelülete körüli elektronszerkezet változást elméletileg is tanulmányozták. *Dreyfus* és munkatársai modellje [63] a nem ferromágneses fém állapotsűrűségét a szabad elektrongázéval közelíti. A ferromágneses fémét egy, a lokalizált elektronokkal való kicserélődés következtében spinben felhasadt, de különben ugyancsak szabad elektrongáz állapotsűrűségével helyettesíti. Megmutatható [64], [65], hogy ez a modell [63] számításától eltérően, nem vezet a határfelület közelében hosszú hatótávolságú nem oszcilláló mágnesezettség perturbációra, hanem a távolság négyzetével arányosan csillapodó oszcillációra. Nem eldöntött kérdés, hogy ha a mágnesezettséget térben felösszegeztük, van-e a perturbáció hatására mágnesezettség-átvitel egyik fémből a másikba?

Összefoglalásul megállapítjuk, hogy míg ferromágneses rétegek közötti mágneszettség csatolásról számos közlemény jelent meg, sem két nem-ferromágneses, sem ferro-, nem-ferromágneses rétegek között nem ismerünk az irodalomban a mágneszettség csatolására vonatkozó meggyőző mérést.

VI/2. A dinamikus mágneszettség határfeltételei két ferromágneses réteg között

A kettősrétegeken végzett spinhullám rezonancia kísérleteket általában olyan anyagokon végezték, amelyeknél az egyik réteg spinhullámai a másikban exponenciálisan lecsökkennek. A spektrumokat ezért először a problémát leegyszerűsítve úgy értelmezték [66], hogy a határfelületen a megfigyelt spinhullám mágneszettségére az

$$m = 0 \quad (6.2.1)$$

feltételt illesztették. Más szerzők [67] a III. fejezetben leírt felületi relaxációhoz hasonlóan értelmezhető, a rétegek között fellépő felületi mágneses anizotrópia figyelembevételével számolták ki az elméletileg várható spektrumot. Végül *Hoffmann* [61] mutatott rá a két réteg közötti dinamikus kölcsönhatás szerepére. A továbbiakban ezt a modellt ismertetjük.

A két réteg határfelületén az egyik réteg mágneszettségére a másik réteg mágneszettségével arányos molekuláris tér hat. α -val és β -val indexelve az egyes rétegek jellemzőit, az α réteg mágneszettségének mozgásegyenlete (5.2.8) kiegészítésével:

$$\frac{dM_\alpha}{dt} = \gamma_\alpha M_\alpha \times \left(\underline{H} + \frac{D_F^\alpha}{\gamma_\alpha M_\alpha^0} \Delta M_\alpha + \lambda(z) \underline{M}_\beta \right) + \frac{M_\alpha^0 - M_\alpha}{T_\alpha} \quad (6.2.2)$$

alakú.

Az esetlegesen fellépő felületi anizotrópiával, illetve relaxációval nem foglalkozunk. $\lambda(z)$ a határfelület körül csak az a_0 rácsállandó nagyságrendjébe eső távolságon belül különbözik zérustól. Ha a mágneszettség az atomokra lokalizáltnak tekinthető (Heisenberg ferromágnes) és a két réteg szomszédos atomjai között $I_{\alpha\beta}$ -vel jelöljük a kicserélődési állandót:

$$\lambda(z) \sim \lambda a_0^{-1} = \frac{2I_{\alpha\beta}n}{\gamma_\alpha \gamma_\beta}, \quad (6.2.3)$$

ha $|z| < a_0/2$, különben $\lambda(z) = 0$. Ha $\lambda(z)$ -t a λa_0^{-1} értékkel helyettesítjük, továbbá a (6.2.2.) és a β réteg mágneszettségére vonatkozó hasonló egyenletet (cirkuláris komponensekre átírva) $-a_0/2$ -től $a_0/2$ -ig z szerint integráljuk, a_0 -val arányos kis tagoktól eltekintve a

$$\lambda M_\alpha^0 M_\beta^0 \left[\frac{m_\alpha}{M_\alpha^0} - \frac{m_\beta}{M_\beta^0} \right] = \frac{D_F^\alpha}{\gamma_F} \frac{dm_\alpha}{dz}, \quad (6.2.4)$$

$$\frac{D_F^\alpha}{\gamma_\alpha} \frac{dm_\alpha}{dz} = \frac{D_F^\beta}{\gamma_\beta} \frac{dm_\beta}{dz} \quad (6.2.5)$$

egyenletekre jutunk, ahol az egyes mennyiségek a határfelület közelében az átmeneti réteg határain veendőek.

A (6.2.5) egyenlet a mágnesezettség áram folytonosságát fejezi ki, míg (6.2.4) a mágnesezettség áram értékét adja meg. Megjegyezzük, hogy elvben a csatolás ferro- vagy antiferromágneses és ennek megfelelően pozitív vagy negatív lehet.

VI/3. A mágnesezettség csatolása a vezetési elektronok spin-transzportja által

Két különböző nem-ferromágneses fémmágnesezettségének csatolásáról megjelent közleményt nem ismerünk. A megfelelő határfeltételeket Hasegawának a mágneses híg ötvözetek ESR elméletében [46] kifejtett gondolatmenetéből származtatjuk.

Az egyes rétegek mágnesezettségét M_α -t és M_β -t az előző fejezetben tárgyalt két ferromágneses réteghez hasonlóan úgy definiáljuk, hogy azok a határfelületnél igen gyorsan csökkennek zérusra. A határfelülettől már kis távolságra a megfelelő tiszta fémre jellemző mozgásegyenlet érvényes. A határfelületnél az α réteg mágnesezettségének egy része átdiffundál és viszont. A mágnesezettség diffúzió nagyságára kézenfekvő feltevés, hogy az a határfelület közelében található mágnesezettséggel arányos, azaz, hogy a mágnesezettség áram az α rétegből a β réteg felé:

$$j_{m\alpha\rightarrow\beta} = -\frac{m_\alpha}{T_{\alpha\beta}} + \frac{m_\beta}{T_{\beta\alpha}}. \quad (6.3.1)$$

$T_{\alpha\beta}$ és $T_{\beta\alpha}$ a csatolás erősségét jellemző keresztrelaxációs idők, melyek a rétegek közötti átmeneti tartomány tulajdonságaitól függenek. Egyensúlyban a mágnesezettségáram eltűnik, tehát

$$\frac{m_\alpha^0}{T_{\alpha\beta}} = \frac{m_\beta^0}{T_{\beta\alpha}}, \quad (6.3.2)$$

ahol

$$m_\alpha^0 = \chi_\alpha h_\alpha, \quad m_\beta^0 = \chi_\beta h_\beta \quad (6.3.3)$$

az egyensúlyi mágnesezettségek cirkuláris komponensei.

Az α réteg mágnesezettségének mozgásegyenlete, a határfelületre is kiterjesztve, tehát

$$\frac{dM_\alpha}{dt} = \gamma_\alpha M_\alpha \times H - \frac{M_\alpha}{T_{\alpha\beta}} \delta(z) + \frac{M_\beta}{T_{\beta\alpha}} \delta(z) + \frac{M_\alpha^0 - M_\alpha}{T_\alpha} + D_\alpha \Delta(M_\alpha - M_\alpha^0), \quad (6.3.4)$$

ahol a $\delta(z)$ delta függvények biztosítják, hogy a keresztrelaxáció csak a $z=0$ síkban gondolt határfelületnél hatásos. (6.3.4)-t a határfelület körüli kis tartományra integrálva megkapjuk a kívánt határfeltételeket:

$$D_\alpha \frac{dm_\alpha}{dz} = \frac{m_\alpha}{T_{\alpha\beta}} - \frac{m_\beta}{T_{\beta\alpha}} = \theta M_\alpha^0 M_\beta^0 \left(\frac{m_\alpha}{M_\alpha^0} - \frac{m_\beta}{M_\beta^0} \right), \quad (6.3.5)$$

$$D_\alpha \frac{dm_\alpha}{dz} = D_\beta \frac{dm_\beta}{dz}, \quad (6.3.6)$$

ahol

$$\theta = (M_\beta^0 T_{\alpha\beta})^{-1} = (M_\alpha^0 T_{\beta\alpha})^{-1} \quad (6.3.7)$$

a csatolási állandó.

A két ferromágneses és két paramágneses réteg közötti határfeltételek formailag hasonlóak. Az eltérés a giromágneses faktorokban valószínűleg csak látszólagos, mint *Zitkova* megmutatta [68], a mágneses híg ötvözeteket nem a mágnesezettség, hanem a spin változásra vonatkozó egyenletek jellemzik, amelyeket alkalmazva, a giromágneses faktorok is szerepelnek a (6.3.5) és (6.3.6) egyenletekben. Tekintve, hogy a kísérletekben a g faktorok nem különböztek lényegesen, ezért a továbbiakban a határfeltételeket egységesen a (6.2.5), illetve (6.2.6) formában írjuk.

Megjegyezzük, hogy a (6.2.5) és (6.3.6) határfeltételek formai hasonlóságuk ellenére tartalmilag erősen különböznek a ferromágneses és nem ferromágneses rétegekre vonatkozó Bloch-egyenletek különbözősége következtében.

A ferromágnesekre és nem ferromágnesekre vonatkozó Bloch-egyenletek különbözőek annak megfelelően, hogy a spindiffúziót az egyik esetben az elektronok egymásra gyakorolt molekuláris tere, míg a másik esetben az elektronok delokalizáltságából eredő diffúzió hozza létre. (Egyes szerzők [69] ferromágneses fémekben is feltételezték észrevehető spintranszportot.) A két mechanizmus különbözősége folytán az ESR spektrumok alakja sem azonos általában ferromágneses és nem ferromágneses fémrétegekben. Értelmezése szerint a spintranszport csatolási állandója θ csak pozitív lehet, ellenkező esetben a mágnesezettség a kisebb mágnesezettség felől diffundálna a nagyobb felé.

VI/4. Ferromágneses és nem-ferromágneses fémrétegek csatolása

A csatolt ferro-, nem-ferromágneses fémrétegek szoros analógiában vannak a mágneses híg ötvözetekkel. A mágneses híg ötvözetekben a lokalizált mágneses momentumok a vezetési elektronokra részben mint molekuláris tér, részben mint a polarizációt relaxáló effektus lép fel. Hasonlóan hatnak a vezetési elektronok a lokalizált mágneses momentumokra. Láttuk, hogy két ferromágneses réteg között a molekuláris térnek, míg két nem-ferromágneses fém között a mágnesezettségek keresztrelaxációjának van döntő szerepe. Feltehető, hogy a ferro-, nem-ferromágneses határfelületeknél általában mindkét jelenség fellép, tehát a Bloch-egyenletek a

$$\begin{aligned} \frac{dM_F}{dt} &= \gamma_F \underline{M}_F \times \left(\underline{H} + \lambda \delta(z) \underline{M}_N + \frac{D_F}{\gamma_F M_F^0} \Delta (\underline{M}_F - \underline{M}_F^0) \right) + \\ &+ \gamma_F \theta M_F^0 M_N^0 \left[\frac{M_F}{M_F^0} - \frac{M_N}{M_N^0} \right] \delta(z) + \frac{M_F^0 - M_F}{T_F}, \\ \frac{dM_N}{dt} &= \gamma_N \underline{M}_N (\underline{H} + \lambda \delta(z) \underline{M}_F) + D_N \Delta (\underline{M}_N - \underline{M}_N^0) + \\ &+ \gamma_N \theta M_F^0 M_N^0 \left[\frac{M_F}{M_F^0} - \frac{M_N}{M_N^0} \right] \delta(z) + \frac{M_N^0 - M_N}{T_N} \end{aligned}$$

formát öltik. Az egyenletek integrálásából a határfelületek:

$$(\theta + i\lambda) M_F^0 M_N^0 \left[\frac{m_F}{M_F^0} - \frac{m_N}{M_N^0} \right] = \frac{D_N}{\gamma_N} \nabla (m_N - m_N^0),$$

$$\frac{D_F}{\gamma_F} \nabla (m_F - m_F^0) = i \frac{D_N}{\gamma_N} \nabla (m_N - m_N^0).$$

A mágneses híg ötvözetekben a molekuláris tér és a relaxáció szoros kapcsolatban van: mindkettőt a kicserélődési integrál határozza meg. A csatolt fémrétegek-nél további elméleti és kísérleti vizsgálatok szükségesek annak eldöntésére, hogy a két analóg mennyiség λ és θ között fennáll-e ilyen jellegű kapcsolat.

A (6.4.3) és (6.4.4) egyenletek nem tartalmazzák a felületi relaxáció lehetőségét, a III. fejezetben leírtak alapján ezek egyszerűen kiterjeszthetők erre az esetre is.

VI/5. A csatolt kettősrétegek TESR spektruma

A csatolt rétegek TESR számítását a ferromágneses és nem-ferromágneses rétegeket tartalmazó rendszerekre egységesen végezzük el. A ferromágneses rétegen belüli megoldásokat csak annyiban vesszük különbözőnek a nem ferromágnesekétől, hogy ezekben a diffúziós állandó helyett az (imaginárius) stiffness állandó szerepel. Két lényeges egyszerűsítést eszközölünk: a lemágnesező terek hatását csak a rezonancia tér módosulásában vesszük figyelembe, és nem tárgyaljuk a ferromágneses fémen belül lehetséges álló spinhullámok csatolását a másik fémhez.

A TESR spektrum számításához a II. fejezetben számolt általános megoldásokat kell a megfelelő határfeltételekkel illeszteni. A kettősrétegre eső gerjesztő hullám 10 újabb hullámot kelt és ennek megfelelően egy 10 ismeretlenes lineáris egyenletrendszer megoldásait kell megkeresni. A hosszadalmas számítást nem végeztük el általánosan, hanem csak a kísérletileg fontos határesetekre.

Az áttekinthetőség kedvéért itt csak a legegyszerűbb határesetet tárgyaljuk, amely a spektrum fő jellemzőit még tartalmazza. A kísérletek kiértékelésénél az alábbi kifejezéseket kissé módosítani kell.

Mindkét rétegre, α -ra β -ra azonosan a következő feltételeket tesszük:

- a) $l \gg \delta$; vastagabbak, mint a megfelelő szkinmélységek;
- b) $l \ll \delta_{\text{eff}}$; vékonyabbak, mint a megfelelő spin szabad úthosszak;

c) $\chi \omega T \frac{\delta^2}{\delta_{\text{eff}}^2} \ll 1$; ez elégséges feltétel ahhoz, hogy a szuszeptibilitásban csak a legalacsonyabb rendű tagokig végezzük a számítást.

A kettősrétegen transzmitált tér:

$$h_t = \frac{ic \cdot 2h_0}{(\sigma_\alpha \sigma_\beta)^{1/2}} \times \frac{1}{I_\alpha I_\beta \left[\Omega_\alpha \Omega_\beta + \Gamma \left(\frac{M_\alpha^0 \gamma_\beta}{I_\beta} \Omega_\alpha + \frac{M_\beta^0 \gamma_\alpha}{I_\alpha} \Omega_\beta \right) \right]}, \quad (6.5.1)$$

ahol

$$\Omega_{\alpha} = i(\omega - \omega_{\alpha}) + \frac{1}{T_{\alpha}},$$

$$\Omega_{\beta} = i(\omega - \omega_{\beta}) + \frac{1}{T_{\beta}}$$
(6.5.2)

és a csatolási állandó: $\Gamma = \theta + i\lambda$.

A (6.5.1) eredmény invariáns α és β felcserélésére, a transzmittált tér nem függ attól, hogy melyik réteg van az adó, illetve a vevő oldalon.

A kísérletek szempontjából két fontos határesetet különböztetünk meg.

a) Erős csatolás

Ha $|\Gamma|$ elegendően nagy a két réteg mágnesezettsége, olyan erősen lesz csatolva, hogy csak a közös módus lép fel, amely független Γ -tól és amelynek rezonanciafrekvenciája, illetve vonalszélessége az egyes rétegek vastagságával és mágnesezettségével súlyozott átlag lesz. Ez a határeset a híg ötvözetnél tárgyalt bottleneck megfelelője.

b) Gyenge csatolás

Ha $|\Gamma|$ elegendően kicsi, a transzmittált tér a két réteg spektrumának szorzatával arányos és így két rezonáns komponensből áll. Az egyes ágak rezonanciafrekvenciája és relaxációs ideje csak kis mértékben tér el az egyes rétegektől, ezek az eltérések és a rezonancia amplitúdója is arányos a csatolási állandóval.

VII. TESR ERŐSEN CSATOLT MÁGNESEZETTSÉGŰ FÉM KETTŐSRÉTEGEKBEN

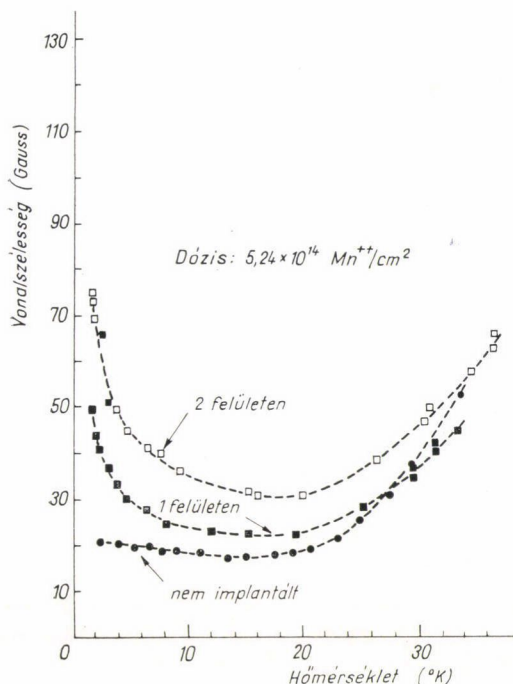
VII/1. TESR Mn ionimplantált felületű réz fóliákban

A Mn ionimplantált felületű réz olyan kettősréteggént modellezhető, amelynek egyes rétegeinek ESR tulajdonságai ismertek, ezért látszott alkalmasnak kísérleti anyagnak. A vizsgálatokat az Orsay-i Delpárisz Egyetemen dolgozó kutatócsoport: P. Monod, H. Hurdequint, A. Jánossy, J. Obert és J. Chaumont [70] végezte 1972-ben, a kísérleti eredmények részletes analízise H. Hurdequint nevéhez fűződik [71]. A jelen dolgozatban vázoljuk a lényeges kísérleti körülményeket és az összehasonlítást az elmélettel.

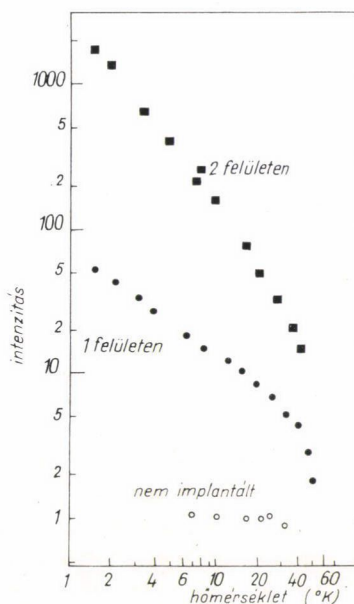
Anyagminták készítése

ASARCO 99.999% tisztaságú (1 ppm-nél kevesebb vasat tartalmazó) rézből indukciós kemencében egykristályokat növesztettünk. Az egykristályokból orientálás nélkül rézhuzalos szikravágással néhány tizedmilliméteres lapocskákat vágunk, melyeket kémiai polírozással vékonyítottunk a kívánt méretre.

Az ionimplantáló berendezés az elgőzöltetett kiinduló anyagot (tisza mangán) elektromos kisüléssel ionizálja. Az ionizált anyagot kb. 50 kV-os előgyorsítás után mágneses térben tömeg és energia szerint szeparálja és a kiválasztott iont (Mn^{++}) maximálisan 90 kV-tal felgyorsítja. Az egyenletes implantálás érdekében a réz targetet mozgattuk.



VII/1.1. ábra. TESR vonalszélesség mangán ion-implantált felületű réz fóliákban a hőmérséklet függvényében. A dózis alatt az egy felület négyzetcentiméterére implantált mangán ionok számát értjük. A minták vastagsága 40 μ . (H. Hurdequint nyomán)



VII/1.2. ábra. TESR intenzitás a hőmérséklet függvényében mangán ion-implantált felületű réz fóliákban. Az intenzitás a nem implantált felületű minta 20 °K-os értékére normált. A minták vastagsága 40 μ .

Az elmélet és más anyagokon végzett kísérletek szerint [72] az implantált mangán koncentrációeloszlása Gauss-görbét követ, melynek maximuma a kísérletekben használt 220 keV implantálási energia mellett a rézfelülettől 600 Å távolságra van és melynek félértékszélessége is körülbelül 600 Å.

A továbbiakban három jellegzetes mintán kapott eredményeket ismertetjük:

- tiszta réz,
- egy felületen implantált réz,
- két felületen implantált réz.

Az implantálás dózisa felületenként $5.2 \cdot 10^{14}/\text{cm}^2$ ion volt. Ez körülbelül megfelel 1000 Å-re elosztva 1000 ppm átlagkoncentrációnak. A mintavastagságok $40 \pm 5 \mu$ körüliek voltak.

TESR vizsgálatok:

- Tiszta réz

A tiszta rézen végzett mérések jól reprodukálják Schultz és munkatársai eredményeit [6], eltekintve attól, hogy a maradék-vonalszélesség nem mutatott minta vastagságfüggést (l. III. fejezet). A jel 40 °K alatt Lorentz alakú, a vonalszélesség

20 °K alatt nem függ a hőmérséklettől, a c. mintán a vonalszélesség implantálás előtt a 16 G volt alacsony hőmérsékleten. 20 °K felett a vonalszélesség gyorsan növekszik a rácsrezgések hatására. A vonalszélesség és a maximális amplitúdó szorzata, mellyel a jelintenzitást definiáljuk, kb. 30 °K-ig állandó. A g faktort az irodalmi értékkel egyezően $2,033 \pm 0,002$ -nek találtuk.

Alacsony hőmérsékleten (a minta vastagságától függően 20–30 °K alatt) az alumíniumhoz hasonlóan erős háttértranszmisszió lépett fel.

b) TESR az egy felületen implantált fólián

A transzmitált ESR sok tulajdonságban hasonlít a tiszta féméhez. A jelalak továbbra is szimmetrizálható és 40 °K alatt Lorentz-alakú. A g faktor a mérési hibán belül megegyezik a tiszta rézével és így erősen eltér a koncentrált (pl. 1000 ppm-es) homogén Cu-Mn híg ötvözetben alacsony hőmérsékleten mért $g_{Mn}=2,011$ értéktől [44]. A transzmitált spektrum változatlan, ha az adó és vevő üreg szerepét felcseréljük. A vonalszélesség (VII/1.1. ábra), a homogén híg ötvözetekkel ellentétben először erősen csökken és csak 20 °K felett kezd növekedni. A jel intenzitása (VII/1.2. ábra) 1,5 °K-en kb. 50-szerese az ugyanolyan vastagságra normált tiszta rézének. A hőmérséklet növelésével a jelintenzitás gyorsan csökken. Alacsony hőmérsékleten a háttértranszmisszió is intenzívebb az implantált mintában, azonban a TESR-nél sokkal kisebb mértékben erősödik fel.

c) A mindkét felületen implantált fólián

Az 1,5 °K-en mért vonalszélesség körülbelül kétszerese; az intenzitásnövekedés 2500, tehát négyzete az egy felületen implantálténak (VII/1.1. és VII/1.2. ábra). A két oldalon implantált minták intenzitása gyorsabban csökken, mint az egy oldalon implantáltaké, a négyzetes összefüggés kb. 30 °K-ig fennáll.

VII/2. A kísérleti eredmények összehasonlítása az erősen csatolt rétegek fenomenologikus elméletével

Az V/1. fejezetben kifejtettük, hogy a homogén híg ötvözetek ESR tulajdonságait a bottleneck határesetben a vezetési és lokalizált elektronok mágnesezettségének közös módusa határozza meg, amely formailag azonosan leírható, mint a tiszta fémek vezetési elektron mágnesezettség módusa. Ez lehetőséget ad arra (Walker [73]), hogy az ionimplantált rétegek ESR tulajdonságait két különböző szuszeptibilitású csatolt tiszta fém viselkedésével modellezzük.

Hurdequint és Monod [74], [71] mutatták meg, hogy az előző fejezetben vázolt kísérleti eredmények jól összeegyeztethetők azzal a feltételezéssel, hogy a rétegek közti csatolás erős és így a kísérletes megfigyelt spektrum a két réteg mágnesezettségének közös módusa. A (6.5.1) kifejezés az erős csatolás határesetében a

$$h_t = \frac{icH_0}{(\sigma_\alpha\sigma_\beta)^{1/2}} \times \frac{\gamma_\alpha\gamma_\beta\chi_\alpha\chi_\beta}{\gamma_\alpha\chi_\alpha I_\alpha + \gamma_\beta\chi_\beta I_\beta} \frac{2h_0}{i(\omega - \omega_{\text{eff}}) + \frac{1}{T_{\text{eff}}}}$$

alakban írható, ahol

$$\omega_{\text{eff}} = \frac{\gamma_\alpha \chi_\alpha I_\alpha}{\gamma_\alpha \chi_\alpha I_\alpha + \gamma_\beta \chi_\beta I_\beta} \omega_\alpha + \frac{\gamma_\beta \chi_\beta I_\beta}{\gamma_\alpha \chi_\alpha I_\alpha + \gamma_\beta \chi_\beta I_\beta} \omega_\beta,$$

$$\frac{1}{T_{\text{eff}}} = \frac{\gamma_\alpha \chi_\alpha I_\alpha}{\gamma_\alpha \chi_\alpha I_\alpha + \gamma_\beta \chi_\beta I_\beta} \frac{1}{T} + \frac{\gamma_\beta \chi_\beta I_\beta}{\gamma_\alpha \chi_\alpha I_\alpha + \gamma_\beta \chi_\beta I_\beta} \frac{1}{T_\beta}.$$

Ezek a kifejezések erősen hasonlítanak a híg ötvözetekre kapott (5.1.13) és (5.1.15) kifejezésekre, ami annak felel meg, hogy formailag igen kis különbség van közöttük, hogy két mágnesezettség egymás mellett elhelyezkedve vagy egymásba „áthatolva” csatolódik.

A (7.2.1) kifejezést a kísérleti körülményeket figyelembe véve kissé módosítani kell. A levezetésnél használt feltétellel szemben az implantált réteg szkinmélysége nagyobb, mint a rétegvastagság. Az implantált (tehát vékony) réteget α -val, a réz réteget β -val indexelve a legalacsonyabb hőmérsékleti tartománytól eltekintve (1000 ppm Mn koncentrációt alapul véve néhány $^{\circ}\text{K}$ felett)

$$\chi_\alpha I_\alpha \ll \chi_\beta I_\beta. \quad (7.3.4)$$

A transzmittált tér:

$$h_t^{\alpha\beta} = \frac{ic\gamma_\alpha H_0}{\sigma_\beta I_\beta} \times \frac{(2c)^{1/2} \chi_\alpha I_\alpha 2h_0}{\delta_\beta \left[i(\omega - \omega_\beta) + \frac{1}{T_\beta} + \frac{\chi_\alpha I_\alpha}{\chi_\beta I_\beta} \frac{1}{T_\alpha} \right]}. \quad (7.3.5)$$

Az implantálás nélkül számolt spektrummal összehasonlítva:

$$h_t^\beta = \frac{ic\gamma_\beta H_0}{\sigma_\beta I_\beta} \times \frac{\chi_\beta 2h_0}{i(\omega - \omega_\beta) + \frac{1}{T_\beta}} \quad (7.3.6)$$

az intenzitásnövekedés az adott közelítésben

$$\frac{I_{\alpha\beta}}{I_\beta} = \frac{\chi_\alpha I_\alpha}{\chi_\beta \delta_\beta}. \quad (7.3.7)$$

Ez a kifejezés a hőmérsékletfüggést kvalitatív jól adja vissza, pontos értéke nehezen becsülhető, de $\delta_\beta = 500 \text{ \AA}$, $I_\alpha = 1000 \text{ \AA}$, $\chi_\alpha/\chi_\beta = 200$ -t véve $1,5^{\circ}\text{K}$ -en látható, hogy az elméleti érték a kísérletinek kb. 8-szorosát adja.

A (7.3.5) kifejezés a rezonancia frekvenciát a kísérletekkel egyezően a tiszta rézével egyenlőnek adja. Későbbi kísérletek nagy mangán koncentrációk és alacsony hőmérsékleteken, ahol a (7.3.4) feltétel nem teljesül, ettől eltéréseket mutattak.

Az effektív relaxációs idő hőmérsékletfüggésének részletes kiértékelése arra mutat, hogy a mangánionok közvetlen relaxációja a rács felé T_{dl} az implantált rétegekben jóval nagyobb, mint a hagyományos eljárással készült CuMn rétegekben.

A mindkét felületen implantált mintáknak megfelelő három réteg probléma megoldását itt nem közöljük, megemlítjük azonban, hogy eszerint a relaxációs idő

nem változik, ha a mangán implantációt teljes egészében az egyik felületen vagy pl. fele-fele részben mindkét oldalon végezzük. Ugyanakkor az intenzitásnövekedés a két oldalon azonosan implantált rétegben (elegendően magas hőmérsékleten)

$$\frac{I_{\alpha\beta\alpha}}{I_{\beta}} = \left[\frac{\chi_{\alpha} I_{\alpha}}{\chi_{\beta} \delta_{\beta}} \right]^2,$$

tehát négyzetesen növekszik. Ez a tapasztalattal jól egyezik.

VIII. CSATOLT FERROMÁGNESES-PARAMÁGNESES REZONANCIA PERMALLOY-RÉZ KETTŐSRÉTEGEKBEN

VIII/1. A minták összetételének kiválasztása és készítése

A minták készítéséhez olyan anyagokat választottunk, melyek rezonancia spektrumai külön-külön egyszerűen értelmezhetők és jól ismertek. A permalloy mágneses anizotrópiája és magnetostrikciós állandója alacsony hőmérsékleten is kicsi és így polikristályosan is éles rezonanciát mutat. Előnye még, hogy jól párologtatható, hátránya, hogy mágnesezettsége igen nagy, így az általunk használt mágneses terekkel nem mutat általában egy irányba, s ez a kiértékelést nehezíti. A tiszta réz spektrumát a VII/1. fejezetben jellemeztük. A réz felülete kevésbé oxidálódik, mint az alumíniumé és ezért jobb minőségű határfelület készítésére alkalmas.

A mintákat kétféle eljárással készítettük. Az első minták — melyek közül a CuPerm 1 jelűn végzett kísérleteket ismertetjük — a csatolt rezonancia létezésének bizonyítására és a felületi relaxáció nagyságának becslésére szolgáltak. Később az általunk készített egykristály lapokra a Bellevue-i CNRS Mágneses Laboratórium munkatársa, *H. Pascard* párologtatott nagyon tiszta körülmények között permalloy réteget (Cu SXPpy 200 és Cu SXPpy 1000).

A CuPerm 1 jelű minta készítése

A minta 60 μ vastag polikristályos réz és a rápárolgatott kb. 500 Å vastag permalloy rétegből állt.

ASARCO 99.999% tisztaságú polikristályos rezet 80 μ vastagságra hengereltük, majd 450 °C-on $2 \cdot 10^{-6}$ torr nyomáson 1 óráig kilágyítottuk. A végleges vastagságot híg salétromsavas marással értük el. A fólia egy darabján a TESR mérés 21 °K-en 32 G vonalszélességet mutatott, valamivel többet, mint amennyit a hasonló körülmények között más alkalomkor készített réz mintákon találtunk.

A permalloy réteget 80 at % Ni és 20 at % kiinduló anyagokból, wolfram csónakból párologtattuk. A párologtatás előtt a mintákat zsírtalanítottuk és salétromsavval lemtartuk. A vákuum párologtatás közben $3 \cdot 10^{-6}$ torr nyomású volt.

A Cu SXPpy 200 és Cu SXPpy 1000 jelű minták készítése

A minták 50 μ vastag réz egykristály lapokból és a rápárolgatott 200 Å (Cu SXPpy 200) és 1000 Å (Cu SXPpy 1000) vastag permalloy rétegből álltak.

A réz réteg a polikristályos mintákhoz is használt ASARCO alapanyagból növesztett egykristály lapka. A kristálynövesztés indukciós kemencében történt. Az indukciós tekercs a nagytisztaságú grafit tégelybe helyezett kiinduló anyag körül

úgy helyezkedik el, hogy abban hőmérsékletgradiens lépjen fel. A megolvasztott rézből a kicsúcsosított tégely alján, ahol a hőmérséklet a legalacsonyabb, indul meg az egykristály képződése. A növesztés alatt a minta 10^{-6} torrnál jobb vákuumban volt. A kb. 20 mm hosszú 12 mm átmérőjű egykristályból olajfürdőbe mártott rézhuzalos szikravágóval 0,5 mm vastag szeleteket vágunk le, melyeket mechanikai és kémiai polírozással a kívánt vastagságra vékonyítottunk. A kémiai polírozáshoz CuCl_2 -dal telített HCl -t használtunk, melyhez néhány csepp H_2O_2 -t adtunk.

A 81% Fe és 19% Ni összetételű permalloy ötvözetet RIBER gyártmányú 400 l/h teljesítményű titán iongetter szivattyús ultravákuum rendszerben bóroxid tégelyből párologtattuk. A réz egykristály szeletet a végső marás után helyeztük a párologtatóba. A permalloy minőségének ellenőrzésére a réz minták mellé optikailag csiszolt üvegkorongokat tettünk. 10^{-8} torr vákuum elérése után a mintákat 20 óráig 400°C -on hevítettük. A réz szeletek pereme ért csupán a felhevített rozsdamentes acél tartóhoz, így a minta nem szennyeződött. A hőkezelés célja a felületen adszorbeálódott gázok eltávolítása és a felületi rézoxid rétegnek a minta belsejébe diffundálása volt. A hőkezelés után 24 órával párologtattunk a szobahőmérsékletre lehűlt mintákra. A várakozási időben a vákuum 10^{-1} torr, párologtatás közben 10^{-8} torr volt.

A 200 \AA és 1000 \AA vastag rétegek egyszerre készültek, egy takarólemez elforgatásával biztosítottuk a különböző vastagságokat.

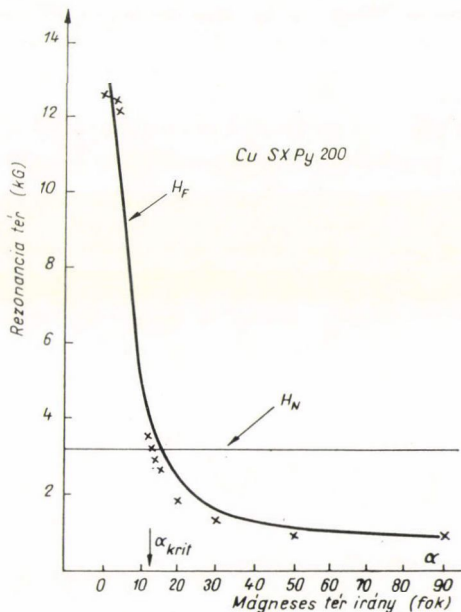
Az üveglapokra párologtatott rétegek FMR vizsgálata szerint a permalloy jó minőségű réteget alkotott, merőleges és párhuzamos sztatikus térben az FMR félértékisélesség szobahőmérsékleten 200 G volt.

VIII/2. A kettősrétegek permalloy FMR spektruma

A réze párologtatott permalloy rétegek reflexiós FMR spektruma az üvegre párologtatottól főként a megnövekedett vonalszélességben különbözött. Ez valószínűleg a durvább felület következménye.

A méréseket szobahőmérsékleten, 80°K -en és $1,4^\circ\text{K}$ -en végeztük. A spektrumok a hőmérséklet csökkenésével kissé szélesedtek, a mágnesezettség növekedése miatt a rezonancia maximumok kissé letolódtak. 80°K és $1,4^\circ\text{K}$ között nincs észrevehető különbség a spektrumokban.

Az FMR maximum helyzete erősen függ a sztatikus mágneses tér és a minta síkja által bezárt szögtől. Tekintve, hogy berendezésünkkel csak 7 kG mágneses teret lehetett elérni, a teljes szögfüggést egy ugyancsak X-sávú Varian ESR berendezésen határoztuk meg szobahőmérsékleten.



VIII/2.1. ábra. Ferromágneses rezonancia tér a mágneses tér irányának függvényében. Mágneses tér nagysága $H_0 = 3,0 \text{ kG}$. Az X-szel jelölt értékek kísérleti eredmények, a kihúzott görbe a $4\pi M = 10,0 \text{ kG}$ mellett számolt

A Cu SXPý 200 minta ferromágneses rezonanciaterének szögfüggését a VIII/2.1. ábrán mutatjuk be. Párhuzamos mágneses térnél a rezonanciater jóval kisebb, merőleges elrendezésben nagyobb, mint a $g=2,0$ -hoz tartozó paramágneses rezonancia tér.

A merőleges rezonancia helyzetéből az (5.2.5a) kifejezés alapján a mágnesezettség $4\pi M=9,30$ G-nak, a párhuzamos rezonanciából $4\pi M=10,4$ kG-nek adódik, ha a permalloy g -faktorának az irodalmi értéket $g_{py}=2,1$ -t vesszük [75]. A merőleges rezonancia erősen függ a pontos szögbeállítástól, a párhuzamos állásnál a mágnesezettség értéke a pontos rezonancia tér értéktől függ erősen. A hőmérséklet csökkenésével a mágnesezettség kismértékben nő. A kiértékelésnél $4\pi M=10,0$ kG-t vettünk, ezzel viszonylag jól kapjuk meg a teljes szögfüggést (VIII/2.1. ábra).

A paramágneses és ferromágneses rezonancia tér a minta normálisától $\alpha=13^\circ$ -kal elhajló külső mágneses térnél esik egybe. Az FMR a merőleges és párhuzamos külső térben jóval keskenyebb mint a közbülső irányban. A vonalszélesség és a rezonancia maximum helyzete a merőleges iránytól kis eltérések esetén különösen gyorsan változik.

A Cu perm 1 FMR vonalszélessége jóval nagyobb mint a gondosabban készült mintáké. Mágnesezettsége is valamivel kisebb. A ferromágneses rezonancia spektrum a különböző irányokban több kG széles. Kb. $\alpha=20^\circ$ -os mágneses tér elhajlásnál esik egybe az FMR tér a paramágnessel.

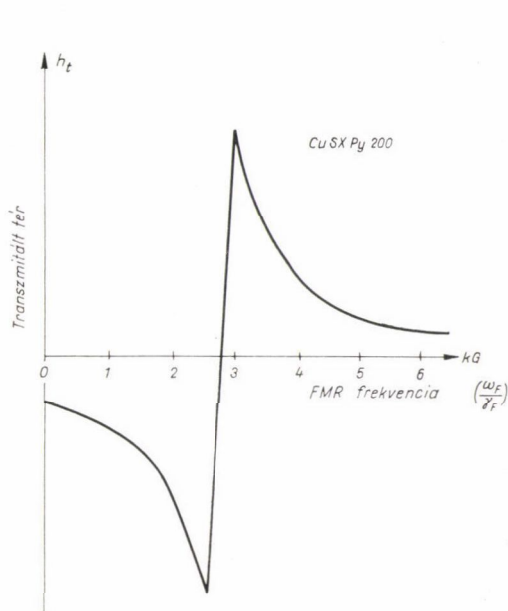
VIII/3. TESR a réz permalloy kettősrétegekben

TESR a Cu SXPý 200 mintán

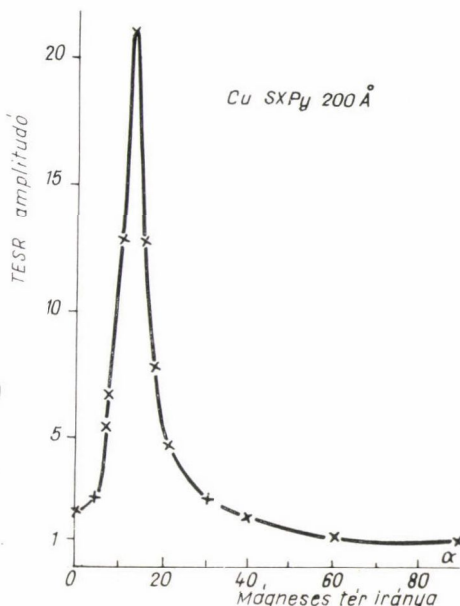
A méréseket $1,4^\circ\text{K}$ és 40°K között végeztük. A transzmissziós spektrum egy $g=2,0$ helyzetű, de különben a tiszta réz TESR-jétől erősen eltérő tulajdonságú hőmérsékletfüggetlen rezonanciából és alacsony hőmérsékleten a nagy tisztaságú anyagokra jellemző háttér-transzmisszióból áll. A tökéletlen mikrohullámú szigetelés következményeként a permalloy FMR a transzmissziós spektrumon is látható. A TSR mindig szimmetrizálható és a vizsgált hőmérséklettartományban közel Lorentz alakú.

A TESR spektrum legérdekesebb vonása amplitúdójának és fázisának függése a külső mágneses térnek a minta síkjával bezárt szögétől. A szögfüggést jól szemlélteti az állandó bázishullámfázis és állandó nagyságú mágneses tér mellett a mágnes elforgatásával kapott jel (VIII/3.1. ábra). Itt párhuzamos térnél szimmetrizáltuk a spektrumot és a teret a rezonanciamaximumra állítottuk. Az amplitúdó meghatározásához a bázis mikrohullámú tér fázisának állításával minden szöghelyzetben szimmetrizáltuk a spektrumot. Így egyúttal a spektrum fázisváltozását is megkaptuk.

Párhuzamos állásból kiindulva ($\alpha=90^\circ$) a spektrum amplitúdója (VIII/3.2. ábra) először csak lassan változik a mágneses tér irányával, $\alpha=30^\circ$ -ig forgatva kétszeresére növekszik. Ezután azonban rohamosan növekszik, $\alpha=13^\circ$ -nál eredeti értékének 21-szeresét éri el, a mágnes további elforgatásakor gyorsan csökken. $\alpha=0^\circ$ -nál, tehát merőleges állásban, az amplitúdó csak valamivel nagyobb, 2,1-szerese, az $\alpha=99^\circ$ -nál talált értéknek. $\alpha=13^\circ$ -nál az átszivárgó FMR egybeesik a TESR-rel és a mérés során annak kb. 20%-nak megfelelő amplitúdójú volt. A ferromágneses réteget tartalmazó vevőüreg jósági tényezője az FMR feltétel teljesülésekor csökken, ez azt jelenti, hogy a tényleges TESR amplitúdónövekedés $\alpha=13^\circ$ -nál a talált értékénél nagyobb.



VIII/3.1. ábra. Réz-permalloy kettősréteg rezonanciáttranszmissziója a ferromágneses frekvencia függvényében. A spektrumot állandó bázishullám fázis és változó mágneses tér irány függvényében vettük fel. A mágneses tér irányából a FMR frekvencia meghatározható (VIII/2.1. ábra). Az elmélet szerint a kapott spektrum a permalloy réteg FMR diszperziós alakjának felel meg.



VIII/3.2. ábra. Réz-permalloy kettősréteg TESR amplitúdója a mágneses tér irányának függvényében. A bázishullám fázisának változásával a spektrumokat minden szögállásban szimmetrizáltuk.

A spektrum fázisa az amplitúdóval együtt változik (VIII/3.3. ábra). A párhuzamos álláshoz tartozó fázist $\varphi_0=0$ -nak nevezve, $\alpha=90^\circ$ és $\alpha=30^\circ$ között nem változik, $\alpha=13^\circ$ -nál a spektrum fázisa $\pi/2$, $\alpha=0^\circ$ -nál π . Azonos bázishullám mellett felvett spektrumokban ez úgy jelentkezik, hogy ha a szimmetrikus párhuzamos spektrum amplitúdója pozitív, akkor merőleges állásban is szimmetrikus lesz azonban negatív amplitúdójú, $\alpha=13^\circ$ -nál pedig antiszimmetrikus úgy, hogy az alacsony térbeli extrémum negatív, a magas térbeli pozitív (VIII/3.4. ábra).

A rezonanciátér párhuzamos állásban az F/6. fejezet korrekció nélkül $g_{\text{CuPy}} = 2,0250 \pm 0,0015$ értéket szolgáltat, a legpontosabb mérés tiszta rézen (ugyancsak korrekciók nélkül) $g_{\text{Cu}} = 2,0263 \pm 0,0003$. A g faktor szögfüggését nem mértük nagy pontossággal, csupán azt állapíthatjuk meg, hogy az 2%-on belül állandó.

A vonalszélesség $\alpha=90^\circ$ -os helyzetben 235 G, ez kb. tízszerese a kiinduló anyagul használt réz egykristályénak. A vonalszélesség nem változik lényegesen a szög függvényében, $\alpha=0^\circ$ -nál valamivel kisebb mint $\alpha=90^\circ$ -nál, $\alpha=90^\circ$ -nál a mérést nehezíti az átszivárgó FMR.

A tiszta felületű réz mintához viszonyított intenzitás mérése csak nagy kísérleti hibával lehetséges az adott berendezésen, minthogy egyazon mérésben nem lehet a referencia és a minta jelét detektálni. A Cu SXPy 200 minta intenzitását egy külön menetben mért azonos jelerősítésre és gerjesztő teljesítményre normált amplitúdójú

tiszta réz TESR-jével hasonlítjuk össze. Intenzitás-paraméternek az amplitúdó vonalszélesség és mintavastagság szorzatát vesszük. Az intenzitástartományok:

$$\alpha = 90^\circ \quad I_{90} = 17$$

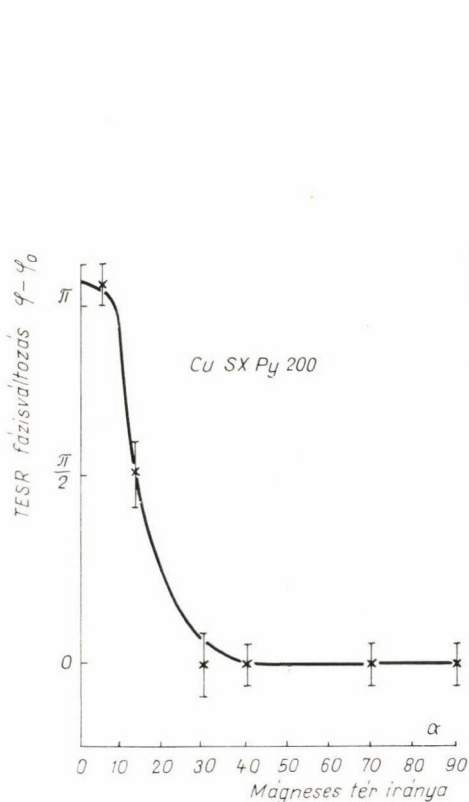
$$\alpha = 13^\circ \quad I_{\text{krit}} = 360,$$

$$\alpha = 0^\circ \quad I_0 = 39.$$

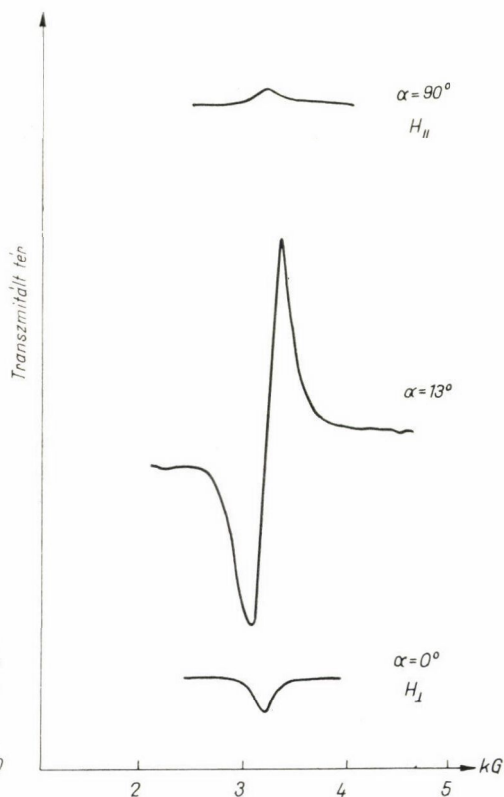
A fenti értékeket csak egy kettes faktoron belül gondoljuk helyesnek, mert az egyéb alkalmakkor végzett intenzitásmérések ennyire voltak reprodukálhatók. Ez a bizonytalanság azonban nem befolyásolja azt a megállapítást, hogy a spektrum intenzitása minden szögállásnál sokkal nagyobb mint a permalloy nélküli réz mintáké.

TESR a Cu SXPy 1000 mintán

A mérési eredmények a Cu SXPy 200 mintához nagymértékben hasonlítanak. A spektrum fázisa párhuzamos és merőleges állás között π -vel változott, az amplitúdó



VIII/3.3. ábra. Réz-permalloy kettősréteg TESR fázisa a mágneses tér irányának függvényében



VIII/3.4. ábra. Réz-permalloy kettősréteg (CuSXPy 200) RST5 spektrumok a jellemző mágneses tér irányokban. A bázishullám fázisa mindhárom spektrumnál azonos

$\alpha=13^\circ$ körül rezonanciaszerűen megnőtt, azonban a mérést nehezítette, hogy ennél a szögállásnál az FMR az üreg jósági tényezőjét igen erősen lerontotta. Megállapíthatjuk azonban, hogy a TESR nem függ lényegesen a permalloy réteg vastagságától.

TESR a Cu Perm 1 mintán

Az amplitúdónövekedés és a fázisváltozás az előzőekben tárgyalt mintákénál jóval kisebb volt. A maximális amplitúdónövekedés a ferromágneses és paramágneses rezonancia terek egybeesésének megfelelően $\alpha=20^\circ$ -os szögnél lépett fel, értéke $A_{20^\circ}/A_{90^\circ}=3,1$. A spektrum fázisváltozása $\alpha=90^\circ$ és $\alpha=0^\circ$ között körülbelül $\pi/2$.

Az adó és vevő üreget felcserélve a spektrum nem változott mérési hibán belül.

A maradék vonalszélesség csak valamivel nagyobb mint a tiszta felületű rézé: $\Delta H = 47 \pm 2\text{G}$. Az intenzitások:

$$\alpha=90^\circ \quad I_{90}=2,0,$$

$$\alpha=20^\circ \quad I_{\text{krit}}=6,2,$$

$$\alpha=0^\circ \quad I_0=3,6,$$

különösen a kritikus szögtől távol nem különböznek erősen a tiszta felületű rézétől.

A főbb kísérleti eredmények összefoglalása:

1. A TESR spektrum amplitúdója és fázisa a külső mágneses tér irányától függ. A jó minőségű rétegeken a spektrum fázisa π -vel változik, ha merőlegesből párhuzamosba forgatjuk a külső teret. Az egyes rétegek rezonanciafrekvenciájának egybeesésekor az amplitúdó erősen megnövekszik és fázisa $\pi/2$ -vel változik.

2. A rezonancia intenzitása minden mágneses tér irányánál nagyobb mint a tiszta felületű réz TESR intenzitása.

3. A rezonanciafrekvencia igen közel esik a rézéhez.

4. A spektrum független attól, hogy a permalloy az adó vagy a vevő üreg falát alkotja.

5. A vonalszélesség megnövekedett a tiszta rézéhez képest.

IX. A FERROMÁGNESES-NORMÁL FÉMKETTŐSRÉTEGEK REZONANCIÁJÁNAK ÉRTELMEZÉSE

Ezen fejezetben megkívánjuk mutatni, hogy a gyengén csatolt mágnesezettségű rétegek modellje (VI/5. fejezet) a kísérleti eredmények kvalitatív értelmezését adja.

A továbbiakban, kivéve ha külön másra utalunk, a Cu SXPy 200 minta adatait elemezzük.

IX/1. A csatolás jellege

A VI/5. fejezetben megmutattuk, hogy az erősen és gyengén csatolt kettős-rétegek rezonancia spektrumai főként abban különböznek, hogy míg az egyik esetben egy, addig a másikban két rezonancia lép fel. Az erősen csatolt rétegek közös rezonanciájának frekvenciája az egyes rétegekének a szuszceptibilitás és rétegvastagság szorzatával súlyozott átlaga. A gyengén csatolt rezonancia frekvenciák az egyes rétegekéhez közeli értékek.

A réz-permalloy minták ferromágneses rétegénél:

$$\chi_F l_F \sim 5 \cdot 10^{-7} \text{ cm},$$

ahol értelemszerűen $\chi_F = M_F/H_0$ és a réz rétegénél:

$$\chi_N l_N \sim 3 \cdot 10^{-9} \text{ cm},$$

tehát erős csatolás esetén a közös rezonancia frekvencia a ferromágneses rezonancia frekvencia közelébe esne. A kísérletek szerint a megfigyelt rezonancia a paramágneses rezonancia frekvenciánál lép fel, tehát gyenge csatolást tételezünk fel. Eszerint a megfigyelt rezonancia a csatolt rezonancia paramágneses ága, a ferromágneses ág megfigyelése, bár elvileg lehetséges, jóval nehezebb feladat.

A TESR amplitúdójának és fázisának változása a külső mágneses tér irányának függvényében a ferromágneses réteg dinamikus szuszceptibilitás-változásának következménye. A megnövekedett vonalszélesség — legalábbis részben — a felületi relaxációval magyarázható.

IX/2. A csatolt TESR spektrum a kísérletnek megfelelő határesetben

A spektrum értelmezéséhez először néhány jellemző mennyiséget becsülünk meg. A réz réteg normális szkinmélysége folyékony hélium hőmérsékleten $\delta_N^0 \sim 200 \text{ Å}$, minthogy az impulzus relaxációs idő és a frekvencia szorzata $\omega\tau \sim 2$, a valóban hatásos anomális szkinmélység ennél valamennyire nagyobb. A tiszta réz spin-diffúziós hossza $\delta_{N\text{eff}}^0$, hasonlóan 200μ és 300μ közötti érték. A csatolt rétegek spektrumának vonalszélessége a tiszta rézének kb. 10-szerese, így a ténylegesen hatásos spin diffúziós hossz $\delta_{N\text{eff}}$ 70μ és 100μ között van. A minta vastagsága $l_N = 50 \mu$, így nem követünk el nagy hibát, ha a paramágneses ág rezonancia spektrumát az $l_N \ll \delta_{N\text{eff}}$ feltételezéssel számoljuk.

A permalloy réteg szkinmélysége δ_F , a hőmérséklettől függetlenül 4μ körüli érték és a ferromágneses rezonancia feltétel teljesülésekor sem kisebb mint 1μ . A spindiffúziós hossz becsléséhez a D_F stiffness állandót $10^{-2} \text{ cm}^2/\text{sec}$ -nek vesszük. A párhuzamos geometriánál mért FMR-ből $T_F^{-1} = 1,7 \cdot 10^9 \text{ sec}^{-1}$ és így $\delta_{F\text{eff}} \sim 350 \text{ Å}$. Hoffmann mérései szerint [61] a permalloy FMR spektrumát nem változtatja meg a rá párologtatott ferromágneses fémréteg, így méreteffektust itt nem veszünk figyelembe. A permalloy réteg tehát vékonyabb a spin szabad úthossznál, amely sokkal kisebb mint a szkinmélység.

Összefoglalva, a kísérlet feltételeit elég jól megközelíti a következő határeset:

$$\delta_N \ll l_N \ll \delta_{N\text{eff}}, \quad (9.2.1)$$

$$l_F \ll \delta_{F\text{eff}} \ll \delta_F. \quad (9.2.2)$$

A megfelelő értékeket behelyettesítve, látható továbbá, hogy

$$\chi_N \omega T_N \left[\frac{\delta_N}{\delta_{N\text{eff}}} \right]^2 \ll 1, \quad (9.2.3)$$

$$\chi_F \omega T_F \left[\frac{\delta_{F\text{eff}}}{\delta_F} \right]^2 \ll 1 \quad (9.2.4)$$

és

$$\delta_N \ll \delta_F. \quad (9.2.5)$$

A ferromágneses rétegre vonatkozó feltételek ellentétben állnak a VI/5. fejezetben a spektrum számításához alkalmazottakkal, ezért a számítást kiterjesztettük. A teljes kifejezést itt nem részletezzük, csupán a (9.2.1)–(9.2.5) határesetet a gyenge csatolás feltételezésével.

A számítás szerint a transzmitált mágneses tér a paramágneses rezonanciafrekvenciától nem nagyon eltérő gerjesztő frekvenciák esetén:

$$h_t = \left(1 + \frac{\Gamma A_F}{i(\omega - \omega_F - \omega_{\lambda F}) + \frac{1}{T_F} + \frac{1}{T_{\theta F}}} \right) \times \frac{A_N}{i(\omega - \omega_N - \omega_{\lambda N}) + \frac{1}{T_N} + \frac{1}{T_{\theta N}}}. \quad (9.2.6)$$

A csatolás következtében a rezonanciafrekvenciák eltolódnak, illetve többletrelaxáció lép fel:

$$\omega_{\lambda N} = \frac{\lambda \gamma_N M_F}{l_N}, \quad (9.2.7)$$

$$\frac{1}{T_{\theta N}} = \frac{\theta \gamma_N M_F}{l_N}, \quad (9.2.8)$$

$$\omega_{\lambda F} = \frac{\lambda \gamma_F M_N}{\delta_{F \text{ eff}}} [1 + i(\omega - \omega_F) T_F]^{1/2}, \quad (9.2.9)$$

$$\frac{1}{T_{\theta F}} = \frac{\theta \gamma_F M_N}{\delta_{F \text{ eff}}} [1 + i(\omega - \omega_F) T_F]^{1/2}. \quad (9.2.10)$$

A paramágneses mágnesezettség sok nagyságrenddel kisebb mint a ferromágneses, így $\omega_{\lambda F}$ és $T_{\theta F}^{-1}$ elhanyagolhatóan kicsi.

Az amplitúdófaktorok közül

$$A_N = \frac{i\omega_N c \chi_N}{\sigma_N l_N} \quad (9.2.11)$$

a csatolatlan nem ferromágneses fém amplitúdójával egyenlő, míg

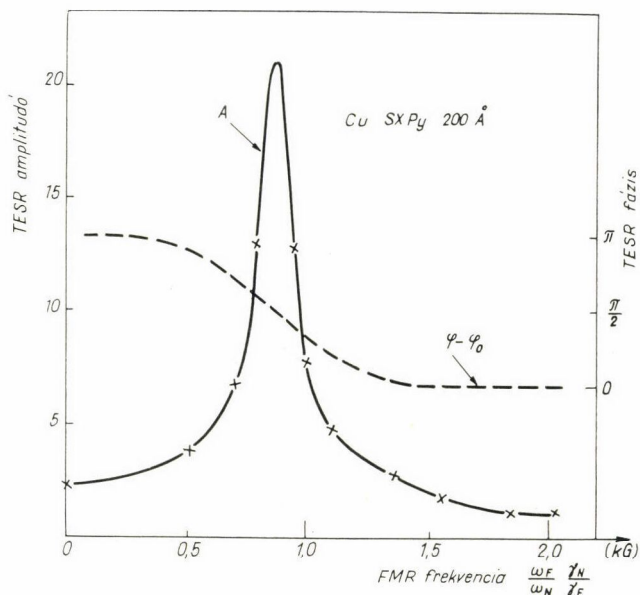
$$A_F = \frac{(1+i)\gamma_F M_F}{\delta_N}. \quad (9.2.12)$$

Bár a számítást nem végeztük el, feltesszük, hogy a felületi relaxáció csatolt rezonancia esetén hasonlóan módosítja a spektrumot, mint ahogy az V. fejezetben tárgyaltuk, tehát T_N^{-1} -ről feltételezzük, hogy az a réz réteg belső és a réz-permalloy határrétegen fellépő felületi relaxációs idő összege.

Megjegyezzük, hogy a (9.2.6) kifejezés tetszőleges ω_F értékre érvényes, mert a ferromágneses rétegben a gerjesztés az egész rétegre homogénen terjed ki, ugyanez nem áll a vastag normál rétegre.

IX/3. A kísérleti és elméleti spektrumok összehasonlítása

A mérési eredményeket a külső mágneses tér α irányának függvényében kaptuk. Az elmélettel való összehasonlítás céljából az α -val összefüggő ω_F FMR frekvencia függvényében is megadjuk a kísérleti görbéket (IX/3.1. és VIII/3.1. ábra). Az átszámítás alapját képező $\omega_F(\alpha)$ összefüggést az V/2.3. ábrán adtuk meg. Láthatóan a számolás szerint a paramágneses és ferromágneses rezonancia $\alpha=17^\circ$ -nál esik egybe, ez csak néhány fokkal tér el a kísérletileg talált $\alpha=13^\circ$ -tól.



IX/3.1. ábra. TESR amplitúdó és fázis a permalloy réteg FMR frekvencia függvényében rézpermalloy kettősrétegekben. Az ábra a VIII/3.2. és VIII/3.3. ábrákon adott kísérleti pontokat tartalmazza, csupán az ordináta skálája van megváltoztatva

A TESR intenzitása sokszorosa volt az azonos körülményekre normált tiszta rézének. Tekintsük ezért először a (9.2.6) kifejezésnek a Γ csatolási állandóval arányos részét, amely a tényleges csatolt rezonanciát írja le. A mérések szerint a csatolt rétegek rezonancia-frekvenciája a mérési hibán belül megegyezik a tiszta rézével, így a csatolási állandótól függő eltolódástól egyelőre eltekintünk.

Ha (9.2.6)-ba $\omega = \omega_N$ -t helyettesítjük be, megkapjuk az állandó nagyságú, de változó irányú mágneses térnél felvett spektrumot:

$$h_t(\omega_F, \omega = \omega_N) = \Gamma A_F A_N \frac{\frac{1}{T_F} - i(\omega - \omega_F)}{(\omega - \omega_F)^2 + \frac{1}{T_F^2}} e^{i\varphi_0}, \quad (9.3.1)$$

ahol φ_0 a bázishullám fázisa.

Tehát az elmélet szerint az így kapott transzmissziós spektrum alakja azonos a ferromágneses réteg FMR-jével. Valóban a VIII/3.1. ábrán adott kísérleti spektrum vonalszélessége kb. 200 G, ez jól egyezik a párhuzamos mágneses térnél reflexióban talált értékkel (190 G).

Az állandó irányú külső mágneses térben felvett spektrumok értelmezéséhez nézzük meg a három legjellemzőbb irányban várható spektrumok amplitúdóit, illetve fázisait:

$$\alpha = 0^\circ, \quad \omega_F = 0, \quad \omega_N = \omega, \quad (9.3.2)$$

$$h_t = \frac{\Gamma A_F A_N}{\omega} \exp(i\varphi_0 - i\pi/2);$$

$$\alpha = \alpha_{\text{krit}}, \quad \omega_F = \omega_N = \omega, \quad (9.3.3)$$

$$h_t = \frac{\Gamma A_F A_N}{T_F^{-1}} \exp(i\varphi_0);$$

$$\alpha = 90^\circ, \quad \omega_F = 2,1 \omega_N, \quad \omega_N = \omega, \quad (9.3.4)$$

$$h_t = \frac{\Gamma A_F A_N}{\omega_F - \omega} \exp(i\varphi_0 + i\pi/2).$$

A (9.2.6) kifejezés tehát jól adja vissza a kísérletben talált fázisváltozásokat. A párhuzamos geometrián kapott értékhez viszonyított amplitúdó, mely a vonalszélességet irányfüggetlennek véve az intenzitással arányos $\omega_F = \omega_N$ esetén:

$$\frac{I_{\alpha \text{ krit}}}{I_{90^\circ \text{ elméleti}}} = \frac{\omega_F(90^\circ) - \omega_N}{T_F^{-1}} \simeq 35 \quad (9.3.5)$$

$$\frac{I_0}{I_{90^\circ \text{ elméleti}}} = \frac{\omega_F(90^\circ) - \omega_N}{\omega_N} \simeq 1,1 \quad (9.3.6)$$

egy kettes faktoron belül egyeznek a kísérlettel. Megállapíthatjuk, hogy a mért spektrumok kvalitatíve jól egyeznek a számoltakkal.

További kísérletek szükségesek annak eldöntésére, hogy az eltérések a modell hiányosságaiból vagy csak a mérés bizonytalanságából fakadnak-e. Ugyancsak további kísérletek szükségesek a kritikus irány körül az elmélet szerint a Lorentz-alaktól várható eltérések vizsgálatára.

A CuPerm 1 minta TESR intenzitása nem sokkal nagyobb mint a megfelelően normált rézé. Jól egyezik az elmélettel, hogy ennek megfelelően a fázisváltozás is kisebb, mint π , hiszen ekkor a megfigyelt spektrum a közvetlenül gerjesztett és a ferromágneses rezonancián keresztül gerjesztett rezonanciák keveréke.

IX/4. A csatolási állandó

Gyengén csatolt mágnesezettségű rétegekben a legfontosabb paraméter, a csatolási állandó, elvben meghatározható. A gyakorlatban erre két mód kínálkozik:

1. A rezonanciafrekvencia a kicserélődés típusú csatolás esetén eltolódik. Relaxációs típusú csatolás a vonalszélességet növeli meg.

2. A csatolt rezonancia amplitúdója arányos a csatolási állandóval. A csatolás típusának meghatározásához a rezonancia fázisát kell meghatározni az azonos körülmények között mért tiszta rézhez viszonyítva.

Megjegyezzük, hogy ha a csatolás olyan gyenge, mint pl. a CuPerm 1 mintánál, hogy a csatolt és csatolatlan rezonancia amplitúdója azonos nagyságrendű, akkor a különböző ferromágneses rezonancia frekvenciáknál felvett spektrumokból a csatolt rezonancia fázisa meghatározható. Ez azonban részletes jelalakanalízist kíván, melyet a dolgozat kísérleteinél nem tettünk meg.

A kísérleti hibán belül frekvenciaeltolódást nem találtunk, így ennek csak lehetséges felső határát állapíthattuk meg.

Az amplitúdónövekedés abszolút értékének kísérleti értékét meg tudtuk mérni, ha pontatlanul is, de a rezonancia fázisát és így a csatolási állandó fázisát nem. Közvetve azonban következtethetünk arra, hogy a csatolás kicserélődés vagy relaxációs típus-e? A (9.2.12) és (9.2.7) kifejezésekből látható, hogy ha a csatolás teljes egészében kicserélődés típusú lenne, az amplitúdónövekedéssel egy

$$\frac{\omega_{\lambda N}}{\omega_N} = \frac{\gamma_N}{\gamma_F} \frac{\delta_N}{\sqrt{2I_N}} \frac{|A_F|\lambda}{\omega_N} \quad (9.4.1)$$

relatív frekvenciaeltolódás járulna. Az $\alpha=90^\circ$ -nál mért intenzitásnövekedést alapul véve:

$$I_{90} = \frac{|A_F||\Gamma|}{\omega_F - \omega_N} \Big|_{\text{mért}} \cong 17, \quad (9.2.4)$$

tehát:

$$\frac{|A_F||\Gamma|}{\omega_N} \Big|_{\text{mért}} \cong 19$$

egy kettes faktoron belül. δ_N a IX/2. fejezetben elmondottak szerint nagyobb, mint 200 Å, $I_N=50 \mu$, (9.4.1)-be a numerikus értékeket behelyettesítve a tiszta kicserélődés típusú csatolás

$$\frac{\omega_{\lambda N}}{\omega_N} \cong 0,005 \quad (9.4.3)$$

egyenlőtlenségre vezet, ami azonban a kísérlettel ellentétben áll:

$$\frac{\omega_{\lambda N}}{\omega_N} \Big|_{\text{mért}} \leq 0,0015$$

ugyancsak párhuzamos geometriában mérve.

Ha feltételezzük, hogy a csatolás túlnyomórészt relaxációs típusú, akkor az elmélet szerint a többletvonalszélesség

$$10^9 \text{ sec} > T_N^{-1} > 3 \cdot 10^8 \text{ sec}^{-1},$$

ami a mért többletvonalkiszélesedésnél ($3,5 \cdot 10^9 \text{ sec}^{-1}$) jóval kisebb. A vonalszélességhez azonban a felületi relaxáció is hozzájárul, így megállapíthatjuk, hogy a kísérletek nagymértékben valószínűsítik, hogy a csatolást a ferromágneses és nem ferromágneses rétegek keresztrelaxációja hozza létre. A jelenség mikroszkopikus magyarázatához azonban további kísérleti és elméleti munka szükséges.

X. ÖSSZEFOGLALÁS

A TESR technika felfedezése a fémek vezetési elektronjainak dinamikus vizsgálatát nagymértékben előrelendítette. Az új lehetőségek kiaknázására *P. Monod*-val közösen a Délpárizsi Egyetemen egy X-sávú TESR spektrométert építettünk, amely viszonylagos egyszerűsége mellett a világon épített legjobb hasonló berendezésekkel azonos érzékenységgű. A spektrométer főként a detektálás módjában tér el a korábban építettektől.

Az irodalomban néhány utalás található arra, hogy fémfelületeken vezetési elektron spin relaxáció léphet fel, azonban ezen kísérleteknél a körülmények tisztázatlanok és az eredmények részben ellentmondóak. Két fém határfelületén fellépő spinrelaxáció kísérleti vizsgálatával a jelen dolgozat előtt tudomásunk szerint nem jelent meg közlemény.

A cinkréteggel bevont nagytisztaságú alumíniumon végzett szisztematikus mérésekkel kimutattuk, hogy két különböző fém határfelületén erős spinrelaxációs mechanizmusok lépnek fel. Az ebből eredő vonalszélesség egyes esetekben egy nagyságrenddel több, mint a bulk mechanizmusok által okozott. Megállapítottuk, hogy a többletvonalszélesség az alumíniumréteg vékonyításával nő, ugyanakkor a cinkréteg vastagságától a mérési tartományban nem függ. A TESR spektrum független a mintán transzmitált hullám irányától.

A kísérleti eredményeket *Dyson* gondolatmenetéből kiindulva értelmeztük. Kiszámítottuk a TESR spektrum alakját a felületi relaxációt is figyelembe véve és megmutattuk, hogy az elmélet jól egyezik a kísérlettel. A felületi relaxációs paramétert összehasonlítottuk az alumíniumba oldott szennyezéseken *Huisjen* által mért spin-flip szórás hatáskeresztmetszettel. A jelenséget a spin-pálya csatolási állandónak a felületnél történő változásával magyaráztuk.

Az itt alkalmazott módszer lehetővé teheti olyan fémek vezetési elektron spin relaxációjának vizsgálatát, melyekben annak rövideége azt különben megakadályozza. Lehetőség nyílik a két réteg közötti határréteg tanulmányozására is.

A továbbiakban csatolt mágnesezettségű kettős fémrétegekkel foglalkoztunk. Elemeztük *F. Hoffmann* két ferromágneses réteg mágnesezettségének dinamikus csatolását leíró határfeltételeit és megmutattuk, hogy két nem ferromágneses fém között a mágnesezettség diffúziója formailag hasonlóan, azonban imaginárius csatolási állandóval írható le. Ferromágneses és nem ferromágneses rétegek határán feltételezésünk szerint a mágnesezettségek csatolását az egyes rétegek egymásra gyakorolt molekuláris tere és a mágnesezettségek keresztrelaxációja okozhatja. Megmutattuk, hogy fenomenologikusan tárgyalva az ilyen kettősrétegek nagy hasonlóságot mutatnak a mágneses híg ötvözetekhez.

A modellből származtatott határfeltételekkel kiszámítottuk a csatolt kettősrétegek TESR spektrumának alakját. Ha a csatolás igen erős a TESR amplitúdója, rezonanciafrekvenciája és relaxációs ideje az egyes rétegek megfelelő mennyiségeinek a mintavastagsággal és szuszceptibilitással súlyozott átlaga. Gyenge csatolás esetén a TESR az egyes rétegek spektrumainak szorzatával és a csatolási állandóval arányos. A csatolás mechanizmusától függően a spektrum eltolódik vagy a felületi relaxáción kívül még további relaxáció lép fel.

A dolgozatban röviden tárgyaltam a mangan ion implantált felületű rézen végzett kísérleteinket, melyekben *P. Monod* és *H. Hurdequint* mellett vettem részt. A kísérletek során felfedeztük, hogy az ilyen típusú minták TESR intenzitása a tiszta

felületű rézéhez viszonyítva több nagyságrenddel megnőhet. A spektrum amplitúdója erősen hőmérsékletfüggő. A rezonanciafrekvencia közel azonos a tiszta rézével, a relaxációs idő az amplitúdónövekedésnél jóval kisebb arányban rövidül. A mindkét felületen implantált réz TESR intenzitása az egy felületen implantálténak négyzetével arányos, ugyanakkor a többletvonalszélesség csak megkétszereződik. A spektrum független a gerjesztés geometriájától. A megfigyelt jelenséget az erősen csatolt kettős-rétegek modelljével magyaráztuk. A módszerrel lehetőség nyílik olyan mágneses híg ötvözetek vizsgálatára, amelyekben a relaxációs idők rövidege ezt eddig nem tette lehetővé (pl. CuFe).

Az irodalomban több sikertelen kísérletet ismerünk ferromágneses és nem ferromágneses fémek mágnesezettsége közötti csatolás kimutatására. A réz-permalloy kettős-rétegeken végzett méréseink a csatolás létezését egyértelműen bizonyítják. Míg a korábbi sztatikus, illetve spinhullámrezonancia kísérletekben a ferromágneses réteg tulajdonságainak kis *változását* keresték a paramágneses réteg hatására, addig az általunk megfigyelt csatolt rezonancia amplitúdója *arányos* a csatolási állandóval, ez okozza módszerünk nagy érzékenységét.

A permalloy réteget párologtatással vittük a réz fóliára, illetve egykristály lapokra. A minták egy részét *H. Pascard* készítette. A külső mágneses teret a minta síkjához képest forgatva a permalloy réteg ferromágneses rezonanciafrekvenciája zérustól a paramágneses rezonancia frekvenciánál jóval nagyobb értékig változtatható. A kettős-rétegeken a tiszta réz *g*-faktorával megegyező helyen találtunk TESR-t. A spektrum fázisa és amplitúdója erősen függ a FMR és a paramágneses rezonancia frekvenciák különbségétől. Az amplitúdó nagymértékben megnő, ha a két rezonancia egybeesik. A fázis (a jó minőségű mintákon) π -vel változik, ha a FMR frekvenciát a paramágnesesnél kisebbről annál nagyobbra változtatjuk. A rezonancia intenzitása minden esetben sokkal nagyobb mint a tiszta felületű réz mintáké.

A megfigyelt jelenség jól leírható a gyengén csatolt kettős-rétegek modelljével. A modell kidolgozásánál Hasegawának a híg ötvözetek mágnesezettségének dinamikájáról szóló gondolatmenetét alkalmaztuk a kettős-rétegekre. Megállapítottuk, hogy a csatolást a mágnesezettségek egymásra gyakorolt molekuláris tere és kereszt-relaxációja hozhatja létre. A mérési eredmények azt a feltevést támasztják alá, hogy a csatolást főként az utóbbi hozza létre esetünkben. A talált jelenség mikroszkopikus értelmezését nem ismerjük.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Köszönet illeti a MTA és KFKI illetékeseit az 1970. évi 4 hónapos Magyar Állami Ösztöndíjas és az 1971. évi 18 hónapos tanulmányutam lehetővé tételéért. Köszönetemet szeretném kifejezni *Pál Lénárd* akadémikusnak, a KFKI igazgatójának munkám iránti érdeklődéséért és erkölcsi támogatásáért, *Tompa Kálmánnak*, a fizikai tudományok doktorának, aki figyelmemet először irányította a fémek ESR vizsgálataiban rejlő lehetőségekre és aki munkám iránt állandó érdeklődést tanúsított.

A kutatómunka sikeréhez az Orsay-i Szilárdtestfizikai Laboratórium baráti légköre nagymértékben hozzájárult.

Szeretném megköszönni dr. *P. Monod*-nak áldozatkészségét, továbbá, hogy francia részről 1970. és 1971—72. évi tanulmányútjaimat lehetővé tette, melyek során a kutatás kísérleti részét végeztem. Az Orsay-i Szilárdtestfizikai Laboratórium vezetőjének, prof. *J. Friedel*-nek erkölcsi támogatásáért és több hasznos diszkusszióért mondok köszönetet.

H. Hurdequint-nel, közvetlen munkatársammal igen sok hasznos diszkussziót folytattunk. A minták készítésében dr. *P. Nedelec* és Mme *M. Boix* nyújtott segítséget. Hálával tartozom

dr. F. Hoffmann-nak és P. Pascard-nak a Bellevue-i CNRS Mágneses Laboratórium tudományos kutatóinak a ferromágneses és nem mágneses rétegek csatolt rezonanciájáról folytatott diskusszióért és az igen jó minőségű permalloy rétegek párologtatásáért. A berendezés építésében nagy segítséget nyújtott Gauthereau műszerész.

Szeretném megköszönni dr. Kovács-Csetényi Erzsébetnek, a Fémipari Kutató Intézet tudományos munkatársának és dr. Konczos Géza tudományos munkatársnak a nagytisztaságú alumínium fóliák készítésében kifejtett munkájukat.

Végezetül szeretnék köszönetet mondani a KFKI Szilárdtestkutatási Terület kutatóinak érdeklődésükért, mellyel a dolgozat végleges formájának kialakítását tevékenyen elősegítették, személy szerint is Hargitai Csaba tudományos munkatársnak és Dr. Zawadowski Alfréd tudományos főmunkatársnak.

FÜGGELÉK

A transzmissziós ESR spektrométer felépítése

Az F/1. ábrán megadjuk a spektrométer részletes vázlatát. A továbbiakban az egyes fontosabb egységek szerepét és kiválasztásuk szempontjait tárgyaljuk.

F/1. Mikrohullámok előállítása és stabilizálása

A mikrohullámú oszcillátor folytonos üzemű 500 mW maximális teljesítményű, a beépített hangolható referencia üregre 10^{-7} -es pontossággal frekvenciastabilizált műszer. (Típusa: SAGE LFE 814A, a klisztron Varian V—58).

A jel/zaj viszony növelésének természetes módja a teljesítmény növelése. A teljesítmény növelésének a gazdasági szempontokon kívül határt szab az alacsony-hőmérsékleten levő mérőfej hőmérsékleti stabilitásának biztosítása. (Fémeknél

G:	Nagystabilitású mikrohullámú oszcillátor SAGE L.F.E. 814 A klisztron: Varian V—58
II—I3:	Izolátorok LTT R/2606
Cs1:	iránycsatoló Hewlett Packard, 20 dB csatolás
Cs2—Cs3:	keresztiránycsatoló, Hewlett Packard, 20 dB csatolás
A1:	precíziós skálázott csillapító, Hewlett Packard 0—50 dB csillapítás
A2—A5:	skálázott csillapítók, Hewlett Packard 0—20 dB csillapítás
Mod.:	amplitúdó modulátor, Hewlett Packard 8735 A
Cirk.:	cirkulátor LTT R/2986
L1—L2:	tápvonal lezárók, Hewlett Packard
XE, XR:	kristálydetektorok, Hewlett Packard kristály: IN 23E Sylvania
Det.:	keverődetektor, Microwave Associated 107 HLB8, kristályok: Microwave Associated Schottky MA 40071 HMR
K:	4 állású mikrohullámú kapcsoló, Philips
S:	kétsugaras oszcilloszkóp: Hewlett Packard 1205 B
B:	bolométer, Narda N° 443 mérőfej N° 40071
F:	digitális frekvenciaszámláló, Hewlett Packard 5245 L és 5255 A konverter
Φ:	precíziós fázistoló, Hewlett Packard
E:	adó üreg
R:	vevő üreg
XT:	író, Easterline Angus
F.D.:	fázisérzékeny detektor PAR HR8, C előerősítő
D:	kettős dewar

— a lithium kivételével — a relaxációs idők általában elegendően rövidek, hogy az ún. telítési problémák ne lépjenek fel a gyakorlatban.) Az adott rendszernél a szuperfolyékony hélium hőmérsékleti tartományában ($2,2^\circ\text{K}$ alatt) csak kb. 20 mW teljesítmény vihető be hőmérsékleti instabilitás veszélye nélkül.

mum 20 dB). Az I2, I3 izolátorok és a cirkulátor irányhatása összesen 120 dB, a Cs 1 iránycsatoló a visszafelé haladó hullámokat 40 dB-lel csillapítja. A keverő detektor felépítése folytán csak a vevő üreg felől érkező hullámokat detektálja, a Cs 1 iránycsatolón keresztül a detektorba jutó hullámoknak csak a vevő üregtől még visszaverődő része detektálódik, s ez legalább további 20 dB csillapítást jelent. Az összes csillapítás elméleti értéke 200 dB, s ez feltétlenül elegendő a kívánt cél eléréséhez.

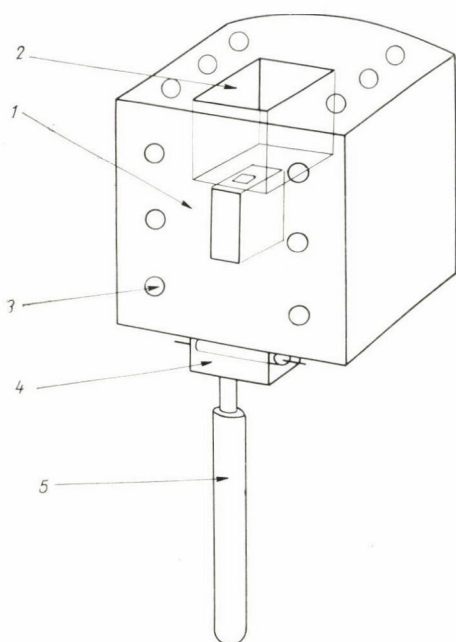
b) A nagy, illetve kis teljesítményű ágak egységeinek csatlakozásain kiszűrődő mikrohullámok csökkentése. Ez különösen a modulátorból a mérőfejen át a keverő detektorig tartó szakaszon lényeges, a többi csatlakozáson ki-, illetve beszűrődő modulált sugárzás már csillapított, illetve a detektorig jutva még csillapodik. A megfelelő csatlakozásoknál ezüstrészecskékkel telített műanyag betéteket (Chomerics) alkalmaztunk.

c) A mérőfejen belül lehetséges átszűrődések csökkentése. A mérések során a keverődetektorba jutó zavaró hullám jó része a mérőfej tökéletlen izolációjából eredt. A mérőfej és a hozzávezető mikrohullámú tápvonalak csatlakozásai közé vékony indiumfóliát helyeztünk. A nagytisztaságú indium elegendően lágy ahhoz, hogy a két oldalról rászorított fémek egyenletlenségeit kitöltse. Az első kísérleteknél a mintát is két indiumfólia közé szorítottuk [5], ez azonban jóval kisebb csillapítást eredményezett, mint az egyszerűen a két üreg simára csiszolt blokkja közé szorított minta. Egyszerűsége mellett ez az eljárás, az indiumfólia közé szorított mintával ellentétben, lehetővé teszi egyes minták többszöri mérését is. Itt említjük meg, hogy — egyetlenegy, szabad szemmel csak erős átvilágítás mellett észrevehető, kicsiny lyuk a mérést lehetetlenné teszi, a rajta átjutó sugárzás zavaró hatása miatt.

F/3. A mérőfej

A mérőfej a következő fő alkatrészekből áll: az adó és vevő üregek blokkjai, az üregeket betöltő dielektrikum téglateste, a Gordon-csatoló, a vevőüreg frekvenciahangolója, hőmérséklet érzékelő és hőmérséklet szabályozó ellenállások és a hidegűj.

A mikrohullámú szivárgás elkerülése végett az adó, illetve vevő üregek blokkjait egy-egy sárgaréz tömbből alakítottuk ki. Az F/3.1. ábrán az adóüreg blokkját, mutatjuk be. A TE_{101} módusban működő üregek szikraforgácsolással készültek, falait egy elektrolitikus úton felvitt tiszta rézréteg borítja. Az üregek közös falát, melynél a mikrohullámú mágneses tér amplitúdója maximális, teljes egészében a fólia alakú minta alkotja. A választott elrendezés lehetővé teszi a külső mágneses tér irányának forgatását a minta síkjával merőleges síkban. Az üregekbe nagytisztaságú Al_2O_3 téglatesteket helyeztünk, melyeknek dielektromos állandója igen nagy (a frekvenciától többé-kevésbé függetlenül 9.2) és ugyanakkor a dielektromos vesztesége elhanyagolhatóan kicsi. Ez lehetővé tette az üregek méreteinek nagymértékű csökkentését, a használt méretek kb. $4 \times 7 \times 8$ mm³. A kis méretek a mágnes adott pólustávolsága miatt szükségesek — a pólustávolság növelése a homogenitást rontja —, másrészt kisebb minták alkalmazását teszi lehetővé. Ez utóbbi szempont különösen egykristályok készítésénél jelent előnyt. Alacsony hőmérsékleten az általunk használt Al_2O_3 nagy tisztasága ellenére is mutat a $g=2$ giromágneses faktornak megfelelő, és más tér értékek mellett is rezonanciaabszorpciót. A transzmissziós spektrumban még azon esetekben sem láttuk a megfelelő „hamis” ESR jelet, amikor a minta körüli



F/3.1. ábra. Az adóüreg blokkja és a hidegúj
1. adóüreg; 2. becsatoló hullámvezető;
3. szorítócsavar lyuk; 4. fűtőellenállás;
5. hidegúj

mikrohullámú szivárgás viszonylag erős volt. Az üregek jósági tényezője nem különösen nagy, szobahőmérsékleten kb. 1000, alacsony hőmérsékleten ennek mintegy kétszerese.

A mikrohullámok becsatolását az üregbe a nem változtatható becsatoló nyílás és a változtatható hosszúságú, keskenyített tápvonal szakasz biztosítja, melynek levágási frekvenciája kisebb, mint az alkalmazott frekvencia (Gordon-csatolás [9]). Tekintve, hogy a detektor előfeszítéséhez szükséges teljesítményt külön ág biztosítja, a csatolás pontos értéke — a reflexiós üzemmóddal szemben — a transzmissziós üzemmódban nem kritikus. A vevő üreg frekvenciája üzem közben is hangolható az üreg maximális elektromos terű falából nyíló (dielektrikummal nem töltött) cső hosszának változtatásával. A cső hosszának változtatásával lényegében az üreg mérete változik és ezzel az üreg rezonanciafrekvenciája.

A vevőüreg és a mikrohullámú oszcillátor frekvenciáját az adóüreg rezonanciafrekvenciájához kell hangolni. Ezt a szokásos módon [10] a klisztron reflektorfeszültsé-

ségének modulálásával és az XE, ill. XR detektorokon (F/1. ábra) kapott módusgörbék összehasonlításával végeztük. A K kapcsoló megfelelő állásával a vevőüregről kapott reflexiós jel, a transzmissziós üzemmód, illetve az oszcillátor teljesítmény mérhető.

Az adó- és vevő üreg szerepe mérés közben felcserélhető a mérőfej és így a minta érintése nélkül a dewarba nyúló ágak függőleges tengely körüli elforgatásával és hajlítható tápvonalak közbeiktatásával. Ez a lehetőség igen fontos volt a kettős-
rétegek TESR-jének tanulmányozásánál.

F/4. Hőmérés és hőszabályozás

A mérőfejet egy diffúziós olajszivattyúval összekötött konvencionális kettős dewarba helyeztük. A hélium gőznyomása 3,4 mm-re szívható le és így az elérhető legalacsonyabb hőmérséklet 1,4 °K.

A hőmérséklet mérése a mérőfejjel érintkező tápvonalcsatlakozásba beépített platina, illetve Allen Bradley szénellenállás szolgál. A platina ellenállást 15 °K-tól szobahőmérsékletig, míg a szénellenállást 2,4 °K-tól (a He λ pontjától) 20 °K-ig használtuk. A szénellenállást 4,2 °K alatt a héliumgőz nyomásával, 12 °K felett a gyárilag kalibrált platina ellenálláshoz kalibráltuk. 4,2 °K-tól 12 °K-os tartományban a hőmérsékletskálát extrapolálással határoztuk meg. Ebben a tartományban a hőmérsékletmérés hibája jóval nagyobb lehet, mint alacsonyabb, illetve magasabb hőmér-

sékleteken, becslésünk szerint azonban itt sem haladja meg a $\pm 0,5^\circ\text{K}$ -t. Ez a hiba nem befolyásolja lényegesen a kísérleti eredmények kiértékelését.

A hőmérséklet szabályozását $2,4$ és 50°K között a szénellenállás vezérli. A vezérelt teljesítményerősítő a mérőfej alján elhelyezett ellenállást fűti (F/3.1. ábra). A szuperfolyékony hélium csak a felületen párolog, így nincsenek benne buborékok, melyek a λ pont felett megakadályozzák a mérést, ha a mérőfej a folyékony héliumba merül. A λ -pont felett végzett méréseknél a hidegujj teremt hőkapcsolatot a mérőfej és az alacsonyabb szintű folyadék között. A jó hővezető vörösréz hidegujj és a mérőfej blokkja közé helyezett sárgaréz hőellenállás megfelelő választásával a rendszer a magasabb, illetve alacsonyabb hőmérsékleteken végzett mérésekre válik alkalmasabbá.

F/5. A TESR detektálása

A TESR detektálása két fokozatú, az elsőben a mikrohullámú komponens egyenirányítjuk, a másodikban a kisméretű modulációt. A mikrohullámú komponens egyenirányítását a keverődetektor végzi. A keverődetektor lényegében egy, a mikrohullámú technikában gyakran használt mágikus T, amelynek két ágában egymáshoz képest fordított polaritású diódák vannak, a másik két ágán érkezik a diódák bázisáramát biztosító mikrohullám, illetve a mérendő transzmittált jel. Ezen utóbbi két ágból érkező hullámok mindegyike a detektorok ágaiba fele-fele arányban jut és ideálisan a bázishullám nem hatol tovább az üreg felé és az üreg felől érkező jel sem halad túl a detektoron. A bázishullám a két detektorra azonos fázissal érkezik, ezzel szemben a jelhullám komponensei π fáziskülönbséggel érkeznek a detektorra. A fordított polaritású diódák közös kimenetén az azonos fázisú és amplitúdójú bázishullámkomponensek zérus átlagfeszültséget adnak, ugyanakkor az egyes diódákat megfelelően előfeszítik. A két detektorra eső TESR jelkomponens a kimeneten összegezve és egyenirányítva jelenik meg. Fontossága miatt ezt matematikailag is megfogalmazzuk.

Legyen a bázishullám elektromos terének amplitúdója a keverődetektor előtt:

$$B = B_0 \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (\text{F.5.1})$$

és a TESR elektromos tere ugyanolyan távolságban a keverődetektor előtt:

$$h_t = h_{t0}(\cos \omega t + \varphi + \varphi_0), \quad (\text{F.5.2})$$

ahol h_{t0} és φ a külső mágneses tértől függő mennyiségek. A keverő detektor 1-es, illetve 2-es diódájára jutó hullámok (egy érdektelen fáziseltolódástól eltekintve):

$$\begin{aligned} J_1 &\cong (B_0 + h_{t0} \cos(\varphi - \varphi_0)) \cos(\omega t + \varphi_0) \\ J_2 &\cong (B_0 - h_{t0} \cos(\varphi - \varphi_0)) \cos(\omega t + \varphi_0), \end{aligned} \quad (\text{F.5.3})$$

a körülbelül egyenlőség teljesül, ha $|B_0| \gg |h_{t0}|$.

A két dióda karakterisztikája azonos, csupán ellenkező polaritású, így a közös kimeneten

$$V = Ch_{t0}(\cos \varphi - \varphi_0) \quad (\text{F.5.4})$$

feszültség jelenik meg, ahol C a diódák erősítési tényezője, B_0 megfelelő beállításával a detektordiódák karakterisztikájuk optimális pontján működnek anélkül, hogy a kimeneten állandó feszültség jelenne meg.

A mérés során h_{t0} és $\varphi - \varphi_0$ mérhető a külső mágneses tér függvényében. A fázistolóra kapcsolt kis fordulatszámú motor segítségével φ_0 a külső mágneses tér változásához képest gyorsan, de a fázisérzékeny detektor időállandójához képest lassan változtatható. Az így nyert spektrum burkoló-görbéje h_{t0} -val arányos, s ezt az irodalomban teljesítmény-görbének nevezik [5]. Rögzített φ_0 bázishullám fázis mellett végzett mérésnél h_{t0} ismeretében $\varphi - \varphi_0$ mérhető a külső tér függvényében. Általában nem határozzuk meg h_{t0} -t és $\varphi - \varphi_0$ -t külön-külön, hanem kihasználva, hogy h_{t0} általában szimmetrikusan változik valamilyen H_0 rezonancia tér körül, φ_0 -t úgy állítjuk, hogy a

$$\varphi_0 = \varphi(H_0)$$

feltétel teljesüljön, azaz ténylegesen szimmetrikus jelet detektáljunk. A ferromágneses-normál kettősrétegek vizsgálatánál felhasználjuk azonban, hogy φ változása h_{t0} -tól függetlenül is mérhető.

A mikrohullámú detektor diódák és a legtöbb elektronikus áramkör az egészen alacsony frekvenciájú tartományban különösen zajos, ezért használatosak a modulációs technikák. A nagyteljesítményű ágba elhelyezett PIN diódás mikrohullámú amplitúdómodulátor szolgálja ezt a célt. A reflexiós technikában használt külső mágneses tér modulációval szemben ezen eljárás előnye, hogy viszonylag magas modulációs frekvenciák egyszerűen alkalmazhatók és nagyon széles jelek detektálására is alkalmas. 100 kHz-es modulációs frekvenciát alkalmaztunk, a modulátor zéró állásban maximálisan 40 dB-lel (teljesítmény) csillapítja az áthaladó mikrohullámokat. Nyitó állásban a PIN diódák gyakorlatilag nem abszorbeálnak, záró állás és nyitó állás között az állóhullám aránya alig változik; ez az előző alfejezetben tárgyalt izoláció szempontjából fontos. A keverő detektor diódái 100 kHz körüli frekvenciatartományban adnak optimális jel/zaj viszonyt, így vált lehetővé a különben szokásos [6] 10 MHz nagyságrendű középfrekvenciás moduláció elkerülése. A fázisérzékeny detektor a 100 kHz-es jelet a keverődetektor működéséhez hasonlóan egyenirányítja, használata a mágneses rezonancia technikában általános, ezért nem térünk ki tárgyalására.

A berendezés építésekor az üregeket nagyértékű csillapítókkal helyettesítve, megállapítottuk, hogy a berendezés zajszintje kisebb mint -193 dB, 1 sec időállandó mellett, a bemenő teljesítményhez viszonyítva, ez hozzávetőlegesen azonos a *Schultz* és munkatársai által elérttel [11].

F/6. A mikrohullámú frekvencia és mágneses tér mérése

A TESR spektrumok két legfontosabb paraméterének, a jelszélességnek és a rezonanciátérnek mérési pontossága nagymértékben függ a mikrohullámú frekvencia és mágneses tér mérési pontosságától.

A K kapcsoló megfelelő helyzetbe állítással a digitális frekvenciaszámlálóval néhányszor 10 Hz pontossággal mérhető a mikrohullámú frekvencia.

A mágneses teret a mágnes egyik pólusára helyezett glicerines minta protonmag mágneses rezonanciájával határoztuk meg. Ezt a tér értéket — a g faktor mérésekor

korrigálni kell a mágnes inhomogenitása és a mérőfej paramágnesessége miatt. A korrekciót, mely 5 Gauss nagyságrendű, az adóüregbe helyezett neutron besugárzott LiF-os minta Li fém részecskéinek keskeny és intenzív ESR rezonanciájával [12] határoztuk meg.

IRODALOM

1. R. B. Lewis és T. R. Carwer, *Phys. Rev. Lett.* **12**, 693, 1964.
2. N. S. Vander Ven és R. T. Schumacher, *Phys. Rev. Lett.* **12**, 695, 1964.
3. A. Jánossy és P. Monod, *J. Phys. F.* **3**, 1752, 1973.
4. M. Ja. Azbel, V. I. Gerasimenko és I. M. Lifsic, *ZsETF* **32**, 1212, 1957.
5. R. B. Lewis és T. R. Carwer, *Phys. Rev.* **155**, 309, 1967.
6. S. Schultz és C. Latham, *Phys. Rev. Letters* **15**, 148, 1965.
7. S. Schultz, G. Dunifer és C. Latham, *Phys. Letters* **23**, 192, 1966.
8. S. Schultz, M. R. Shanaberger és P. M. Platzman, *Phys. Rev. Letters* **19**, 749, 1967.
9. J. P. Gordon, *RSI* **32**, 658, 1961.
10. Poole, *Electron Spin Resonance*. 1967 Wiley kiadó, New York—London—Sidney
11. P. Monod és S. Schultz, *Phys. Rev.* **173**, 645, 1968.
12. C. Taupin, *J. Phys. Chem. Solids* **28**, 41—48, 1967.
13. F. Bloch, *Phys. Rev.* **70**, 460, 1946.
14. C. Kittel, *Phys. Rev.* **76**, 743, 1949.
15. T. G. Phillips, G. A. Baraff és P. H. Schmidt, *Phys. Rev. B* **5**, 1283, 1972.
16. R. J. Elliot, *Phys. Rev.* **96**, 266, 1954.
17. H. Brooks, *Phys. Rev.* **94**, 1411, 1954.
18. Y. Yafet, *Solid State Phys.* **14**, 1, 1963.
19. A. M. de Graaf és A. W. Overhauser, *Phys. Rev. B* **2**, 1437, 1970.
20. M. Lampe és P. M. Platzman, *Phys. Rev.* **150**, 340, 1966.
21. M. B. Walker, *Can. J. Phys.* **48**, 111, 1970.
22. N. S. Vander Ven, *Phys. Rev.* **168**, 787, 1968.
24. H. C. Torrey, *Phys. Rev.* **104**, 563, 1956.
25. P. G. de Gennes, *Service de Physique Mathématique. Paris. Report, S.P.M. N° 469*, nem publikált.
26. J. I. Kaplan, *Phys. Rev.* **115**, 575, 1959.
27. J. M. Ziman, *Electrons and Phonons*, Oxford, Clarendon Press 1960.
29. M. Ja. Gen és V. I. Petinov, *ZsETF* **48**, 29—33, 1965.
30. D. Lubenz, M. R. Shanaberger és S. Schultz, *Phys. Rev. Letters* **29**, 1387, 1972.
31. C. S. Bowring, M. A. Smithard és J. E. Cousins, *Phys. Stat. Sol. (b)* **43**, 625—630, 1971.
32. H. Nagashima és H. Abe, *J. Phys. Soc. Japan*, megjelenés alatt.
33. F. J. Dyson, *Phys. Rev.* **98**, 349, 1955.
34. M. B. Walker, *Phys. Rev.* **3B**, 30—41, 1971.
35. M. B. Walker, *Phys. Rev.* megjelenés alatt.
36. S. Schultz és G. Dunifer, *Phys. Rev. Letters* **18**, 283, 1967.
37. M. A. Huisjen, J. F. Siebert és R. H. Silsbee, *Materials Science Center Report* 1669, 1971 nem publikált.
38. L. R. Kirkland és R. L. Chaplin, *J. Appl. Phys.* **42**, 3053, 1971.
39. T. Lyman, Szerk. *Metals Handbook American Society of Metals*, **8**. kiadás 2. köt. 630. old.
40. F. Kédes, magánközlemény.
42. J. R. Asik, M. A. Ball és C. P. Slichter, *Phys. Rev.* **181**, 645, 1969.
43. M. A. Ball, J. R. Asik és C. P. Slichter, *Phys. Rev.* **181**, 662, 1969.
44. R. A. Ferrel és R. E. Prange, *Phys. Rev. Letters* **17**, 163, 1966.
43. J. Owen, M. Browne, V. Arp és A. F. Kip, *J. Phys. Chem. Solids* **2**, 85, 1957.
45. K. Yoshida, *Phys. Rev.* **107**, 396, 1957.
46. H. Hasegawa, *Progr. Theoret. Phys. Kyoto* **21**, 483, 1959.
47. A. C. Gossard, A. J. Heeger és J. H. Wernick, *J. Appl. Phys.* **38**, 1251, 1967.
48. D. L. Cowan, *Phys. Rev. Letters* **18**, 770, 1967.
50. D. R. Fredkin és R. Freedman, *Phys. Rev. Letters* **29**, 1390, 1972.
51. C. Kittel, *Phys. Rev.* **71**, 270, 1947.
52. J. Smit és H. P. J. Wijn, *Ferrites*, Cleaver-Hume kiadó, London. 1959.
53. M. H. Seavey és P. E. Tannenwald, *J. Appl. Phys.* **30**, 2275, 1959.

54. *W. S. Ament és G. T. Rado*, Phys. Rev. 97, 1558, 1955.
55. *G. V. Szkrótszkij és L. V. Kurbatov*, Ferromagnitnij Rezonansz Fizmatgiz. 1961. Szerkesztette S. V. Vonszovszkij; angol fordítás: Pergamon Press (1966) 54. old.
56. *C. Kittel és A. H. Mitchell*, Phys. Rev. 101, 1611, 1956.
57. *E. A. Turov*, Ferromagnitnij Rezonansz Fizmatgiz. 1961. Szerkesztette S. V. Vonszovszkij; angol fordítás: Perjamon Press. 1966. 160. old.
59. *H. Pascard, F. Hoffmann*, Czech. J. Phys. B—21, 478, 1971.
H. Hoffmann, A. Stankoff és H. Pascard, J. Appl. Phys. 41, 1022, 1970.
F. Hoffmann, Physica Stat. Solidi, 41, 807, 1970.
60. *J. C. Bruyère, O. Massanet, R. Montmory és L. Néel*, Compt. Rend. 258, 841, 1964.
J. C. Bruyère, O. Massanet, R. Montmory és L. Néel, Compt. Rend. 258, 1423, 1964.
O. Massanet és R. Montmory, Compt. Rend. 258, 1752, 1964.
61. *F. Hoffmann*, Thésis Faculté des Sciences d'Orsay Université de Paris Sud. 1971.
62. *I. Nyikolajev, V. V. Szvetozorov és V. Ja. Gamitskij*, Proceedings of the Applications of the Mössbauer effect. Tihany, 1969. 367. old.
63. *B. Dreyfus, R. Maynard és A. Quattropani*, Phys. Rev. Lett. 13, 342, 1964.
64. *A. Bardasis, D. S. Falk, R. A. Ferrel, M. S. Fullenbaun, R. E. Prange és D. L. Mills*, Phys. Rev. Letters 14, 298, 1965.
65. *Yoshida*, Phys. Rev. Letters 14,
66. *M. Ondris, H. Gartner*, Z. Angew. Phys. 24, 642, 1968.
67. *A. Stankoff*, Proc. ICM Films. 1968. Irkutsk p. 442.
68. *J. Zitkova—Wilcox*, Phys. Rev. B.7, 3203, 1973.
69. *P. Fulde és A. Luther*, Phys. Rev. 175, 337, 1968.
70. *P. Monod, H. Hurdequint, A. Jánossy, J. Obert és J. Chaumont*, Phys. Rev. Letters 29, 1327.
71. *H. Hurdequint*: Thésis Faculté des Sciences d'Orsay, Université Paris—Sud.
72. *H. Bernas, M. O. Ruault és B. Jouffrey*, Phys. Rev. Letters 27, 859, 1971.
73. *M. B. Walker*, Phys. Rev. Letters 30, 891, 1973.
74. *H. Hurdequint és P. Monod*, megjelenés alatt
75. *C. Kittel*, Journ. de phys. et rad. 12, 291, 1951.

NAGYENERGIÁJÚ (~ 100 keV) ELEKTRON TERJEDÉSE A KRISTÁLYOKBAN*

CZIRÁKI ÁGNES

Eötvös Loránd Tudományegyetem Szilárdtestfizikai Tanszék

Bevezetés

Napjainkban az elektronmikroszkópos vizsgálatok egyre nélkülözhetetlenebbek a szilárdtest fizikai kutatásokban. Ez a térhódítás az elektronmikroszkóp bámulatos és előre nem várt mértékű továbbfejlesztésének, továbbá az igen nehéz mintapreparálási feladatok megoldásának, de nem utolsó sorban annak a ténynek köszönhető, hogy az elmélet eljutott odáig, hogy ma már érteni is lehet, hogy mi az, ami az elektronmikroszkópos, illetve a diffrakciós felvételeken látható. Az út a kontraszt-effektusok megértéséhez, a röntgen szórás elméletéhez hasonlóan, a geometriai [1], kinematikus [2] és a dinamikus elméletek kidolgozásán, illetve alkalmazásán át vezetett.

A hullámterjedést periodikus közegben *C. G. Darwin* tárgyalta először 1914-ben [3]. Elméletét hullámoptikai alapok felhasználásával építette fel. A kinematikus elmélettel szemben figyelembe vette, hogy a kristályban nem minden szórócentrum helyén azonos intenzitású a primér nyaláb, mivel annak intenzitása a mélység függvényében (csak rugalmas szórást tekintve is) csökken a szórt hullám rovására, másrészt azzal kölcsön is hat. A kinematikus elmélettel összehasonlítva jól látható annak közelítő volta, illetve az érvényességi határa.

A fentivel teljesen egyenértékű, de lényegesen egyszerűbb és több fizikát tartalmazó hullámmechanikai tárgyalást dolgozott ki *Bethe* [4]. Az elektronok mozgását a kristály $V(\mathbf{r})$ potenciáletterében nézi, így ennek a leírásnak a kapcsolata a kinematikus elmélettel már nem olyan nyilvánvaló, mint a hullámoptikaié volt. Cikkünkben csak ezt a hullámmechanikai tárgyalást szeretnénk ismertetni, mivel *Mac Gillavry* 1940. [5], *Heidenreich* 1949. [6] és *Kato* 1952. [7] munkássága nyomán ezen az úton jutott el a dinamikus elmélet oda, hogy ma már az elektronmikroszkópos felvételek egyértelműen interpretálhatók.

Az elektronmikroszkópia alapfeladata, hogy leírjuk a fix energiájú (rendszerint 100 keV) elektron áthaladását egy adott orientációjú kristályon. A feladatot két részre bonthatjuk. Először érdemes megvizsgálni egy adott energiájú elektron terjedését végtelen periodikus közegben. Ez a probléma egyenértékű annak megadásával, hogy egy rögzített energiájú elektronhullám milyen módusokat gerjeszthet a végtelen kristályban. Az, hogy ezek a módusok ténylegesen milyen súllyal gerjesztődnek, az attól függ, hogy az elektron milyen kristálytani irányból érkezik a mintába, azaz a határfeltételektől. Ezek figyelembevétele képezi a feladatunk második részét.

* Érkezett 1974. okt. 12.

I. A Schrödinger-egyenlet megoldása periodikus potenciáltérben

I/a. A parciális megoldások meghatározása

Az elektron terjedését a Dirac-egyenlettel kellene leírni. Az elektronspin hatása, mint *Fujiwara* [8] 1961., 1962-ben kimutatta, elhanyagolható, így 100 keV-es elektronok esetén elegendő a nem relativisztikus Schrödinger-egyenlettel dolgozni. Tekintettel arra, hogy az elektron energiája fix érték, így a határozatlansági relációk értelmében a mozgás idejéről semmit sem fogunk tudni, azaz az időtől független Schrödinger-egyenletet kell megoldani végtelen periodikus potenciáltérben.

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + v(\mathbf{r}) \right] \psi(\mathbf{r}) = \varepsilon \psi(\mathbf{r}), \quad (1)$$

ahol: $\psi(\mathbf{r})$ a keresett elektron hullámfüggvény,

ε (az elektron teljes energiája) $= eE$ (elektromos töltés és gyorsító feszültség szorzata),

$v(\mathbf{r})$ (potenciális energia) $= -eV(\mathbf{r})$ (elektromos töltés és kristály potenciál szorzata).

Szokásos alakra átírva:

$$\nabla^2 \psi(\mathbf{r}) + \frac{2me}{\hbar^2} [V(\mathbf{r}) + E] \psi(\mathbf{r}) = 0. \quad (2)$$

$V(\mathbf{r})$ kristálypotenciál rácsperiodikus, így Fourier-sorba fejthető.

$$V(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} V_{\mathbf{g}} \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} \frac{\hbar^2}{2me} U_{\mathbf{g}} \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}), \quad (3)$$

ahol az összegzés a kristály minden \mathbf{g} reciprok rácsvektorára kiterjed. Ha figyelembe vesszük, hogy a kristálypotenciál rácsperiodikus $V(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r} + \mathbf{a})$, és valós mennyiség $V(\mathbf{r}) = V^*(\mathbf{r})$, úgy a sorfejtés $U_{\mathbf{g}}$ Fourier-együtthatóira igaz, hogy

$$U_{\mathbf{g}} = U_{-\mathbf{g}}^*.$$

Megjegyezzük, ha a kristály szimmetria centrummal rendelkezik (és ez igen gyakran előfordul) úgy $V(\mathbf{r}) = V(-\mathbf{r})$ miatt $U_{\mathbf{g}} = U_{\mathbf{g}}^* = U_{\mathbf{g}}$, vagyis $U_{\mathbf{g}}$ együtthatók valós mennyiségek.

$V(\mathbf{r})=0$ esetén, azaz vákuumban az (1) egyenlet megoldása a

$$\psi(\mathbf{r}) = \exp(2\pi\chi\mathbf{r}) \quad (4)$$

síkhullám, ha a χ abszolút értéke $\hbar^2\chi^2/2m = eE$ összefüggésének tesz eleget.

$V(\mathbf{r})$ rácsperiodikus kristálypotenciál esetén pedig azzal megegyező periodicitású $b(\mathbf{k}, \mathbf{r})$ ún. Bloch-függvénnyel modulált síkhullám alakban keressük a Schrödinger-egyenlet megoldását.

$$\psi(\mathbf{r}) = b(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}). \quad (5)$$

A Bloch-függvényt Fourier-sorba fejtvé:

$$b(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} c_{\mathbf{g}}(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}).$$

Így az elektron hullámfüggvényét

$$\psi(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} c_{\mathbf{g}}(\mathbf{k}) \exp[i(\mathbf{k} + \mathbf{g})\mathbf{r}] \quad (6)$$

alakban keressük.

(6)-t a (2)-es egyenletbe helyettesítve \mathbf{k} és $c_{\mathbf{g}}(\mathbf{k})$ lehetséges értékei meghatározhatók. Mint látni fogjuk, ez a függvény $2n$ -szeresen degenerált, mivel \mathbf{k} -ra $2n$ különböző \mathbf{k}^j értéket kapunk, ahol n a (6)-os sorfejtés tagjainak száma. Az egyes,

$$\psi^{(j)}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} c_{\mathbf{g}}^{(j)} \exp[i(\mathbf{k}^{(j)} + \mathbf{g})\mathbf{r}] \quad (7)$$

Bloch-függvények csupán olyan parciális megoldásai a Schrödinger-egyenletnek, amelyek mind ugyanolyan teljes energiával rendelkező, de különböző kinetikus energiájú elektront írnak le.

A teljes elektron hullámfüggvényt ezek lineár kombinációjával állíthatjuk elő:

$$\psi(\mathbf{r}) = \varepsilon^{(1)}\psi^{(1)}(\mathbf{r}) + \varepsilon^{(2)}\psi^{(2)}(\mathbf{r}) + \dots \varepsilon^{(n)}\psi^{(n)}(\mathbf{r}) \dots = \sum_{j=1}^{2n} \varepsilon^{(j)}\psi^{(j)}(\mathbf{r}). \quad (8)$$

Míg azonban a \mathbf{k}_j , $c_{\mathbf{g}}(\mathbf{k}_j)$ értékei az elektron teljes eE energiájának ismeretében meghatározhatók, a Bloch-hullámok keverési együtthatói $\varepsilon^{(j)}$ csupán további megszorítások, a határfeltételek megadásával kaphatók meg. Szemléletesen szólva: az, hogy a lehetséges kinetikus energiájú módusok közül melyik milyen súllyal gerjesztődik, az attól függ, hogy a gerjesztő elektron milyen kristálytani irányból érkezik a mintába, így a potenciálminimumot jelentő atomokhoz milyen közel halad el. Ezt, mint a bevezetésben vázoltuk, a következő részben kívánjuk tárgyalni.

Jelenlegi feladatunk a lehetséges \mathbf{k} és a $c_{\mathbf{g}}(\mathbf{k})$ -k meghatározása. Ehhez — anélkül, hogy kihasználnánk az említett felhasadást — a $\psi^j(\mathbf{r})$ parciális megoldásfüggvényt, valamint a $V(\mathbf{r})$ kristálypotenciál (3) Fourier-sorfejtett alakját a (2) egyenletbe helyettesítjük és így az ún. Bethe-egyenlethez jutunk.

$$\sum_{\mathbf{g}} \{ [K^2 - (\mathbf{k}^{(j)} + \mathbf{g})^2] c_{\mathbf{g}}^{(j)} + \sum_{\mathbf{h} \neq 0} U_{\mathbf{h}} c_{\mathbf{g}-\mathbf{h}}^{(j)} \} \exp[i(\mathbf{k}^{(j)} + \mathbf{g})\mathbf{r}] = 0, \quad (9)$$

ahol \mathbf{h} reciprok rácsvektor,

$$K^2 = \frac{2meE}{\hbar^2} + U_0 = \chi^2 + U_0.$$

Mivel χ a gerjesztő elektron hullámszámának vákuumbeli értéke, így \mathbf{K} tulajdonképpen az U_0 átlagos kristálypotenciál miatt megváltozott hullámszám-vektor („törés jelensége”).

A (9) egyenlet akkor teljesül minden \mathbf{r} -re, ha az exponenciálisok együtthatói eltűnnek:

$$[K^2 - (\mathbf{k}^{(j)} + \mathbf{g})^2] c_{\mathbf{g}}^{(j)} + \sum_{\mathbf{h} \neq 0} U_{\mathbf{h}} c_{\mathbf{g}-\mathbf{h}}^{(j)} = 0. \quad (10)$$

(10) végtelen sok tagú lineáris egyenletrendszer jelent, de gyakorlatban az egyenletek számát az adja meg, hogy $b(\mathbf{k}, \mathbf{r})$ sorfejtésénél hány tagot veszünk figyelembe.

$c_{\mathbf{g}}^{(j)}$ -re a nem triviális megoldás feltétele, hogy az együtthatókból alkotott determináns eltűnjön, vagy másképpen a (10) homogén lineáris egyenletrendszer mátrix alakba átírva:

$$A^{(j)} \{c_{\mathbf{g}}^{(j)}\} = 0, \quad (11)$$

ahol $\{c_g^{(j)}\}$ oszlopvektor, az $A^{(j)}$ mátrix elemei pedig

$$a_{gg} = K^2 - (\mathbf{k}^{(j)} + \mathbf{g})^2, \quad a_{gh} = U_{g-h}. \quad (12)$$

A nem triviális megoldás feltétele tehát

$$|A^{(j)}| = 0. \quad (13)$$

A (13)-as kifejezést polinom alakban átírva, a (12)-es egyenleteket figyelembe véve nyilvánvaló, hogy

$$a(\mathbf{k}^{(j)})^{2n} + b(\mathbf{k}^{(j)})^{2n-1} + \dots = 0. \quad (14)$$

Az $a, b \dots$ együtthatók K^2 -től és \mathbf{g} -től függenek. Eredmények:

1. $\mathbf{k}^{(j)}$ -re, mint az a (14) egyenletből nyilvánvaló, $2n$ megoldást kapunk, azaz $2n$ -szeresen degenerált.

2. A (14)-es kifejezés tulajdonképpen a *diszperziós relációt* adja meg, azaz a lehetséges \mathbf{k} impulzusvektorok és az elektron teljes energiája közötti kapcsolatot, mivel K^2 csak az elektron teljes eE energiájától függ.

3. A (10)-es homogén lineáris egyenletrendszerből a $c_g^{(j)}$ -knek csupán az aránya határozható meg. Figyelembe véve azonban, hogy a $\{c_g^{(j)}\}$ oszlopvektor felfogható, mint a (11) kifejezés $\mathbf{k}^{(j)}$ sajátérték melletti sajátvektora, így a sajátvektorokra vonatkozó normálási és ortogonalitási feltételekből $c_g^{(j)}$ értékei meghatározhatók.

(Megjegyzés az 1-es eredményhez: Mivel a perturbáló rácspotenciál értéke igen kicsi (~ 10 V) a beérkező elektron energiájához ($\sim 10^5$ V) képest, így várható, hogy a $[K - |\mathbf{k}^j + \mathbf{g}|] - k$ különbsége igen kicsi a K és $|\mathbf{k}^j + \mathbf{g}|$ -hez képest. Azaz az ún. nagyenergiás közelítésben az A mátrix diagonális elemei (12) okozta felhasadástól eltekinthetünk, mivel

$$a_{gg} = K^2 - (\mathbf{k}^{(j)} + \mathbf{g})^2 \simeq 2K[K - |\mathbf{k}^{(j)} + \mathbf{g}|]. \quad (15)$$

Következésképp a Bloch-hullámok degenerációja $2n$ helyett csak n lesz. (Kimutatható [9], hogy ezzel tulajdonképpen a hátra diffraktált (visszaszórt) módusokat hanyagoltuk el.)

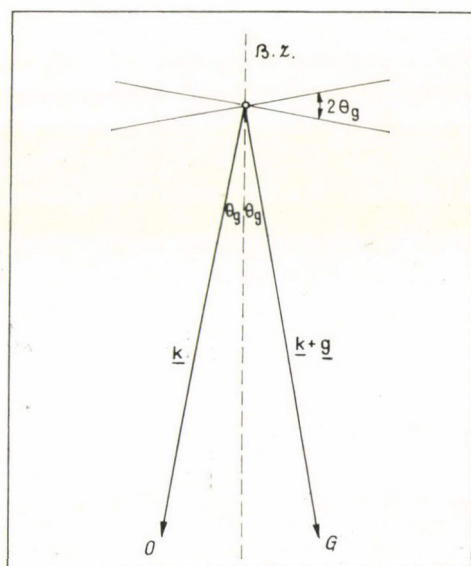
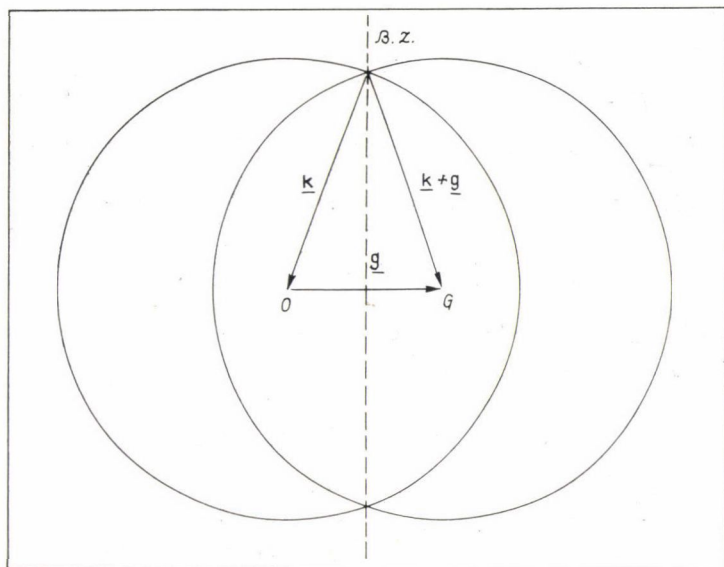
I/b. Diszperziós egyenlet és a diszperziós felület

A (14) diszperziós egyenlet általános esetben nem oldható meg analitikusan, csupán numerikus úton. Speciális esetben, ha valamelyik síksereg egzakt reflexiós helyzetben van, azaz ha a Bragg-egyenlet teljesül, akkor várható, hogy a Bloch-függvény (7)-es sorfejtésében a primér \mathbf{k} és a diffraktált $\mathbf{k} + \mathbf{g}$ irányú síkhullámok amplitúdója igen nagy lesz. Elég ezt a két tagot figyelembe venni, így már kielégítő eredményt kaphatunk.

$$\psi(\mathbf{r}) = c_0 \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) + c_g \exp[i(\mathbf{k} + \mathbf{g})\mathbf{r}]. \quad (16)$$

Ez az ún. *kétsugaras közelítés*. A tapasztalat szerint kis rendszámú atomokból álló kristályok, valamint ~ 100 kV gyorsítófeszültségű elektronok esetén igen jól használható. (16)-os függvényt a Schrödinger-egyenletbe helyettesítve, avagy közvetlenül a (10)-es kifejezést két tagra felírva

$$\begin{aligned} [K^2 - (\mathbf{k}^{(j)})^2]c_0^{(j)} + U_{-g}c_g^{(j)} &= 0; \\ U_g c_0^{(j)} + [K^2 - (\mathbf{k}^{(j)} + \mathbf{g})^2]c_g^{(j)} &= 0. \end{aligned} \quad (17)$$



1. ábra. Az elektron diszperziós felülete kinematikus ($U_g=0$) közelítésben. 1/a. a teljes diszperziós felület síkmetszete, 1/b. a metszéspont környezete a valósághoz közelebb álló léptékben.

c_0, c_g -re a nem triviális megoldás feltétele:

$$\begin{vmatrix} K^2 - k^{(j)2} & U_{-g} \\ U_g & K^2 - (\mathbf{k}^{(j)} + \mathbf{g})^2 \end{vmatrix} = [K^2 - k^{(j)2}][K^2 - (\mathbf{k}^{(j)} + \mathbf{g})^2] - U_g U_{-g} = 0. \quad (18)$$

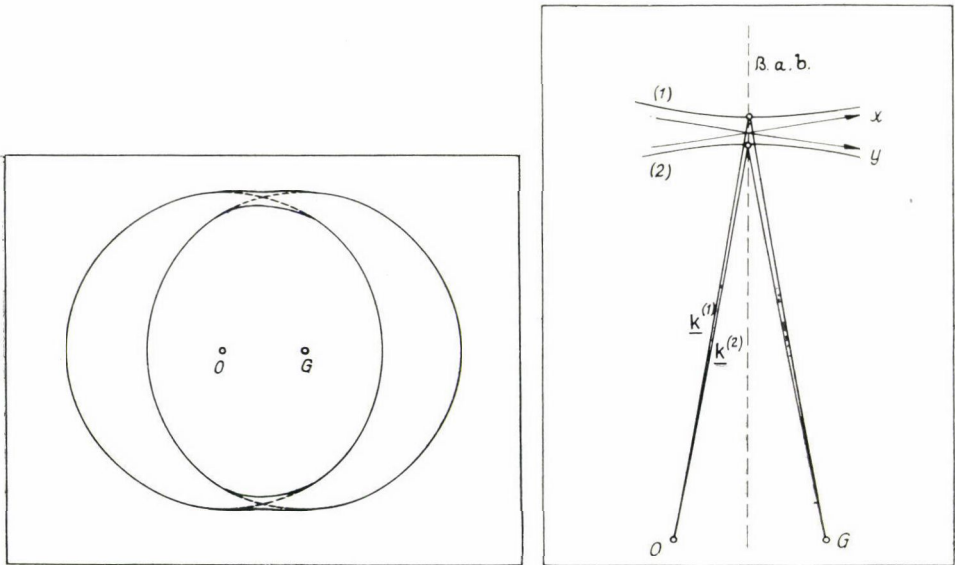
Ez a diszperziós egyenlet. (18) k^j -ben negyedfokú, tehát a Bloch-függvény négy-szeresen degenerált.

Nagyenergiájú közelítésben azonban k^j -re csak kétszeres felhasadást kapunk,

$$[K - k^{(j)}][K - |\mathbf{k}^{(j)} + \mathbf{g}|] = \frac{U_g U_{-g}}{4K^4}. \quad (19)$$

A fenti diszperziós egyenletnek egy igen hasznos geometriai szemléltetése az ún. *diszperziós felület*. Ez azt jelenti, hogy a \mathbf{k} térben ábrázoljuk az azonos teljes energiával rendelkező elektronok lehetséges impulzusvektorait. Például a vákuumbeli szabad elektront tekintve a diszperziós felület egy $|\mathbf{x}| = \left[\frac{2mE}{\hbar^2} \right]^{1/2}$ sugarú gömb a \mathbf{k} térben.

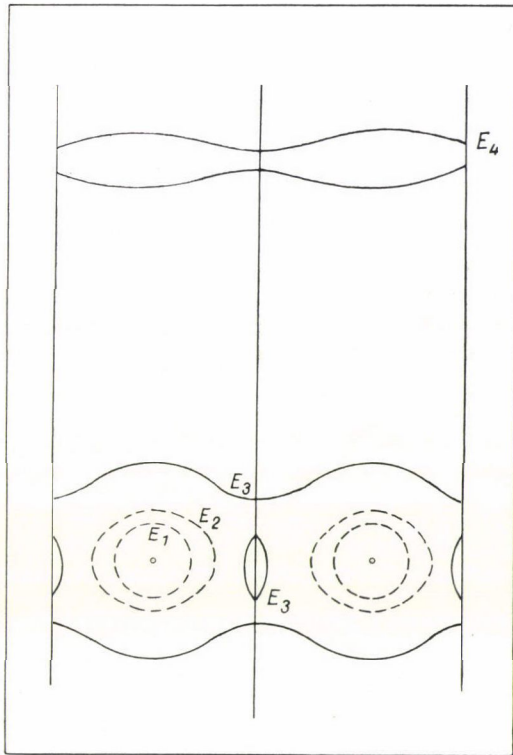
A (19)-es egyenletben, ha U_g perturbáló kristály potenciál értékével a nullához tartunk, mivel \mathbf{k} -ban nincs felhasadás a diszperziós felület két egymást metsző gömbfelületet jelent, amelyek középpontja g távolságra van egymástól (1/a. ábra). A metszéspontnál, azaz a Brillouin zóna határánál a hullámszám vektorokra teljesül a Bragg-feltétel. Ez tulajdonképpen a diffrakció kinematikus leírása. Figyelembe véve, hogy $|\mathbf{k}|$ és $|\mathbf{k} + \mathbf{g}|$ sokkal nagyobb, mint $|\mathbf{g}|$, így ha g léptékét tartjuk, a metszéspont környezetét tulajdonképpen az érintő síkok (x, y) metszéspontjaként ábrázolhatjuk (1/b. ábra).



2. ábra. Az elektron diszperziós felülete kétsugaras közelítésben. 2/a. a teljes diszperziós felület síkmetszete. 2/b. a Brillouin zónahatár környezete a valósághoz közelebb álló léptékben.

A (19)-es diszperziós egyenletet tekintve látszik, hogy $U_g=0$ esetén a megengedett \mathbf{k}^j értékek végpontjainak az (x) , illetve (y) síkktól mért távolságainak szorzata (xy) állandó. Azaz a lehetséges $\mathbf{k}^{(j)}$ és $\mathbf{k}^{(j)} + \mathbf{g}$ vektorok végpontjai egy hiperbolán helyezkednek el, amelyek aszimptotái a két egymást metsző érintő sík (2/b. ábra). A 2/a. ábrán felrajzoltuk a teljes diszperziós felületet, amit akkor kapunk, ha nagyenergiájú közelítéssel nem hanyagoljuk el a másik két módust. Meg kell jegyeznünk azonban, hogy a Brillouin-zóna határától távol a diszperziós felület már semmit sem mond számunkra, mivel ott a kétsugaras közelítés (ahol a Bloch-függvény sorfejtésében csak két tagot tartottunk meg) nem érvényes.

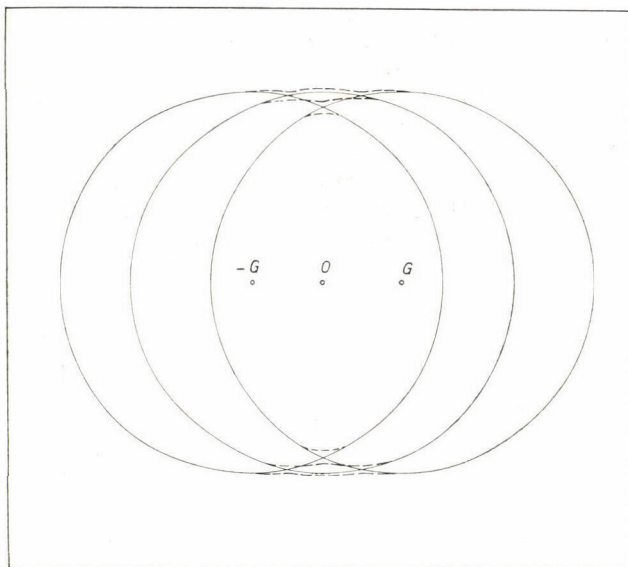
Érdemes itt egy percre megállni és felidézni a szilárdtest fizikai ismereteinket!



3. ábra. Különböző energiájú elektronok diszperziós felületeinek alakulása egy irányban periodikus potenciáltérben.

„Mi történik, ha egy szabad elektront teszünk a kristályba?” Egy kis energiájú (E_1) elektron diszperziós felülete még gömbnek tekinthető. Magasabb energiákon (E_2, E_3) már a zónahatároknál kitüremkedik, illetve felhasad. A nagyenergiájú (E_4) elektron diszperziós felülete pedig a 3. ábrán látható módon alakul.

Többsugaras közelítésben, mint említettük, a diszperziós felület alakja csak numerikus úton határozható meg. A fentiekből azonban következik, hogy a konstans



4. ábra. Az elektron diszperziós felülete szimmetrikus helyzetű három sugaras közelítésben.

teljes energiát jelentő felület menete a \mathbf{k} térben durván ($U_{ng} \rightarrow 0$ közelítésben) megadható az egymástól ng távolságban levő K sugarú gömbök metszéseiével. A 4. ábrán $n=3$ esetén egy szimmetrikus reflexiós helyzetet szemléltettünk. Szaggatott vonallal bejelöltük a várható felhasadásokat is.

II. A Schrödinger-egyenlet teljes megoldásfüggvényének meghatározása

II/a, A határfeltételek figyelembevétele

A kristályba érkező elektron teljes energiájának ismeretében csupán azt tudjuk megmondani, hogy az milyen módusokat gerjeszthet. A matematika nyelvén megfogalmazva a Schrödinger-egyenlet parciális megoldásai ($\psi^{(j)}$ Bloch-hullámok) határozhatók meg. Azt, hogy ezek milyen súllyal gerjesztődnek, vagyis a teljes hullámfüggvény $(8)e^{(j)}$ együtthatói csak a határfeltételek ismeretében adhatók meg.

Az elektronsűrűség megmaradása miatt az elektron hullámfüggvénye folytonos. Így az elektron vákuumbeli $\Omega(\mathbf{r})$ és a kristályon belüli $\psi(\mathbf{r})$ hullámfüggvényeinek értékei a határon (pl. $\tau = (x, y, 0)$ sík) megegyeznek.

$$\varphi(\tau) \equiv \psi(\tau). \quad (20)$$

$\psi(\mathbf{r})$ (8)-as kifejezésébe a $\psi^{(j)}$ Bloch-függvények sorfejtett alakját behelyettesítve:

$$\psi(\mathbf{r}) = \sum_g \sum_j \varepsilon^{(j)} c_g^{(j)} \exp [i(\mathbf{k}^{(j)} + \mathbf{g})\mathbf{r}]. \quad (21)$$

A (20)-as határfeltételből látszik, hogy ψ és φ periodicitásának meg kell egyeznie. Így a $\varphi(\mathbf{r})$ -függvényt a τ síkban sorba fejtve:

$$\varphi(\tau) = \sum_g a_g \exp [i(\mathbf{x}_t + \mathbf{g}_t)\tau], \quad (22)$$

ahol \mathbf{x}_t az elektron vákuumbeli hullámszámának,

\mathbf{g}_t a reciprok rácsvektorok tangenciális összetevője.

A (20)-as feltétel így a következő formába írható:

$$\begin{aligned} \sum_g a_g \exp [i(\mathbf{x}_t + \mathbf{g}_t)\tau] = \\ \sum_g \sum_j \varepsilon^{(j)} c_g^{(j)} \exp [i(\mathbf{k}_t^{(j)} + \mathbf{g}_t)\tau]. \end{aligned}$$

Következőképp:

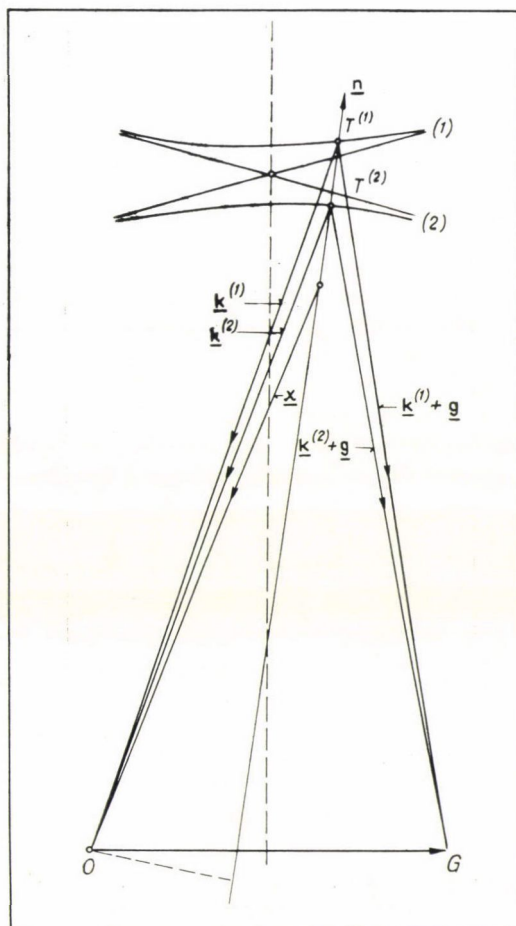
$$\mathbf{x}_t = \mathbf{k}_t^{(j)}, \quad (24)$$

$$a_g = \sum_j \varepsilon^{(j)} c_g^{(j)}. \quad (25)$$

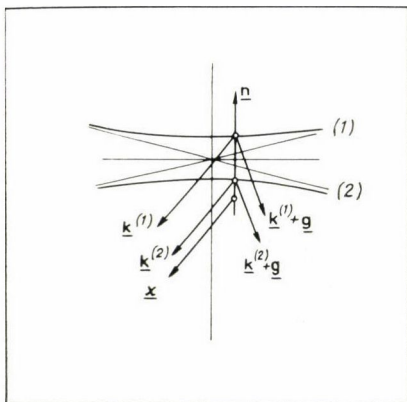
A (24)-es egyenlet a hullámszám vektorok tangenciális komponenseinek egyenlőségét mondja ki. Amiből már meghatározható, hogy a lehetséges $\mathbf{k}^{(j)}$ -k közül ténylegesen melyik gerjesztődik, hogy milyen súllyal azt a (25) kifejezés írja elő.

Kétsugaras közelítést tekintve, a diszperziós felületen szerkesztéssel is meghatározhatók a kérdéses hullámszám vektorok. Azt tudjuk, hogy az elektron milyen kristálytani irányból érkezik a mintába, azaz a reflexiós helyzetben levő \mathbf{g} -hez képest milyen szög alatt. (L. az 5. ábrán feltüntetett \mathbf{x} és \mathbf{g} vektor viszonya.) Ha most az \mathbf{x} vektor végpontján át a minta határfelületének (τ sík) normálisával párhuzamost húzunk, az a diszperziós felületen ki metszi azokat a pontokat, amelyhez tartozó $\mathbf{k}^1, \mathbf{k}^2$ vektorok tangenciális komponensei megegyeznek a beérkező hullám \mathbf{x} tangenciális komponensével.

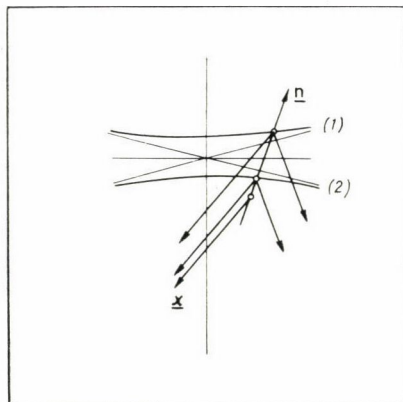
(A 6. ábrán a legtipikusabb diffrakciós elrendezéseket tüntettük fel.)



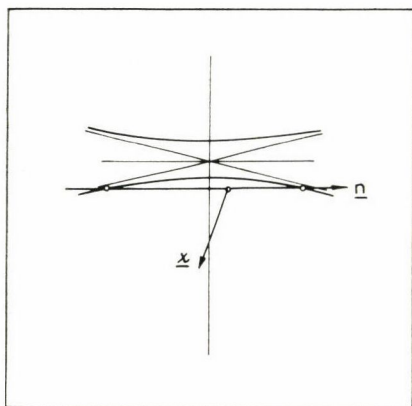
5. ábra. A határfeltételek figyelembevétele szerkesztéssel. \mathbf{n} felületnormálisú mintához \mathbf{x} hullámszámú elektron érkezik. A gerjesztett módusok hullámszám vektorai, amelyek tangenciális komponensei \mathbf{x} -ével megegyeznek $\mathbf{k}^{(1)}$, illetve $\mathbf{k}^{(2)}$.



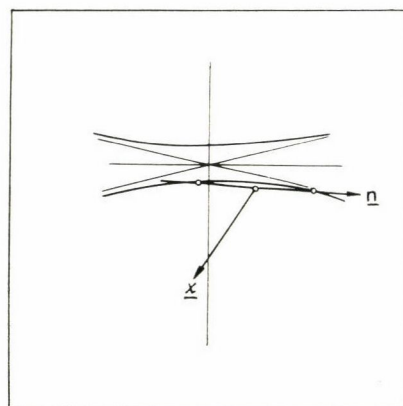
*Laue elrendezés
szimmetrikus*



*Laue elrendezés
általános*



*Bragg elrendezés
szimmetrikus*

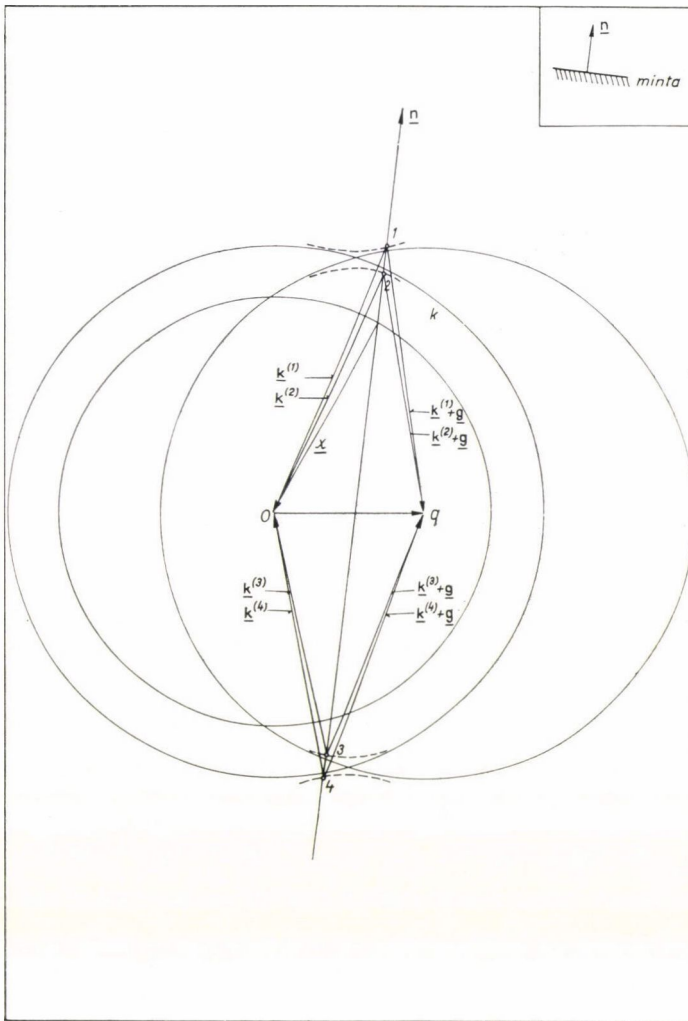


*Bragg elrendezés
általános*

6. ábra. A disperziós felület gerjesztett pontjainak meghatározása szerkesztéssel a legtipikusabb diffrakciós elrendezések esetén.

II/b. *A vissza reflektált és hátra diffraktált módusok elhanyagolása.
(A nagyenergiás közelítés érvényességi határa)*

A teljes disperziós felületet tekintve, mint az a 7. ábrán látható, a beérkező elektron hullámszám vektorának végpontján átmenő, a minta felületnormálisával párhuzamosan húzott egyenes általában négy pontban metszi a disperziós felületet. Az alsó két pontnak megfelelő hullámszám-vektorok a beérkező elektronnal ellen-



7. ábra. A határfeltételek figyelembevétele a teljes diszperziós felületet tekintve (azaz nem nagyenergiás közelítésben).

tétes irányba haladó Bloch-hullámokat jelentenek. Ezek adják a visszaszórt elektronokat. Így a vákuumbeli hullámfüggvény n sugaras közelítésben a (26)-nak megfelelő alakba írható.

$$\varphi(\mathbf{r}) = \exp(i\chi\mathbf{r}) + R_0 \exp(i\chi'_0\mathbf{r}) + R_g \exp(i\chi'_g\mathbf{r}) + R_{ng} \exp(i\chi_{ng}\mathbf{r}) \dots, \quad (26)$$

ahol R_0 a hátra reflektált R_g a hátra diffraktált hullám amplitúdója. Figyelembe véve a $\varphi(\mathbf{r})$ függvénynek a határsíkban sorfejtett alakját (22) és alkalmazva a (25)

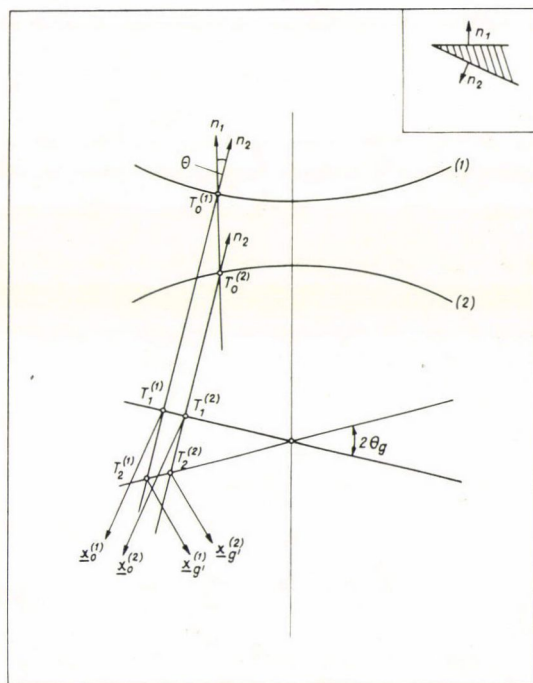
egyenletekhez jutunk, ahol a z index határfelületre merőleges komponenseket jelenti. \mathbf{x}_z előjelét kiírva az \mathbf{ng}_z -vel ellentétes. A (29) egyenleteket átrendezve:

$$\begin{aligned} 1 - R_0 &= \frac{k_z^{(1)}}{x_z} \varepsilon^{(1)} c_0^{(1)} + \frac{k_z^{(2)}}{x_z} \varepsilon^{(2)} c_0^{(2)} + \dots \\ -R_g &= \frac{k_z^{(1)} + g_z}{x_{g_z} - g_z} \varepsilon^{(1)} c_0^{(1)} + \frac{k_z^{(2)} + g_z}{x_{g_z} - g_z} \varepsilon^{(2)} c_0^{(2)} + \dots \\ &\vdots \\ -R_{ng} &= \frac{k_z^{(1)} + ng_z}{x_{g_z} - ng_z} \varepsilon^{(1)} c_0^{(1)} + \frac{k_z^{(2)} + ng_z}{x_{g_z} - ng_z} \varepsilon^{(2)} c_0^{(2)} + \dots \end{aligned} \quad (30)$$

Mivel az elektron energiája igen nagy a perturbáló potenciálhoz képest, így a hullámszám vektorok változása igen kicsi (a negyedik jegy még azonos), következésképp a (30)-as kifejezésben szereplő $\frac{k_z^{(j)} + ng_z}{x_{a-} - ng_z}$ együtthatók jó közelítéssel 1-nek vehetők.

Ekkor viszont a (30) és a (27) egyenletek jobb oldalai megegyeznek. Ez csak úgy lehet, ha $R_0 \dots R_n$ hátra reflektált hullámok amplitúdói közel zérusok.

A nagyenergiás közelítés használata a vissza reflektált és diffraktált hullámok elhanyagolásával igen megkönnyíti a dolgunkat az elektron kilépésének tárgyalásánál. A határfeltételek teljesen a belépési felületéhez hasonlóan alakulnak. A szer-



9. ábra. Határfeltételek figyelembevétele szerkesztéssel
alakú minta esetén.

kesztésnél természetesen ez egy fordított utat jelent. Most a diszperziós felület gerjesztett pontjain át kell a kilépési felület normálisával párhuzamosakat húzni és ez fogja kijelölni a vákuumbeli (\mathbf{x} hullámszámú) elektronok diszperziós felületén a gerjesztett pontokat. Az így kapott \mathbf{x}_0 és \mathbf{x}_g vektorok tangenciális komponensei megegyeznek a $\mathbf{k}^{(j)}$, illetve $\mathbf{k}^{(j)} + \mathbf{g}$ vektorok tangenciális komponenseivel.

A feladat illusztrálására a 8. ábrán egy párhuzamos felületű mintából kilépő sugarak irányát szerkesztettük meg. Ék alakú minta esetén, amikor a be- és kilépési felület $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ normálisa nem párhuzamos, mint az a 9. ábrán látható négy különböző hullám gerjesztődik. Ezek páronkénti interferenciája okozza az ék alakú fólia elektronmikroszkópi képen megfigyelhető kontraszt effektust az ún. egyenlő vastagság görbéit.

III. Rugalmatlan szórás (anomális abszorpció)

Az elektronoknak eddig csak a rugalmas szóródásával foglalkoztunk. Azonban, ha egy átlagos vastagságú mintáról készült elektrondiffrakciós, vagy elektronmikroszkópos felvételt kézbe veszünk, azon nagy valószínűséggel megfigyelhetjük a rugalmatlanul szóródott elektronok okozta intenzitáseloszlást is. Analógiát állítva a röntgen szórás tárgyalásával, ahol a dielektromos állandó komplex része tartalmazta a rugalmatlan szórást, itt a kristálypotenciál lesz komplex.

$$V(\mathbf{r}) + iV'(\mathbf{r}). \quad (31)$$

Ezt behelyettesítve a Schrödinger-egyenletbe, \mathbf{k}^j -re komplex megoldást kapunk ($\mathbf{k}^j + i\mathbf{g}$).

A kristálypotenciál komplex részéről azonban fel fogjuk tételezni, hogy a valós részhez képest kicsi, és szintén rácsperiodikus, azaz $V(\mathbf{r})$ -hez hasonló Fourier-sorba fejthető. A fenti értelemben $iV'(\mathbf{r})$ kis perturbációt fog jelenteni, így a teljes megoldásfüggvény továbbra is Bloch-hullámok lineár kombinációjával állítható elő.

$$\psi^{(j)}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} c_{\mathbf{g}}^{(j)} \exp[i(\mathbf{k}^{(j)} + i\mathbf{q}^{(j)} + \mathbf{g})\mathbf{r}] = \exp(-\mathbf{q}^{(j)}\mathbf{r}) \sum_{\mathbf{g}} c_{\mathbf{g}}^{(j)} \exp[i(\mathbf{k}^{(j)} + \mathbf{g})\mathbf{r}]. \quad (32)$$

A (24) határfeltétel miatt $\mathbf{q}^{(j)}$ biztos merőleges a felületre, így a $\psi^{(j)}(\mathbf{r})$ Bloch-hullámok amplitúdói exponenciálisan csökkennek a mélység függvényében.

Ha $\mathbf{q}^{(j)} = \mathbf{q}$ minden Bloch-hullámra azonos, úgy a teljes hullámfüggvény a (33)-nak megfelelő alakba írható. Ez a normál abszorpció esete, q pedig az ún. közepes abszorpció együttható.

$$\psi(\mathbf{r}) = \exp(-qz) \sum_j \varepsilon^{(j)} \sum_{\mathbf{g}} c_{\mathbf{g}}^{(j)} \exp[i(\mathbf{k} + \mathbf{g})\mathbf{r}]. \quad (33)$$

Ha q_j értékei az egyes módusokra különbözők, akkor *anomális abszorpcióról* beszélünk.

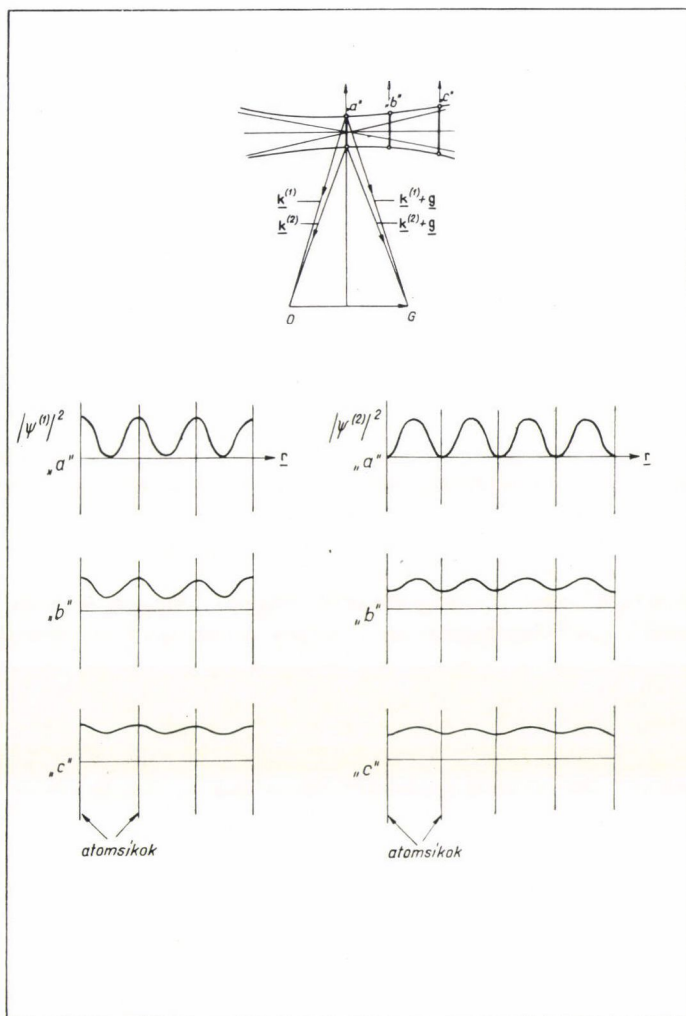
Ennek létjogosultságát és fizikai tartalmát az alábbi példával próbáljuk érzékeltetni. Határozzuk meg az egyes Bloch-hullámok intenzitás eloszlását.

$$\psi^{(j)}(\mathbf{r})\psi^{*(j)}(\mathbf{r}) = 1 + \sum_{\mathbf{g} \neq 0} \sum_{\mathbf{h} \neq 0} c_{\mathbf{g}}^{(j)} c_{\mathbf{h}}^{(j)*} \exp[i(\mathbf{g} - \mathbf{h})\mathbf{r}]. \quad (34)$$

Várható, hogy amelyik hullám áramsűrűség maximumai közelebb esnek az atomhelyekhez, ahol több fog abszorbeálódni, azaz arra $\mathbf{q}^{(j)}$ nagyobb.

Maradjunk kétsugaras közelítésben, ahol c_g és c_0 viszonyát könnyen meghatározhatjuk a (17)-es kifejezésből.

$$c_g^{(j)}/c_0^{(j)} = \frac{(\mathbf{k}^{(j)})^2 - K^2}{U_{-g}} = \frac{U_g}{(\mathbf{k}^{(j)} + \mathbf{g})^2 - K^2}. \quad (35)$$



10. ábra. Az elektronsűrűség alakulása az atomsíkok között kétsugaras közelítésben az (1)-es és (2)-es módusokra (Bloch elektronokra)

10.a. ha a diszperziós felület „a” pontja,

10.b. ha a „b” pontja,

10.c. ha a „c” pontja gerjesztődik.

A 2/b. ábráról látható, hogy a diszperziós felület felső (1) ágához tartozó $|\mathbf{k}^{(j)}|$ és $|\mathbf{k}^{(j)} + \mathbf{g}|$ mindenütt nagyobb, mint K , így ha U_g -t pozitívnak tételezzük fel, $c_g^{(1)}$ és $c_0^{(1)}$ megegyező előjelűek. A diszperziós felület alsó (2) ágán $|\mathbf{k}^{(2)}|$ és $|\mathbf{k}^{(2)} + \mathbf{g}|$ mindenütt kisebb, mint K , így $c_g^{(2)}$ és $c_0^{(2)}$ különböző előjelűek. Ebből az előjelkülönbségből adódik, hogy ha a (34)-es kifejezés értékét kiszámítjuk, a diszperziós felületnek a 10. ábrán feltüntetett „a” pontjához tartozó hullámszám vektorokra, úgy $|\psi^{(1)}(\mathbf{r})|^2$ -re kapott sűrűség hullámmaximumai a reflektáló síkok atomhelyeire esnek. A (2)-es módusok $|\psi^{(2)}(\mathbf{r})|^2$ maximumai pedig az atomsíkok közé. Várható tehát, hogy mivel az (1)-es módus az atomhelyek körül koncentrálódik, ahol az ionizáció és a fononszórás valószínűsége nagyobb, a rugalmatlan szóródás erőteljesebb, mint a (2)-re.

Másrészt érthető az is, hogy ez a hullám nagyobb kinetikus energiával rendelkezik, mivel átlagosan több időt tölt a potenciálmínimumot jelentő atomhelyek közelében. Érdemes megfigyelni, hogy amint távolodunk az egzakt Bragg-helyzettől (a 9. ábra „b”, „c” pontjainak megfelelő helyzetek), $|\psi^{(1)}(\mathbf{r})|^2$ és $|\psi^{(2)}(\mathbf{r})|^2$ sűrűségfüggvények egyre elkentebbek, így $\mathbf{q}^{(1)}$, $\mathbf{q}^{(2)}$ közti különbség várható módon eltűnik és a közepes abszorpciós együtthatóval írható le a normál abszorpció.

Visszatérve az eredeti problémánkra, a (32)-es kifejezésben szereplő $\mathbf{q}^{(j)}$ -k meghatározására két út kínálkozik. $(V + iV)$ sorfejtett alakját a Schrödinger-egyenletbe behelyettesítve és a megoldást (32)-es alakban keresve a rugalmatlan szórás eseténél ismertetett menetet követünk.

Másik lehetőségünk, hogy az elektron hullámfüggvényében kis változást előidéző $iV'(\mathbf{r})$ komplex potenciált perturbációba vesszük.

$$\Delta E = \int \psi^{(j)*}(\mathbf{k}^{(j)}, \mathbf{r}) [-e i V'(\mathbf{r})] \psi^{(j)}(\mathbf{k}^{(j)}, \mathbf{r}) d^3 \mathbf{r}. \quad (36)$$

Ahol az integrálás az egész kristályra kiterjed. Az energiaváltozásból pedig a hullámszámváltozás meghatározható.

$$\begin{aligned} k_z^{(j)} \Delta k_z^{(j)} &= -K \Delta K = m e \Delta E / \hbar^2 \\ \Delta k_z^{(j)} &= i q^{(j)}. \end{aligned} \quad (37)$$

$q^{(j)}$ -k ismeretében pedig az elektron hullámfüggvénye felírható.

Az anomális abszorpció jelenségének igen fontos szerepe van a különböző kontraszt effektusok kialakításában. A rács igen kis torzulása már jelentősen megváltoztatja $\psi^{(j)} \psi^{(j)*}$ hullámfüggvények maximum helyeit, így várható, hogy a hullám q_j abszorpciós együtthatóját is megváltoztatják.

IV. Szórási mátrix alkalmazása az elektron teljes hullámfüggvényének meghatározására

A kontraszthatások számolásánál igen hasznos az elektron teljes hullámfüggvényét ún. Darwin-reprezentációban felírni.

$$\psi(\mathbf{r}) = \varphi_0(z) \exp(2\pi i \mathbf{K} \mathbf{r}) + \varphi_g(z) \exp[2\pi i (\mathbf{K} + \mathbf{g}) \mathbf{r}] + \dots \quad (38)$$

Így ugyanis $|\varphi_0(z)|^2$, $|\varphi_g(z)|^2, \dots$ jelenti a mintában a \mathbf{K} , $\mathbf{K} + \mathbf{g}, \dots$ irányába diffraktált hullámintenzitását a mélység függvényében. (Csupán a nomenklatúra magyarázata

kedvéért érdemes megjegyezni, hogy a bevezetőben említett hullámoptikai tárgyalásmód automatikusan ilyen formában adja az eredményeket.) A mi esetünkben ez a (39)-es egyenleteket jelenti. Ahol $\gamma^{(j)} = k_z - K_z$.

$\gamma^{(j)}$ -ek általános esetben csak numerikus úton számolhatók, ezért célszerű a mátrixelmélet eredményeit alkalmazni, így egyrészt a számítógépi munka lényegesen egyszerűbb, másrészt az egyes rácshibák okozta intenzitásváltozások is tárgyalhatók a legegyszerűbben.

$$\begin{aligned}\varphi_0(z) &= c_0^{(1)} \varepsilon^{(1)} \exp [2\pi i(\gamma^{(1)} + iq^{(1)})z] + c_0^{(2)} \varepsilon^{(2)} \exp [2\pi i(\gamma^{(2)} + iq^{(2)})z] + \dots = \\ &= \sum_{j=1}^n \varepsilon^{(j)} c_0^{(j)} \exp [i(\gamma^{(j)} + iq^{(j)})z]\end{aligned}\quad (39)$$

$$\begin{aligned}\varphi_g(z) &= c_g^{(1)} \varepsilon^{(1)} \exp [2\pi i(\gamma^{(1)} + iq^{(1)})z] + c_g^{(2)} \varepsilon^{(2)} \exp [2\pi i(\gamma^{(2)} + iq^{(2)})z] + \dots = \\ &= \sum_{j=1}^n \varepsilon^{(j)} c_g^{(j)} \exp [i(\gamma^{(j)} + iq^{(j)})z]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varphi_h(z) &= c_h^{(1)} \varepsilon^{(1)} \exp [2\pi i(\gamma^{(1)} + iq^{(1)})z] + c_h^{(2)} \varepsilon^{(2)} \exp [2\pi i(\gamma^{(2)} + iq^{(2)})z] + \dots = \\ &= \sum_{j=1}^n \varepsilon^{(j)} c_h^{(j)} \exp [i(\gamma^{(j)} + iq^{(j)})z].\end{aligned}$$

Az egyenleteket mátrix formába átírva:

$$\begin{Bmatrix} \varphi_0(z) \\ \varphi_g(z) \\ \vdots \\ \varphi_h(z) \\ \vdots \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} c_0^{(1)} & c_0^{(2)} & c_0^{(3)} & \dots \\ c_g^{(1)} & c_g^{(2)} & c_g^{(3)} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ c_h^{(1)} & c_h^{(2)} & c_h^{(3)} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \exp [i(\gamma^{(1)} + iq^{(1)})z] & 0 & \dots \\ 0 & \exp [i(\gamma^{(2)} + iq^{(2)})z] & \dots \\ 0 & 0 & \\ \vdots & \vdots & \\ \vdots & \vdots & \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^{(1)} \\ \varepsilon^{(2)} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (40)$$

(40)-es kifejezés $z=0$ helyen vett értékeit ismerjük (a határfelületen nincs szórt hullám) $\varphi_0(0)=1$, $\varphi_g(0)=0$;... $\varphi_h(0)=0$. A $z=0$ helyettesítést elvégezve, és az $\varepsilon^{(j)}$ együtthatókat kifejezve a (41) kifejezéshez jutunk. Ahol

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= \begin{Bmatrix} \exp [i(\gamma^{(1)} + iq^{(1)})z] & 0 & \dots \\ 0 & \exp [i(\gamma^{(2)} + iq^{(2)})z] & \\ 0 & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} \varphi_0(z) \\ \varphi_g(z) \\ \vdots \\ \varphi_h(z) \\ \vdots \end{Bmatrix} &= \mathbf{CEC}^{-1} \begin{Bmatrix} \varphi_0(0) \\ \varphi_g(0) \\ \vdots \\ \varphi_h(0) \\ \vdots \end{Bmatrix}\end{aligned}\quad (41)$$

Továbbá $\mathbf{S}(z)=\mathbf{CEC}^{-1}$ helyettesítést elvégezve

$$\{\varphi_g(z)\} = \mathbf{S}(z) \{\varphi_g(0)\}.\quad (42)$$

Ahol $S(z)$ az ún. szórási mátrix, amely egy-egy beérkező hullám adott amplitúdójához a kilépő hullám amplitúdóját rendeli.

Segítségével igen könnyen számolhatók a hibás kristályról szórt hullámok amplitúdói is, mivel a rács hibák jelenléte csupán egy fázistolást fog eredményezni az E mátrix exponenciális elemeiben [10]. Ezek alapján általában számítógépek segítségével határozzák meg egy feltételezett hibaszerkezettel rendelkező kristályról szórt hullámok intenzitáseloszlását és ezt hasonlítják az elektronmikroszkópi képen megfigyelt kontrasztokkal.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A szerző köszönetet kíván mondani az 1973–1974-es elektronmikroszkópos szeminárium résztvevőinek, a dinamikus elmélet megbeszélésénél adott értékes észrevételeikért.

IRODALOM

1. *Zsoldos Lehel*, Fiz. Szemle XVIII, 114, 1968.
2. *R. D. Heidenreich*, Fundamentals of Transmission Electron Microscopy, John Wiley London 1964.
3. *C. G. Darwin*, Phil. Mag. 27, 315 and 675, 1914.
4. *H. A. Bethe*, Ann. Phys. Lpz. 87, 55, 1928.
5. *G. H. Mac Gillavry*, Physica, 7, 339, 1940.
6. *R. D. Heidenreich*, J. appl. Phys. 20, 993, 1949.
7. *N. Kato*, J. Phys. Soc. Japan 7, 397, 1952.
8. *K. Fujiwara*, J. Phys. Soc. Japan 16, 2226, 1961. J. Phys. Soc. Japan BII, 17, 118. 1962.
9. *J. F. Metherell*, Elastic scattering of fast electrons in crystals megjelenés alatt. Review Article for Reprints on Progress in Physics.
10. *M. J. Whelan and P. P. Hirsch*, Phil. Mag. 2, 1121, 1957.
G. R. Booker and A. Howie, Appl. Phys. Letters, 3. 156. 1963.

KÖNYVISMERTETÉS

Kenneth D. Sevier: Low Energy Electron Spectrometry. Wiley-Interscience, New York—London—Sydney—Toronto, 1972 398 old., 14.

Az utóbbi években az elektron-spektroszkópia jelentősége elvi és gyakorlati vonatkozásban egyaránt megnövekedett. 1972 ősze óta e tárgykörnek külön nemzetközi folyóirata is van (*Journal of Electron Spectroscopy and Related Phenomena*, Elsevier Publ. Co., Amsterdam). Az erőteljes fejlődés jelenleg is tart, és különösen az alacsony energiák tartományában szembetűnő. Az ötvenes évekig az elektronspektroszkópiai energiák alsó határa 30–50 keV volt. Az elmúlt 10–15 év technikai fejlesztései a forrás-preparálás, a béta-spektrométerek, valamint az elektron-detektálás terén — új módszerek bevezetésével és a régiek tökéletesítésével — lehetővé tették az eV-os értékek elérését. K. D. Sevier könyve az elektronspektroszkópia legfontosabb eredményeit foglalja össze az 50 keV alatti mintegy hét nagyságrendre terjedő energia-tartományban. A szerző a „metria” kifejezést használja a szokásosabb „szkópia” helyett, a kvantitatív vonások erősödésének hangsúlyozása céljából.

A monográfia nyolc fejezetből és nyolc függelékből áll. A bevezetésben Sevier a feldolgozott anyagot határolja körül. Az Auger-effektus, a belső konverzió és a szilárd testeken fellépő elektronszóródás régóta ismert folyamatai mellett az elektron-spektrometria tárgyköre újabban az önionizáció és az alfa-bomlást követő atomi visszalökődés érdekes jelenségeivel bővült. Legújabbban pedig az atomnívók természetes vonalszélességével és az atomi elektronok kötési energiájával kapcsolatos problémák kerültek az elektronspektrometriai kutatások középpontjába. Ezeket a könyv részletesen tárgyalja, de nem foglalkozik az elektrondiffrakcióval és alkalmazásaival, az elektron-, proton-, ion- és atom-nyalábbal történő atomgerjesztésekkel és ionizációs folyamatokkal, az insztrumentális részben az elektronforrások általános kezelésével, és csak vázlatosan említi a gázokon fellépő elektronszóródást.

A második fejezet az elektronspektrometria és az elektrondetektálás különböző technikai módszereit tekinti át. A mágneses spektrométerek — mint alapvető berendezések — közül a homogén terű és a kettős-fókuszálású spektrométereket részletezi. (Hivatkozás található itt a debreceni 75 cm max. sugarú sávspektrográfra is.) Az elektrosztatikus analizátorokról és velük kapcsolatban a földi mágneses tér kompenzálásáról szóló részeket Prof. M. E. Rudd írta. Az insztrumentális fejlődés ezeken a területeken volt a legintenzívebb. Az elektrondetektáló készülékek közül az ionizációs és szcintillációs számlálókat, a félvezető detektorokat és a fotografikus módszert ismerteti. A következő fejezetet — mely a különböző Auger-, Coster-Kronig- és önionizációs effektusokat tárgyalja nagyon részletesen — Pierre Auger sorai vezetik be. A szerző itt az Auger-folyamatok szekunder effektusaira, atom- és magfizikai alkalmazásaira is kitér. A belső konverziót tárgyaló fejezetben a magfizikai szempontok helyett az atomfizikai vonatkozások vannak túlsúlyban. A konverziós jelenség főleg mint a különböző pályaelektronok atombeli eloszlásának tanulmányozási módszere szerepel. Figyelemre méltó a konverziós koeficiensok számítási módszereinek összehasonlítása. Mind az Auger-effektus, mind pedig a belső konverzió tárgyalása természetesen nem korlátozódik csupán az 50 keV alatti energiákra. Az ötödik fejezet az alfa-bomlás során fellépő atomi visszalökődés következményeit foglalja össze, többek között a konverziós elektron-vonalak szerkezetére gyakorolt hatását és ennek alkalmazását a kötési energia többszörös ionizációs változásainak vizsgálatára. Ezután az atomi energiaszintek természetes szélességére vonatkozó ismeretek áttekintése következik. A nívószélességet kémiai effektusok, a többszörös ionizáció, az atomi elektronok és a mag kölcsönhatása, továbbá a homogén befolyásolják. A hetedik fejezet az atomi elektronok kötési energiájával foglalkozik. A kötési energiák kísérleti meghatározásánál itt a külső konverziós és a (rugalmatlan) elektron-szórás módszereknek is fontos szerepük van. Legérdekesebb ebben a fejezetben az elektronok kötési energiájának kémiai és fizikai eredetű változásairól szóló rész. Konkrétan a külső elektromos tereknek a belső elektronhéjakra gyakorolt hatását említjük. Az utolsó fejezet

az elektronok szilárd testeken — így a béta-spektrométerek szerkezeti elemein — fellépő szóródásos energiavesztéseit tárgyalja. A nagyfeloldású elektronenergia-vesztésmérések a plazmon-, exciton- és fonon-gerjesztések tanulmányozása céljából elektromágneses sugárzás-abszorpció és neutronszórás módszerekkel kombinálhatók. A függelékek közül az atomi elektronok kötési energiáinak új táblázatát és a rugalmatlan elektronszórás differenciális hatáskeresztmetszetére vonatkozó Ritchie-formula két alakjának levezetését emeljük ki.

Minden fejezet részletes irodalomjegyzékkel zárul. Dr. Sevier művében az elméleti vonatkozások helyett a kísérleti szempontokat helyezte előtérbe és a legtöbb fejezet végén a gyakorlati alkalmazásokra is kitér. A gondosan összeállított könyvet számos ábra és táblázat egészíti ki. A szerző maga is jelentős részeredményekkel járult hozzá a kisenergiájú elektron-spektrometria fejlődéséhez és monográfiája — mely az első ilyen jellegű munka a nemzetközi szakirodalomban — főleg az elektron- és Röntgen-spektrometriával, elektronmikroszkópiával és magfizikával foglalkozó specialisták figyelmébe ajánlható.

Illés Ferenc

**P. L. Butzer, I. P. Kahane and B. Sz. Nagy: Lineare Operatoren und Approximation
Birkhäuser Verlag. 1972**

Az ISNM (International Series of Numerical Mathematics) könyvek sorában 20-ik kiadvány az 1971 augusztusában, az oberwolfachi Matematikai Kutatóintézetben megtartott konferencia előadásait ismerteti. 11 ország, köztük a Szovjetunió, az Amerikai Egyesült Államok, Franciaország, Anglia, Magyarország képviseltette magát 53 kutatóval és 38 előadással, melyeket az approximációs módszerek alapján öt csoportba osztottak:

- operátorelmélet,
- funkcionálanalízis és approximációelmélet
- absztrakt terekben történő approximáció,
- harmonikus analízis és approximációelmélet,
- spline és algebrai approximáció.

A kötet első fejezetében találhatók a lineáris és nemlineáris félcsoportokról, unitér operátorok szerkezetéről, spektrál és ergodel-elméletről szóló előadások. A funkcionálanalízis tárgykörében Riesz-terekkel, korlátossági tételekkel, általánosított határértékekkel és disztribúcióval foglalkoznak, ezek alkotják a 2. fejezet anyagát. A 3. fejezetben az approximáció elméletben fellépő függvény-osztályok Banach- vagy még általánosabb terekben történő vizsgálatairól olvashatunk.

A 4. fejezetben szerepelnek a konvolúciós operátorok Fourier—Jacobi-kiterjesztésekre, a Bernstein-egyenlőtlenség logaritmikus és exponenciális variánsa. Végül az 5. fejezetben található előadások algebrai polinomokkal, hányados függvényekkel, spline-függvénnyel történő approximációról, majd a Padé-approximációról. A függelékben 15 új és megoldatlan problémát közölnek. A kötetben két magyar szerző szerepel: Szőkefalvi Nagy Béla (1. fejezet), Freund Géza (5. fejezet). A dolgozatok többségükben német és angol nyelvűek, kettő pedig franciául íródott. A konferencián elhangzott három szovjet előadás (Rozanov, Subbotyin, Nyikolskij) közül a kiadók kettőt németre, egyet angolra fordítottak. (T. P.)

**L. Collatz—W. Wetterling: Numerische Methoden bei Optimierungsaufgaben
Birkhäuser Verlag. 1973**

Az ISNM (International Series of Numerical Mathematics) könyvek sorában 17.-ként jelentet meg a kötet az oberwolfachi Matematikai Kutatóintézet által 1971 novemberében rendezett „Numerikus módszerek optimalizálási megoldására” témájú ülés 11 előadását tartalmazza.

Az előadások a különböző típusfeladatok köré (vegyes egészértékű problémák, sztochasztikus modellek, irányításelmélet, optimális vezérlési feladatok) csoportosultak. Különös figyelmet érdemelnek a dualitás problémakörével foglalkozó előadások, a kötetben ezek közül L. Collatz és F. Lempio munkái jelentek meg a nemlineáris approximáció optimalitási tételéről, ill. az optimális vezérlés és a dualitás jelentőségéről az optimális megoldás egzisztenciája és folytonossága, ennek numerikus megközelítése szempontjából. Az egyenértékű programozás témájában B. Fleischmann-tól (Hamburg) a Benders-féle dekompozíciós eljárás olyan módosításáról olvashatunk, melyben az

ún. S-feladatot primál módszerrel oldja meg és módszerét vegyes diszkrét feladat megoldására alkalmazza. Az irányításmélet témakörében W. Krabs (Aachen) a konvex feladat diszkretizálásakor adódó problémákkal, M. Sibony (Tours) a parciális differenciálegyenletek megoldási módszereivel, K. Glasshoff az optimális vezérlési feladat célfunkcionáljának folytonosságából adódó problémával foglalkozott. Disztribúciós probléma megoldására mutatott algoritmust B. Bereann (Bukarest). U. Eckhardt (Jülich) dolgozata relaxációs módszerek alkalmazásáról szól lineáris egyenlőtlenség-rendszereknél, Hilbert-tér esetében.

A kötetben olvashatunk még a SLALOM problémáról, ez optimális vonalvezetést jelent egy folyosó belsejében. K. Kubik (Rijkswaterstaat) úttervezésnél alkalmazza SLALOM modelljét és megoldását.

A dolgozatok két angolnyelvű kivételével németül íródtak. (T. P.)

**A. Hartkämer—H. Neumann: Foundations of Quantum Mechanics and Ordered Linear Spaces
Springer Verlag. 1974**

A könyv az NSZK-ban, Margburgban az Advanced Study Institute által 1973. március 26. és április 6. között rendezett Foundations of Quantum Mechanics and Ordered Linear Spaces konferencia anyagát tartalmazza. A találkozáson matematikusok és fizikusok arra törekedtek, hogy a rendezett lineáris terekkel kapcsolatban közös alapot alakítsanak ki a kvantummechanika meg-alapozást tekintetében.

Több, a kötetben megjelent dolgozat a kvantummechanika és a makroszkopikus testek klasszikus elmélete közötti viszonyt diszkutálja. Az utóbbi a sok részecske kvantummechanikájával szoros kapcsolatban van, másrészt a klasszikus elméletek egy bizonyos kiterjesztése a makroszkopikus berendezésekkel végzett mérésekre vonatkozó axióma útján, mint feltevés szerepel a kvantum-mechanikában.

A fizikusok kezdettől fogva kényelmetlennek érezték, hogy a kvantummechanikában ad hoc feltételezzék a Hilbert-tér szerkezetet. Ezért törekednek ezt a kvantummechanika axiomatikus megalapozásából levezetni. E próbálkozások többsége arra törekszik, hogy kidolgozza a kvantum-mechanikánál általánosabb elméleteket magába foglaló fizikai elméletek struktúráját.

Egy nem csupán matematikai jellegű axiomatikus megalapozás rendszerint egy „elő” elmélettel indul, leírja azokat a megjegyzéseket és fizikai helyzeteket, amelyen a végleges alapszik.

A kvantummechanika axiomatikus megalapozását az előelméletre vonatkozó alap gondolatok és a későbbiekben használt matematikai apparátus határozza meg.

E kötet szerzői nem élnek azzal a lehetőséggel, hogy a mikrorendszer sajátosságait közvetlenül posztulálják, a makroszkopikus kísérleti helyzetből indulnak ki. A kötet több cikke diszkutálja a makroszkopikus testek klasszikus elméletei és a kvantummechanika közötti viszonyt. (T. GY.)

**R. K. Zeytounian: Notes sur les Écoulements Rotationnels de Fluides Parfaits
Springer Verlag. 1974**

A folyadékok mechanikája tág értelemben nagyon nagy területet fed le a hidraulika elméletétől a dinamikus meteorológiáig, az aerodinamikától a legkülönbözőbb alkalmazásokig. A szerző limitálva feladatát csak a tökéletes folyadékok adiabatikus áramlásával foglalkozik, ezt az Euler-féle mozgásegyenlet írja le, mely vektoregyenlet, belőle három négyismeretlenes skaláregyenlet állítható elő. Hozzájuk csatlakozik a folyadék tömegének megmaradását kifejező folytonossági egyenlet, valamint az ún. állapotegyenlet. Ez utóbbi egész általánosságban behozza a fajlagos entrópiát. Mivel az áramlás adiabatikus, egy részecske fajlagos entrópiája konstans. Így adódik a hat egyenlet a hat ismeretlenre.

A szóban forgó munka feladatát ennek a hat egyenletnek az analízisében és megoldásában látja. Ez mégsem „klasszikus” feladat, mert a távolabbi cél az, hogy az olvasó a folyadékok mechanikájához kapcsolódó koncepcióját kiterjessze egy kevésbé hagyományos szemléletre, a hangsúlyt inkább az intrinszc tulajdonságokra helyezve. Az I. fejezet a tökéletesen összenyomható folyadékok esetére a folyadékok mechanikájának bizonyos klasszikus eredményeit ismerteti. E részben kerülnek bevezetésre a későbbiekben alkalmazott elnevezések is. Itt kapja az olvasó az örvénylés elméletének vázlatát is.

A II. fejezet az egyenletrendszer Langrage invariánsainak elméletét tárgyalja. Általában az $I(M, t)$ (ahol M az adott pontot jellemzi, t az idő) tér Langrage-invariáns, ha eleget tesz a megfelelő feltételeknek. A III. fejezet a tökéletes folyadékok adiabatikus baroklin áramlásával, a IV. a komptabilitás feltételeivel, az V. a variációs elvekkel foglalkozik vázlatosan felhasználva Casel, Seliger és Whitman egyes nem régen nyert eredményeit. A VI. fejezetben kap helyet a tökéletes folyadékok lineáris áramlása általános formában, a további két fejezet (VII. és VIII.) pedig az adiabatikus áramlás egyenleteiben található primitív paramétereket, illetőleg a stacionárius áramlás általános egyenletét tartalmazza. S végül az utolsó két fejezet az aszimptotikus kiegyenlítés módszerét alkalmazza a háromdimenziós, áramlási csatorna tengelye mentén végbemenő áramlás tanulmányozására, illetőleg meteorológiai jellegű jelenségek tárgyalására. A szerző a l'Université des Sciences et Techniques de Lille I. előadójaként 1972—73-ban a mechanika II. hallgatóinak adta elő a könyvben foglaltakat. Ezért is nem meríti ki a címben megadott témát, se az azt tárgyaló irodalmat.

A felhasznált matematika nagyon elemi. Nem szerepelnek pl. a függvényterek, viszont az a kutató, aki a folyadékok mechanikájával akar foglalkozni, itt bizonyos technikai és módszertani segítséget talál, pl. a minimális bibliográfiát.

A szerző el kívánja kerülni mindkét szélsőséget: az absztrakt matematizálást és az „excluzív” numerikus módszerek alkalmazását. A szerző véleménye szerint mindig hasznos, sőt néha elkerülhetetlen az analitikus megoldás keresése a felmerült problémára, ez gyakran a jelenségek jobb megismerésének követelménye. (T. Gy.)

**L. J. de Jongh and A. R. Miedema: Experiments on Single Magnetic Model Systems
Taylor and Francis LTD. 1974**

A szerzők célja a jelen elméletek fényében a kísérleti eredményekről egy áttekintést nyújtani. Áttekintik azokat az elméleti és kísérleti eredményeket, amelyek egyszerű mágneses modelrendszerekkel kapcsolatosan ismereteseek. Megfontolás tárgyává teszik a Heisenberg, X és Tsing típusú (ferro- és antiferromágneses) kölcsönhatásokat 1, 2 és 3 dimenziós mágneses rácsok esetében. Különös figyelmet szentelnek ezen modelrendszerek megítélésére a reális kristályokat szem előtt tartva, ill. hogyan valósulhatnak meg, vagy várható előfordulásuk a természetben. A mágneses vegyületek nagy száma a megfelelő kísérleti információk szerint egy követelmény hálózatot igényel. Ezek kerülnek itt a könyvben megfontolásra és tulajdonságaik diszkutálásra. Sok példával igazolják, hogy az egyszerű mágneses rendszerekkel kapcsolatos kísérletek a mágneses jelenségek elméleti leírását alátámasztják és hozzájárulnak megértésükhöz. A szerzők ezen kívül jelzik azokat az irányokat, amelyekben szerintük a jövőben felfedezések várhatók. Teszik mindezt mintegy 150 vegyülettel kapcsolatban, mintegy 400 szerző munkásságára támaszkodva. — A szerzők első feladatuknak azon mágneses kristályok katalógusának összeállítását tekintették, amelyek a kísérleti vizsgálatok szerint valamelyik egyszerű modell megfelelő képviselői. Érzik munkájuk nem teljes voltát, mert a mágneses kölcsönhatás korlátozott változataira szorítkoztak csupán és szigetelőkre koncentráltak. Nem foglalkoztak a domináns dipoláris kölcsönhatásokat mutató mágneses kristályokkal, azokkal a mágneses fémekkel, amelyekben a mágneses momentumok nem lokalizáltak és olyan fémekkel, amelyekben a lokalizált momentumok között a kölcsönhatás oszcilláló típusú (Ruderman—Kittel-kölcsönhatás). (T. Gy.)

**H. Daniel: Beschleuniger
Teubner Studienbücher. 1974**

A könyv a gyorsítók legfontosabb tulajdonságaival foglalkozik. Fizikushallgatókból, fizikusokból és gyorsítók mellett dolgozó mérnökökből álló olvasótáborot tart szeme előtt. A részecskegyorsítók elveit, az elektromágneses terek egyes tulajdonságait, a részecskéknél a terekben való viselkedését, az eddig megvalósult és egyes tervezett gyorsítók főtípusait is ismerteti. A feldolgozott anyag hallgatók számára tartott előadás, s így a hangsúly a megértésen és nem a teljességen van. Általában magukat a gyorsítókat, s nem a velük végezhető kísérleteket ismerteti. A tárgyalás aránylag csekély mag- és részecskefizikai ismereteket tételez fel, a klasszikus és relativisztikus mechanika, az elektrodinamika tudása nélkül azonban e könyv nem használható. Így a könyvecske semmi-

képpen nem népszerűsítő feldolgozás. Az elméleti részek tárgyalásmódjának érzékeltetésére bemutatjuk az ionpályákkal kapcsolatos részt. A szerző először felírja az elsőrendű pályae egyenleteket, megadja az alapmegoldásokat, ebből következtet mágneses és elektromos kvadrupóllencsék esetén a sugármenetre. Ezután következik ezen egyenletek, ill. a belőlük következő összefüggésekre a mátrix módszer alkalmazása. Így jut el a kvadrupól szóró-, ill. gyűjtőlencse fókusz távolságának kiszámításához, majd egy szóró- és egy gyűjtőlencséből, ill. ellenkezőleg felépített kvadrupól lencse-rendszer fókusz távolságának tárgyalásához stb. (T. Gy.)

**Alex Hubert: Theorie der Domänenwände in geordneten Medien
Springer Verlag, 1974**

A több fázisú termodinamikai rendszerekben az egyes fázisok közötti határfelületek különösen akkor játszanak fontos szerepet, ha a fázisok térfogatarányát kívülről meg akarják változtatni, mivel ekkor a határfelületek szükségszerűen eltolódnak. Ekkor új határfelületeket kell teremteni vagy a már meglévőt módosítani. Az ehhez és az ellenállások legyőzéséhez szükséges energiát a fajlagos felületi energia és a határfelületek belső szerkezete szabja meg.

Egy szilárd test belső fázishatárainak kísérleti vizsgálata nagyon nehéz, mivel a fázishatár sajátosságait csak nagyon indirekt módon, makroszkopikus méretekre átvive lehet tanulmányozni, kivéve az esetlegesen alkalmazható szondás módszereket.

Valamivel kedvezőbb a helyzet az elméleti vizsgálatokkal kapcsolatban. A fizikai fázishatárok ui. nagyon jó közelítésben sík, végtelen kiterjedésű falakként tárgyalhatók. Egyes esetekben az ilyen falak struktúrája egydimenziós problémának számít. Ennek a könyvnek éppen az a feladata, hogy lehetőleg szélesebb keretek között a szóba jöhető fázishatárokat nézve az ilyen fajta számítások eredményeit és módszereit megismertesse. A II. fejezetben a fő hangsúly a ferromágneses anyagokban előforduló blokkfalaknak nevezett határfelületeken van. Az egyszerű analitikus megoldások beható tárgyalása után — köbös és egytengelyű kristályok esetére — részletes vizsgálat alá kerül a belső és külső mágneses és rugalmas terek hatása. Külön fejezet foglalkozik a blokkfalak dinamikájával és a fellépő veszteségekkel. Hat fejezet a vékonymágneses rétegekben fellépő doménfalakat tárgyalja. Ezt követően rövid áttekintést kapunk a blokkfalak belsejében található blokkvonalakról.

A III. fejezet a szupravezetők domén falait tárgyalja a Ginzburg—Landau-elmélet és ennek továbbfejlődése alapján. Itt kerül sor a II. típusú szupravezetők legújabban felfedezett falstruktúrájának ismertetésére. A IV. fejezet az antiferromágneses anyagokban található doménfalak tárgyalásával indul. A továbbiakban a ferroelektritek falstruktúrája, a kristállográfiai határfelületek, egyes más többfázisú rendszerek falaira kerül sor. Az utóbb említett doménfelületek a ferromágneses anyagok meghatározott blokkfalaival matematikailag ekvivalensek, emiatt ezekre az esetekre egy jól illeszkedő utalás szerepel csupán. (T. Gy.)

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója
Műszaki szerkesztő: Agócs András
A kézirat nyomdába érkezett: 1975. I. 8 — Terjedelem: 9,1 (A/5) ív
75-100 — Szegedi Nyomda

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

A MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI TUDOMÁNYOK
OSZTÁLYÁNAK

KÖZLEMÉNYEI

Matematikai, fizikai, csillagászati dolgozatokat, referátumokat, könyvismertetéseket, a Tudományos Minősítő Bizottságnak a III. Osztályra vonatkozó híreit s a III. Osztály híreit közli. Évenként egy kötet (kb. 40 ív) jelenik meg (négy szám alkot egy kötetet).

A Közlemények előfizetési ára kötetenként, azaz évenként 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, 1363 Budapest V., Alkotmány u. 21. Pénzforgalmi jelzőszámunk 215-11 488, külföldi megrendelések a „Kultúra”

Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat,
1011 Budapest I., Fő utca 32.

Pénzforgalmi jelzőszám: 218-10 990 útján eszközölhetők.

TARTALOMJEGYZÉK

<i>Jeges Károly</i> : A MoO_3 kristályok színcentrumai és elektromos vezetése	195
<i>Jánossy András</i> : A vezetési elektron spin relaxáció méreteffektusa és a ferro-paramágneses rezonancia fém kettősrétegekben	213
<i>Cziráki Ágnes</i> : Nagyenergiájú (~ 100 keV) elektron terjedése a kristályokban	273

KÖNYVISMERTETÉS

<i>Kenneth D. Sevier</i> : Low Energy Electron Spectrometry (<i>Illés Ferenc</i>)	291
<i>P. L. Butzer, I. P. Kahane and B. Sz. Nagy</i> : Lineare Operatoren und Approximation (<i>T. P.</i>)	292
<i>L. Collatz—W. Wetterling</i> : Numerische Methoden bei Optimierungsaufgaben (<i>T. P.</i>)	292
<i>A. Hartkämpfer—H. Neumann</i> : Foundations of Quantum Mechanics and Ordered Linear Spaces (<i>T. Gy.</i>)	293
<i>R. K. Zeytounian</i> : Notes sur les Ecoulements Rotationnels du Fluides Parfaits (<i>T. Gy.</i>)	293
<i>L. J. de Jongh and A. R. Miedema</i> : Experiments on Single Magnetic Model Systems (<i>T. Gy.</i>)	294
<i>H. Daniel</i> : Beschleuniger (<i>T. Gy.</i>)	294
<i>Alex Hubert</i> : Theorie der Domänenwände in geordneten Medien (<i>T. Gy.</i>)	295

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

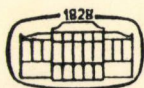
A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

GÁSPÁR REZSŐ, KOVÁCS ISTVÁN, NAGY ELEMÉR,
PÁL LÉNÁRD ÉS SZALAY SÁNDOR
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI
JÁNOSSY LAJOS

XXIII. KÖTET

4. FÜZET



AKADÉMIAI KIADÓ
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST 1975

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: 1363 BUDAPEST V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat a magyar fizikus kutatók lapja. A lap célja a magyar fizikai kutatás korszerű szinten való támogatása, elsősorban összefoglaló jellegű cikkek, tanulmányok stb. közlése által. Ilyen dolgozatok megjelentetésével a lap tájékoztatást kíván nyújtani a fizika különböző kutatási területeinek jelenlegi eredményeiről, problémáiról, további célkitűzéseiről. A lap „A klasszikus irodalomból” című rovatában rendszeresen közöl egy-egy téma köré csoportosított, immár klasszikussá vált cikkeket, amelyek a témakör befejezése, átlagosan 10—10 dolgozat megjelenése után a folyóiratfüzetekről leválasztva, az alsó lapszámozás szerint összekötve, önálló köteteket képeznek. A folyóiratban évenként egy kötet jelenik meg hat füzetben, füzetenként átlag 6 ív terjedelemben.

A kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus
1121 Budapest XII., Konkoly Thege út
Központi Fizikai Kutató Intézet

Ugyenerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőkhöz, de felelősséget a beküldött, el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként 48 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, 1363 Budapest V., Alkotmány utca 21. (pénzforgalmi jelzőszámunk 215-11 488), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, 1389 Budapest I., Fő utca 32. (pénzforgalmi jelzőszám: 218-10 990) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. A dolgozat elé rövid tartalmú ismertetőt írjanak.
2. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közöljék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség azt külön fogja kérni.
3. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettős sorközzel készítsék el.
4. Az ábrákat ceruzával, sima fehér papírra rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a Kiadó vállalja.
5. Az ábrák alá rövid magyarázószöveget írjanak.
6. A kéziratban az érvényben levő kiadói előírások szerint adjanak szedési útmutatásokat.
7. A szövegben az irodalmi utalásokat szögletes zárójelbe tegyék. Az irodalmi adatok megadásakor a folyóiratban kialakult formát használják.

A CSATORNACSATOLÁSOS MÓDSZER ALKALMAZÁSA KOLLEKTÍV MAGÁLLAPOTOKON TÖRTÉNŐ RÉSZECSKE SZÓRÁSÁRA*

KISS ÁDÁM és DEÁK FERENC

Eötvös Loránd Egyetem, Atomfizikai Tanszék, Budapest

A szórásfolyamatok elméleti és kísérleti vizsgálata az atommagokról szerzett információk egyik leggazdagabb forrása. A lezajlott jelenségek mechanizmusa szempontjából ezeket a folyamatokat a sok szabadsági fokkal rendelkező compound modell és néhány szabadsági fokot figyelembe vevő direkt kölcsönhatási modell segítségével szokták tárgyalni. Fizikailag természetesen nem mindig lehet élesen megkülönböztetni a két reakció típust. A vizsgált esetek egy részében mindkét reakció típus bizonyíthatóan egyszerre fordul elő, azonban a körülményektől függően az egyik vagy másik mechanizmus dominálhat.

A direkt szórásfolyamatok leírását az a tény teszi matematikailag kezelhetővé, hogy a be- és kimenő csatorna hullámfüggvényei között nagy az átfedés. Ez a szokásos szemléltetés szerint a reakcióban résztvevő nukleonok kismértékű átrendeződésével gyorsan lezajló folyamatot jelent, melyben a rendszernek csupán néhány szabadsági foka vesz részt. A szórási leírásban figyelembe veendő szabadsági fokok száma természetesen függ a kiválasztott modelltől. Így pl. a közismert kollektív vibrációs magállapotok egyszerűen tárgyalhatók alkalmasan bevezetett kollektív koordináták segítségével, míg ugyanennek leírására nagyon sok egyrészecske-koordinátát kellene felhasználni a héjmodell keretei között.

A rugalmatlan szórási folyamatok tárgyalásánál leggyakrabban a torzított hullámú Born-közelítést (DWBA) alkalmazzák. Az utóbbi években egyre több munka jelent meg, melyekben a kísérleti eredmények analizálására a direkt kölcsönhatási modell csatornacsatolásos módszerét használják. Ez utóbbi módszer a szórási résztvevő reakciópartnerek közötti kölcsönhatást bizonyos általános közelítések után pontosan kezeli, és olyan folyamatok leírásakor is sikeres volt, amikor a DWBA már nem bizonyult kielégítőnek.

A következőkben a kollektív magállapotokon történt inelasztikus szórási csatornacsatolásos módszerét ismertetjük. Célunk az, hogy áttekintést adjunk a módszerrel, annak fizikai háttéréről. Dolgozatunkban az általános áttekintés mellett olyan kérdésekkel foglalkozunk elsősorban, melyeket fontosnak vélünk, és a módszer ismertetésére készült egyéb tanulmányokban nem, vagy csak hiányosan szerepelnek [1, 2].

1. A CSATOLT CSATORNÁK MÓDSZERE

Tekintsünk valamely $A(a, b)B$ nukleáris folyamatot! Ekkor a rendszer H Hamilton operátora szeparálható a következő módon [2]:

$$H = H_a + H_A + V_{aA} + T_{aA} = H_b + H_B + V_{bB} + T_{bB}, \quad (1)$$

* Érkezett 1974. szept. 12.

ahol V_{aA} és V_{bB} az (a, A) és (b, B) párok kölcsönhatását írják le, míg T_{aA} és T_{bB} a kinetikus energia operátorát jelentik. A H_a , H_A , H_b és H_B a szeparált részecskék belső struktúráját leíró Hamilton-operátorok, melyek az

$$\begin{aligned} (E_a - H_a)\varphi_a &= 0 & (E_b - H_b)\varphi_b &= 0 \\ (E_A - H_A)\varphi_A &= 0 & (E_B - H_B)\varphi_B &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

egyenleteken keresztül a φ_a , φ_A , φ_b és φ_B belső hullámfüggvényeket definiálják.

A fenti $A(a, b)B$ típusú reakciók általános elméleti tárgyalásánál megmutatható, hogy a folyamatra vonatkozó átmeneti amplitúdót a következő kifejezés egzakt módon megadja [3, 4]:

$$t_{\text{kezdeti, vég}} = \langle \varphi_b \varphi_B e^{i\mathbf{k}_{bB} \cdot \mathbf{r}_{bB}} | V_{bB} | \Psi^+ \rangle. \quad (3)$$

Itt \mathbf{k}_{bB} és \mathbf{r}_{bB} a relatív mozgás hullámszám vektorát, ill. a tömegközéppontok szeparációját jelentik. A Ψ^+ teljes hullámfüggvény aszimptotikusan befutó síkhullámot tartalmaz a bemenőcsatornában és kifutó gömbhullámokat minden nyitott csatornában:

$$\Psi^+ \rightarrow (a, a) \text{ elasztikus} + (a, a') \text{ inelasztikus} + (a, b) \text{ átrendeződési}.$$

Korlátozzuk megfontolásainkat a továbbiakban az $A(a, a')A'$ inelasztikus szóráshoz. Meg fogjuk mutatni, hogy ebben az esetben a szórást leíró Schrödinger-egyenlet néhány egyszerű feltevés segítségével ekvivalens módon átalakítható egy végtelen számú egyenletből álló csatolt egyenletrendszerre.

Jelöljük az izolált reakciópartnerek sajátállapotait Φ_α -val ($\Phi_\alpha = \varphi_a \varphi_A$) és fejtjük ki Ψ^+ hullámfüggvényünket a Φ_α teljes rendszer szerint:

$$\Psi^+ = \sum_{\alpha'} \Psi_{\alpha'}^{(+)}(\mathbf{r}) \Phi_{\alpha'}(\xi_{\alpha'}). \quad (4)$$

(4)-ben ξ az A és a részecskék belső koordinátáit, \mathbf{r} pedig ismét a tömegközéppontok szeparációját jelenti.

Helyettesítsük most Ψ^+ kifejtett alakját a Schrödinger-egyenletbe, és szorozzuk meg azt balról skalárisan a Φ_α sajátállapottal!

$$\sum_{\alpha'} \Psi_{\alpha'}^{(+)}(\mathbf{r}) \langle \Phi_\alpha | H - E | \Phi_{\alpha'} \rangle = 0. \quad (5)$$

Vegyük figyelembe a H operátor (1) alakját!

$$H_a + H_A + T_{aA} + V_{aA} = H_a + H_A + T(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r}, \xi).$$

Ezt (5)-be beírva:

$$\sum_{\alpha' \neq \alpha} \langle \Phi_\alpha | V(\mathbf{r}, \xi) | \Phi_{\alpha'} \rangle \Psi_{\alpha'}^{(+)} = (E - E_a - E_A - T_\alpha - \langle \Phi_\alpha | V(\mathbf{r}, \xi) | \Phi_\alpha \rangle) \Psi_\alpha^{(+)} \quad (6a)$$

$$\text{vagy a } \langle \Phi_\alpha | V | \Phi_{\alpha'} \rangle = V_{\alpha\alpha'}(\mathbf{r}) \text{ jelöléssel}$$

$$(E - E_a - E_A - T_\alpha - V_{\alpha\alpha}) \Psi_\alpha^{(+)}(\mathbf{r}) = \sum_{\alpha' \neq \alpha} V_{\alpha\alpha'} \Psi_{\alpha'}^{(+)}(\mathbf{r}) \quad (6)$$

összefüggéshez jutunk. Itt az energiamegmaradás tétele az

$$E = E_a + E_A + \frac{\hbar^2}{2\mu} k_{\text{kezd.}}^2 = E_{a'} + E_{A'} + \frac{\hbar^2}{2\mu} k_{\text{vég}}^2$$

formát ölti, ahol μ a redukált tömeg.

(6) a

$$\Psi_{\alpha}^{(+)} = \langle \Phi_{\alpha} | \Psi^{+} \rangle$$

amplitúdókra vonatkozó végtelen csatolt egyenletrendszer. Egy tetszőlegesen kiválasztott csatornára vonatkozó amplitúdó a $V_{\alpha\alpha'}$ nemdiagonális mátrixelemeken keresztül függeni fog a többi csatornára vonatkozó amplitúdóktól. A (6) egyenletrendszer és a szórási amplitúdó (3) kifejezése a kiindulópontjai a szórás-probléma konkrét tárgyalásánál elkerülhetetlen közelítéseknek.

Megjegyezzük, hogy az inelasztikus szórás esetére azon nehézségek miatt szorítottunk, melyek a hullámfüggvény (4) kifejtésénél lépnek fel az általános $A(a, b)B$ esetben a kezdeti és végállapotfüggvények nem ortogonális volta miatt. A reakció és inelasztikus csatornák kölcsönhatása elhanyagolásának hatását összességében a tényleges kölcsönhatás modifikálásával (pl. alkalmas komplex potenciál bevezetésével) vehetjük figyelembe.

Érdemes kitérni arra, hogy a (4), (5), (6) egyenletek felírásakor hallgatólag felhasználtuk az $\mathbf{r}_{\alpha} = \mathbf{r}_{\alpha'} = \mathbf{r}$ összefüggést, mellyel elhanyagoltuk a target és a részecske között a kicserélődési effektusokat és a kölcsönhatásra zero range közelítést használtunk. (A kicserélődési tagokat általában kicsinek becsülik [2], mivel a belső állapotok nagymérvű átrendeződése szükségszerűen a hullámfüggvények kisebb átfedésére vezet. Inelasztikus szórás esetén a kicserélődési effektusok elhanyagolásával automatikusan jutunk a zero range közelítéshez.)

Inelasztikus szórási vizsgálatok esetén érdeklődésünk tárgya általában néhány alacsonyan fekvő nívó struktúrája. Ez másképp azt is jelenti, hogy az elméletileg végtelen sok $\Psi_{\alpha}^{(+)}$ amplitúdó közül csupán néhány meghatározása a feladatunk. A néhány csatolt csatorna (ún. Tamm—Danncoff-közelítés) alap gondolata az, hogy a végtelen sok csatorna közül fizikailag csupán néhány van erősen összecsatolva és ezért a végtelen sok egyenlet közül is csupán néhánynak van jelentős befolyása a minket érdeklő amplitúdókra.

Hangsúlyozzuk, hogy (6) levezetése (az említett közelítések mellett) teljesen formális volt, és így a konkrét szórási folyamat további vizsgálata nélkül semmilyen támpontunk sincsen arra vonatkozólag, hogy mely egyenleteket kellene megtartanunk és melyeket hagyhatnánk el az eredmények lényeges lerontása nélkül. Matematikus szemmel nézve a $V_{\alpha\alpha'}$ mátrix határozza meg a (6) egyenletrendszer szerkezetét és ténylegesen erre vonatkozó ismeretekre, feltevésekre van szükségünk ahhoz, hogy a tárgyalt elméleti módszert gyakorlatilag is felhasználhassuk.

A Tamm—Danncoff-közelítésben elhagyott végtelen sok, gyengén csatolt egyenlet hatását a V kölcsönhatás megváltoztatásával átlagosan vehetjük figyelembe. Megmutatható, hogy formálisan mindig választható a V kölcsönhatás helyett egy olyan U potenciál, mely a kiválasztott csatornák alterében ugyanazokhoz a T -mátrixelemekhez vezet, mint az eredeti kölcsönhatás. Ez az „általánosított optikai potenciál” általános esetben energiafüggő, nem-lokális, komplex potenciál.

A potenciál imaginárius része ad átlagosan számot a fluxusnak az eliminált csatornába szórt részéről. Ez mind a diagonális, mind a nemdiagonális elemekre vonatkozik. Az eljárást hatásosnak éppen akkor nevezhetjük, ha ezen U fizikailag egyszerűen értelmezhető potenciállal megközelíthető.

Az U potenciál bevezetésével (6) egyenletrendszerünk alakja:

$$(E - E_A - E_a - T_\alpha - U_{\alpha\alpha}) \Psi_\alpha^{(+)} = \sum_{\alpha' \neq \alpha}^{N_s} U_{\alpha\alpha'} \Psi_{\alpha'}^{(+)}, \quad (7)$$

ahol a jobboldalon csupán N_s véges csatornára összegezzük.*

Az inelasztikus szórásprobléma ilyen módon való megközelítése általában lényegesen terjedelmesebb numerikus számításokat igényel, mint a direkt reakciók másik, gyakrabban alkalmazott analízáló módszere, a Distorted Wave Born közelítés (DWBA). Másrészt viszont a csatolt-csatornás eljárás attól eltekintve, hogy a csatornák számát szükségszerűen limitálja, teljesen egzaktul kezeli a kölcsönhatást. Ennek egyik következménye, hogy a kapott szórási mátrix mindig unitér marad, bármilyen erős is az U kölcsönhatási potenciál. Ugyanez nem igaz a distortált hullámok módszerére, ahol a szórási amplitúdók arányosak a csatolás erősségével és a szórási mátrixelemek (különleges feltételek mellett) egységénél is nagyobbak lehetnek. A kölcsönhatás pontos kezelése automatikusan gondoskodik a többlépéses (multistep) folyamatok hatásának figyelembevételéről, melyek különösen erős csatolások, vagy elsőrendben tiltott jelenségek analízálása esetén lesznek jelentősek (l. később). A disztortált hullámok módszere magasabbrendű effektusokat csak a teljes elsőrendű formalizmus nehézkes átfogalmazása után tud figyelembe venni; magasabbrendű közelítések kívánalma esetén a numerikus számítások is egyszerűbbek a csatolt egyenletekkel.

* A (7) egyenlet legegyszerűbb alelete az, midőn csupán egyetlen csatornát, az elasztikus szórást vesszük figyelembe. Ekkor:

$$(E - T_e - U_{ee}^{op}) \chi_e^{op(+)} = 0 \quad E_A = E_a = 0, \quad (8)$$

ami a közönséges optikai modell alelete.

Hasonlóan egyszerű úton juthatunk a Distorted Wave Módszer (DWM) összefüggéseihez. Itt az alapgondolat az, hogy a szórásfolyamat lényeges jelensége az elasztikus szórás. Ez az elasztikus csatornában azt jelenti, hogy az U_{ee} mátrixelem lényegesen nagyobb az összes többi mátrixelemnél, míg az inelasztikus csatornában csupán az alapállapothoz való direkt csatolások (az U_{ve} mátrixelemek) adnak lényeges járulékokat az amplitúdókhoz. Ezekkel a közelítésekkel a (7) egyenletrendszer az alábbi, egymáshoz nem csatolt egyenletekre esik szét:

$$(E - T_e - U_{ee}) \chi_e^{(+)} = 0 \quad (\text{elasztikus csatorna})$$

$$(E - E_{A'} - E_{a'} - T_v - U_{vv}) \chi_v^{(+)} = U_{ve} \chi_e^{(+)} \quad (\text{inelasztikus csatornában } e \neq v) \quad (9)$$

A (9) egyenletek (3) felhasználásával egyszerű módon vezetnek a DWBA átmeneti amplitúdóhoz:

$$t_{ee}^{\text{DWBA}} = \langle e^{ik_e r} | U_{ee} | \chi_e^{(+)} \rangle; \quad t_{ev}^{\text{DWBA}} = \langle \chi_v^{(-)} | U_{ev} | \chi_e^{(+)} \rangle. \quad (10)$$

Itt $\chi^{(-)}(k) = \chi^{(+)}(-k)$ a Schrödinger-egyenlet időtükrözött megoldása.

Általában $U_{ee}^{op} \neq U_{ee} \neq U_{vv}$. A gyakorlati DWBA számításoknál mégis az optikai potenciálhoz tartozó függvényeket használjuk fel, mint disztortált hullámokat [2].

2. A CSATOLT EGYENLETEK

Az előző alfejezetben a direkt inelasztikus szórási reakciók tárgyalása csatorna-csatolásos módszerének alapvető gondolatait diszkutáltuk. A most következőkben az egyenletek tényleges numerikus analízisre alkalmas, részletes (spinről, paritásról, impulzusmomentumról, azok csatolódásáról és megmaradásáról stb. számot adó) megformulálásának szenteljük figyelmünket [1].

Legyen az A targetmag N_s különböző állapota direkt, vagy indirekt módon szorosan csatolva az alapállapottal a szórásban résztvevő partnerek kölcsönhatását leíró $U(\mathbf{r}, \xi)$ potenciállal. Legyen a $\Phi_{I_n}(\xi)$ függvény az n -edik figyelembe vett target-állapot normalizált sajátfüggvénye, E_n, I_n, π_n pedig ezen magállapot energiája, spinje és paritása. Jelöljük, a továbbiakban már mindenütt struktúra nélkülinek feltételezett, a tömegközépponti rendszerben E energiájú bombázó részecske spinjét s -sel, spinhullámfüggvényét $\chi(\sigma)_{s, m_s}$ -sel.

Bontsuk fel a Ψ^+ teljes hullámfüggvényt a rendszer (J, M) impulzusmomentuma sajátfüggvényei, a $\Psi_J^M(\mathbf{r}, \xi)$ parciális hullámok összegére!

$$\Psi^+(\mathbf{r}, \xi) = \sum_{JM} \Psi_J^M(\mathbf{r}, \xi). \quad (11)$$

A $\Psi_J^M(\mathbf{r}, \xi)$ függvények felépítése céljából csatoljuk a target n -edik állapotának megfelelő csatornában az s spinű bombázó részecske \mathbf{I}_n pályaimpulzus-momentumú parciális hulláma teljes $\mathbf{j}_n (= \mathbf{I}_n + \mathbf{s})$ impulzusmomentumát a target \mathbf{I}_n spinjéhez vektoriálisan!

$$\mathbf{J} = \mathbf{j}_n + \mathbf{I}_n$$

$$\mathcal{Y}_{l_n j_n} \otimes \Phi_{I_n}^M = \sum_{m_j M_n} (j_n I_n m_j M_n | JM) \mathcal{Y}_{l_n j_n m_j} \Phi_{I_n M_n}, \quad (12)$$

ahol

$$\mathcal{Y}_{l_n j_n m_j} = \sum_{m_l m_s} (l_n s m_l m_s | j_n m_j) i^{l_n} Y_{l_n m_l} \chi(\sigma)_{s, m_s}.$$

Itt m_j, m_s, m_l, M_n rendre a $\mathbf{j}_n, \mathbf{s}, \mathbf{I}_n, \mathbf{I}_n$ impulzusmomentumok z komponensei. Y_{lm} a szférikus gömbfüggvényeket jelenti, míg a Clebsch Gordan együtthatók jelölése a szokásos.

A rendszer teljes paritása:

$$\pi = \pi_n (-)^{l_n}.$$

A targetmag gerjesztését megengedő kölcsönhatás esetén csupán a rendszer J teljes impulzusmomentuma és π paritása jó kvantumszámok, míg l_n, j_n, I_n, π_n egyike sem az. Általában egy meghatározott n csatornában több olyan parciális hullám létezik, melyek az I_n magspinnel J, π meghatározott értékévé csatolódhatnak össze. Jelöljük $N_c^{(n)}$ -nel azon (I_n, j_n) párok maximális számát, melyek J, π adott értékéhez csatolódnak. Egyszerű impulzusmomentum megfontolások alapján $N_c^{(n)}$ -re a következő táblázat adódik:

$$\begin{aligned} N_c^{(n)} &= I_n + 1 & \text{ha } s = 0 & \text{ és } I_n \text{ egész} \\ &= I_n + \frac{1}{2} & \text{ha } s = 0 & \text{ és } I_n \text{ feles} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_c^{(n)} &= 2I_n + 1 \quad \text{ha} \quad s = \frac{1}{2} \\
 N_c^{(n)} &= 3I_n + 2 \quad \text{ha} \quad s = 1 \quad \text{és} \quad I_n \text{ egész} \\
 &= 3I_n + \frac{3}{2} \quad \text{ha} \quad s = 1 \quad \text{és} \quad I_n \text{ feles.}
 \end{aligned}$$

Ha most összesen N_s targetállapotot csatolunk össze, akkor adott J, π teljes spin-paritásértéke legfeljebb

$$N_c = \sum_{n=1}^{N_s} N_c^{(n)}$$

parciális hullám csatorna csatolódik, ami minden konkrét esetben azonnal kiértékelhető.

A J teljes impulzusmomentum minden π paritása egy minimális, a π paritással összeférő értéktől kezdve minden értéket felvesz az $I_1 + j_{\max}$ értékig. J_{\min} értéke 0, ha $I_n + s$ értéke egész, $1/2$ ha $I_n + s$ értéke feles. A j_{\max} értéke megegyezik a bemenő-csatorna azon parciális hullámának impulzusmomentum értékével, melynél nagyobb impulzusmomentumú parciális hullámoknak az elasztikus csatornában vett járulékát már elhanyagoljuk.

Térjünk vissza a Ψ^+ hullámfüggvény (11) felírásában szereplő $\Psi_J^M(\mathbf{r}, \xi)$ függvényekhez. Ezek a függvények minden egyes (I_1, l_1, j_1) bemenőcsatornára az elasztikus és inelasztikus szórásállapotok szuperpozíciójaként adódnak.

$$\Psi_J^M(\mathbf{r}, \xi) = \frac{1}{r} R_{I_1 l_1 j_1}^J (\mathcal{Y}_{l_1 j_1} \otimes \Phi_{I_1})_J^M + \frac{1}{r} \sum_{n=1} R_{I_n l_n j_n}^J (\mathcal{Y}_{l_n j_n} \otimes \Phi_{I_n})_J^M. \quad (13)$$

Itt $R_{I_1 l_1 j_1}^J$ radiális hullámfüggvény mind befutó, mind kifutó részt tartalmaz, míg a többi $R_{I_n l_n j_n}^J$ függvény csak kifutó hullámokat.

Helyettesítsük be a (13) kifejezéssel részletesen is értelmezett (11) összeget a rendszer

$$H\Psi^+ = E\Psi^+$$

Schrödinger egyenletébe! Végezzük el a szögváltozók leválasztásánál szokásos balról való szorzást és az integrálást a szög- és belső koordináták szerint. Ekkor az $R_{I_n l_n j_n}^J$ radiális függvényekre vonatkozó N_c darab csatolt egyenletből álló rendszerhez jutunk, melynek alakja:

$$\begin{aligned}
 &\left[\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l_n(l_n+1)}{r^2} \right) - (E - E_n) \right] R_{I_n l_n j_n}^J(r) = \\
 &= \sum_{n' j_n' l_n'} \langle (\mathcal{Y}_{l_n j_n} \otimes \Phi_{I_n})_J^M | U(\mathbf{r}, \xi) | (\mathcal{Y}_{l_n' j_n'} \otimes \Phi_{I_n'})_J^M \rangle R_{I_n' l_n' j_n'}^J(r). \quad (14)
 \end{aligned}$$

Eddigi megfontolásaink teljesen általánosak és formálisak voltak, ahol (eltekintve a hangsúlyozott korlátozásoktól) még semmilyen konkrét feltételezést sem tettünk a bombázó részecskékre, a targetmagra és kölcsönhatásuk jellegére. Nyilvánvaló, hogy minden további lépés már megköveteli a jobb oldalon álló mátrixelemek valamely modell alapján való kiértékelését. A következőkben valóban látni fogjuk, hogy a számítások legkritikusabb része tényleg ezen mátrixelemek kiértékelése.

3. NUKLEÁRIS RÉSZECSKÉK ÉS A TARGETMAG KÖLCSÖNHATÁSA MAGOK KOLLEKTÍV ÁLLAPOTAIN VALÓ SZÓRÁSKOR

3.1. A fenomenológikus leírás alapkonceptiója

A magok kollektív modelljében a mag alacsonyan fekvő állapotaihoz a magfelület vibrációját, illetve a sztatikusan deformált magalak rotációját rendeljük. Ebben a képben az inelasztikus szórás útján való gerjesztéseket is a magfelület vibrációs vagy rotációs állapota megváltozásának tekintjük. A szórási folyamat fenomenológikus leírásának alapgondolata az a feltételezés, hogy a kölcsönhatási potenciál követi a magfelület sztatikus, ill. dinamikus változásait, és az úgynevezett kollektív koordináták függvénye.

Tételezzük fel tehát, hogy a szóródó részecske targetmaggal való kölcsönhatását az $U(r, \vartheta, \varphi)$ optikai modell potenciál írja le, melyről általánosságban feltételezzük, hogy komplex és nemsférikus. Tárgyalásmódunk alapfeltevését ezután úgy is megfogalmazhatjuk, hogy ezen effektív komplex potenciál térbeli alakja követi a tényleges magalakot. (ϑ', φ') polárszögekkel $R_{\text{mag}}(\vartheta', \varphi') = R_{\text{pot}}(\vartheta', \varphi')$.

Legyen $U^*(r-R)$ potenciál sférikus és értéke függjön a mag felületétől mért távolságtól! (Pl. a legáltalánosabban használt Woods—Saxon-potenciál ilyen.) Engedjük meg, hogy a magfelület ne legyen sférikus. A magfelületet ekkor az

$$R(\vartheta', \varphi') = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\vartheta', \varphi') \right) \quad (15)$$

alakban írhatjuk, ahol az $Y_{\lambda\mu}(\vartheta', \varphi')$ -k ismét a sférikus gömbfüggvényeket jelentik. Ha most $R(\vartheta', \varphi')$ (15) kifejezését az U^* sférikus potenciálban szereplő R helyébe írjuk, az $U(r-R(\vartheta', \varphi'))$ deformált potenciálhoz jutunk, melyet az előbbieken kifejtett koncepciónak megfelelően a targetmag és a bombázó részecske kölcsönhatásának tekintünk.

Az így bevezetett $U(r-R(\vartheta', \varphi'))$ potenciált felbonthatjuk egy belső koordinátákat nem tartalmazó sférikus (diagonális) és egy nem-sférikus (csatolási) tag összegére:

$$U(r-R(\vartheta', \varphi')) = U_{\text{diag}} + U_{\text{couple}}. \quad (16)$$

Az U_{diag} csak elasztikus szóráshoz vezet, sőt első közelítésben az elasztikus szóráshoz csak ez a rész ad járulékot. A potenciál nem-sférikus része a mag kollektív állapotai inelasztikus szórásfolyamatban való gerjesztésének lehetőségét tartalmazza, és azt is látni fogjuk, hogy a (15)-ben bevezetett $\alpha_{\lambda\mu}$ mennyiségek egyértelmű kapcsolatban állnak az egyes csatornák közötti csatolás erősségével.

Az effektív kölcsönhatás parametrizálásának fenti koncepciója magában hordozza annak lehetőségét, hogy ugyanazon a magon végrehajtott különböző típusú vizsgálatok analízisekor egymásnak (15) értelmében megfelelő mennyiségek értékei esetleg nem adódnak azonosnak. Ennek nyilvánvaló oka az, hogy a parametrizálás függ a kölcsönhatási modell konkrét megválasztásától, ill. a vizsgált kölcsönhatás jellegétől is. Így például nem várhatjuk a priori, hogy a magalak azonosnak adódik a töltéseloszlás deformációjára érzékeny Coulomb-gerjesztés, vagy valamely nagy-energiájú nukleáris részecske szóródásának analízisekor. Hasonlóan, különböző nukleáris részecskék (pl.: p, n, d, α stb.) szórásfolyamatainak összehasonlításakor nem felejtkezhetünk meg annak lehetőségéről, hogy a különböző részecskék a mag-

erőter különböző komponenseire érzékenyek és ezáltal pl. a magfelület szerkezetét különbözőnek látják. Még az sem természetes, hogy ugyanazon nukleáris részecskével különböző energiákon végrehajtott kísérletekben az effektív kölcsönhatási potenciál alakja azonosnak adódik, hiszen elképzelhető, hogy a magba mélyebben behatoló, nagyobb energiájú bombázó részecskére a magerőter más részletei jelentős hatást fejtenek ki. Ezeknek a kérdéseknek eldöntésére éppen a kísérleti eredmények szisztematikus analizisével van csupán lehetőség.

Az effektív kölcsönhatási potenciál (16) szerinti diagonális és nem-szférikus részre való felbontása segítségével néhány formális lépés után érdekes következtetéseket vonhatunk le ezen kölcsönhatási modell keretén belül a szórási amplitúdó kiszámítására alkalmazott közelítések pontosságára és ezek kapcsolatára vonatkozólag. Tekintsük ugyanis a szórási amplitúdó még egzakt (3) kifejezésének az azóta bevezetett általános jellegű közelítések és elhanyagolások figyelembevételével adódó alakját!

$$t_{kv} = \langle e^{ik_v r} \Phi_v | U_{\text{diag}} + U_{\text{couple}} | \Psi^+ \rangle. \quad (17)$$

A Gell—Mann—Goldberger-relációt [3, 4] a két potenciál problémára alkalmazva a következő kifejezést kapjuk:

$$t_{kv} = \langle e^{ik_v r} \Phi_v | U_{\text{diag}} | \Phi_k \chi_k^{(+)} \rangle + \langle \chi_v^{(-)} \Phi_v | U_{\text{couple}} | \Psi^+ \rangle. \quad (18)$$

(17) és (18) kifejezésekben k és v indexek (mint eddig is) a kezdeti és végállapotra vonatkoznak, a χ függvények sajátfüggvényei a $H_1 = H_A(\xi) + T(\mathbf{r}) + U_{\text{diag}}$ operátornak.

Fejtsük most ki a Ψ^+ teljes hullámfüggvényt a H_1 -hez tartozó

$$G_1 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{E - H_1 + i\varepsilon} \quad (19)$$

Green-operátor segítségével [5]!

$$\Psi^+ = \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} (G_1 U_{\text{couple}})^n \right] \Phi_k \chi_k^{(+)}. \quad (20)$$

Ezt az alakot (18)-ba helyettesítve és a kölcsönhatásban a másodrendű tagokig elmenve kapjuk:

$$t_{kv} = \langle e^{ik_v r} \Phi_v | U_{\text{diag}} | \Phi_k \chi_k^{(+)} \rangle + \langle \chi_v^{(-)} \Phi_v | U_{\text{couple}} | \Phi_k \chi_k^{(+)} \rangle + \\ + \langle \chi_v^{(-)} \Phi_v | U_{\text{couple}} G_1 U_{\text{couple}} | \Phi_k \chi_k^{(+)} \rangle + \dots \quad (21)$$

Kölcsönhatási potenciálunk (16) típusú tényleges felbontásához juthatunk, ha az $U(r - R(\vartheta', \varphi'))$ függvényt Taylor-sorba fejtjük az $R = R_0$ átlagos sugár körül. Ekkor az

$$U(r - R(\vartheta', \varphi')) = U(r - R_0) - \delta R \frac{d}{dr} U(r - R_0) + \\ + \frac{1}{2} (\delta R)^2 \frac{d^2}{dr^2} U(r - R_0) + \dots \quad (22)$$

összefüggéshez jutunk. (22)-ben $U(r - R_0)$ jelenti a potenciál szférikus részét, míg a sor többi tagja együtt adja U_{couple} -t.

Vegyük figyelembe, hogy (15) szerint:

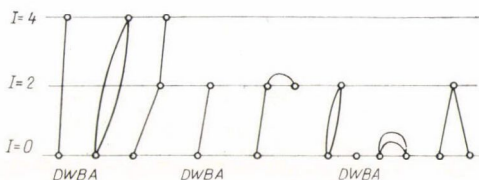
$$\delta R = R_0 \sum_{\lambda, \mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\vartheta', \varphi'). \quad (23)$$

(22) és (23) összefüggéseknek (21)-be való értelem szerinti behelyettesítésével az átmeneti amplitúdónak a csatolási potenciál és a magfelület deformációjó szerinti végtelen sorát kapjuk. Azt, hogy valamely vizsgált esetben a fenti amplitúák kifejtésének mely tagjait érdemes megtartanunk a lejátszódó fizikai folyamató jellegétől függ.

Nagy deformációk esetén az U_{couple} csatolási potenciálban elsőrendű, de a deformációban magasabbrendű direkt járulékokkal azonos nagyságrendbe eshetnek és versenyezhetnek a potenciálban magasabb, de a deformációban alacsonyabb rendű ún. többszörös tagok. Ezek a potenciálban magasabbrendű amplitúdók a gerjesztést többlépéses (multistep) folyamatokon keresztül írják le. A viszonyokat *J. Blair* nyomán [6] diagramok segítségével szokták ábrázolni. Erre mutat be példát az 1. ábra.

A (21) kifejezésnek a (10) DWBA átmeneti amplitúdóval [2] való összehasonlításából azonnal nyilvánvaló, hogy ez a közelítés csupán a potenciálban elsőrendű tagokat tartja meg: a gyakorlati DWBA számításoknál a deformációban magasabb rendű, de a potenciálban elsőrendű tagokat is mindig elhanyagolják. Gyenge kölcsönhatások esetén a módszer sikeres, de erősen kollektív tulajdonságokat mutató magoknál a DWBA várhatóan durva közelítés. A módszer kiterjesztése magasabbrendű tagokra lehetséges, de bonyolult, fáradságos feladat.

Mint azt később látni fogjuk, a csatolt csatornák módszere deformált magok rotációs állapotai esetén a figyelembe vett multipolaritású deformációra a sorfejtés minden tagját megtartja és a többlépéses folyamatokat is mind számításba veszi, a vibrációs állapotokra pedig a sorfejtés megtartott tagjaig mindent figyelembe vesz. Nyilvánvaló, hogy ilyen analízisre csak akkor van szükség, ha a kölcsönhatás erős, a targetmag erősen kollektív tulajdonságokat mutat.



1. ábra. Rotációs mag alapállapotú sávja gerjesztését ábrázoló Blair-diagram. Az ábra a gerjesztéseket a másodrendű direkt (α -ban négyzetes tagoknak felel meg a kétszeres vonal) és legfeljebb kétlépéses folyamatokig mutatja [6].

3.2. A deformált kölcsönhatási potenciál

Ebben a fejezetben a mérési eredmények analízisekor ténylegesen figyelembe vett kölcsönhatási potenciál tulajdonságaival foglalkozunk. Módszerünk követi az előzőekben kifejtett gondolatmenetet, a választott szférikus optikai potenciál deformációját fogjuk megengedni [1].

Az effektív kölcsönhatási potenciál teljes alakját *F. G. Perey* [7, 8] nyomán a hasonló jellegű vizsgálatokban leggyakrabban használt Woods—Saxon-radiális

függésű komplex kifejezésnek választjuk:

$$U(r) = -(V+iW) \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)} -$$

$$-4iW_D \frac{\exp\left(\frac{r-\bar{R}}{\bar{a}}\right)}{\left(1 + \exp\left(\frac{r-\bar{R}}{\bar{a}}\right)\right)^2} - V_{S_0}(\sigma) \lambda_\pi^2 \frac{1}{ar} \frac{\exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}{\left[1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)\right]^2} + V_{\text{Coul}}. \quad (24)$$

(24)-ben V , W , W_D és V_{S_0} a térfogati potenciál reális és imaginárius, a felületi abszorpciós tag, ill. a spin-pálya potenciál mélységét, V_{Coul} a később tárgyalandó kölcsönhatást, λ_π a π mezon Compton-hullámhossza, a és \bar{a} pedig a térfogati és Coulomb felületi képzetes tag diffúzióját jelentik. A potenciál deformációját úgy vesszük figyelembe, hogy R és \bar{R} -t (15) alakúnak tekintjük. ($R=r_0 A^{1/3}$ és $\bar{R}=\bar{r}_0 A^{1/3}$.)

A (24) kölcsönhatással $R(\vartheta, \varphi)$ behelyettesítése után annak változatlan formában való tartása mellett tényleges számolást végrehajtani gyakorlatilag nem lehet. Nyilvánvaló, hogy a magfelület különböző típusú mozgásai a további matematikai átalakítások más-más csoportját jelentik és ezért célszerű ezeket külön-külön tárgyalni.

3.2.1. Szórás mereven deformált axiálszimmetrikus mag rotációs állapotain

Statikusan deformált axiálszimmetrikus mag esetében* a magfelület (15) kifejezése lényegesen egyszerűsödik:

$$R(\vartheta') = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda \text{ (páros)}} \beta_\lambda Y_{\lambda 0}(\vartheta')\right). \quad (25)$$

ϑ' a maghoz rögzített koordináta-rendszerben jelenti a polárszöget. Itt β_λ -k a deformációs paramétereket jelentik, melyek valósak. β_2 a mag kvadrupól, β_4 a hexadepol deformációjáról ad számot.

A (24) optikai potenciál nukleáris részét a maghoz rögzített koordináta-rendszerben fejtjük ki a Legendre-polinomok szerint:

$$U(r, \vartheta') = U(r, \pi - \vartheta') = \sum_{\lambda=0}^{\infty} v'_\lambda(r) P_\lambda(\cos \vartheta') =$$

$$= \sum_{\lambda=0}^{\infty} v'_\lambda(r) \sqrt{\frac{4\pi}{2\lambda+1}} Y_{\lambda 0}(\vartheta') = \sum v_\lambda(r) Y_{\lambda 0}(\vartheta'), \quad (26)$$

mivel

$$P_\lambda(\cos \vartheta') = \sqrt{\frac{4\pi}{2\lambda+1}} Y_{\lambda 0}(\vartheta')$$

* Ebben az esetben az állapotok teljes impulzusmomentuma szimmetria tengelyre vett vetülete (K) jó kvantumszám; az állapotok osztályozhatók e szerint.

a $v_\lambda(r)$ kifejezési együtthatókat a

$$v_\lambda(r) = 2\pi \int_{-1}^1 U(r, \vartheta') Y_{\lambda 0}(\vartheta') d(\cos \vartheta') \quad (27)$$

összefüggés adja meg.*

A térben rögzített vonatkoztatási rendszerre való visszatérés egyszerű, a

$$Y_{\lambda 0}(\vartheta') = \sum_{\mu} D_{\mu 0}^{\lambda}(\theta_i) Y_{\lambda \mu}(\vartheta, \varphi) \quad (28)$$

helyettesítést kell (26)-ban elvégezni. $D_{\mu 0}^{\lambda}$ a megfelelő rotációs mátrixot jelenti és θ_i -vel a maghoz rögzített koordináta-rendszer és a térben rögzített rendszer közötti Euler-szögeket jelöltük.

* Érdemes rámutatni, hogy az előbb követett Legendre-polinomok szerinti kifejtésnek milyen előnyei vannak az egyébként általánosan használt Taylor-sorfejtéssel szemben!

A potenciál (2) Taylor-sorfejtett alakja esetünkben

$$U(r - R(\vartheta')) = U(r - R_0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} (-\delta R)^n \frac{\partial^n U}{\partial r^n}.$$

Itt most

$$\delta R = R_0 \sum_{\lambda} \beta_{\lambda} Y_{\lambda 0}(\vartheta'),$$

ezért

$$\frac{\delta R}{R_0} = \sum_{\lambda} \beta_{\lambda} Y_{\lambda 0}(\vartheta').$$

A szférikus gömbfüggvények addíciós tulajdonságai (l. pl. (51) összefüggést) miatt $U(r - R(\vartheta'))$ előbbi kifejezése egyszerűsíthető. Ugyanis:

$$\left(\frac{\delta R}{R_0}\right)^n = \left(\sum_{\lambda} \beta_{\lambda} Y_{\lambda 0}(\vartheta')\right)^n = \sum_{\lambda=0}^{\infty} \delta_{\lambda n} Y_{\lambda 0}(\vartheta'),$$

ahol $\delta_{\lambda n}$ az általánosított deformációs paraméter, melyet a következő rekurziós formulák definiálnak:

$$\delta_{\lambda 1} = \beta_{\lambda}$$

$$\delta_{\lambda n} = \sum_{\lambda', \lambda''} \left[\frac{(2\lambda' + 1)(2l + 1)}{4\pi(2\lambda + 1)} \right]^{1/2} (l\lambda' 0 0 | \lambda 0)^2 \delta_{l, n-1} \beta_{\lambda'}.$$

Jelöljük a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-R_0)^n}{n!} \delta_{\lambda n} \frac{\partial^n U(r)}{\partial r^n}$ mennyiséget $M_{\lambda}(r)$ -val. Ekkor az

$$U(r - R(\vartheta')) = U(r - R_0) + \sum_{\lambda} M_{\lambda}(r) Y_{\lambda 0}(\vartheta')$$

kifejtésnek (26)-tal való összevetése mutatja, hogy a potenciál Legendre-polinomok szerinti kifejtésében fellépő $v_{\lambda}(r)$ -ben a deformációt minden rendben egzaktul figyelembe vettük. Másrészt az impulzusmomentum kiválasztási szabályok miatt egy meghatározott csatolási sémában (26)-ban csak véges sok multipol tagot kell figyelembe venni. Látszik, hogy a Legendre polinomok szerinti kifejtésének nagy deformációk esetén komoly gyakorlati előnyei vannak a Taylor-sorfejtéssel szemben.

Ha most már a kölcsönhatási potenciál nukleáris részének konkrét alakját figyelembe vesszük $v_\lambda(r)$ együtthatók alakja (27) szerint:

$$v_\lambda(r) = 2\pi \int_{-1}^1 \left\{ \frac{-(V+iW)}{1 + \exp[(r - R_0(1 + \sum_{\lambda'} \beta_{\lambda'} Y_{\lambda'0}(\vartheta')))/a]} + \right. \\ \left. - 4iW_D \exp[(r - \bar{R}_0(1 + \sum_{\lambda'} \beta_{\lambda'} Y_{\lambda'0}(\vartheta')))/\bar{a}]}{[1 + \exp[(r - \bar{R}_0(1 + \sum_{\lambda'} \beta_{\lambda'} Y_{\lambda'0}(\vartheta')))/\bar{a}]]^2} \right\} Y_{\lambda 0}(\vartheta') d(\cos \vartheta'). \quad (29)$$

A potenciál nukleáris részének teljes kifejtése (26) és (28) segítségével:

$$U(r, \vartheta, \varphi) = \sum_{\lambda\mu} v_\lambda(r) D_{\mu 0}^\lambda Y_{\lambda\mu}(\vartheta, \varphi). \quad (30)$$

Ezt azonnal felbonthatjuk diagonális és csatolási részre:

$$U_{\text{diag}} = v_0(r) Y_{00}(\vartheta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} v_0(r), \quad (31a)$$

$$U_{\text{couple}} = \sum_{\lambda \neq 0} v_\lambda(r) D_{\mu 0}^\lambda Y_{\lambda\mu}(\vartheta, \varphi). \quad (31b)$$

Foglalkozzunk most a potenciál Coulomb-kölcsönhatási részével [1]! Legyen z és z' a targetmag, ill. a bombázó részecske rendszáma, $\varrho(r)$ a mag töltésseloszlása, és jelöljük e -vel az elemi töltést. Ekkor:

$$V_{\text{Coul}}(r) = zz' e^2 \int \frac{\varrho(r'')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}''|} d\mathbf{r}''. \quad (32)$$

A (32) potenciál átalakításánál az előbbieken már alkalmazott gondolatmenetnek megfelelően járunk el. A maghoz rögzített koordinátarendszerben végezzük megfontolásainkat, miközben feltételezzük, hogy a töltésseloszlás deformációja is megegyezik a magpotenciál deformációjával.

$$V_{\text{Coul}}(\mathbf{r}) = zz' e^2 \sum_{\lambda=\text{páros}} \frac{4\pi}{2\lambda+1} Y_{\lambda 0}(\vartheta') \int \frac{r_{\leq}^\lambda}{r_{\geq}^{\lambda+1}} Y_{\lambda 0}(\vartheta'') r''^2 \varrho(r'') d\Omega'' dr''. \quad (33)$$

(33)-ban r_{\leq} és r_{\geq} r és r'' közül a kisebbet, illetve a nagyobbat jelenti. Ez a kifejtés nyilván (26)-tal azonos alakú. Most a kifejtési együtthatók:

$$c_\lambda(r) = \frac{4\pi zz' e^2}{2\lambda+1} \int \varrho(r'') \frac{r_{\leq}^\lambda}{r_{\geq}^{\lambda+1}} Y_{\lambda 0}(\vartheta'') r''^2 d\Omega'' dr''. \quad (34)$$

Evvel:

$$V_{\text{Coul}}(\mathbf{r}) = \sum_{\lambda=0} c_\lambda(r) Y_{\lambda 0}(\vartheta'). \quad (35)$$

A (34) integrálok kiértékeléséhez a ϱ töltéssűrűség konkrét alakját meg kell adni. A tapasztalat szerint [1] az ilyen típusú számításoknál elegendően jó közelítésekhez vezet annak feltételezése, hogy a töltésseloszlás egyenletes a magon belül és

eltűnik azon kívül. Így:

$$\varrho(\mathbf{r}) = \frac{3}{4\pi R_c^3} \theta(R_c(\vartheta', \varphi') - r); \quad (R_c = r_c A^{1/3}), \quad (36)$$

ahol $R_c(\vartheta', \varphi')$ a deformált magpotenciál kiterjedését jelenti, és

$$\theta(R_c(\vartheta', \varphi') - r) = \begin{cases} 1 & \text{ha } R_c > r \\ 0 & \text{ha } R_c < r. \end{cases} \quad (37)$$

A (34) kifejtési együtthatók kiértékelése a töltéseloszlás (36) alakjával és a deformáció (25) kifejezésével elemi úton elvégezhető.

A térben rögzített rendszerre való áttérést ismét a (28) összefüggés felhasználásával végezhetjük el. Így a teljes kölcsönhatási potenciál kifejezése:

$$U(r, \vartheta, \varphi) = \sum_{\lambda\mu} (v_\lambda(r) + c_\lambda(r)) D_{\mu 0}^\lambda Y_{\lambda\mu}(\vartheta, \varphi). \quad (38)$$

A (14) csatolt egyenletek explicit alakjának megkonstruálásához szükségünk van még az egyenletek jobb oldalán szereplő

$$\langle (\mathcal{Y}_{l_n j_n} \otimes \Phi_{I_n})_J^M | U(\mathbf{r}, \xi) | (\mathcal{Y}_{l_{n'} j_{n'}} \otimes \Phi_{I_{n'}})_J^M \rangle$$

csatolási mátrixelemekre. Ezek megadása különlegesen egyszerű, mivel az alapállapotú rotációs sáv nívóinak hullámfüggvényei maguk is D függvények [9]:

$$\Phi_{IM} = \left[\frac{2I+1}{8\pi^2} \right]^{1/2} D_{M0}^I \Phi(\xi_{gr}).$$

Itt $\Phi(\xi_{gr})$ a mag belső hullámfüggvényét jelöli, melyet a különböző rotációs állapotokban azonosnak tekintünk.

$$\begin{aligned} \langle (\mathcal{Y}_{l_n j_n} \otimes \Phi_{I_n})_J^M | U(\mathbf{r}, \xi) | (\mathcal{Y}_{l_{n'} j_{n'}} \otimes \Phi_{I_{n'}})_J^M \rangle &= \langle l_n j_n I_n | U_{\text{diag}} + U_{\text{couple}} | l_{n'} j_{n'} I_{n'} \rangle_{JM} = \\ &= U_{\text{diag}}(r) \delta_{l_n l_{n'}} \delta_{j_n j_{n'}} \delta_{I_n I_{n'}} + \\ &+ \sum_{\lambda} (v_\lambda(r) + c_\lambda(r)) B_\lambda(l_n I_n, l_{n'} j_{n'} I_{n'}; \lambda J_s). \end{aligned} \quad (39)$$

(39)-ben az $A(l_j I, l' j' I'; \lambda J_s)$ tényezők tisztán geometriaiak, kifejtésük [1] szerint:

$$\begin{aligned} A(l_j I, l' j' I', \lambda J_s) &= \frac{1}{\sqrt{4\pi}} (-)^{J-s-I'+l'+\frac{1}{2}(l'-l)} \hat{j} \hat{j}' * \\ &* (l' 0 0 | \lambda 0) W(j I j' I'; J \lambda) W(l j l' j'; \lambda \lambda). \end{aligned} \quad (40)$$

Itt a W szimbólumok a Racah-koefficienseket jelentik, \hat{j} pedig $\hat{j} = \sqrt{2j+1}$,

$$B_\lambda(I, I') = \hat{I}' (I' \lambda K 0 | I K). \quad (41)$$

A K kvantumszám itt újra a magállapot impulzusmomentumának szimmetria-tengelyre való vetületét jellemzi.*

* Itt a $K=0$; a (41)-beli részletezésre a későbbiek miatt került sor.

3.2.2. Szórás szférikus magok vibrációs állapotain

Magok vibrációs állapotain való szórás tárgyalásakor a kölcsönhatási potenciál deformációját dinamikusnak tekinthetjük; a (15)-ben szereplő α mennyiségek most megfelelő operátorok lesznek.

A (24) potenciált a $\sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}$ mennyiségek szerint hatványsorba fejtjük. Hasonlóan kezeljük az ismét (32) alakúnak tekintett Coulomb-potenciált is; a töltéssűrűségeloszlást újra a (36) és (37) kifejezések adják meg. A számítások $\sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}$ -ben másodrendig végrehajtva egyszerű matematikai lépések után a kölcsönhatás alábbi alakjához jutunk [1].

$$\begin{aligned}
 U(r, \vartheta, \varphi) &= U_{\text{diag}} + U_{\text{couple}} = \\
 &= \left[-\frac{V+iW}{1+\exp[(r-R_0)a^{-1}]} - 4iW_D \frac{\exp[(r-\bar{R}_0)\bar{a}^{-1}]}{(1+\exp[(r-\bar{R}_0)\bar{a}^{-1}])^2} - \right. \\
 &\quad - V_{S0} \left(\frac{\lambda_\pi}{ar} \right)^2 (\sigma \mathbf{l}) \frac{\exp[(r-R_0)a^{-1}]}{(1+\exp[(r-R_0)a^{-1}])^2} + \frac{zz'e^2}{2R_c} \left(3 - \frac{r^2}{R_c^2} \right) \theta(R_c-r) + \\
 &\quad + \frac{zz'e^2}{r} \theta(r-R_c) \left. \right] + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu} \left\{ -\frac{R_0}{a} \frac{(V+iW) \exp[(r-R_0)a^{-1}]}{(1+\exp[(r-R_0)a^{-1}])^2} - \right. \\
 &\quad - 4iW_D \frac{\bar{R}_0}{\bar{a}} \frac{\exp[(r-\bar{R}_0)\bar{a}^{-1}]}{(1+\exp[(r-\bar{R}_0)\bar{a}^{-1}])^3} (1 - \exp[(r-\bar{R}_0)\bar{a}^{-1}]) + \\
 &\quad + \frac{3zz'e^2}{2\lambda+1} \left[r^\lambda \frac{\theta(R_c-r)}{R_c^{\lambda+1}} + R_c^\lambda \frac{\theta(r-R_c)}{r^{\lambda+1}} \right] \left. \right\} + \\
 &\quad + \frac{1}{2} \sum_{\lambda\lambda'\lambda''} \frac{\hat{\lambda}'\hat{\lambda}''}{\sqrt{4\pi}\hat{\lambda}} (\lambda'\lambda''00|\lambda0) \sum_{\mu\mu'\mu''} (\lambda'\lambda''\mu'\mu''|\lambda\mu) * \\
 &\quad * \alpha_{\lambda'\mu'} \alpha_{\lambda''\mu''} Y_{\lambda\mu} \left\{ (V+iW) \frac{R_0^2}{2a^2} \frac{\exp[(r-R_0)a^{-1}]}{(1+\exp[(r-R_0)a^{-1}])^3} (1 - \exp[(r-R_0)a^{-1}]) - \right. \\
 &\quad - 4iW_D \frac{\bar{R}_0^2}{2\bar{a}^2} \frac{\exp[(r-\bar{R}_0)\bar{a}^{-1}](1-4\exp[(r-\bar{R}_0)\bar{a}^{-1}]) + (\exp[(r-\bar{R}_0)\bar{a}^{-1}])^2}{(1+\exp[(r-\bar{R}_0)\bar{a}^{-1}])^4} + \\
 &\quad + \frac{3zz'e^2}{2\lambda+1} \left[(1-\lambda) \frac{r^\lambda}{R_c^{\lambda+1}} \theta(R_c-r) + (\lambda+2) \frac{R_c^\lambda}{r^{\lambda+1}} \theta(r-R_c) \right] \left. \right\}. \quad (42)
 \end{aligned}$$

A (14) csatolt egyenletek jobb oldalán levő mátrixelemek kiszámításához az $\alpha_{\lambda\mu}$ operátorokat a $b_{\lambda\mu}^+$ és $b_{\lambda\mu}$ keltő, ill. eltüntető operátorokból építjük fel [1, 10].

$$\alpha_{\lambda\mu} = \beta_\lambda \hat{\lambda}^{-1} (b_{\lambda\mu} + (-)^{\mu} b_{\lambda-\mu}^+). \quad (43)$$

Az I spinnel és M vetülettel rendelkező vibrációs hullám-függvényét egyszerűen megadhatjuk. Ennek alakja az egy, ill. két fononos esetre [1]

$$|1; IM\rangle = b_{IM}^+ |0\rangle \quad (44a)$$

$$|2; IM\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\lambda_1 \lambda_2} \mu_1 \mu_2}} \sum (\lambda_1 \lambda_2 \mu_1 \mu_2 | IM) b_{\lambda_1 \mu_1}^+ b_{\lambda_2 \mu_2}^+ |0\rangle. \quad (44b)$$

Itt $|0\rangle$ az alapállapotot jelenti.

(42), (43) és (44) felhasználásával a csatolási mátrixelemek explicit formában megadhatók.

3.2.3. Szórás deformált magok vibrációs állapotain

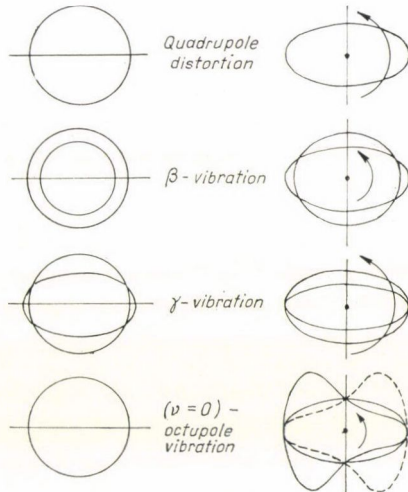
A deformált tagok tulajdonságainak vizsgálatakor indítékokat találtak a mag olyan kollektív mozgásformáinak egzisztenciájára, melyeknél a rotációs mozgás a deformált alapállapot kollektív vibrációira épült rá (Pe 62).

A legegyszerűbb ilyen vibráció a β vibráció, mely megtartja a mag tengelyszimmetriáját. Erre az állapotra felépülő rotációs sáv elemeit a $K^\pi=0^+$ -val klasszifikálhatjuk, mivel ilyen vibrációknak nincsen impulzusmomentumuk a szimmetriatengelyre nézve. Ennek megfelelően a sáv tagjainak spin-paritás sorozata $0^+ - 2^+ - 4^+$ stb. A β vibráció esetén a mag axiálszimmetrikus helyzete körül végez kis amplitúdójú rezgéseket. Itt a teljes spin szimmetriatengelyre való vetületének kvantumszáma K igen jó közelítéssel mozgásállandó; az impulzusmomentum vetülete $K^\pi=2^+$ az axiálszimmetria irányában. Az erre a vibrációra felépülő sáv spin-paritássorozata $2^+, 3^+, 4^+$ stb.

A magalak oktopolvibrációjára is felépülhet rotációs sáv. Ilyen oktopolvibráció z tengely irányú vetülete $V=0, 1, 2, 3$ egység lehet; és mivel a rotációs mozgás z irányú komponense zérus, ezeket a sávokat a $K=v$ vetülettel osztályozhatjuk. A rotációs állapotok spinje általában $J = K, K+1$ stb. lehet, kivéve a $K=0$ esetet. A szimmetriamegfontolások (melyek pozitív paritású esetekben páros J -hez vezetnek) most az $1^-, 3^-, 5^-$ stb. spin-paritás sorozatot adják. (2. ábra.)

Az előzőekben vázolt lehetőségeket az alábbi táblázat foglalja össze:

K^π	spin-paritássorrend	megjegyzés
0^+	$0_0^+; 2_0^+; 4_0^+; 6_0^+; 8_0^+ \dots$	Alapállapotú rotációs sáv



2. ábra. A mag egyszerű vibrációinak szemléltetése. A bal oldali ábrák a z tengelyre merőleges metszeteket jelentik, a vonalak az x tengelyt jelölik. A jobb oldali vonalak a z tengelynek felelnek meg és a metszetek az $y-z$ síkban vannak. A nyilak a lehetséges rotációs állapotokban a forgás irányát jelölik [12].

0^+	$0_0^+; 2_0^+; 4_0^+ \dots$	Béta vibrációs sáv
2^+	$2_2^+; 3_2^+; 4_2^+ \dots$	Gamma vibrációs sáv
0^-	$1_0^-; 3_0^-; 5_0^- \dots$	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\}$ A magalak oktapolvibrációjára felépülő sávok
1^-	$1_1^-; 2_1^-; 3_1^- \dots$	
2^-	$2_2^-; 3_2^-; 4_2^- \dots$	
3^-	$3_3^-; 4_3^-; 5_3^- \dots$	

Természetesen az, hogy a fenti elméletileg lehetséges sávok közül milyen energianál lép fel, és egyáltalán valamilyen közelítésben kialakul az a ténylegesen vizsgált mag szerkezetétől függ.

Vizsgáljuk meg a következőkben, hogy milyen értelmezési lehetőségeink vannak az ilyen, vagy gyaníthatóan ilyen nivókon szóródott nukleáris részecskék hatáskeresztmetszetei analízisekor!

Induljunk ki ismét a (24) potenciálból! A deformáció (15) alakja most a maghoz rögzített koordináta-rendszerben:

$$R(\vartheta', \varphi') = R_0 \left[1 + \sum_{\lambda} \beta_{\lambda} Y_{\lambda 0}(\vartheta') + \sum_{i=1}^2 \alpha_{\lambda_i 0} Y_{\lambda_i 0}(\vartheta') + \sum_{i=3}^6 \frac{1}{\sqrt{2}} (\alpha_{\lambda_i K_i} Y_{\lambda_i K_i}(\vartheta', \varphi') + \alpha_{\lambda_i - K_i} Y_{\lambda_i - K_i}(\vartheta', \varphi')) \right]. \quad (45)$$

(45)-ben az 1-től 6-ig futó index ad számot értelemszerűen a mag $K^{\pi} = 0_{gr}^+, 0^-, 0_{\beta}^+, 2^+, 1^-, 2^-, 3^-$ paritással klasszifikált kollektív vibrációról. Az $\alpha_{\lambda_i K_i}$ mennyiségek itt ismét operátorok, amelyeket a keltő és eltüntető operátorok lineáris kombinációjából lehet (43)-hoz hasonlóan felépíteni.

Fejtsük ki a (24) alakú kölcsönhatási potenciált a maghoz rögzített koordináta-rendszerben az $\alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}$ mennyiségek szerint és álljunk meg az elsőrenű tagoknál! Az így kapott együtthatók függvényei lesznek a β_{λ} mennyiségeknek. Ha most a sztatikusan deformált magok tárgyalásakor követett és részletezett gondolatmenetnek megfelelően ezen koefficienseket még a Legendre-polinomok szerint is sorbafejtjük, a (14) egyenletek jobb oldalán szereplő mátrixelemek kiértékelésére alkalmas formában kapjuk az effektív kölcsönhatást.

Az előbb vázolt eljárás végrehajtása első lépésekor (az $\alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\vartheta', \varphi')$ szerinti sorfejtésnél) nyilvánvalóan formálisan visszkapjuk a vibrációs magok tárgyalásakor közölt (42) összefüggés két tagját:*

$$\begin{aligned} U(r, \vartheta', \varphi') &= U'_x(r, \vartheta') + \sum_{\lambda\mu} x(r, \vartheta') \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu} = \\ &= U'_x(r, \vartheta') + \left\{ \sum_{i=1}^2 x(r, \vartheta') \alpha_{\lambda_i 0} Y_{\lambda_i 0}(\vartheta') + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i=3}^6 \frac{1}{\sqrt{2}} x(r, \vartheta') [\alpha_{\lambda_i K_i} Y_{\lambda_i K_i}(\vartheta', \varphi') + \alpha_{\lambda_i - K_i} Y_{\lambda_i - K_i}(\vartheta', \varphi')] \right\}. \end{aligned} \quad (46)$$

* A Coulomb kölcsönhatási járuléknál annak csupán sztatikus deformációját vesszük figyelembe, tehát az $x(r, \vartheta')$ -ben eltekintünk (42) jobb oldalán szereplő, Coulomb-potenciálból származó tagtól. Ez a tényleges eredményeket lényegtelenül befolyásoló elhanyagolást jelent.

Hajtsuk most végre az $U(r, \vartheta, \varphi)$ potenciál Legendre-polinomok szerinti sorfejtését! Az $U'_x(r, \vartheta)$ tag alakja megegyezik a sztatikusan deformált rotációs magoknál már tárgyalt alakkal; ez a (38) szerinti járulékot adja a teljes kölcsönhatási potenciálhoz:

$$U_x(r, \vartheta, \varphi) = \sum_{\lambda\mu} (v_\lambda(r) + c_\lambda(r)) D_{\mu 0}^\lambda Y_{\lambda\mu}(\vartheta, \varphi) = U_{\text{diag}} + U_{\text{couple}}^{(1)}. \quad (47)$$

A (46) második és harmadik tagjában szereplő $x(r, \vartheta')$ sorfejtést (26) mintájára írhatjuk fel:

$$x(r, \vartheta') = \sum_{\bar{\lambda}=0} n'_{\bar{\lambda}}(r) P_{\bar{\lambda}}(\cos \vartheta') = \sum_{\bar{\lambda}=0} n_{\bar{\lambda}}(r) Y_{\bar{\lambda}0}(\vartheta'). \quad (48)$$

Most $n_{\bar{\lambda}}(r)$ kifejtési együtthatók:

$$\begin{aligned} n_{\bar{\lambda}}(r) &= 2\pi \int_{-1}^1 x(r, \vartheta') Y_{\bar{\lambda}0}(\vartheta') d(\cos \vartheta') = \\ &= 2\pi \int_{-1}^1 \left[-(V+iW) \frac{R_0(\vartheta')}{a} \frac{f(\vartheta')}{[1+f(\vartheta')]^2} - 4iW_D \frac{\bar{R}_0}{\bar{a}} \frac{\bar{f}(\vartheta')[1-\bar{f}(\vartheta')]}{[1-\bar{f}(\vartheta')]^3} \right] Y_{\bar{\lambda}0}(\vartheta') * \\ &\quad * d(\cos \vartheta'), \end{aligned} \quad (49)$$

ahol

$$R_0(\vartheta') = R_0[1 + \sum_{\lambda} \beta_{\lambda} Y_{\lambda 0}(\vartheta')] \quad f(\vartheta') = \exp[(r - R_0(\vartheta'))a^{-1}],$$

$$\bar{R}_0(\vartheta') = \bar{R}_0(1 + \sum_{\lambda} \beta_{\lambda} Y_{\lambda 0}(\vartheta')) \quad \bar{f} = \exp[(r - \bar{R}_0(\vartheta'))\bar{a}^{-1}].$$

Evvel (46) második tagja:

$$\begin{aligned} U_{\text{couple}}^{(2)}(\vartheta', \varphi') &= \sum_{i=1}^2 \sum_{\bar{\lambda}} n_{\bar{\lambda}}(r) Y_{\bar{\lambda}0}(\vartheta') Y_{\lambda_i 0}(\vartheta') \alpha_{\lambda_i 0} + \\ &+ \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i=3}^6 n_{\bar{\lambda}}(r) Y_{\bar{\lambda}0}(\vartheta') [\alpha_{\lambda_i K_i} Y_{\lambda_i K_i}(\vartheta', \varphi') + \alpha_{\lambda_i - K_i} Y_{\lambda_i - K_i}(\vartheta', \varphi')]. \end{aligned} \quad (50)$$

Tényleges számításokban a potenciál e részének kifejezését is át kell transzformálnunk a maghoz rögzített koordináta-rendszerből a térben rögzített rendszerbe. Használjuk fel a gömbfüggvényekre vonatkozó:

$$Y_{l_1 m_1}(\Omega) Y_{l_2 m_2}(\Omega) = \sum_{\lambda\mu} \left[\frac{(2l_1+1)(2l_2+1)}{4\pi(2\lambda+1)} \right]^{1/2} (l_1 l_2 m_1 m_2 | \lambda \mu) * (l_1 l_2 0 0 | \lambda 0) Y_{\lambda\mu}(\vartheta, \varphi) \quad (51)$$

összefüggést. Ekkor:

$$\begin{aligned} U_{\text{couple}}^{(2)}(\vartheta, \varphi) &= \sum_{\mu} \left[\sum_{i=1}^2 \sum_{\bar{\lambda}} n_{\bar{\lambda}}(r) \alpha_{\lambda_i 0} \left[\frac{(2\lambda_i+1)(2\bar{\lambda}+1)}{4\pi(2\lambda+1)} \right]^{1/2} * \right. \\ &\quad \left. * (\lambda_i \bar{\lambda} 0 0 | \lambda 0)^2 D_{\mu 0}^\lambda Y_{\lambda\mu}(\vartheta, \varphi) + \frac{1}{2} \sum_{i=3}^6 \sum_{\bar{\lambda}} n_{\bar{\lambda}}(r) * \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& * \left[\alpha_{\lambda_i K_i} \left[\frac{(2\lambda_i + 1)(2\bar{\lambda} + 1)}{4\pi(2\lambda + 1)} \right]^{1/2} (\lambda_i \bar{\lambda} 00 | \lambda 0) (\lambda_i \bar{\lambda} K_i 0 | \lambda K_i) * \right. \\
& * D_{\mu K_i}^{\lambda} Y_{\lambda \mu}(\vartheta, \varphi) + \alpha_{\lambda_i - K_i} \left[\frac{(2\lambda_i + 1)(2\bar{\lambda} + 1)}{4\pi(2\lambda + 1)} \right]^{1/2} * \\
& \left. * (\lambda_i \bar{\lambda} 00 | \lambda 0) (\lambda_i \bar{\lambda} - K_i 0 | \bar{\lambda} - K_i) D_{\mu - K_i}^{\lambda} Y_{\lambda \mu}(\vartheta, \varphi) \right]. \quad (52)
\end{aligned}$$

A potenciál végső alakjában:

$$U(r, \vartheta, \varphi) = U_{\text{diag}} + U_{\text{couple}}^{(1)} + U_{\text{couple}}^{(2)} \quad (53)$$

szereplő mennyiségeket (47), (48), (49) és (52) explicit formában adja meg.

A (14) csatolt egyenletek jobb oldalán szereplő mátrixelemek kiszámításához ismernünk kell a targetmag különböző (rotációs-vibrációs) állapotainak hullámfüggvényét. Ezeket könnyen felírhatjuk, ha feltételezzük, hogy a mag felületének vibrációja és a mag rotációs mozgása nem hatnak kölcsön, valamint az egyes rotációs sávok egymással nem keverednek. Ekkor

$$\Phi_{IMK=0} = \sqrt{\frac{2I+1}{8\pi^2}} D_{M0}^I \Psi(3_{gr}) \Phi(\xi); \quad I = 0, 2, 4, 6 \dots \quad (54a)$$

és

$$\Phi_{IMK \neq 0} = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}} (D_{MK}^I + (-)^{I+K} D_{M-K}^I) \Psi(3_K) \Phi(\xi) \quad I = K, K+1, K+2 \dots \quad (54b)$$

Itt a $\Psi(3)$ függvények a felület vibrációs állapotát írják le, míg $\Phi(\xi)$ csupán a mag belső koordinátáitól függő hullámfüggvényt jelenti.

A két előbbi feltételezés közül az első nagy sztatikus deformáció és kis amplitúdójú rezgések esetén jó közelítésnek tűnik. A második megszorítás teljesülését esetről-esetre vizsgálni kell; a különböző vibrációs állapotokra épülő rotációs sávok keveredésére példákat lehet felhozni. Ilyen sávkeveredésnek érzékeny tesztje a sávok közötti elektromágneses átmenetek valószínűségének mérése. Ezek a valószínűségek már igen kis (néhány százalék) keveredési arány esetén is jelentősen megváltoznak.

Az (54) hullámfüggvényekkel és az (53) potenciállal nem nehéz megkonstruálni az alapállapotú és bármely vibrációs sáv közötti csatolási mátrixot. Elemi lépések után adódik:

$$\begin{aligned}
& \langle (\mathcal{Y}_{l_n j_n} \otimes \Phi_{I_n})^M | U(\mathbf{r}, \xi) | (\mathcal{Y}_{l_n' j_n'} \otimes \Phi_{I_n'})^M \rangle = \\
& = U_{\text{diag}}(r) \delta_{l_n l_n'} \delta_{j_n j_n'} \delta_{I_n I_n'} + \sum_{\lambda} (v_{\lambda}(r) + c_{\lambda}(r)) B_{\lambda}(I_n I_n') * A(l_n j_n I_n, l_n' j_n' I_n'; \lambda J_s) + \\
& + \sum_{\lambda} [\sum_{\bar{\lambda}} n_{\bar{\lambda}}(r) \sum_i B_i(I_n I_n'; \lambda \bar{\lambda})] A(l_n j_n I_n, l_n' j_n' I_n'; \lambda J_s). \quad (55)
\end{aligned}$$

Az $A(l_n j_n I_n, l_n' j_n' I_n'; \lambda J_s)$ és $B_{\lambda}(I_n I_n')$ értékeket (40) és (41) már explicit formában megadta; $B_i(I_n'; \lambda \bar{\lambda})$ -k pedig a következő kifejezést rövidítik:

$$B_i(I_n'; \lambda \bar{\lambda}) = \left[\frac{(2\lambda_i + 1)(2\bar{\lambda} + 1)}{4\pi(2\lambda + 1)} \right]^{1/2} (\lambda_i \bar{\lambda} 00 | \lambda 0) (\lambda_i \bar{\lambda} K_i 0 | \lambda K_i) * \hat{I}'(I' \lambda K_i - K_i | I 0) \eta_i. \quad (56)$$

(I az alapállapotú, míg I' a szóban forgó vibrációs sáv egy-egy állapotának spinje.)

Az (56)-ban szereplő η_i az

$$\eta_i = \langle \Psi(3_{gr}) | \alpha_{\lambda_i K_i} | \Psi(3_0)_{\text{vibr}} \rangle \quad (57a)$$

mátrixelemet jelöli $i=1, 2$ -re; $i=3, 4, 5, 6$ -ra pedig a következő alakú:

$$\eta_i = \langle \Psi(3_{gr}) | \alpha_{\lambda_i K_i} | \Psi(3_{K_i})_{\text{vibr}} \rangle. \quad (57b)$$

(57a), illetve (57b) η_i -re vonatkozó egyszerű kifejezésekre vezet. Például a $K^\pi=2^+$ gamma vibráció sávra η_3 értéke [11] $\frac{1}{\sqrt{2}} \beta_2 \varepsilon_0$; itt β_2 a mag kvadrupól deformációját, ε_0 a gamma vibráció nullaponti amplitúdóját jelenti.

Az (55) csatolási mátrixelemek sávkeveredés esetén a Faessler—Greiner-féle rotációs-vibrációs modell becslései segítségével [9] elvileg kiértékelhetők, mi azonban evvel a lehetőséggel nem foglalkoztunk.

4. A CSATOLT EGYENLETEK MEGOLDÁSA: A SZÓRÁSI MÁTRIXOK ÉS HATÁSKERESZTMETSZETEK

A 3.3. fejezetben részletesen tárgyaltuk, hogy miként kell megkonstruálnunk a (14) csatolt egyenletekben szereplő szórási mátrixokat a különböző esetekben. Az egyenletrendszer megoldása ezek után tisztán numerikus-matematikai feladat, melyet az irodalomban több helyen részletesen megtárgyaltak [1, 14, 13, 15].

Az $R_{I_n I_n j_n}^J(r)$ radiális hullámfüggvények ismeretében feladatunk mostmár a szórási amplitúdók megadása, ill. a hatáskeresztmetszetek kifejezésének megkonstruálása.

Az $R_{I_n I_n j_n}^J(r)$ radiális hullámfüggvényeknek két határfeltételt kell kielégíteniük. Egyrészt az $r=0$ kezdőpontban a 0-ból indulnak ki, másrészt a magon kívüli térben a Coulomb-függvényekbe kell átmenniük [1]

$$R_{I_n I_n j_n}^J(r) \rightarrow \bar{\alpha} F_l^{(1)} + \bar{\beta} (G_l^{(n)} + i F_l^{(n)}). \quad (58)$$

Itt $F_l^{(n)}$ -el és $G_l^{(n)}$ -el az l pályamomentumhoz E_n energiához és $\eta_n = \frac{\mu z z' e^2}{\hbar k_n}$ paraméterhez tartozó reguláris, ill. irreguláris Coulomb-hullámfüggvényeket jelöltük. Az egyenleteket megoldó radiális függvényeknek az $r=R_n$ helyen a fenti alakhoz való illeszkedésének követelménye egy közösleges egyenletrendszerre vezet, melynek alkalmasan választott ismeretlenjei (az előbbi $\bar{\beta}$ -ban szereplő $C_{I_n I_n j_n}^J$ szórási koefficiensek) meghatározhatók. Ezek segítségével, valamint $G_l^{(n)}$ és $F_l^{(n)}$ Coulomb-függvények aszimptotikus alakja figyelembevételével a szórási amplitúdókra a következő kifejezés adódik [1, 2]:

$$\begin{aligned} T_{I_n M_n s m_s', I_1 M_1 s m_s}(\vartheta) = & f_c(\vartheta) \delta_{n1} \delta_{m_s m_s'} \delta_{M_n M_1} + \sum_{l' j j' J} \left(\frac{4\pi}{k_n^2} \right)^{1/2} \hat{l}' \exp(2i\sigma_l^{(n)}) C_{I_n I_n j_n}^J * \\ & * (I s 0 m_s | j m_s) (j I m_s M_1 | J M_1 + m_s) * (l' s, M_1 + m_s - M_n - m_s', m_s | j', M_1 - m_s - m_s') * \\ & * (j' I_n, M_1 + m_s - M_n, M_n | J, M_1 + m_s) Y_{l', M_1 - M_n + m_s - m_s'}(\vartheta, 0). \end{aligned} \quad (59)$$

A fenti összefüggés felírásánál a koordináta-rendszer z tengelyét a beeső hullám irányában választottuk meg, míg y a tengelyét szórási síkra merőlegesen. ($\varphi=0$)

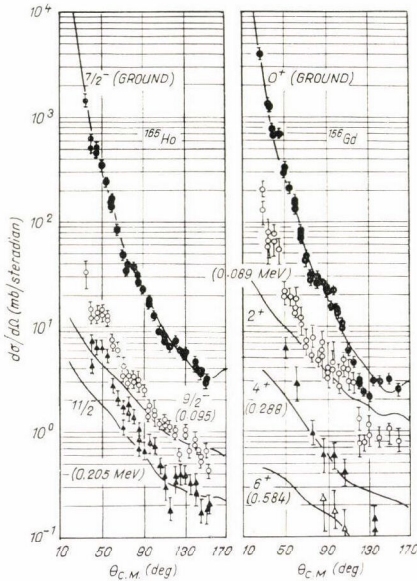
választás éppen a szórási síkot jelenti.) Az (59) szórási amplitúdóban szereplő $f_c(\vartheta)$ a Rutherford-amplitúdót, $\sigma_i^{(n)}$ -ek a Coulomb-fázistolást jelentik.

A differenciális hatáskeresztmetszetet a szórási amplitúdók négyzetének a lehetséges kezdeti és végső spinbeállításokra vett kiátlagolásával kapjuk polarizálatlan target és bombázó részecske nyaláb esetén.

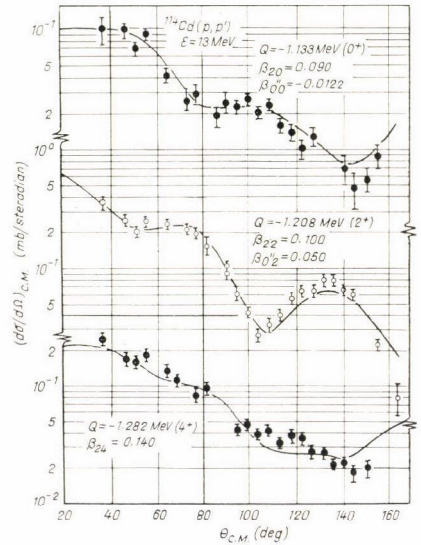
$$\frac{d\sigma(\vartheta)}{d\Omega} = \sum_{M_1 m_s M_n m_{s'}} \frac{|T_{I_n M_n s m_{s'} I_1 M_1 s m_s}(\vartheta)|^2}{(2I_1 + 1)(2s + 1)}. \quad (60)$$

5. PÉLDÁK A MÓDSZER ALKALMAZÁSÁRA

Az előbb ismertetett módszert sok esetben sikerrel alkalmazták inelasztikus szórási folyamatok értelmezésére. Több számítógépi programot készítettek (pl. T. Tamura JUPITOR—I csatornacsatolós programja). A kísérleti adatok illesztésénél felhasznált módszer először meghatározza a rugalmas szórást fittelő optikai



3. ábra. 17 MeV protonok szórása két tipikus deformált magon [17].



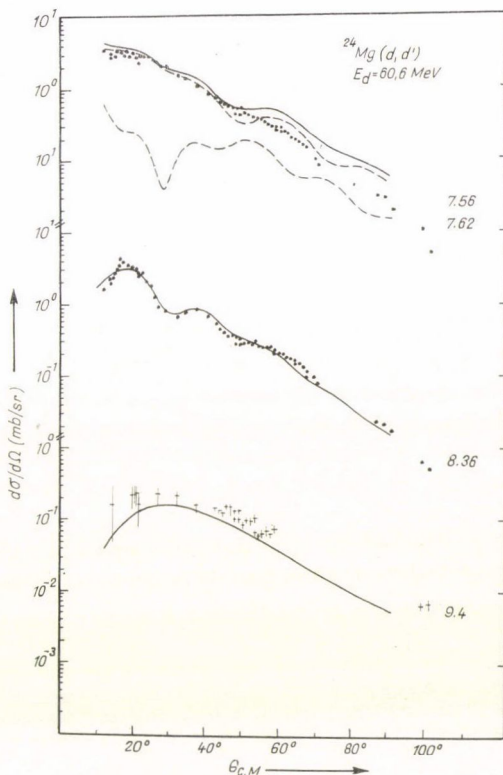
4. ábra. 13 MeV-protonok szórása a vibrációs tulajdonságokat mutató ^{114}Cd -on [17].

potenciál konstansait és utána a rugalmatlan csatornák hozzácsatolásával a kollektív paraméter (paraméterek) értékét [1]. Ezen a módon pl. egy rotációs sávban levő összes rugalmatlan szögeloszlás-görbét egyetlen deformációs paraméter segítségével írunk le.

A 3. ábra két példát mutat rotációs sávval rendelkező deformált magokon történő inelasztikus szórásra. A ^{165}Ho és ^{156}Gd targeteket 17 MeV-es protonokkal bombázták.

Vibrációs mag esetére mutat példát a 4. ábra, ahol a hatáskeresztmetszeteket a $^{114}\text{Cd}(p, p'')$ kísérletből határozták meg.

Deformált magok vibrációira felépülő rotációs sávokra vonatkozó mérési eredményeket vet össze az elmélettel az 5. ábra. A 60 MeV deuteronokkal bombázott mag a ^{24}Mg volt. A számításokban az alapállapotú rotációs sáv első két elemében a $K^\pi=0^-$ és 3^- vibrációs állapotokra felépülő rotációs sávok első két elemét csatolták [16]. (Csatolási séma: $0_0^+ - 2_0^+$, 1,37 MeV— 1_0^- , 7,56 MeV— 3_0^- , 8,36 MeV— 3_3^- , 7,62 MeV— 4_3^- , 9,4 MeV volt.)



5. ábra. $E_d=60$ MeV deuteronok szórása a ^{24}Mg magasan fekvő negatív spinű rotációs sávjain. A felső kihúzott görbe és mérési pontok a kísérletileg felbontatlan 7,56 MeV 1^- és 7,62 MeV 3^- állapotok hatáskeresztmetszeteinek összege, a szaggatott görbék ezekre az állapotokra vonatkozó elméleti számítások eredményét mutatják.

IRODALOM

1. T. Tamura, Rev. Mod. Phys. 37, 679, 1965.
2. G. R. Satchler, Lectures in Theoretical Physics, vol. VIII. c. Boulder 1965, Colorado Press, p. 73.
3. W. Tobocman, Theory of Direct Nuclear Reactions, Oxford University Press, 1961.
4. M. L. Goldberger, K. M. Watson, Collision Theory, John Wiley et Sons, 1964.

5. Marx Gy., Kvantummechanika, Műszaki Könyvkiadó, 1964.
6. J. S. Blair, Lectures in Theoretical Physics, vol. VIII. c. Boulder 1965, Colorado Press p. 345.
7. F. G. Perey, Phys. Rev. 131, 745, 1963.
8. F. G. Perey, Argonne National Laboratory Report, ANL—6848, 1964.
9. J. M. Eisenberg, W. Greiner, Nuclear Models, North Holland Publ. Comp., Amsterdam, London 1970 ch. 6.
10. A. Bohr, Kgl. Danske Videnskab. Selskab Mat. Fys. Medd. 26, 1952. No. 14.
11. T. Tamura, Nucl. Phys. 73, 241, 1965.
12. M. A. Preston, Physics of the Nucleus, Addison-Wesley Publishing Company, p. 228—291. 1962.
13. N. K. Glendenning, Lectures; Inelastic Scattering and Nuclear Structure, UCRL—17503, 1967.
14. T. Tamura, Computer Program JUPITOR—1 for Coupled Channel Calculations, ORNL—4152 UC 32.
15. J. Raynal, Report LYCEN No 6804, Aussois 1968.
16. Á. Kiss, O. Aspelund, G. Hrehuss, K. T. Knöpfle, C. Mayer—Böricke, M. Rogge, U. Schwinn and P. Turek, Inelastic Scattering of 60—90 MeV Deuterons on ^{24}Mg , (to be published: Nucl. Phys.).
17. T. Tamura, Coupled Channel Approach to Nuclear Reactions, Annual Review of Nucl. Sci., 19, 99, 1968.

SEMLEGES ÁRAMOK A NEUTRINO-NUKLEON MÉLYEN RUGALMATLAN ÜTKÖZÉSBEN*

PATKÓS ANDRÁS
ELTE, Atomfizikai Tanszék

Az előadásban a

$$\nu(\bar{\nu}) + N \rightarrow \mu(\bar{\mu}) + \text{bármilyen}$$

és

$$\nu(\bar{\nu}) + N \rightarrow \nu(\bar{\nu}) + \text{bármilyen}$$

valamint a

$$\nu(\bar{\nu}) + N \rightarrow \mu(\bar{\mu}) + \pi + \text{bármilyen}$$

és

$$\nu(\bar{\nu}) + N \rightarrow \nu(\bar{\nu}) + \pi + \text{bármilyen}$$

reakciókra vonatkozó kísérleti eredményeket fogom összehasonlítani a folyamatok egységes elméletének jóslataival. (1) és (2) első reakciói jól ismertek a gyenge kölcsönhatás „áram \times áram” elméletéből. A második reakciókat ez az elmélet nem jósolja.

Az „áram \times áram” hipotézis bár igen nagy jelenségkör megfelelő leírását adja, elméleti szempontból nem kielégítő. A perturbációszámítás elsőnél magasabb rendjében divergens eredményeket ad, és ismeretes, hogy ez a kölcsönhatás-típus nem is illeszthető véges elméletbe (nem renormálható). Ez az elvi hiányosság ösztönözte a kutatókat a gyenge kölcsönhatás elméletének új alapokra való helyezésére.

Ehhez a mintát a kvantumelektrodinamika elmélete szolgáltatta. Annak renormálhatóságában fontos szerepet játszik a mértékinvariancia. Ez azt jelenti, hogy az elmélet Lagrange-sűrűsége invariáns az

$$A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) + \partial_\mu \chi(x)$$

$$\psi(x) \rightarrow \psi(x) \exp \left\{ \frac{ic}{\hbar c} \chi(x) \right\}$$

lokális transzformációkra, ahol $A_\mu(x)$ a fotontér, $\psi(x)$ pedig az anyagtér leírását adja; $\chi(x)$ tetszőleges skalárfüggvény. Ezek a transzformációk egy egyparaméteres (abeli) $U(1)$ csoportot alkotnak.

A gyenge kölcsönhatásokat is közvetítő vektorbozonok (W -bozonok) segítségével kívánják megérteni immár két évtizede. A fenti példa alapján ezeket is mértékinvariáns elméletbe kívánták beépíteni. Ezek a kísérletek a 70-es évek elejére jártak sikerrel (az elmélet konzisztenciája szempontjából). Megalkották az elektromágneses

* Előadás a XII. Elméleti Fizikai Iskolán.
Érkezett 1974. dec. 19.

és gyenge kölcsönhatások egységes elméletét, amelynek végesíthetőségét bebizonyították.

Ez egyelőre több lehetséges modellt jelent, melyek között a kísérleti kutatás választhat. E különbségek eredetére a Lagrange-függvények felépítésének általános sémáját röviden ismertetve mutathatunk rá. (A részletes ismertetés a Nyári Iskola további előadásaiban található meg [1].)

Lagrange-sűrűségünket invariánsnak kívánjuk egy G n -paraméteres, nemabeli lokális transzformáció-csoporttal szemben, amely a részecsketeret meghatározott módon (irreducibilis reprezentációk szerint osztályozhatóan) transzformálja:

$$\Phi_i(x) \xrightarrow{G} U\Phi_i(x)U^{-1} = S_{ij}(x)\Phi_j(x),$$

ahol i a tér G szerinti osztályozását jellemző indexek halmaza; U a G -beli transzformációk operátora; $S_{ij}(x)$ ennek mátrixa a szóban forgó reprezentáción. Ugyanezt a transzformációt infinitezimális esetben a $[T_\alpha, \Phi_i]$ kommutátor jellemzi, ahol T_α ($\alpha=1, 2, \dots, n$) a csoport α -ik generátora:

$$[T_\alpha, \Phi_i] = f_\alpha^{ij}\Phi_j.$$

f_α^{ij} a generátor mátrixa a reprezentáción. Definiáljunk n db vektorteret, amelyek G adjungált reprezentációját alkotják: V_μ^α . A kvantumelektrodinamika mintájára ezek segítségével megalkotjuk az elmélet leendő kanonikus impulzusát:

$$\Pi_\mu = P_\mu + gV_\mu^\alpha T_\alpha,$$

ahol P_μ a mechanikai impulzus operátora, g az elmélet univerzális csatolási állandója. P_μ -höz hozzárendeljük az $1/i \nabla_\mu$ kovariáns deriváltat ($\hbar=1$):

$$\nabla_\mu \Phi_i \equiv \partial_\mu \Phi_i - igV_\mu^\alpha [T_\alpha, \Phi_i] = \partial_\mu \Phi_i - igV_\mu^\alpha f_\alpha^{ij}\Phi_j.$$

Ekkor a V_μ^α terek G -beli operációk hatására mutatott transzformációs tulajdonságát

$$V_\mu^{\alpha'} \cdot T_\alpha = V_\mu^\alpha \cdot T_\alpha + \frac{i}{g} \partial_\mu$$

-vel definiálva megmutatható, hogy

$$U[\Pi_\mu, \Phi]U^{-1} = [\Pi'_\mu, \Phi'],$$

azaz a deriválás valóban kovariáns. Ezután a Lagrange-sűrűség mozgási energiát tartalmazó részét már a kovariáns deriváltakkal definiáljuk, ezzel biztosítva az elmélet G -invarianciáját. Egy spinorokat és skalárokat tartalmazó elméletben

$$(\mathcal{L})_{\text{kin}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^\alpha F_{\mu\nu}^\alpha + \bar{\Psi}^i \nabla_\mu \gamma^\mu \Psi^i - \frac{1}{2} (\nabla_\mu \Phi^i)^\dagger (\nabla_\mu \Phi^i),$$

ahol $F_{\mu\nu}^\alpha = \nabla_\nu V_\mu^\alpha - \nabla_\mu V_\nu^\alpha$. A Lagrange-függvény (spinor—skalár) kölcsönhatási része már általában nem tartalmaz deriváltakat, így ott a lokális G -invariancia feltételei könnyen teljesíthetők.

Az így megszerkesztett Lagrange-függvényből a perturbációszámítás minden rendjében renormálás után, véges eredményeket lehet nyerni. Igen nagyszámú olyan modell készíthető, amely első rendben a gyenge kölcsönhatások közbenső vektorbozonos elméletét adja vissza. Csak a kísérlet tehet különbséget a további sajátságok között.

Így a kísérlet feladata lenne kiválasztani a G csoportot, amely meghatározza a V_μ vektormezonok számát is. Egyben a csoport generátoraihoz kvantumszámokat rendelünk. Ezek fizikai tartalmát is csak a kísérletek világíthatják meg. Az elemi objektumokat (leptonok + kvarkok) osztályozzuk G ábrázolásai szerint. Egy-egy speciális osztályozás kiválasztási szabályokra, tömegrelációkra, új típusú reakciókra vezet. Ezeket a kísérlet segítségével lehet ellenőrizni.

Azonban ilyen részletes vizsgálat ma még nem lehetséges. „Szerényebb” kérdések megválaszolását tűzhetjük ki célul. Az előadásban a következőket vizsgáljuk az (1) és (2)-beli második reakciók példáján:

1. A minimális (a foton és a W -bozonok mellett a lehető legkevesebb vektormezont tartalmazó) elméletek is a fotontól különböző, gyenge kölcsönhatást közvetítő semleges vektormezon létezését jósolják. Van-e megbízható kísérleti evidencia erre? Ennek a kérdésnek jó tesztjei az előbb említett reakciók.

2. A kvarkok osztályozásánál elkerülhetetlenül fel kell tételezni új típusú hadronállapotok létezését. Hogyan fognak ezek jelentkezni a mérhető mennyiségekben?

E kérdések általában majdnem minden G csoporttal kapcsolatban feltehetőek, így a válasz nem fog a csoportok között különbséget tenni. Azonban a mértékelméletek matematikailag vonzó ideája és a fizikai realitás kapcsolata szempontjából a fenti jóslatok igazolása feltétlenül bátorító. Látjuk, hogy a kísérleteket ez esetben az elméleti frontáttörés ösztönzi. (Megjegyzés a kézirat elkészültekor, 1974. XII. 15.: A stanfordi SPEAR tárológyűrűnél a brookhaveni BNL gyorsítójánál és a frascati ADONE tárológyűrűnél, lényegében egyidejűleg, új hadronikus állapotokat fedeztek fel, $M=3,1$ GeV, $3,7$ GeV és $4,2$ GeV tömeggel. Bomlási módusaik arra utalnak, hogy a 2. kérdésben említett új típusú hadronállapotokról van szó. Így most a kísérleti információk lendítik várhatóan előre az elméleti kutatásokat.)

Az I. fejezetben a $\nu + N \rightarrow \left(\begin{smallmatrix} \mu \\ \nu \end{smallmatrix}\right) + X$ reakció kinematikáját, a hadronok szerkezetének egyszerű modelljét és a reakciók hatáskeresztmetszet-formuláit tekintjük át. A II. fejezetben az ezekből származtatható jóslatokat vetjük egybe a kísérlettel töltött gyenge áramok esetében. A III. fejezetben vizsgáljuk a semleges gyenge áramok létezésének kérdését. A IV. fejezetben az új típusú hadronok kimutatásával foglalkozunk. Az V. fejezetben a $\nu + N \rightarrow \left(\begin{smallmatrix} \mu \\ \nu \end{smallmatrix}\right) + \pi + X$ reakció elméleti és kísérleti helyzetét tekintjük át egyszerű modellünk segítségével. Végül a VI. fejezetben összefoglaljuk lényeges következtetéseinket.

I. A $\nu + N \rightarrow \left(\begin{smallmatrix} \mu \\ \nu \end{smallmatrix}\right) + X$ folyamat (elméleti áttekintés)

A folyamat során feltevésünk szerint a lepton és a nukleon egy vektorbozont cserél ki és ez tapogatja le a nukleon szerkezetét. A kinematikai jelölésekkel együtt ezt látjuk az 1. ábrán. A vektorbozon lehet valódi vagy axiál-vektor. A folyamatot jellemző független változók:

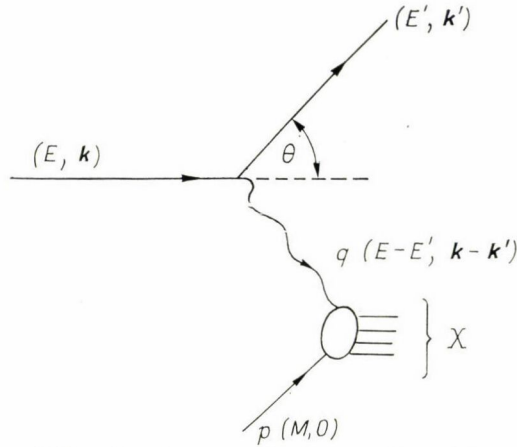
$$\begin{array}{ll} E & \text{a beeső (anti)neutrino energiája a laborban,} \\ \nu = E - E' & \text{a nukleonnak átadott energia,} \\ q^2 \equiv -Q^2 = 4EE' \sin^2 \Theta/2 & \text{a négyes-impulzusátadás négyzete.} \end{array}$$

A nukleon dinamikai tulajdonságai miatt célszerű dimenziótlán változókat használni:

$$x = \frac{Q^2}{2Mv}, \quad y = \frac{v}{E} = 1 - \frac{E'}{E}. \quad (3)$$

Az e változókból vett differenciális hatáskeresztmetszetet a nukleon szerkezetét jellemző alakfaktorokkal fejezhetjük ki:

$$\frac{\pi}{G^2 ME} \frac{d^2 \sigma^{v(\bar{v})}}{dx dy} = \left(1 - y + \frac{y^2}{2} + \frac{M}{2E} xy\right) F_2^{v(\bar{v})} \mp y \left(1 - \frac{y}{2}\right) x F_3^{v(\bar{v})} - \frac{1}{2} y^2 F_L^{v(\bar{v})}. \quad (4)$$



1. ábra. A mélyen rugalmatlan neutrino-nukleon ütközések kinematikája. (A feltüntetett impulzus, energia és szórásszög jelölések a laborrendszerben érvényesek.)

(4)-ben F_L a longitudinális polarizációjú, F_2 elsősorban a transzverzális polarizációjú vektorbozon abszorpcióját jellemzi, míg F_3 a vektor- és axiálvektor kölcsönhatás interferenciájából származó paritássértő tag intenzitására jellemző. A mélyen inelasztikus tartományban, ahol

$$v, Q^2 \rightarrow \infty, \quad x = \text{rögzített} \quad (5)$$

tapasztalat szerint F_2, F_3, F_L skálainvariánsok, azaz csak x -től (és nem külön-külön q^2 -től és v -től) függenek.

Ezt a körülményt legegyszerűbben a nukleon összetettségét feltételezve érthetjük meg. Belátható, hogy az (5) határesetben az alkotórészek szabad részecskeként hatnak kölcsön a leptonokkal (impulzusközelítés), és azok az alkotórészek impulzustérbeli egyrészecske-eloszlását mérik ki [2].

Ha tekintjük a lepton-nukleon tömegközépponti rendszert, amelyben a nukleon impulzusa nagy E esetén igen nagy ($P \rightarrow \infty$), ott az alkotórészek impulzusát ($m \ll E$ tömeget feltéve)

$$P_{\text{alk}} = \left(xP + \frac{m^2}{2xP}, 0, xP \right), \quad 0 \leq x \leq 1$$

alakban írhatjuk (tapasztalat szerint a relatív transzverzális impulzus kicsiny). A fentiek szerint a kísérletben az $u(x)$ eloszlásfüggvényt mérjük, amelynek normálása

$$\int_0^1 u(x) dx = n_u, \quad (6)$$

ahol n_u az u -típusú alkotórészek száma.

A naív kvark-modellt használjuk. Proton (p)- és neutron (n)-kvark található a protonban. $SU(2)$ -invariancia miatt a neutronban a p és n eloszlás szerepet cserél. Normálásuk a naív kvarkmodell alapján

$$\int_0^1 p(x) dx = 2, \quad \int_0^1 n(x) dx = 1. \quad (6)$$

Az effektív Lagrange-függvény, amely a pontszerű kvarkok és a leptonok közötti gyenge kölcsönhatást írja le,* a következő ($\Theta_c^2 \approx 0$ miatt a Cabibbo-szögtől való függést elhagyjuk):

$$(\mathcal{L})_{\text{töltött}}^w = \frac{G}{\sqrt{2}} \{ \bar{\mu} \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \nu \} \{ \bar{p} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) n \} + h.c. \quad (7)$$

$$(\mathcal{L})_{\text{semleges}}^w = \frac{G}{\sqrt{2}} \{ \bar{\nu} \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \nu \} \cdot$$

$$\cdot \{ \bar{p} \gamma_\mu [a(1 + \gamma_5) + b(1 - \gamma_5)] p + \bar{n} \gamma_\mu [c(1 + \gamma_5) + d(1 - \gamma_5)] n \} + h.c. \quad (8)$$

A (7) függvény a Fermi-féle csatolás, amelyet minden elméletnek vissza kell adnia. A G állandó és a finomszerkezeti állandó közötti kapcsolatot, valamint az a, b, c, d állandókat a mértékcsoport megválasztása, valamint a μ, ν, p, n részecskéknél e csoport ábrázolásai szerinti osztályozása rögzíti le. Az elméleti fejlődést elindító Weinberg-modellben [3] a mértékcsoport $SU(2) \otimes U(1)$, ekkor

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \Theta_w, & b &= -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \Theta_w \\ c &= \frac{2}{3} \sin^2 \Theta_w, & d &= \frac{1}{3} \sin^2 \Theta_w, \end{aligned} \quad (9)$$

G = Fermi-állandó.

Egyetlen szabad paraméter marad a kísérleti adatok reprodukálásához (Θ_w - az ún. Weinberg-szög).

Az 1. ábrához tartozó elemi lepton-kvark szórásokat kiszámolva $F_2(\nu p), F_2(\bar{\nu} p), F_3(\nu p), F_3(\bar{\nu} p), F_L \left(\begin{smallmatrix} \bar{\nu} \\ \nu \end{smallmatrix} p \right)$ egyaránt kiszámolható a töltött és a semleges vektorbozon cseréjére. F_L -re mindig 0-t kapunk, ami a tapasztalattal jól egyezik. A többi alakfüggvényre pl. a töltött áramok esetén

$$\begin{aligned} F_2(\nu p) &= 2x n(x), & F_2(\bar{\nu} p) &= 2x p(x), \\ F_3(\nu p) &= -2n(x), & F_3(\bar{\nu} p) &= -2p(x) \end{aligned} \quad (10)$$

* A közvetítő vektormezonok propagátorát nagy tömegük miatt konstansnak vesszük.

adódik. (10)-t és a semleges áramokra adódó megfelelő képleteket (4)-be helyettesítve kapjuk a neutrino kölcsönhatások hatáskeresztmetszeteit:

$$\frac{d^2 \Sigma(vp)}{dx dy} \equiv \frac{\pi}{G^2 ME} \frac{d^2 \sigma(vp)}{dx dy} = 2xn(x) \quad (11)$$

$$\frac{d^2 \Sigma(\bar{v}p)}{dx dy} = 2xp(x)(1-y)^2$$

$$\frac{d^2 \bar{\Sigma}(vp)}{dx dy} = 2x\{[a^2 + c^2(1-y)^2]p(x) + [b^2 + d^2(1-y)^2]n(x)\},$$

$$\frac{d^2 \bar{\Sigma}(\bar{v}p)}{dx dy} = 2x\{[a^2(1-y)^2 + c^2]p(x) + [b^2(1-y)^2 + d^2]n(x)\}.$$

Mint említettük, a $v(\bar{v})$ +neutron reakciók hatáskeresztmetszetét $n \leftrightarrow p$ cserével kaphatjuk meg a töltésszimmetria feltevésével.

A modell egyszerűsége hatékonyságának kulcsa is. Ugyanis $p(x)$ -t és $n(x)$ -t a mélyen rugalmatlan *elektro*produkció mért adatai alapján megjósolhatjuk (azaz pl. a Weinberg-modellben csak Θ_w marad szabad). Ezért felidézzük annak hatáskeresztmetszetét is, ahogy modellünk azt megjósolja:

$$\frac{d^2 \sigma}{dx dy} = e^4 q^{-4} ME \pi^{-1} F_2(x)^{ep} [1 + (1-y)^2], \quad (12)$$

ahol $F_L=0$ -t és az ún. Callan—Gross-relációt felhasználtuk [4]. Az elemi elektron-kvark szórás hatáskeresztmetszetét kiszámolva kapjuk, hogy

$$F_2^{ep}(x) = x \left[\frac{4}{9} p(x) + \frac{1}{9} n(x) \right], \quad F_2^{en}(x) = x \left[\frac{4}{9} n(x) + \frac{1}{9} p(x) \right]. \quad (13)$$

Nyilvánvaló, hogy $p(x)$ és $n(x)$ kimérhető az $e+p \rightarrow e+X$ és az $e+n \rightarrow e+X$ folyamatokban.

II. Összehasonlítás a kísérlettel töltött áram esetén

Töltött áramok esetében a (7) effektív Lagrange-függvény kísérletileg igen jól megalapozott. Így ekkor valójában a nukleon szerkezetére vonatkozó elképzeléseink helyességét ellenőrizhetjük le. A helyes nukleonmodellt használjuk majd az új típusú kölcsönhatások felfedezésére (lásd a következő fejezetet).

A teljes hatáskeresztmetszeteket (11a) és (11b) integrálásával kapjuk. Az y -integrál elvégezhető. Eredményét a kísérletekben szereplő, egyenlő számú protont és neutron tartalmazó targetra közzöljük:

$$\Sigma(vd) \equiv \Sigma(vp) + \Sigma(vn) = 2 \int x(n(x) + p(x)) dx,$$

$$\Sigma(\bar{v}d) \equiv \Sigma(\bar{v}p) + \Sigma(\bar{v}n) = 2 \int x(p(x) + n(x)) dx \cdot \frac{1}{3}. \quad (14)$$

Bevezetve az $R = \frac{\Sigma(\bar{\nu}d)}{\Sigma(\nu d)}$ hányadost, (14)-ből a következő jóslatot kapjuk:

$$R = \frac{1}{3}.$$

A mért értékek igen jó egyezést mutatnak:

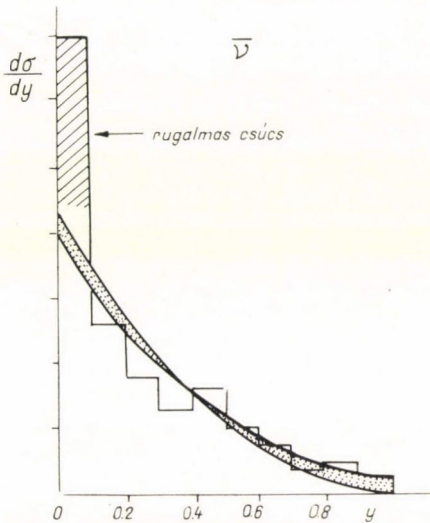
$$R^{\text{exp}} = \begin{cases} .37 \pm 02 & \text{Gargamelle (CERN)} & E > 1 \text{ GeV [5]} \\ .38 \pm 02 & \text{Gargamelle (CERN)} & E > 2 \text{ GeV [5]} \\ .34 \pm 03 & \text{NAL (USA)} & \langle E \rangle \sim 40 \text{ GeV [6]} \end{cases}$$

Az elektroprodukciónak adatainak ismeretében megjósolhatók a teljes hatáskeresztmetszetek abszolút értékei is. Ui. a partonmodell szerint

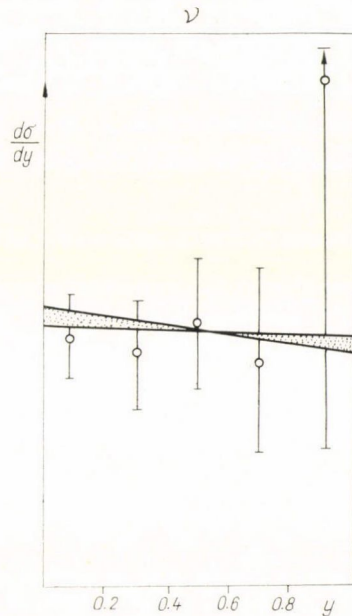
$$\frac{27}{20} (e^4 q^{-4} M E \pi^{-1})^{-1} \int \frac{d^2 \sigma(ed)}{dx dy} dx dy = \int x(p(x) + n(x)) dx. \quad (15)$$

Így (14)-et és (15)-öt összehasonlítva, pl.

$$\Sigma(\nu d) = \frac{18}{5} \int F_2^{ed}(x) dx = 1,10 \pm 0,06 \quad (16)$$



2. ábra. Antineutrino indukálta rugalmatlan események $d\Sigma/dy$ eloszlása és a skálainvariancia feltevésével adódó jóslat $R=0,38$ választása esetén. (A skálainvariancia partonmodellel történő megvalósításaakor egy a pontozott tartományban haladó görbe adódik.)



3. ábra. Ugyanaz mint a 2. ábrán, de neutrino indukálta eseményekre.

adódik. A mért értékek (Gargamelle) a következők [5]:

$$\Sigma(\nu d) = \begin{cases} .904 \pm .025 & E > 1 \text{ GeV} \\ .904 \pm .038 & E > 2 \text{ GeV} \end{cases}$$

A 2. és 3. ábrán az antineutrino [7], illetve a neutrino [8] szórás $d\Sigma/dy$ hatás-keresztmetszeteit és az $R=0,38$ érték elfogadásával készült fiteket látjuk. Az egyezés ez esetben is meglepően jó. A $d\Sigma/dx$ hatáskeresztmetszetekre (anyagban történő szórásnál) a következőt kapjuk:

$$\frac{d\Sigma(\nu)}{dx} = 2x(n(x) + p(x)), \quad \frac{d\Sigma(\bar{\nu})}{dx} = \frac{2}{3}x(p(x) + n(x))$$

Elektroprodukciónban

$$\frac{d\sigma(e)}{dx} \propto \text{konst.} \cdot x(p(x) + n(x)).$$

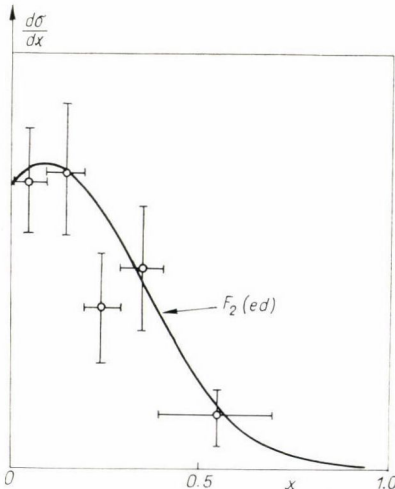
Tehát a hatáskeresztmetszeteknek $F_2^{ed}(x)$ -nal arányosnak kell lenniük:

$$\frac{d\Sigma \begin{pmatrix} \nu \\ \bar{\nu} \end{pmatrix}}{dx} \propto F_2^{ed}(x). \quad (17)$$

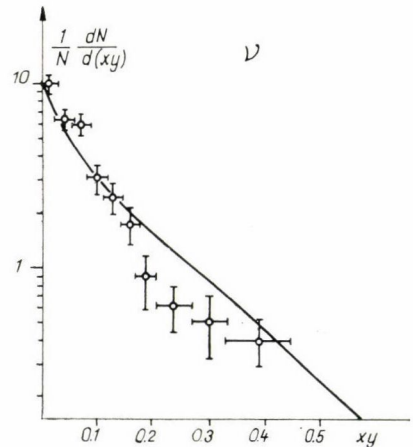
A 4. ábra ad számot e jóslat teljesüléséről [8].

Kísérletileg jól analizálhatók valamely λ mennyiségnek a következőképpen definiált momentumai:

$$\langle \lambda \rangle_{lh} = [\Sigma(lh)]^{-1} \int \lambda \frac{d\Sigma(lh)}{dx dy} dx dy. \quad (18)$$



4. ábra. A neutrino-indukálta események x eloszlása és $F_2^{ed}(x)$ -szel való arányosságuk



5. ábra. Az (xy) -eloszlás és a partonmodell jóslatának összevetése ($\nu + N$ reakció).

A neutrínószórásban mérhető momentumok sok esetben egyszerűen kifejezhetők az elektroprodukciónban mért momentumokkal, és így számértékük is megjósolható: Pl. (11), (12), (18) felhasználásával könnyen belátható, hogy

Mérés [5]

$$\langle xy \rangle_{\nu d} = \frac{1}{2} \langle x \rangle_{ed} \sim .12 \quad .12 \pm .01$$

$$\langle xy \rangle_{\bar{\nu} d} = \frac{1}{4} \langle x \rangle_{ed} \sim .06 \quad .07 \pm .01$$

$$\langle (xy)^{-1/2} \rangle_{\nu d} = 2 \langle x^{-1/2} \rangle_{ed} \sim 5.0 \quad -$$

$$\langle (xy)^{-1/2} \rangle_{\bar{\nu} d} = \frac{16}{5} \langle x^{-1/2} \rangle_{ed} \sim 7.9 \quad - \quad (19)$$

stb. Az egyezés megint igen jó.

A kísérletek analizisében a gyakorlati nehézséget a neutrínóadatok mérése okozza. Ezért hasznos a $z=xy$ változó bevezetése [9]. Ennek előnye, hogy a $d\sigma/d(xy)$ hatáskeresztmetszet méréséhez csak a végső müon adatait kell ismerni. Az 5. és 6. ábrán $d\sigma/d(xy)$ látható a parton-modell jóslataival összevetve.

Látjuk, hogy a partonmodell meglepően egyszerű, egyben imponáló leírását adja a töltött gyenge áram által előidézett mélyen rugalmatlan ütközéseknek. A következő fejezetben megvizsgáljuk, hogy ez az egyszerű modell képes-e számot adni a semleges áram indukálta eseményekről, miután meggyőződünk ezen események létezéséről a legkisebb mértékű modell-függést megengedve.

III. A semleges áram indukálta események. (Kísérlet)

A mérések során szívesebben beszélnek müonnélküli neutrínóindukálta eseményekről. A lehető legkevésbé modelfüggő módon megmutatjuk, hogy ezeknek a reakcióknak a legkézenfekvőbb magyarázatát a semleges áramok feltételezése adja.

A partonmodell használata nélkül feltecsszük, hogy a (4)-beli szerkezeti függvények skálainvariánsok, valamint, hogy $F_L \sim 0$. Ekkor (4)-ből a következő általános alak következik a differenciális hatáskeresztmetszet ν -függésére:

$$\frac{d\tilde{\Sigma}(\nu)}{d\nu} = A_R \left(1 - \frac{\nu}{E}\right)^2 + A_L, \quad \frac{d\tilde{\Sigma}(\bar{\nu})}{d\nu} = A_R + A_L \left(1 - \frac{\nu}{E}\right)^2, \quad (20)$$

ahol

$$A_L = \frac{1}{2E} \int dx (F_2(x) - xF_3(x)), \quad A_R = \frac{1}{2E} \int dx (F_2(x) + xF_3(x)) \quad (21)$$

$F_i(x) = F_i^{(\nu + \bar{\nu})d}(x)$. Miután a hatáskeresztmetszet pozitív minden y értékére, így (4)-ből azonnal látszik, hogy $|F_3(x)| \leq \frac{F_2(x)}{x}$, így A_R és A_L nemnegatív mennyiségek.

Definiáljuk az $\tilde{R} = \tilde{\Sigma}(\bar{\nu})/\tilde{\Sigma}(\nu)$ hányadost. (20)-at ebbe helyettesítve, a pozitívítást kihasználva, azonnal adódik a következő egyenlőtlenség:

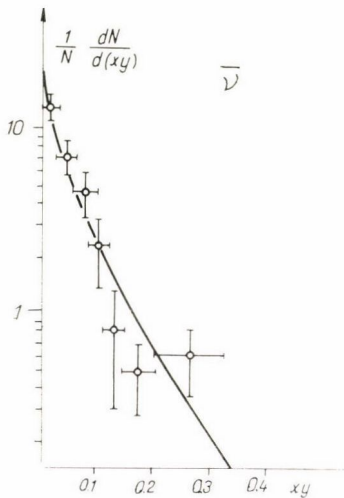
$$3 \cong \tilde{R} \cong \frac{1}{3}. \quad (22)$$

Ha \tilde{R} -t ismernénk, akkor a ν és $\bar{\nu}$ fluxus ismeretében a müonnélküli események számának ν -eloszlását a következő kifejezések adnák (egy közös, konstans arányossági tényező erejéig):

$$\frac{d\tilde{N}^{(\nu)}}{d\nu} \propto \int_{\nu}^{\infty} \varrho^{(\nu)}(E) \left[1 + \frac{A_R}{A_L} \left(1 - \frac{\nu}{E} \right)^2 \right] dE$$

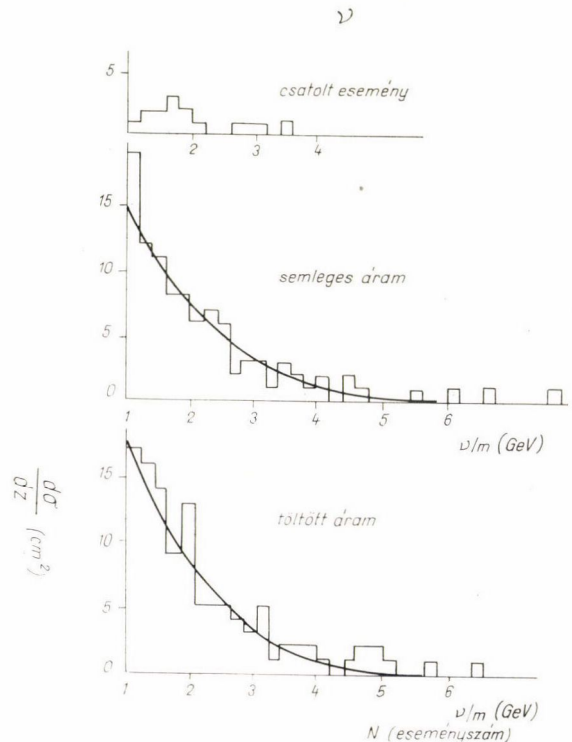
$$\frac{d\tilde{N}^{(\bar{\nu})}}{d\nu} \propto \int_{\nu}^{\infty} \varrho^{(\bar{\nu})}(E) \left[\frac{A_R}{A_L} + \left(1 - \frac{\nu}{E} \right)^2 \right] dE. \quad (23)$$

A töltött áramok esetén *partonmodellünk* szerint $F_2^{\nu}(x) = -xF_3^{\nu}(x)$, $F_2^{\bar{\nu}}(x) = -F_3^{\bar{\nu}}(x)$, így kapjuk a (11a—b) eloszlásokat, melyek neutrínóra $(1-\nu/E)$ -től függetlenek, antineutrínóra $(1-\nu/E)^2$ -tel arányosak. Ha (23)-at a CERN-beli alsó határtól, $\nu=1$ GeV-től integráljuk $d\nu$ szerint, akkor A_R/A_L értéke fittelhető $\tilde{N}^{(\nu)}$ és $\tilde{N}^{(\bar{\nu})}$



6. ábra. Ugyanaz $\bar{\nu} + N$ reakcióra.

7. ábra. A ν -indukálta töltött és semleges események ν -eloszlása és a skálinvariáns jöslat. A legfelső diagrammon a másodlagos neutronok által indukált események ν -eloszlását mutatjuk be, amely eltér a semlegesáram-gyánús eseményekétől.

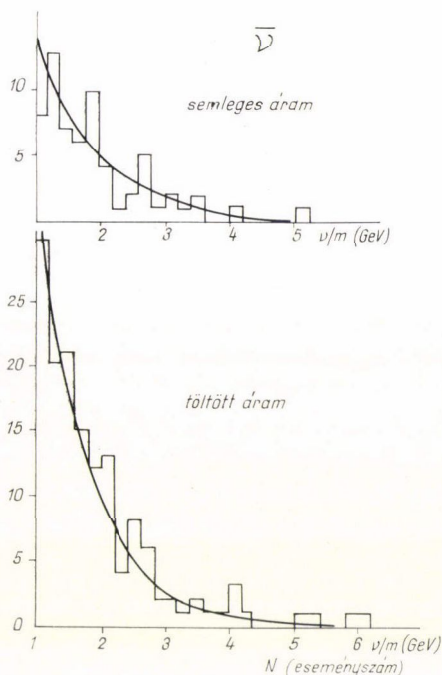


mért értékéhez. Az eredmény

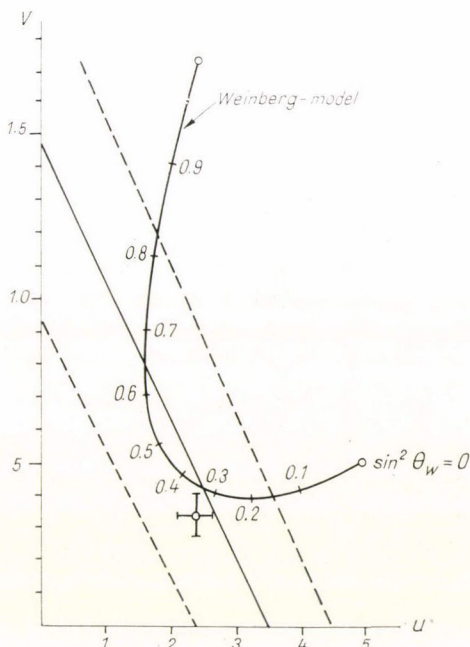
$$\frac{A_R}{A_L} \cong 0,24 \quad (\text{vagy } \tilde{R} = 0,53 \pm 0,15). \quad (24)$$

Tehát a müönnélküli események ν -eloszlása szignifikánsan különbözik a töltött áram által indukált eseményekétől.

(24)-et (23)-ban felhasználva fittelhetjük a mért ν -eloszlásokat (l. 7. és 8. ábra) [10]. Az egyezés jó, ugyanakkor a másodlagos neutron-indukálta müönnélküli események (csatoltcsillag-esemény) eloszlása ettől eltér (l. 7. ábra felső diagramja).



8. ábra. A $\bar{\nu}$ -indukálta töltött és semleges események ν -eloszlása és a skálainvariáns jóslat.



9. ábra. Az $U-V$ diagram (definíciók a szövegben). A folytonos görbe a Weinbergmodell jóslata ($\sin^2 \theta_w$ különböző értékeit a görbén feltüntettük). A szaggatott egyenesek által határolt tartomány az NAL-beli mérésekkel fér össze. A külön kiemelt pont a CERN-beli mérés eredménye.

Az analízis alapján így biztos, hogy a müönnélküli események töltött áramokkal nem érthetők meg, ezért folyamodunk a semleges áram hipotéziséhez.

Megvizsgáljuk naív partonmodellünk hogyan írja le a méréseket. Ekkor A_R és A_L egyértelműen meghatározott:

$$A_R = \frac{2}{E} \int x(p(x) + n(x)) dx (c^2 + d^2), \quad A_L = \frac{2}{E} \int x(p(x) + n(x)) dx (a^2 + b^2).$$

Azaz a kérdés: van-e megoldása az

$$\frac{A_R}{A_L} = \frac{c^2 + d^2}{a^2 + b^2} = 0,24$$

egyenletnek? A Weinberg-modellben a paraméterek értékét (9)-ből vesszük. A megoldás

$$\sin^2 \Theta_w \approx 0,32. \quad (26)$$

Szokás ábrázolni a Weinberg-modell által megengedett görbét az $U-V$ síkon [11], ahol

$$\begin{aligned} U &\equiv \frac{\tilde{\Sigma}(\bar{v}d)}{\Sigma(vd)} = \frac{1}{2} - \sin^2 \Theta_w + \frac{20}{27} \sin^4 \Theta_w \\ V &\equiv \frac{\tilde{\Sigma}(vd)}{\Sigma(vd)} = \frac{1}{2} - \sin^2 \Theta_w + \frac{20}{9} \sin^4 \Theta_w. \end{aligned} \quad (27)$$

A 9. ábrán látjuk, hogy ez a görbe, mind az NAL mérések által megengedett sávval, mind a (26) CERN-értékkel összefér.

A fluxus-meghatározás elég bizonytalan, ezért jobb hányadosokat mérni, amelyek nyilván fluxusfüggetlenek. A (18) definíció alapján képezve az átlagos energiaátadást, könnyű belátni, hogy

$$\frac{\langle \widetilde{v} \rangle_v}{\langle v \rangle_v} = \frac{17 - 3\tilde{R}}{16}, \quad \frac{\langle \widetilde{v} \rangle_{\bar{v}}}{\langle v \rangle_{\bar{v}}} = \frac{17\tilde{R} - 3}{8\tilde{R}} \quad (28)$$

(a v, \bar{v} indexek a bejövő leptonra utalnak). Ilyen típusú tesztekre egyelőre nincs közölt adat.

E fejezet konklúziójaként megállapíthatjuk, hogy az inkluzív neutrínoreakciókban a semleges gyenge áramok létezése bizonyítottnak tekinthető, és az adatok leg-egyszerűbb magyarázatát itt is a naív kvarkmodell és a Weinberg-modell együttes alkalmazása adja.

IV. Újfajta hadronok magasabb energiákon?

Az előző fejezetben a kísérleti helyzettel konzisztens elméletet építettünk ki a Cabibbo-szöget (Θ_c) elhanyagolva. Valójában azonban a semleges áramok létezésével fellép egy olyan effektus is, ahol Θ_c nem hanyagolható el. Ha (8)-ban az n -teret $n \cos \Theta_c + \lambda \sin \Theta_c$ -vel helyettesítjük, akkor megjelennek a $\lambda \neq n$ ($\Delta Q = 0$, $\Delta S = \pm 1$) átmenetek, amelyek kísérletileg sokkal erősebben el vannak nyomva (pl. a $K_L - K_S$ tömegkülönbség kicsinsége is ezt bizonyítja).

Ennek az effektusnak a kiküszöbölésére a mértékelméletek többségében új hadron-kvantumszám(oka)t vezetnek be, amely(ek)nek megfelelő kvark(ok) az $n \sin \Theta_c - \lambda \cos \Theta_c$ kombinációval hatva kölcsön, közvetve a fenti probléma megoldását jelenti(k) [12].

Tehát a hadronok gyenge áramában megjelenik ezeknek az új típusú alkotórészeknek az árama, amely az ismert hadronokat ($ch=0$) az új típusú hadronokba viszi át ($ch \neq 0$). (ch az új kvantumszám(ok)t jelöli.)

Egy lehetőség ezen állapotok létezésének kimutatására annak vizsgálata, hogyan befolyásolja az áramalgebrai összesszabályokat ezeknek az új tagoknak a megjelenése? [13.]

Legyen H_μ^w a gyenge hadronáram

$$H_\mu^w = J_\mu^{ch=0} + J_\mu^{ch \neq 0}. \quad (29)$$

Az Adler-féle neutrino-összesszabály a következő [14]:

$$\int_0^\infty dv [F_2^{vd}(q^2; v) - F_2^{\bar{v}d}(q^2; v)] v^{-1} = MC, \quad (30)$$

$$p_\mu C = \sum_N i \int d^4x e^{-iqx} \delta(x_0) \langle N(p, M) | [H_0^{w+}(x), H_\mu^w(0)] | N(p, M) \rangle;$$

itt \sum_N a nukleonokra való összegzést jelenti.

Ha most (29)-et behelyettesítjük (30)-ba, látjuk, hogy a $[J_0^{ch=0}, J_\mu^{ch=0}]$ kommutátor mellett $[J_0^{ch \neq 0}, J_\mu^{ch \neq 0}]$ is ad járulékot.

A kommutátort a kvarkalgebrát elfogadva számoljuk ki, azaz a gyenge áramra feltesszük a

$$H_\mu^w \doteq \bar{\psi} \gamma^\mu L (1 + \gamma_5) \psi + \bar{\psi} \gamma^\mu R (1 - \gamma_5) \psi \quad (31)$$

relációt, ahol \doteq jelentése: „kommutátora azonos tulajdonságú a jobb oldallal számolt kommutátorral”. (31) jobb oldalán ψ a hadron alkotórészeinek tereiből képzett oszlopvektor; L és R a gyenge áram algebrai szerkezetét ezen a téren meghatározó mátrixok.

(31)-gyel számolva a (30)-beli kommutátort az összesszabályt a skálainvariáns tartományban írva fel, kapjuk a következő eredményt:

$$\int_0^1 dx x^{-1} (F_2^v(x) - F_2^{\bar{v}}(x)) = 2A, \quad A = \sum_N \langle N | Q^{(3)} | N \rangle \quad (32)$$

$$Q^{(3)} \doteq \int d^3x \bar{\psi}(x) \gamma_0 \{ [L, L^+] + [R, R^+] \} \psi(x).$$

A legismertebb és legegyszerűbb modell, amelyben egyetlen új típusú részecskét, a p' -kvarkot vezetik be a következő struktúrájú [vö. (7) és (8)] [12]:

$$L = \begin{pmatrix} a & \tilde{c} & \tilde{s} & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & -\tilde{s} & \tilde{c} & 0 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} c & & & \\ & d & & \\ & & d & \\ & & & c \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} P \\ n \\ \lambda \\ p' \end{pmatrix} \quad (33)$$

($\tilde{s} = \sin \Theta_c$, $\tilde{c} = \cos \Theta_c$). Könnyű belátni, hogy ebben a modellben a (32) összesszabály eredeti értéke marad továbbra is érvényes. A 10. ábrán jónéhány modellre feltüntetjük A értékét, és látjuk, hogy ennek mérése valóban lehetővé tenné bizonyos modellosztályok között a megkülönböztetést.

Hasonló változást eredményez $J_\mu^{ch \neq 0}$ megjelenése a Gross—Llewellyn—Smith-összegszabályban [15]. Itt a levezetés vázolója nélkül csak az eredményt közöljük:

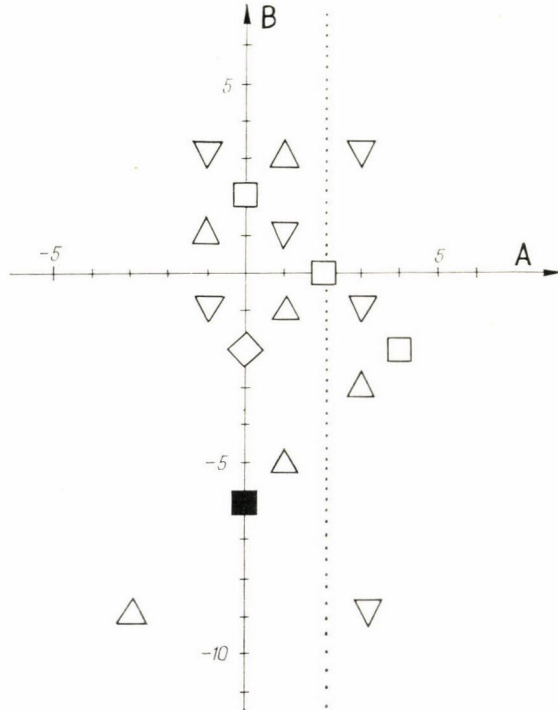
$$\int_0^1 [F_3^v(x) + F_3^s(x)] dx = 2B$$

$$B = \sum_N \langle N | Q^{(0)} | N \rangle \quad (34)$$

$$Q^{(0)} \doteq \int d^3x \bar{\psi} \gamma_0 [\{R, R^+\}_+ - \{L, L^+\}_+] \psi(x).$$

A csak töltött áramokat tartalmazó elméletben $B = -3$. A 10. ábrán B -nek különböző modellekben jóslott értékeit is feltüntetjük.

Megjegyezzük még, hogy az új kvantumszámú hadronok keletkezési csatornáinak megnyílása a partonmodell nyelvén új partonok és a vektorbozonok kölcsönhatásának felel meg. Ez pozitív járulékot ad a hatáskeresztmetszetbe. Észерint a küszöböknel a teljes hatáskeresztmetszetek *meredeksége* [vö. (14)] megnőne. Ez volna a detektálás



10. ábra. Különböző modellek jóslatai A és B értékére: Az $SO(3)$ mértékcsoportot tartalmazó elméletekben a paraméterek megválasztásával a szaggatott vonaltól jobbra tetszőleges pontot el lehet érni. A háromszögek olyan modellekben adódnak, ahol a kvarkok az $SU(2)$ mértékcsoport szinglet és triplet ábrázolásaiba vannak beosztva (\triangle és ∇ jelek között a kvarkok triptelen belüli helyzete tesz különbséget.) A besötétített \blacksquare adja a törtöltésű kvarkokat dubletekben és szingletekben tartalmazó mértékmodellek jóslatát. A \square ugyanez, de különböző egészöltésű kvarkokra. Végül \diamond az egész töltésű, de új kvantumszám (Ch) nélküli kvarkokat tartalmazó elmélet jóslata.

legegyszerűbb módja, ami azonban az állapot algebrai tulajdonságaira nem nyújtana felvilágosítást.

V. A $\nu + N \rightarrow \begin{pmatrix} \nu \\ \mu \end{pmatrix} + \pi + X$ reakció vizsgálata

Partonmodellünket kiterjesztjük az inkluzív pion neutrinoalkotórész termelésének vizsgálatára. Az elektroalkotórész mintájára [16] a következő modellt állítjuk fel az *áram fragmentációs tartományában* lezajló folyamatok leírására:

1. A vektorbozon elnyelő kvark a többi alkotórész terében fékezési sugrázásoként emittálja a végállapotban detektált piont.

2. A pion a kvark haladási irányában repül ki ($p_{\perp} \cong 0$) impulzusának z -ed részét viszi el. A kibocsátási valószínűség feltevésünk szerint skálainvariáns — azaz csak z -től függ. Annak valószínűségét, hogy az α kvark π piont bocsát ki z impulzus-törredékkel, jelöljük $D_{\alpha}^{\pi}(z)$ -vel.

3. A kvark vektorbozon abszorpcióját és hadron-emisszióját független — (inkohérens) — eseményeknek tekintjük, így a teljes folyamat valószínűségében valószínűségek szorzata szerepel.

E három pont alapján (11)-ből könnyen származtathatjuk a skálainvariáns inkluzív hatáskeresztmetszeteket [17]:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Sigma(\nu p)}{dx dz} &= 2x n(x) D_p^{\pi}(z), \quad \frac{d^2 \Sigma(\bar{\nu} p)}{dx dz} = \frac{2}{3} x p(x) D_n^{\pi}(z) \\ \frac{d^2 \tilde{\Sigma}(\nu p)}{dx dz} &= 2x \left\{ \left[a^2 + \frac{1}{3} c^2 \right] p(x) D_p^{\pi}(z) + \left[b^2 + \frac{1}{3} d^2 \right] n(x) D_n^{\pi}(z) \right\} \\ \frac{d^2 \tilde{\Sigma}(\bar{\nu} p)}{dx dz} &= 2x \left\{ \left[\frac{1}{3} a^2 + c^2 \right] p(x) D_p^{\pi}(z) + \left[\frac{1}{3} b^2 + d^2 \right] n(x) D_n^{\pi}(z) \right\}. \end{aligned} \quad (35)$$

A neutron targeten történő inkluzív szórás hatáskeresztmetszeteket $p(x) \leftrightarrow n(x)$ cserével kapjuk (35)-ből (a D -függvények indexei változatlanok) (35)-ben a $D_p^{\pi}(z)$ és $D_n^{\pi}(z)$ függvények ismeretére van szükségünk, hogy a kísérletekkel modellünket összehasonlíthassuk. Ezeket az inkluzív pion elektroalkotórész termeléséből meghatározhatjuk.

Ez utóbbinak a hatáskeresztmetszete (12) és (13) alapján

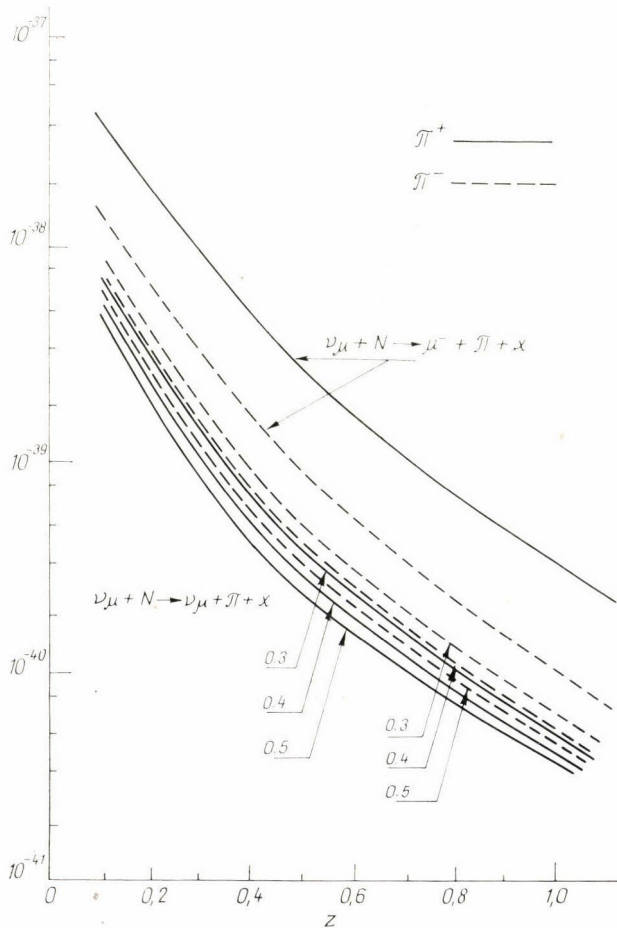
$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma(ep)}{dx dz} &= e^4 q^{-4} M E \pi^{-1} \frac{4}{3} x \left[\frac{4}{9} p(x) D_p^{\pi}(z) + \frac{1}{9} n(x) D_n^{\pi}(z) \right] \\ \frac{d^2 \sigma(en)}{dx dz} &= e^4 q^{-4} M E \pi^{-1} \frac{4}{3} x \left[\frac{4}{9} n(x) D_p^{\pi}(z) + \frac{1}{9} p(x) D_n^{\pi}(z) \right]. \end{aligned} \quad (36)$$

(36) jobb oldalát (egy azzal arányos mennyiséget) rögzített x -re mérték [18]. Így belőle D_p^{π} és D_n^{π} meghatározható. A 11. ábrán a töltött és a semleges áramokból származó x -re integrált π^+ és π^- eloszlásokat láthatjuk z -függvényében (utóbbiakat a Weinberg-modellben Θ_w különböző értékeire). Már elektroalkotórész termelésben is tipikus

jellemzője volt a patronmodellnek a π^+ és π^- keltés aszimmetriája. Ez a jellegzetesség itt is megmarad. Most protonon való szórásra adjuk meg az eredményt

$$R(x)_v^{\text{töltött}} = \left(\frac{\pi^+}{\pi^-} \right)_v = \frac{\int dz D_p^{\pi^+}(z) 2x(n(x) + p(x))}{\int dz D_p^{\pi^-}(z) 2x(p(x) + n(x))} = \text{konstans}$$

$$R(x)_v^{\text{semleges}} = \frac{\int dz \left[p(x) D_p^{\pi^+}(z) \left(a^2 + \frac{1}{3} c^2 \right) + n(x) D_n^{\pi^+}(z) \left(b^2 + \frac{1}{3} d^2 \right) \right] \cdot 2x}{\int dz \left[p(x) D_p^{\pi^-}(z) \left(a^2 + \frac{1}{3} c^2 \right) + n(x) D_n^{\pi^-}(z) \left(b^2 + \frac{1}{3} d^2 \right) \right] \cdot 2x}. \quad (37)$$

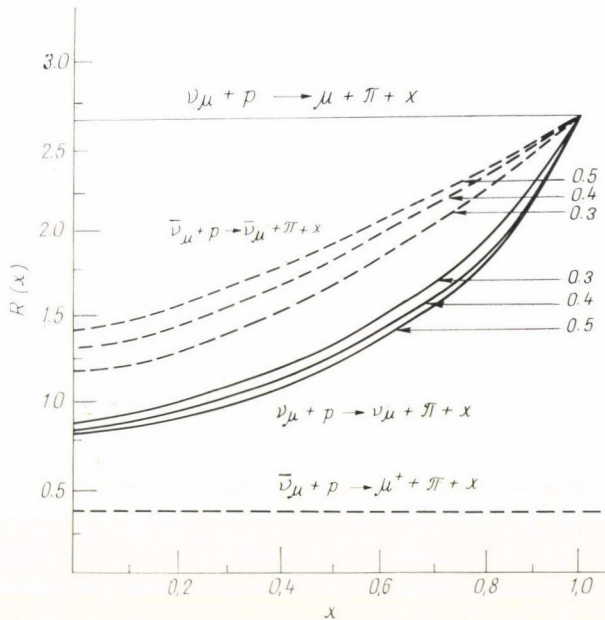


11. ábra. Neutrino indukált a, töltött és semleges árammal történő inkluzív π^+ és π^- keltés hatáskeresztmetszetei. Semleges áramra $\sin^2 \theta_w$ különböző értékei mellett vettük fel a görbét.

Tehát a töltött áramos kölcsönhatásban a hányados x -től független, míg semleges áram esetén x -függő. Ez modellünk alapján a semleges áramok kimutatásának egyik lehetősége. Az elektroprodukción kísérletekből tudjuk, hogy $x \sim 1$ -re $p(x) \gg n(x)$. Ekkor (37)-ből világos, hogy

$$R_v^{\text{semleges}} \xrightarrow{x \rightarrow 1} \frac{\int dz D_p^{\pi^+}(z)}{\int dz D_p^{\pi^-}(z)} \cong R_v^{\text{töltött}}. \quad (38)$$

Az antineutrínó által indukált kölcsönhatásokra (37)-hez hasonló formulákat kaphatunk. $R(x)$ -t az összes esetre bemutatjuk a 12. ábrán (semleges áramra újfent a Weinberg-szög több értékét használtuk). Megjegyezzük, hogy a (37) jellegű hányadosok a bejövő fluxustól függenek, így tanulmányozásuk kísérletileg előnyös.



12. ábra. A π^+ és π^- inkluzív (anti) neutrino keltésének aránya ($R(x)$) töltött és semleges árammal történő kölcsönhatás esetén (utóbbiban $\sin^2 \Theta_w$ különböző értékeire).

Hasonlóan lehetséges valamely pion semleges és töltött árammal történő produkciójának összehasonlítása is. A részletes kidolgozás helyett csak annyit jegyzünk meg, hogy a kísérletből már ismert [19], hogy

$$\frac{\sigma(\bar{\nu}d \rightarrow \bar{\nu}\pi^+ X) + \sigma(\bar{\nu}d \rightarrow \bar{\nu}\pi^- X)}{\sigma(\bar{\nu}d \rightarrow \mu^+ \pi^+ X) + \sigma(\bar{\nu}d \rightarrow \mu^+ \pi^- X)} = 0,46.$$

Ezt az eredményt a kvarkmodell számolás $\sin^2 \Theta_w \sim 0,4$ -re képes reprodukálni. A Weinberg-szög így meghatározott értéke konzisztensnek mondható a korábban ismertetettel.

Összefoglalva az inkluzív keltési reakciók tanulmányozása a gyenge semleges áramok és partonelméleti leírásuk további tesztelését teszik lehetővé és a független információk gyűjtése szempontjából nagyon fontosak.

VI. Következtetések

Az (1) és (2) reakciók az új típusú gyenge kölcsönhatások tanulmányozásának jelenleg kísérletileg legjobban hozzáférhető lehetőségeit kínálják.

Tanulmányozásuk meggyőzően bizonyítja

1. A töltött áramokkal közvetített gyenge kölcsönhatásoktól eltérő tulajdonságú események létezését, amelyek legegyszerűbb értelmezését a semleges áramok feltételezésével lehet megadni.

2. A hadronok ezekben a reakciókban is összetett objektumokként viselkednek.

Ha az eredményeket konkrét modell keretében kvantitatíven kívánjuk megérteni, akkor

1. A nukleonok szerkezetét a legegyszerűbb („naív”) kvarkmodellel vehetjük figyelembe.

2. Az új típusú kölcsönhatást a Weinberg-féle eredeti egységes elmélet kielégítően leírja.

A jelenlegi energiákon további részletes méréseket végezve, lehetőség nyílik e modell sokoldalú ellenőrzésére. Magasabb energiákon mérve viszont módunk lesz a különböző modellek közötti disztinkválásra. Ez utóbbi mérésekre már lehetőség nyílik az egyesült államokbeli NAL-ben, és ez a terület a következő 1—2 évben a neutrínofizika egyik legizgalmasabb fejezetévé válhat.

IRODALOM

1. Néhány újabbleketű részletes összefoglaló e témakörben: *A. de Rújula, H. Georgi, S. L. Glashow, Helen R. Quinn*, „Fact and Fancy in Neutrino Physics” (Harvard preprint, 1973).
M. Gourdin, „Weak Effects in Inclusive Electroproduction” Előadás a 9. Balaton Symposiumon, 1974 jún. Balatonfüred.
D. H. Perkins, Előadás a 9. Balaton Symposiumon, 1974 jún. Balatonfüred.
2. A partonmodell részletes kifejtésére l.
R. P. Feynman Photon-Hadron Interactions, *W. A. Benjamin Inc.*, 1972 és Előadás a 8. Balaton Konferencián (Neutrino’ 72), 1972 Balatonfüred.
3. *S. Weinberg*, Phys. Rev. Letters **19**, 1267 (1967).
4. *C. G. Callan, D. Gross*, Phys. Rev. Letters **22** (1969) 156.
5. *T. Eichten* és mksai, Phys. Letters **46B** (1973) 281.
6. *A. Benvenuti* és mksai, Phys. Rev. Letters (publikálás alatt).
7. *D. H. Perkins*, Előadás a XVI. Nemzetközi Részecskefizikai Konferencián 1972 (Batavia, USA).
8. *B. C. Barish* és mksai, CALTECH—Report 68—396 (1973).
9. *J. D. Bjorken, D. Cline, K. Mann*, Phys. Rev. **D8** 3207 (1973).
10. *P. Musset*, Előadás a 2. Aix-en-Provence Konferencián (1973) Journal de Phys. **34** (1973).
11. *S. L. Glashow*, Előadás az 1973. évi erice-i Nyári Iskolán.
12. *S. L. Glashow, H. Iliopoulos, L. Maiani*, Phys. Rev. **D2**, 1285 (1970).
13. *A. de Rújula, S. L. Glashow*, „What Neutrinos Will Tell about Gauge Theories” Harvard preprint (1973)
14. *S. Adler*, Phys. Rev. **143** 1144 (1966).
15. *D. Gross, C. Llewellyn-Smith*, Nucl. Phys. **B14** 337 (1969).
16. *M. Gronau* és mksai, Nucl. Phys. **B51** (1973) 611.
17. *C. Albright, J. Cleymans*, Nucl. Phys. **B76** 48 (1974).
18. *C. J. Bebek*, Phys. Rev. Letters **30** (1973) 479.
19. *J. Cleymans, L. M. Sehgal*, CERN—TH 1775.

A KVANTUMMECHANIKAI RENDSZEREK LOKALIZÁLHATÓSÁGÁRÓL*

A. S. WIGHTMAN

Wigner Jenő tiszteletére hatvanadik születésnapja alkalmából

1. Bevezetés

A részecskék helyének fogalma a kvantummechanika megszületésétől kezdve sokat vitatott téma volt. Nemrelativisztikus esetben a mátrix- és hullámmechanika ekvivalenciájának bebizonyítása, a határozatlansági összefüggések felfedezése és az elmélet statisztikus értelmezésének kidolgozása a megértés olyan szintjére vezetett, amely a nemrelativisztikus elmélet elkerülhetetlenül fellépő korlátain belül teljesen kielégítőnek tekinthető.

Történetileg a zavar a relativisztikus esetben jelentkezett, mivel olyan helyzeteket, melyek igazában csak sokrészecske \sim nyelven írhatók le, egyetlen részecske leírására szolgáló formalizmusba gyömöszöltek. Itt az olyan egyrészecske hullámfüggvényekkel kapcsolatos nehézségekre gondolok, amelyek látszólag zérustól különböző valószínűséget adnak a részecske negatív energiájú állapotban való előfordulására. A figyelem hamar a terek kvantumelméletének problémáira terelődött, és a relativisztikus részecskékre vonatkozó helyoperátorok státusának kérdése tisztázatlan maradt. Ez nem jelenti azt, hogy a tárgyról nem jelentek meg dolgozatok; e dolgozatok azonban teljesen eltérő célokat tartottak szem előtt: nem zárták ki, hogy a vizsgált részecskék nem-fizikai (negatív energiájú) állapotban legyenek, vagy olyan operátorokat tanulmányoztak, amelyek nem szolgáltattak a hely leírására *megfigyelhető* mennyiséget, mivel három komponensük nem volt felcserélhető.

E cikk szerzőjének véleménye szerint a döntő lépés a relativisztikus eset tisztázására *Newton* és *Wigner* [1] egyik dolgozatában található meg. Ebben a szerzők megmutatják, hogy ha a lokalizált állapot fogalma eleget tesz bizonyos, csaknem kikerülhetetlen követelményeknek, tulajdonságait egy szabad részecske esetében egyértelműen meghatározza a hullámfüggvény transzformációs viselkedése inhomogén Lorentz-transzformációkkal szemben. Mint kiderül, a kapott koordinátaoperátorok $1/2$ spin esetén megegyeznek a *Foldy—Wouthuysen*-féle „átlagos koordináta”, operátorokkal [2]. Hasonló vizsgálatot végzett a *Galilei*-féle relativitás esetére *Inönü* és *Wigner* [3].

Newton és *Wigner* lényeges eredménye abban áll, hogy egyetlen részecskére a lokalizálhatóság fogalmát és a megfelelő koordinátaoperátorokat, amennyiben ezek egyáltalán léteznek, egyértelműen meghatározza a relativisztikus kinematika. Hogy egy ilyen részecske helye valóban megfigyelhető-e a mérés kvantumelméleti értelmében, az már természetesen sokkal mélyebb probléma; a kérdésre valószínűleg csak a részecskék egy speciális, következetes dinamikai elméletének keretei között lehet válaszolni. Ebből a szempontból a relativisztikus részecskék lokalizálhatóságára

* Megjelent *Reviews of Modern Physics* 34, 845, 1962.

vonatkozó minden eddigi vizsgálat — beleértve a jelenlegit is — csupán előzetesnek tekintendő: a kitűzött feladat egy adott transzformációs törvénnyel konzisztens koordinátaoperátorok megszerkesztése. Hátra van ezek után az adott transzformációs törvénnyel konzisztens teljes dinamikai elméletek felállítása, és annak eldöntése, hogy a helykoordináták tényleg mérhetők-e azokkal a berendezésekkel, melyek létezését maguk a dinamikai elméletek lehetővé teszik.

Newton és *Wigner* megfogalmazása szerint az adott időpontban a háromdimenziós tér a pontjában lokalizált állapotok S_a halmazának a következő axiómákat kell kielégítenie:

- a) S_a lineáris sokaság
- b) S_a invariáns az a körüli forgatásokkal, az a -ra vonatkozó tükrözésekkel és időtükrözéssel szemben
- c) S_a ortogonális minden, belőle térbeli eltolással kapott halmazra
- d) bizonyos regularitási feltételek.

Elemi rendszerekre, azaz olyanokra, amelyek állapotai az inhomogén Lorentz csoport irreducibilis ábrázolásai szerint transzformálódnak, az a)...d) követelményeknek eleget tevő megoldások, ha egyáltalán léteznek, folytonos normálású hullámfüggvények, azaz a Hilbert-tér szokásos definíciója szerint az S_a halmaz nem létezik. Fizikailag és matematikailag világos azonban, hogy *Newton* és *Wigner* megfogalmazását úgy kell tekintenünk, mint a kiterjedt tartományban való lokalizálhatóság fogalmának határesetét.

A jelen dolgozat célkitűzése az a)...d) követelményekben rejlő fizikai gondolatok újra-megfogalmazása a tartományban való lokalizálhatóság fogalma alapján. Ha ezt meg tesszük, látjuk, hogy egy fizikai rendszerre a lokalizálhatóság fogalmának létezése és egyértelműsége olyan tulajdonságok, amelyek csupán a rendszernek az euklidesi csoporttal, azaz a térbeli eltolások és forgatások csoportjával szemben mutatott transzformációs viselkedésétől függenek. A lokalizálhatóság vizsgálata ezekután a Lorentz- és a Galilei-invariáns esetben egyszerűen annak tárgyalása, hogy az euklidesi csoport milyen ábrázolásai léphetnek fel itt vagy ott. Az egyértelműséghez elő kell még írunk az időtükrözéssel szembeni invarianciát és egy, a *Newton* és *Wigner*-féle regularitási feltétellel analóg követelményt. Mint várni lehet, kiadódnak a régi megfogalmazásból kapott eredmények. Joggal merül fel a kérdés, hogy mi értelme van egy ilyen hosszúra nyújtott lábjegyzetnek *Newton* és *Wigner* dolgozatához. Először is, számomra úgy tűnik, hogy mindenképpen érdemes matematikailag szigorúan bizonyítani *Newton*nak és *Wigner*nek azt az alapvető eredményét, hogy egyetlen foton *nem* lokalizálható. Másodszor, *Newton* és *Wigner* munkája úgy tekinthető, mint hozzájárulás annak az általános problémának a vizsgálatához, hogy a kvantummechanikai rendszer milyen fizikai jellemzői konzisztensek egy adott relativisztikus transzformációs törvénnyel. Ebben a vonatkozásban érdekes a tartományban való lokalizálhatóság alábbi $I...V$ axiómáját úgy felfogni, mint a mérhető részecske-jellemzők kvantumelméleti fogalmának igen speciális esetét. Más helyen [4] megadtam egy axióma-rendszert a részecske-interpretáció fogalmának megalapozására, amely egyetlen részecske esetére specializálva az $I...V$ rendszerbe megy át. A fő ok a jelenlegi egyszerű eset teljes matematikai részletességgel való tárgyalására éppen az, hogy előkészítésként szolgáljon a részecske-interpretációk meghatározásának problémájához.

Kiderül, hogy az itteni értelemben vett lokalizálhatóság vizsgálatára a természetes matematikai keret az euklidesi csoport imprimitív ábrázolásainak elmélete.

Az imprimitivitás fogalmát véges csoportokra korán bevezették a csoportelméletben. Általánosítását a topologikus csoportok egy nagy osztályára Mackey [5] adta meg. Matematikai szempontból ez a dolgozat nem más, mint Mackey elméletének részletes kifejtése az euklidesi csoport esetére. Arra törekedtem azonban, hogy amennyire lehetséges, a tárgyalás önmagában teljes legyen, és a bizonyításoknál felhasználtam Loomis [6] néhány elegáns megfontolását. Ennek az ismertető jellegű áttekintésnek az a célja, hogy az olvasó megérthesse a matematikai megfontolások menetét az euklidesi csoportra, anélkül, hogy át kellene magát rágnia az általános eseten, bármennyire jellemfejlesztő lenne is számára egy ilyen tapasztalat.

2. Az axiómák matematikai megfogalmazása és előzetes heurisztikus tárgyalás

Az axiómák $E(S)$ projekciós operátorokra vonatkozó kijelentések, ahol S az euklidesi tér valamely részhalmaza egy adott időpontban. Feltesszük, hogy $E(S)$ megfigyelhető mennyiség. Projekciós operátornak kell lennie, mivel a feltevés szerint a rendszer egy tulajdonságát írja le, azt a tulajdonságot, hogy a rendszer S -ben van lokalizálva. Azaz, ha a \mathcal{H} szeparábilis Hilbert-tér Φ vektora olyan állapotot ellemmez, melyben a rendszer S -ben található, akkor $E(S)\Phi = \Phi$. Ha a rendszer S -en kívül van, akkor $E(S)\Phi = 0$. Így $E(S)$ csak a 0 és 1 sajátértékekkel rendelkezhet, és mint megfigyelhető mennyiség, önadjungált kell hogy legyen. Ebből következik, hogy projekciós operátor [7].

Az axiómák a következők:

- I. Az R^3 háromdimenziós euklidesi tér minden S Borel-halmazára létezik egy $E(S)$ projekciós operátor, melynek várható értéke megadja annak a valószínűségét, hogy a rendszert S -ben találjuk.
- II. $E(S_1 \cap S_2) = E(S_1)E(S_2)$.
- III. $E(S_1 \cup S_2) = E(S_1) + E(S_2) - E(S_1 \cap S_2)$.
Ha az S_i , $i=1, 2, \dots$ Borel-halmazok nem nyúlnak egymásba, akkor $E(\cup S_i) = \sum_i E(S_i)$.
- IV. $E(R^3) = 1$.
- V'. $E(RS + \mathbf{a}) = U(\mathbf{a}, R)E(S)U(\mathbf{a}, R)^{-1}$, ahol az $RS + \mathbf{a}$ halmaz S -ből az R forgatással és az ezt követő \mathbf{a} eltolással adódik, $U(\mathbf{a}, R)$ pedig az elforgatást és az \mathbf{a} eltolást az állapottéren leíró unitér operátor.

Az $S_1 \cap S_2$, ill. $S_1 \cup S_2$ halmaz az S_1 és S_2 halmazok közös része, ill. egyesítése, $\cup S_i$ pedig az S_i halmazok egyesítése.

A felsorolt axiómák fizikai jelentése az alábbiakban foglalható össze:

A Borel-halmazok családja az a legkisebb halmazosztály, amely tartalmazza az összes kockát és zárt a komplementerképzéssel és megszámlálható sok halmaz egyesítésével szemben. Megtehetnénk, hogy a Borel-halmazokat olyan halmazokkal helyettesítjük, melyek a kockákból kiindulva komplementerképzéssel és véges sok halmaz egyesítésével adódnak, és III-at csak véges összegekre követeljük meg. Meg lehet azonban mutatni, hogy minden ilyen $E(S)$ kiterjeszthető egy, a Borel-halmazokon értelmezett és III-at a fenti alakjában kielégítő projekciós operátorra. (E kérdés további vizsgálatával kapcsolatban l. az I. Függelék.) Valójában $E(S)$

az összes Lebesgue-mérhető halmazra is kiterjeszthető, erre a kiterjesztésre azonban itt nem lesz szükségünk [8].

II. azt állítja, hogy ha egy rendszer benne van *mind* S_1 -ben, *mind* S_2 -ben, benne van $S_1 \cap S_2$ -ben.

III. szerint az $S_1 \cup S_2$ -ben lokalizált rendszer állapotainak halmaza az S_1 -ben, illetve S_2 -ben lokalizált állapotok által kifeszített zárt lineáris sokaság.

IV. azt jelenti, hogy egységnyi annak a valószínűsége, hogy a rendszer valahol megtalálható.

V'. szerint, ha Φ olyan állapot, amelyben a rendszer S -ben van lokalizálva, akkor $U(a, R)\Phi$ az $RS+a$ -ban lokalizált rendszert leíró állapot.

Úgy gondolom, bátran kijelenthetjük, hogy a háromdimenziós térrel kapcsolatos bármely lokalizálhatósági fogalom, amely *nem* tesz eleget az I...V'. axiómáknak, gyökeres szakítást jelent jelenlegi fizikai elképzeléseinkkel.

Az $E(S)$ projekciók három felcserélhető koordinátaoperátort (q_1, q_2, q_3) definiálnak, melyek a 3-dimenziós térben vektort alkotnak:

$$q_i = \int_{-\infty}^{\infty} \lambda dE(\{x_i \leq \lambda\}), \quad (2.1)$$

ahol $E(\{x_i \leq \lambda\})$ az $\{x_i \leq \lambda\}$ halmaz projekciós operátora; $\{x_i \leq \lambda\}$ a háromdimenziós tér azon pontjaiból áll, melyek i -edik koordinátájára fennáll az $x_i \leq \lambda$ egyenlőtlenség. Természetesen, (2.1)-et úgy kell értenünk, hogy a

$$(\Phi, q_i \Psi) = \int_{-\infty}^{\infty} \lambda d(\Phi, E(\{x_i \leq \lambda\}) \Psi)$$

Stieltjes-integrál létezik minden olyan Φ -re és Ψ -re, amelyen q_i értelmezhető. Ily módon minden $E(S)$ projekciócsalád egyértelműen meghatároz egy q helyoperátort. Megfordítva, $E(S)$ létezésének követelménye úgy tekinthető, mint annak az állításnak a precíz megfogalmazása, hogy q létezik és komponensei egyidejűleg mérhetőek. Egy olyan lokalizálhatósági fogalom, amelyre $[q_i, q_j] \neq 0$ — ha ilyenek egyáltalán van értelme — nem illeszthető bele a fenti keretbe.

Az V' axióma megfogalmazásában az $U(a, R)$ unitér operátorok szerepelnek. Mint ismeretes, ezekről a fizikai általánosság megszorítása nélkül feltehetjük, hogy egy \pm előjel erejéig ábrázolást alkotnak [9], azaz

$$U(a_1, R_1)U(a_2, R_2) = \omega(a_1, R_1; a_2, R_2)U(a_1 + R_1 a_2, R_1 R_2),$$

ahol $\omega = \pm 1$. Matematikai szempontból kényelmesebb közönséges ábrázolással dolgozni, amelyre $\omega = +1$. Az is jól ismert, hogy ez az euklideszi csoport \mathcal{E}_3 fedőcsoportjára való áttéréssel érhető el [10]. Az utóbbi úgy definiálható, mint az a, A párok halmaza, ahol a ismét a háromdimenziós eltolás vektora, A pedig egységnyi determinású 2×2 unitér mátrix. A $\pm A$ mátrixok az

$$Ax \cdot \tau A^* = (R(\pm A)x) \cdot \tau$$

egyenleten keresztül ugyanazt a forgatást definiálják. Itt τ a Pauli-mátrixokat jelöli:

$$\tau^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

\mathcal{E}_3 szorzási törvénye:

$$\{a_1, A_1\}\{a_2, A_2\} = \{a_1 + A_1 a_2, A_1 A_2\}.$$

Itt az egyszerűség kedvéért $R(A_1)a_2$ helyett $A_1 a_2$ -t írtunk, és a továbbiakban is mindig ezt fogjuk tenni. A mondottak alapján V' helyett a következő axiómát vezethetjük be:

$$V. \quad U(a, A)E(S)U(a, A)^{-1} = E(AS + a)$$

R^3 minden S Borel-halmazára és minden $\{a, A\} \in \mathcal{E}_3$ -ra. Itt $AS + a$ az S -ből az $\{a, A\}$ transzformációval kapott halmaz, $\{a, A\} \rightarrow U(a, A)$ pedig \mathcal{E}_3 -nak a kérdéses fizikai rendszerhez tartozó ábrázolása.

Mackey terminológiájában I...V azt jelenti, hogy az $\{E(S)\}$ operátorhalmaz \mathcal{E}_3 $U(a, A)$ ábrázolásának *imprimitivitás-rendszere* az R^3 bázissal. Hogy az itt tárgyalt problémát Mackey általános elméletének keretei között lássuk, emlékeztetünk rá, hogy ő általánosságban egy G topologikus csoportot vizsgál és ennek két folytonos ábrázolását. Az egyik ábrázolás egy M topologikus tér $x \rightarrow h(g)x$ homeomorfizmusával van megadva (a homeomorfizmus egy kölcsönösen egyértelmű leképezés, amely inverzével együtt folytonos), a másik G unitér ábrázolása egy \mathcal{H} Hilbert-téren: $g \rightarrow U(g)$. Ezekután egy imprimitivitás-rendszer az M bázissal úgy van definiálva, mint egy \mathcal{H} -n értelmezett projekciócsalád, amely eleget tesz az I, II, III, IV axiómáknak (ahol most S M -beli Borel-halmaz), továbbá V megfelelő módosításának:

$$U(g)E(S)U(g)^{-1} = E(h(g)S).$$

Az olyan $U(g)$ ábrázolást, amelynek van legalább egy imprimitivitás-rendszere (az M bázissal), (M -re vonatkoztatva) imprimitívnek hívjuk. Egy imprimitivitás-rendszer *transzítív*, ha a $g \rightarrow h(g)$ homeomorfizmus-csoport az, vagyis ha megfelelő h -val minden x pont az összes többibe átvihető.

Egy transzítív imprimitivitás-rendszer esetében M egy faktortérrel helyettesíthető, az alábbi módon. Legyen G_x azon $g \in G$ elemek al csoportja, melyekre $h(g)x = x$. Ha $h(g_1)x = y = h(g_2)x$, akkor $h(g_2^{-1}g_1)x = x$, úgyhogy $g_2g = g_1$, ahol $g \in G_x$. A g_2g , $g \in G_x$ alakú elemek halmazát g_2G_x -szel jelöljük és $G_x g_2$ által generált baloldali mellékosztályának hívjuk. Ily módon minden bal oldali mellékosztály megfelel M egy pontjának, miközben különböző mellékosztályok különböző pontoknak felelnek meg, és egyszerű névváltoztatással M a bal oldali mellékosztályok terével helyettesíthető; ez utóbbit általában G/G_x -szel jelölik. A nem-transzítív rendszer általánosabb esetében az M tér pályákra hasad, és egy pálya pontjait feleltethetjük meg egy-egyértelműen G/G_x pontjainak, ahol x a pálya tetszőleges pontja.

A lokalizálhatóság itt vizsgált problémájában az imprimitivitás-rendszer transzítív, de az impulzus és a részecskékhez kapcsolódó fizikai mennyiségek esetében általában nem az.

Mackey elméletéből adódik, hogy a transzítív imprimitivitás-rendszer és a vele kapcsolatos ábrázolás egy megfelelően választott V unitér transzformációval standard alakra hozható:

$$\{E(S), U(g)\} \rightarrow \{VE(S)V^{-1}, VU(g)V^{-1}\}.$$

Ebben a standard alakban $VU(g)V^{-1}$ egy úgynevezett indukált ábrázolás lesz, amelyet G_x egy unitér ábrázolása generál, ahol x M valamely rögzített pontja.

Az $\{E_1(S), U_1(g)\}$ és $\{E_2(S), U_2(g)\}$ párok akkor és csak akkor unitér ekvivalensek,

$$E_1(S) = VE_2(S)V^{-1}, \quad U_1(g) = VU_2(g)V^{-1},$$

ha G_x megfelelő unitér ábrázolásai ekvivalensek.

Ezeknek az állításoknak a részletes bizonyítását \mathcal{E}_3 speciális esetére a következő szakaszokban fogjuk megadni. Egyelőre az eredményeket egyszerűen feltételezve segítségükkel megvizsgáljuk $E(S)$ egyértelműségét egy adott $U(g)$ -re. Világos, hogy ha $U(g)$ adott, azok az unitér V transzformációk, amelyek új $VE(S)V^{-1} \neq E(S)$ operátorokat szolgáltathatnak, csak olyanok lehetnek, amelyek felcserélhetők $U(g)$ -vel, de $E(S)$ -sel nem.

Hogy ez a lehetőség tényleg megvalósul egyszerű fizikai példákban, megmutatható két szabad, spin-nélküli Schrödinger-részecskéből álló összetett rendszer esetén. Legyen a rendszer hullámfüggvénye $\psi(x_1, x_2)$ és legyen az euklidesi csoport megfelelő ábrázolása $U(a, R)$:

$$\psi(x_1, x_2) \rightarrow (U(a, R)\psi)(x_1, x_2) = \psi(R^{-1}(x_1 - a), R^{-1}(x_2 - a)).$$

Vezessük be az

$$X^{(\alpha)} = \alpha x_1^{\text{op}} + (1 - \alpha)x_2^{\text{op}}$$

operátorokat, ahol α tetszőleges valós szám és definíció szerint

$$(x_1^{\text{op}}\Phi)(y_1, y_2) = y_1\Phi(y_1, y_2),$$

$$(x_2^{\text{op}}\Phi)(y_1, y_2) = y_2\Phi(y_1, y_2).$$

Ekkor minden α -ra $X^{(\alpha)}$ egy lehetséges helyoperátort definiál ($X_j^{(\alpha)}, j=1, 2, 3$ spektráloroállítás megadja a (2.1)-beli projekciókat és az általános $E(S)$ ezekből megkapható). Speciálisan, $X^{(0)} = x_2^{\text{op}}$ és $X^{(1)} = x_1^{\text{op}}$ szintén lehetséges helyoperátor.

Mármost létezik egy V unitér operátor, amely felcserélhető az euklidesi csoport ábrázolásával,

$$[V, U(a, R)] = 0,$$

és $X^{(\alpha)}$ -t átviszi $X^{(\beta)}$ -ba:

$$VX^{(\alpha)}V^{-1} = X^{(\beta)}.$$

Hogy V -t megkapjuk, először is megjegyezzük, hogy a

$$(T^{(\alpha)}\Phi)(x_1, x_2) = \Phi(\alpha x_1 + (1 - \alpha)x_2, (\alpha - 1)x_1 + (2 - \alpha)x_2)$$

egyenlettel definiált $T^{(\alpha)}$ operátor unitér, és fennáll:

$$T^{(\alpha)}x_1^{\text{op}}T^{(\alpha)-1} = X^{(\alpha)}.$$

Ennek alapján a keresett V operátor

$$V = T^{(\beta)}T^{(\alpha)-1}.$$

Hogy ilyen típusú többértelműség ne lépjen fel, azt nyilvánvalóan csak akkor várhatjuk, ha egyetlen részecskével van dolgunk. A későbbiekben következő 4. Tétel pontos kritériumot ad az egyértelműségre és paraméterezi a lehetőségeket, amennyiben egyenél több létezik.

A lokalizálhatóság fogalmának egyértelműségét az euklidesi csoport egy adott ábrázolására eddig Mackey elméletének feltételezésével tárgyaltuk. Most megpró-

bálom intuitív elképzelések alapján jellemezni azokat a körülményeket, amelyek szükségesek a lokalizálhatóság fogalmának létezéséhez.

Mivel az összes $E(S)$ felcserélhető, diagonalizáljuk őket. Ekkor az állapotvektorokat többkomponensű $\Phi(\mathbf{x})$ függvények írják le; a komponensek száma függhet \mathbf{x} -től. (Valójában ezek a $\Phi(\mathbf{x})$ mennyiségek $\mathbf{x}=\mathbf{a}$ -ra megegyeznek Newton és Wigner S_a lineáris sokaságával.) Ilyen reprezentációban a Φ és Ψ vektorok skalárszorzata

$$(\Phi, \Psi) = \int d\mathbf{x} (\Phi(\mathbf{x}), \Psi(\mathbf{x})),$$

ahol az integráljel alatt fellépő skalárszorzat $\Phi(\mathbf{x})$ és $\Psi(\mathbf{x})$ komponensei szerint vett szorzat rögzített \mathbf{x} mellett. Az $E(S)$ operátorok hatását

$$(E(S)\Phi)(\mathbf{x}) = \chi_S(\mathbf{x})\Phi(\mathbf{x})$$

írja le, ahol $\chi_S(\mathbf{x})=1$, ha $\mathbf{x} \in S$ és 0, ha $\mathbf{x} \notin S$. $E(S)$ transzformációs törvényéből kézenfekvő, hogy a bázis megfelelő megválasztása esetén

$$(U(\mathbf{a}, 1)\Phi)(\mathbf{x}) = \Phi(\mathbf{x}-\mathbf{a}).$$

Ebből az egyenletből következik, hogy $\Phi(\mathbf{x})$ komponenseinek száma minden \mathbf{x} -re ugyanaz. Az is kézenfekvő, hogy megfelelő bázisválasztással a forgástranszformációk alakja minden \mathbf{x} -re azonossá tehető:

$$(U(0, A)\Phi)(\mathbf{x}) = \mathcal{D}(A)\Phi(A^{-1}\mathbf{x}),$$

ahol $\mathcal{D}(A)$ $\Phi(A^{-1}\mathbf{x})$ komponenseire hat minden egyes pontban. Ha ezeket az eredményeket elfogadjuk, Fourier-transzformációval impulzustérbeli amplitúdókra térhetünk át. Ezekre

$$(U(\mathbf{a}, A)\Phi)(\mathbf{p}) = e^{-i\mathbf{p} \cdot \mathbf{a}} \mathcal{D}(A)\Phi(A^{-1}\mathbf{p}), \quad (2.2)$$

és a skalárszorzat alakja

$$(\Phi, \Psi) = \int d\mathbf{p} (\Phi(\mathbf{p}), \Psi(\mathbf{p})). \quad (2.3)$$

A (2.2) kanonikus alakot a 3. szakasz eredményei alapján az

$$(U(\mathbf{a}, A)\Phi)(\mathbf{p}) = e^{-i\mathbf{p} \cdot \mathbf{a}} Q(\mathbf{p}, A)\Phi(A^{-1}\mathbf{p}) \quad (2.4)$$

egyenlettel kell összehasonlítani, ahol

$$Q(\mathbf{p}, A)Q(A^{-1}\mathbf{p}, B) = Q(\mathbf{p}, AB),$$

és a skalárszorzat általános alakja

$$(\Phi, \Psi) = \int d\mu(\mathbf{p}) (\Phi(\mathbf{p}), \Psi(\mathbf{p})).$$

Az összehasonlítás a következőket mutatja:

(i) Ha az ábrázolás a (2.4) kanonikus alakban van megadva, az impulzustérbeli $d\mu(\mathbf{p})$ mérték éppen a $d\mathbf{p}$ Lebesgue-mérték.

(ii) A $\Phi(\mathbf{p})$ vektorok dimenziója minden \mathbf{p} -re ugyanaz.

(iii) A $Q(\mathbf{p}, A)$ operátorok $\mathcal{D}(A)$ alakúak, ahol $A \rightarrow \mathcal{D}(A)$ az unitér unimoduláris csoport egy ábrázolása.

(i) és (ii) intuitíve érthető, mivel tetszőleges olyan állapotban, melynek \mathbf{x} -függése δ -függvény, minden impulzus fellép. Ezen az alapon azt várjuk, hogy a lineárisan

független állapotok száma minden \mathbf{p} -re ugyanaz. (iii) lényegében az egy pontban lokalizált állapotok forgásinvarianciájának a következménye.

\mathcal{E}_3 egy tetszőleges ábrázolására alkalmazva mindhárom korlátozás nem-triviális. Azonban, amint az 5. és 6. szakaszban látni fogjuk, (i) és (ii) mindig teljesül bármilyen relativisztikus elméletben (feltéve, hogy a vákuumállapotot kihagyjuk). (iii) kizár egy igen fontos fizikai esetet, az egyetlen fotonból álló rendszert. Ez közvetlenül látható, ha $Q(\mathbf{p}, A)$ -t olyan A transzformációkra tekintjük, amelyek \mathbf{p} -t invariánsul hagyják. Az ilyen Q -knak két sajátvektoruk van, amelyek jobbra, ill. balra cirkulárisan polarizált fotonoknak felelnek meg, tehát olyan állapotoknak, melyekben az impulzusmomentum \mathbf{p} -irányú vetülete $\pm \hbar$. Másrészt, $\mathcal{D}(A)$ -ban nem lehetnek $\pm \hbar$ helicitású állapotok anélkül, hogy ne lennének olyan állapotok is, melyekben a \mathbf{p} -irányú impulzusmomentum zérus. A foton (és minden más zérus-tömegű, $1/2$ vagy annál nagyobb spinű részecske) lokalizálhatatlan volta ennek az egyszerű kinematikai ténynek a következménye [11]. 0 spinre (iii) teljesül, így a foton lokalizálható [12]. Furcsa módon, mint az 5. szakaszban látni fogjuk, ugyanez nem igaz a Wigner-féle végtelen spinű részecskékre [13], noha ebben az esetben minden \mathbf{p} -irányú impulzusmomentum-vetület fellép, éspedig pontosan egyszer.

A fenti tárgyalás látszólag egy paradoxonra vezet. Tegyük fel, hogy a fotont egy valós értékű, háromkomponensű $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ térrel írjuk le, amelyre

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad (2.5)$$

definiálunk egy skalárszorzatot a

$$(\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2) = \int \mathbf{B}_1(\mathbf{x}) \mathbf{B}_2(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

egyenlettel (ez egy *valós* Hilbert-tér), és megadjuk az euklidesi csoport

$$(U(\mathbf{a}, R)\mathbf{B})(\mathbf{x}) = R\mathbf{B}(R^{-1}(\mathbf{x} - \mathbf{a}))$$

ábrázolását. Ezután megpróbálunk projekciós operátorokat definiálni az

$$(E(S)\mathbf{B})(\mathbf{x}) = \chi_S(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})$$

összefüggéssel. Miért nem írja ez le a fotont, mint lokalizálható rendszert? A válasz az, hogy $E(S)$ a (2.5)-nek eleget tevő vektorokat olyan vektorokba viszi át, amelyek nem elégítik ki a feltételt, úgyhogy $E(S)$ nem jól definiált operátor az állapotok halmazán és a $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ -ben szereplő \mathbf{x} -nek semmi köze a lokalizálhatósághoz.

A lokalizálhatóság itt tárgyalt fogalma a térben egy adott pillanatban lokalizált állapotokkal kapcsolatos. Természetes módon felvetődik a kérdés, hogy létezik-e egy megfelelő tulajdonság a tér-időben. Ekkor az $E(S)$ operátorokra

$$U(\mathbf{a}, A)E(S)U(\mathbf{a}, A)^{-1} = E(AS + \mathbf{a})$$

állna fenn, ahol S téridőbeli Borel-halmaz, $\{\mathbf{a}, A\}$ pedig inhomogén Lorentz-transzformáció az \mathbf{a} négyes eltolással és a A homogén Lorentz-transzformációval. Ebből azonban Mackey elmélete alapján egy (i)-hez hasonló követelmény adódik: az elméletben minden négyes impulzusnak fel kell lépnie. Ez direkt megsértése annak a fizikai követelménynek, hogy létezzék egy legkisebb energiájú állapot. Ily módon a négyes térben nem létezik értelmes lokalizálhatósági fogalom.

3. Az euklideszi csoport \mathcal{E}_3 univerzális fedőcsoportjának unitér ábrázolásai

Ebben a szakaszban levezetjük \mathcal{E}_3 ábrázolásainak kanonikus alakját, amelyben a translációs alcsoport diagonális.

\mathcal{E}_3 minden $\{a, A\} \rightarrow U(a, A)$ folytonos unitér ábrázolása generálja a \mathfrak{T}_3 translációs csoport egy $a \rightarrow U(a, 1)$ folytonos unitér ábrázolását. Az analízis első lépése az összes ilyen ábrázolás leírása. Az $U(a, 1)$ operátorokat egy unitér transzformációval diagonalizáljuk, azaz az

$$(U(a, 1)\Phi)(p) = e^{-ip \cdot a} \Phi(p) \quad (3.1)$$

alakra hozzuk. (A negatív előjel a kitevőben konvenció kérdése; azért vezetjük be, hogy összhangban legyünk a szokásos kvantummechanikai formalizmussal.)

Célunk eléréséhez szükségünk lesz a Hilbert-terek és ábrázolások direkt integráljának fogalmára, melyet az itteni speciális keretek között röviden ismertetünk [14].

Legyen μ egy pozitív mérték a \mathfrak{T}_3^* háromdimenziós (impulzus-) téren. \mathfrak{T}_3^* minden p pontjára legyen adva egy \mathcal{H}_p Hilbert-tér, amelynek $v(p)$ dimenziója p μ -mérhető függvénye. Ekkor a \mathcal{H}_p terek direkt integrálja a μ mértékre vonatkozóan a $\int_{\mathfrak{T}_3^*}^{\oplus} d\mu(p) \mathcal{H}_p$ Hilbert-tér, amelynek elemei \mathfrak{T}_3^* -on definiált függvények, s ezek értékére teljesül, hogy $\Phi(p) \in \mathcal{H}_p$. Továbbá bármely két

$$\Phi_1, \Phi_2 \in \int_{\mathfrak{T}_3^*}^{\oplus} d\mu(p) \mathcal{H}_p \quad (3.2)$$

elemre $(\Phi_1(p), \Phi_2(p))$ p μ -mérhető függvénye (itt $(\Phi_1(p), \Phi_2(p))$ a \mathcal{H}_p -beli skalárszorzat) és

$$\int (\Phi(p), \Phi(p)) d\mu(p) < \infty. \quad (3.3)$$

A $\int_{\mathfrak{T}_3^*}^{\oplus} d\mu(p) \mathcal{H}_p$ térben a skalárszorzatot

$$(\Phi_1, \Phi_2) = \int d\mu(p) (\Phi_1(p), \Phi_2(p)) \quad (3.4)$$

definiálja.

Ezekkel a jelölésekkel fennáll a következő tétel:

1. *Tétel.* A \mathfrak{T}_3 háromdimenziós translációs csoport minden folytonos unitér ábrázolása unitér ekvivalens a következő alakú ábrázolások valamelyikével:

$$(U(a)\Phi)(p) = e^{-ip \cdot a} \Phi(p),$$

ahol Φ egy \mathfrak{T}_3^* -ra vett $\int_{\mathfrak{T}_3^*}^{\oplus} d\mu(p) \mathcal{H}_p$ direkt integrál eleme, s a különböző ábrázolásokat különböző μ mérték és $v(p) = \dim \mathcal{H}_p$ multiplicitás-függvény jellemzi.

Egy korlátos B operátor, amely az ábrázolási operátorokkal felcserélhető a következő alakba írható:

$$(B\Phi)(p) = B(p)\Phi(p),$$

ahol $B(p)$ korlátos operátor \mathcal{H}_p -ben, és minden Φ_1 és $\Phi_2 \in \int_{\mathfrak{I}_3^*}^{\oplus} d\mu(p) \mathcal{H}_p$ -re

$$(\Phi_1(p), B(p) \Phi_2(p))$$

mérhető függvénye p -nek.

Két ilyen ábrázolás, $a \rightarrow U_1(a)$ és $a \rightarrow U_2(a)$, a μ_1 és μ_2 mértékkel és a $v_1(p)$ és $v_2(p)$ multiplicitás-függvénnyel akkor és csak akkor unitér ekvivalens, ha

1. $\mu_1 \equiv \mu_2$, azaz a μ_1 és μ_2 szerinti zérus-mértékű halmazok \mathfrak{I}_3^* -on megegyeznek.
2. $v_1(p) = v_2(p)$ mindenütt, kivéve esetleg egy μ_1 szerint zérusmértékű halmazt.

Az 1. Tétel bizonyítását a II. Függelék vázolja; a részletekkel kapcsolatban az ott adott hivatkozásokra utalunk.

A translációs csoport általános ábrázolásaiban fellépő μ mértékek és v multiplicitás-függvények teljesen tetszőlegesek. Azok azonban, amelyek \mathfrak{I}_3 olyan ábrázolásaiban szerepelnek, melyek \mathcal{E}_3 ábrázolásainak leszűkítésével adódnak, eléggé speciálisak. Ez azért van így, mert az

$$U(0, A)U(a, 1)U(0, A)^{-1} = U(Aa, 1)$$

egyenlet következményeként \mathfrak{I}_3 $a \rightarrow U(Aa, 1)$ ábrázolása unitér ekvivalens az $a \rightarrow U(a, 1)$ ábrázolással. Mármost, ha $U(a, 1)$ -et megfelelő unitér transzformációval a (3.1) diagonális alakra hozzuk, az $a \rightarrow U(Aa, 1)$ ábrázolás az

$$(U(Aa, 1)\Phi)(p) = e^{-i(A^{-1}p) \cdot a} \Phi(p)$$

alakot ölti, ez pedig standard alakra hozható a

$$(W\Phi)(p) = \Phi(Ap)$$

unitér transzformációval, amely a

$$((WU(Aa, 1)W^{-1})(W\Phi))(p) = e^{-ip \cdot a} (W\Phi)(p)$$

egyenletre vezet és a $\int_{\mathfrak{I}_3^*}^{\oplus} d\mu(p) \mathcal{H}_p$ direkt integrált $\int_{\mathfrak{I}_3^*}^{\oplus} d\mu(p) \mathcal{H}_{Ap}$ -be viszi át. Legyen $d\mu_A(p) = d\mu(Ap)$; ekkor az unitér ekvivalenciára az 1. Tételben megfogalmazott kritérium azt adja, hogy

$$\mu \equiv \mu_A \quad (3.5)$$

és

$$v(p) = v(Ap) \quad (3.6)$$

minden p -re, kivéve esetleg egy zérus μ -mértékű halmazt.

A II. Függelékben megmutatjuk, hogy a (3.5)-nek eleget tevő mértékek \mathfrak{I}_3^* -on mind ekvivalensek a

$$\mu_0 \delta(p) + dQ(|p|) d\omega(p) \quad (3.7)$$

mértékek valamelyikével, ahol $\mu_0 \geq 0$, $d\omega(p)$ elemi felület a $|p|$ sugarú gömbön, dQ pedig egy mérték a pozitív valós tengelyen. Mivel, ha $\mu \equiv \mu_1$, a

$$(W\Phi)(p) = \Phi(p) \left[\frac{d\mu(p)}{d\mu_1(p)} \right]^{1/2}$$

unitér leképezés a $\int_{\mathfrak{I}_3^*}^{\oplus} d\mu(p) \mathcal{H}_p$ direkt integrált $\int_{\mathfrak{I}_3^*}^{\oplus} d\mu_1(p) \mathcal{H}_p$ -be viszi át, kényelmi

szempontból μ -t a (3.7) alakban vehetjük fel [15]. Később ezt meg is tesszük, de egyelőre egy általános, (3.5)-nek eleget tevő μ -vel dolgozunk. Továbbá, mivel bármely két azonos dimenziójú Hilbert-tér leképezhető egymásra unitér transzformációval, az általánosság megszorítása nélkül feltehetjük, hogy $\mathcal{H}_p = \mathcal{H}_{Ap}$ minden A -ra.

A következő feladat az, hogy az $U(0, A)$ operátorokat standard alakra hozzuk. Ehhez írjuk fel őket két operátor szorzataként: $U(0, A) = Q(A)T(A)$, ahol $T(A)$ -t

$$(T(A)\Phi)(p) = \Phi(A^{-1}p) \left[\frac{d\mu(A^{-1}p)}{d\mu(p)} \right]^{1/2}$$

definiálja. (Itt a $\mathcal{H}_p = \mathcal{H}_{Ap}$ konvenció lehetővé tette, hogy különböző Hilbert-terek vektorait egyenlővé tegyük.) Könnyű igazolni, hogy $T(A)$ unitér és adjungált

$$(T(A)^*\Phi)(p) = \Phi(Ap) \left[\frac{d\mu(Ap)}{d\mu(p)} \right]^{1/2} \quad (3.8)$$

adja meg. Elemi számítással kapjuk, hogy

$$T(A)U(a, 1)T(A)^{-1} = U(Aa, 1),$$

úgyhogy $U(0, A)$ és $T(A)$ felcserélési összefüggése $U(a, 1)$ -gyel ugyanaz. Ezért $Q(A)$ felcserélhető $U(a, 1)$ -gyel. Ily módon, az 1. Tétel alapján $Q(A)$ a

$$(Q(A)\Phi)(p) = Q(p, A)\Phi(p) \quad (3.9)$$

alakban írható. Mivel $Q(A)$ unitér, $Q(p, A)$ -nak unitérnek kell lennie majdnem minden p -re. Továbbá a csoport szorzási törvényéből következik, hogy

$$Q(A)T(A)Q(B)T(B) = Q(AB)T(AB),$$

ahonnan

$$Q(p, A)Q(A^{-1}p, B) = Q(p, AB) \quad (3.10)$$

minden A -ra és B -re, és majdnem minden p -re.

Ezen a ponton felmerül egy technikai jellegű mértékelméleti probléma. *A priori* lehetséges, hogy az a zérusmértékű halmaz, amelyen (3.10) nem teljesül, úgy függ A -tól és B -től, hogy az összes ilyen halmaz egyesítését véve nem-zérus mértékű halmazt kapunk. Valójában meg lehet mutatni, hogy $Q(p, A)$ -t egy p -ben zérusmértékű halmazon megváltoztathatjuk úgy, hogy $Q(A)$ nem változik, ugyanakkor (3.10) minden p -re, A -ra, B -re fennáll és $Q(p, A)$ mindkét változójában mérhető. A bizonyítást technikai jellege miatt a IV. Függelékre hagyjuk, és az állítást a továbbiakban igazoltnak fogadjuk el.

A mondottak alapján az ábrázolás az

$$(U(a, A)\Phi)(p) = e^{-ip \cdot a} Q(p, A)\Phi(A^{-1}p) \left[\frac{d\mu(A^{-1}p)}{d\mu(p)} \right]^{1/2} \quad (3.11)$$

standard alakra redukálódik.

Hogy megértsük $Q(p, A)$ fizikai jelentését, tanulságos megvizsgálni néhány elemi példát. A Schrödinger-elméletben egy szabad részecskére a hullámfüggvényt p komplex értékű függvényének vehetjük, a skalárszorzat

$$(\Phi, \psi) = \int dp \Phi(p)^* \Psi(p), \quad (3.12)$$

az euklidesi csoport ábrázolása pedig

$$(U(\mathbf{a}, A)\Phi)(\mathbf{p}) = e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{a}}\Phi(A^{-1}\mathbf{p}). \quad (3.13)$$

Így egyetlen zérus-spinű szabad részecskére $Q(\mathbf{p}, A)=1$. Egy $1/2$ spinű szabad részecskére (Pauli-elmélet) Φ -nek két komponense van, a skalárszorzatot megadó (3.4) képlet integrandusa

$$\sum_{i=1}^2 \Phi_i(\mathbf{p})^* \Psi_i(\mathbf{p}),$$

és a (3.11) transzformációs törvény az

$$(U(\mathbf{a}, A)\Phi)(\mathbf{p}) = e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{a}}A\Phi(A^{-1}\mathbf{p})$$

alakot ölti. Itt nyilvánvalóan $Q(\mathbf{p}, A)=A$ és a spinnel kapcsolatos szabadsági fok transzformációs tulajdonságait írja le. Ebben az esetben $Q(\mathbf{p}, A)$ nem függ \mathbf{p} -től. Egy példa arra, amikor $Q(\mathbf{p}, A)$ nem hozható $U(\mathbf{a}, A)$ unitér transzformációval \mathbf{p} -től független alakra, az egy-foton rendszer esete, amelyet az 5. szakaszban tárgyalunk. (A 4. szakasz egyik eredménye az, hogy lokalizálható rendszerekre $Q(\mathbf{p}, A)$ mindig \mathbf{p} -től függetlennek választható.) Világos, hogy mindezen példákban $Q(\mathbf{p}, A)$ a rendszer belső szabadsági fokainak transzformációs törvényét adja meg forgatásokkal szemben.

Egy kicsit később részletesen vizsgáljuk a Q transzformációk (3.10) szorzási törvényének következményeit. Egyelőre csak arra a tényre van szükségünk, hogy az $A\mathbf{p}=\mathbf{p}$ összefüggésnek eleget tevő A -kra (3.10) alapján

$$Q(\mathbf{p}, A)Q(\mathbf{p}, B) = Q(\mathbf{p}, AB). \quad (3.14)$$

Az ilyen A -k csoportot alkotnak; ezt a csoportot \mathbf{p} kis csoportjának hívjuk. (3.14) azt jelenti, hogy az $A \rightarrow Q(\mathbf{p}, A)$ hozzárendelés \mathbf{p} kis csoportjának folytonos unitér ábrázolását definiálja. (Annak bizonyítását, hogy minden mérhető unitér ábrázolás folytonos, lásd ismét a IV. Függelékben.) Nyilván, ha $\mathbf{p}=0$, \mathbf{p} kis csoportja az összes A -t tartalmazza, tehát maga az unitér unimoduláris csoport. Másrészt, ha $\mathbf{p} \neq 0$, a kis csoport a rögzített tengely körüli forgatások kétszeres fedőcsoportja, s ily módon izomorf az $e^{i\theta/2}$ ($0 \leq \theta < 4\pi$) komplex számok multiplikatív csoportjával.

Két \mathcal{E}_3 -ábrázolás unitér ekvivalenciájának problémája ezekután visszavezethető a megfelelő $Q(\mathbf{p}, A)$ -kal kapcsolatos analóg problémára. Ugyanis, ha az $\{\mathbf{a}, A\} \rightarrow U_1(\mathbf{a}, A)$ és $\{\mathbf{a}, A\} \rightarrow U_2(\mathbf{a}, A)$ ábrázolások ekvivalensek, az 1. Tételből következik, hogy $\mu_1 \equiv \mu_2$ és $v_1 = v_2$ majdnem mindenütt. Így egy unitér transzformációval $U_1(\mathbf{a}, A)$ -t olyan alakra hozhatjuk, mellyel $U_1(\mathbf{a}, 1) = U_2(\mathbf{a}, 1)$. Ekkor U_1 és U_2 között csak $Q(\mathbf{p}, A)$ -jukban van különbség. Ha

$$U_1(\mathbf{a}, A) = VU_2(\mathbf{a}, A)V^{-1}, \quad (3.15)$$

ahol V egy unitér operátor, akkor az 1. Tételt alkalmazva kapjuk, hogy V

$$(V\Phi)(\mathbf{p}) = V(\mathbf{p})\Phi(\mathbf{p}) \quad (3.16)$$

alakú és (3.15) a

$$Q_1(\mathbf{p}, A) = V(\mathbf{p})Q_2(\mathbf{p}, A)V(A^{-1}\mathbf{p})^{-1} \quad (3.17)$$

egyenletre redukálódik. Ha az utolsó tényezőben $A^{-1}p$ helyett p szerepelne, ez $Q_1(p, A)$ és $Q_2(p, A)$ unitér ekvivalenciáját jelentené. Amikor A eleme p kis csoportjának, tényleg ez a helyzet, mivel ekkor $A^{-1}p = p$.

Ezen a ponton ismét felvetődik egy technikai jellegű mértékelméleti probléma. A (3.17) egyenlet majdnem minden p -re és minden A -ra teljesül. Az olvasó megint csak a IV. Függelékben találja meg annak bizonyítását, hogy létezik egy rögzített zérusmértékű halmaz $|p|$ -ben úgy, hogy (3.17) minden más p -re és minden A -ra fennáll.

A következő lépésben megmutatjuk, hogy ha egy adott p -re létezik olyan $V(p)$ mellyel

$$Q_1(p, A) = V(p) Q_2(p, A) V(p)^* \quad (3.18)$$

minden A -ra p kis csoportjában, akkor $V(q)$ minden $|q| = |p|$ -nek eleget tevő q -ra kiterjeszthető úgy, hogy (3.17) fennálljon. (Az állítás $p=0$ -ra triviális igaz, így felteesszük, hogy $p \neq 0$.) $V(A^{-1}p)$ -re megoldva (3.17) a következőképp írható:

$$V(A^{-1}p) = Q_1(p, A)^{-1} V(p) Q_2(p, A). \quad (3.19)$$

Ez csak akkor konzisztens definíciója V -nek $A^{-1}p$ -ben, ha a jobb oldal állandó p kis csoportjának jobboldali mellékosztályain, azaz ha $A_1^{-1} = A_2^{-1} A_3^{-1}$ esetén, ahol A_3^{-1} eleme p kis csoportjának, (3.19) jobb oldala ugyanazt az értéket veszi fel $A = A_1$ és A_2 -re:

$$\begin{aligned} Q_1(p, A_1) V(p) Q_2(p, A_1) &= [Q_1(p, A_3) Q_1(A_3^{-1}p, A_2)]^{-1} V(p) \times \\ &\times [Q_2(p, A_3) Q_2(A_3^{-1}p, A_2)] = \\ &= Q_1(p, A_2)^{-1} [Q_1(p, A_3)^{-1} V(p) Q_2(p, A_3)] Q_2(p, A_2) = \\ &= Q_1(p, A_2)^{-1} V(p) Q_2(p, A_2). \end{aligned}$$

Így (3.19) definiálja $V(q)$ -t minden q -ra, amelyre $|q| = |p|$. Ezután igazolnunk kell, hogy az így definiált V -vel fennáll

$$Q_1(q, A) = V(q) Q_2(q, A) V(A^{-1}q)^{-1}. \quad (3.20)$$

Tegyük fel, hogy $q = B^{-1}p$. Ekkor (3.20) jobb oldala

$$\begin{aligned} [Q_1(p, B)^{-1} V(p) Q_2(p, B)] Q_2(B^{-1}p, A) [Q_1(p, BA)^{-1} V(p) Q_2(p, BA)]^{-1} = \\ = Q_1(p, B)^{-1} Q_1(p, BA) = Q_1(q, A), \end{aligned}$$

ahol az utolsó lépésben felhasználtuk a (3.10)-ből következő $Q_1(p, B)^{-1} = Q_1(B^{-1}p, B^{-1})$ azonosságot.

Ily módon U_1 és U_2 akkor és csak akkor unitér ekvivalens, ha $\mu_1 \equiv \mu_2$, $v_1 = v_2$ majdnem mindenütt, és a kis csoportok $A \rightarrow Q_1(p, A)$, $A \rightarrow Q_2(p, A)$ ábrázolásai unitér ekvivalensek majdnem minden $|p|$ -re és legalább egy p -re minden $|p|$ esetén.

A megfontolásokból mellékesen kiadódott, hogy p és q kis csoportjának ábrázolásai unitér ekvivalensek, ha $|p| = |q|$. Explicite, ha $q = Bp$ és $Aq = q$, akkor $B^{-1}ABp = p$ és

$$Q(q, A) = Q(p, B^{-1})^{-1} Q(p, B^{-1}AB) Q(p, B^{-1}). \quad (3.21)$$

Az $A \rightarrow B^{-1}AB$ leképezés izomorfizmus q és p kis csoportja között, és (3.21) éppen a megfelelő ábrázolások unitér ekvivalenciáját jelenti.

A kis csoportok unitér inekvivalens ábrázolásainak osztályozása jól ismert. $\mathbf{p}=0$ -ra egy egész-értékű n_{0j} multiplicitásfüggvénnyel paraméterezhetők, ahol $j=0, 1/2, 3/2, \dots$ és n_{0j} megadja, hogy hányszor lép fel a j impulzusmomentumú irreducibilis ábrázolás. A $\mathbf{p} \neq 0$ esetben az unitér inekvivalens ábrázolásokat egy egész vagy $+$ végtelen értékű $n_{\mathbf{p}m}$ függvény paraméterezi, $m=0, \pm 1/2, \pm 1, \dots$ és $n_{\mathbf{p}m}$ azt adja meg, hogy a $\varphi \rightarrow e^{im\varphi}$ egydimenziós irreducibilis ábrázolás hányszor lép fel összetevőként.

Mindezeket az eredményeket a 2. Tétel foglalja össze.

2. Tétel. Az euklidesi csoport \mathcal{E}_3 univerzális fedőcsoportjának minden folytonos unitér ábrázolása unitér ekvivalens a következő alakú ábrázolások valamelyikével.

Legyen adva minden $\mathbf{p} \in \mathfrak{T}_3^*$ -ra egy $\mathcal{H}_{\mathbf{p}}$ Hilbert-tér, úgy, hogy a közös $|\mathbf{p}|$ -ű \mathbf{p} vektorokhoz rendelt terek essenek egybe. Legyen

$$\mathcal{H} = \int^{\oplus} dQ(|\mathbf{p}|) d\omega(\mathbf{p}) \mathcal{H}_{\mathbf{p}} \oplus \mathcal{H}_0,$$

ahol dQ egy nem-negatív mérték a pozitív valós tengelyen, amely szerint $v(\mathbf{p}) = \dim \mathcal{H}_{\mathbf{p}}$ mérhető, $d\omega(\mathbf{p})$ pedig a forgásinvariáns mérték a $\mathbf{p}/|\mathbf{p}|$ vektorok egység-gömbjén. \mathcal{H}_0 , a $\mathbf{p}=0$ vektor járuléka, fel is léphet, meg nem is.

Az ábrázolást

$$(U(\mathbf{a}, A)\Phi)(\mathbf{p}) = e^{-i\mathbf{p} \cdot \mathbf{a}} Q(\mathbf{p}, A) \Phi(A^{-1}\mathbf{p}) \quad (3.22)$$

definiálja, ahol $Q(\mathbf{p}, A)$ unitér operátor $\mathcal{H}_{\mathbf{p}} \rightarrow \mathcal{H}_{A\mathbf{p}}$, $Q(\mathbf{p}, 1) = 1$ és

$$Q(\mathbf{p}, A)Q(A^{-1}\mathbf{p}, B) = Q(\mathbf{p}, AB)$$

minden A -ra, B -re.

Az U_1 és U_2 ábrázolások akkor és csak akkor unitér ekvivalensek, ha

- (1) $Q_1 \equiv Q_2$, azaz, ha a Q_1 és Q_2 mértékek zérusmértékű halmazai a pozitív valós tengelyen megegyeznek;
- (2) \mathcal{H}_0 vagy mindkét ábrázolásban fellép, vagy egyikben sem;
- (3) $v_1(\mathbf{p}) = v_2(\mathbf{p})$ majdnem minden \mathbf{p} -re;
- (4) az $A\mathbf{p} = \mathbf{p}$ egyenletnek eleget tevő A elemek alkotta kis csoportok

$$A \rightarrow Q_1(\mathbf{p}, A), \quad A \rightarrow Q_2(\mathbf{p}, A)$$

ábrázolásai unitér ekvivalensek majdnem minden $|\mathbf{p}|$ -re.

A (2), (3) és (4) feltétel teljesül, ha a kis csoportok ábrázolásainak multiplicitás-függvényeire fennáll, hogy

$$n_{|\mathbf{p}|m}^{(1)} = n_{|\mathbf{p}|m}^{(2)}, \quad m = 0, \pm \frac{1}{2}, \pm 1, \dots$$

majdnem minden $|\mathbf{p}|$ -re és

$$n_{0j}^{(1)} = n_{0j}^{(2)}, \quad j = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots$$

Bármely, az euklidesi csoporttal szemben invariáns elméletben az állapotok összességének transzformációs törvénye unitér ekvivalens a fenti alakok valamelyikével. Várható (és a 6. és 7. szakasz vizsgálataiból konkrétan látható), hogy a relativisztikus invariancia követelményeinek kirovása ezek közül bizonyos ábrázolásokat kizár.

Eddig a pontig az egyetlen feltevés, amelyet a vizsgált kvantummechanikai rendszerre vonatkozóan tettünk, az euklidesi csoporttal szemben mutatott invariancia volt. Most a csoporthoz hozzávesszük az I_t időtükrözést. Ismeretes, hogy I_t -t antiunitér $U(I_t)$ operátorral kell ábrázolnunk, amelynek négyzete $\omega(I_t) = \pm 1$, és hogy a fázisok megfelelő megválasztása esetén [16]

$$U(I_t)U(a, A)U(I_t)^{-1} = U(a, A)$$

$$U(a, A)U(I_t) = U(\{a, A\}I_t)$$

$$U(\{a_1, A_1\}I_t)U(\{a_2, A_2\}I_t) = \omega(I_t)U(\{a_1, A_1\}I_t\{a_2, A_2\}I_t)$$

$$U(\{a_1, A_1\}I_t)U(\{a_2, A_2\}) = U(a_1, A_1)I_t\{a_2, A_2\}.$$

Látszik, hogy ha $\omega(I_t) = -1$, ez csak előjel erejéig ábrázolás.

Ahhoz, hogy $U(I_t)$ -t standard alakban állítsuk elő, amikor $U(a, A)$ (3.12) alakú, az 1. Tételt ki kell terjesztenünk antiunitér operátorok esetére. A kiterjesztést itt egyszerűen feltéve, az eredmény:

$$(U(I_t)\Phi)(p) = Q(p, I_t)\Phi(-p)^*, \quad (3.23)$$

ahol a Q unitér operátorok eleget tesznek a

$$Q(p, I_t)Q(-p, I_t)^* = \omega(I_t)$$

és

$$Q(p, I_t)Q(-p, A)^* = Q(p, A)Q(A^{-1}p, I_t)$$

összefüggéseknek. Ez utóbbi egyenletek részletes analízisével megmutatható, hogy az időtükrözést is tartalmazó két ábrázolás akkor és csak akkor unitér ekvivalens, ha μ mértékeik ekvivalensek, ugyanaz a multiplicitás-függvényük, és az időtükrözéssel kibővített kis csoportra belőlük kapott

$$A \rightarrow Q(p, A), \quad Ap = p$$

$$I_t \rightarrow Q(p, I_t)K$$

ábrázolások ekvivalensek legalább egy p -re és majdnem minden $|p|$ -re. Az időtükrözés reprezentánsában K a komplex konjugálás operátora. Itt csak egy speciális esetet vizsgálunk, éspedig azt, amikor $Q(p, A) = \mathcal{D}(A)$, ahol $A \rightarrow \mathcal{D}(A)$ az unimoduláris csoport folytonos unitér ábrázolása. Amint a következő fejezetben megmutatjuk, lokalizálható rendszerekre Q mindig ilyenné tehető. Ezenkívül még egy megszorítást teszünk. Csak olyan időtükrözési transzformációs törvényeket vizsgálunk, amelyekre.

$$Q(p, I_t) = \mathcal{D}(\tau^2). \quad (3.24)$$

Ez annak felel meg, hogy közönséges típusú esetet nézünk [17]. Az időtükrözési invarianciára csak azért lesz szükségünk, hogy megkapjuk a helyoperátorok egyértelműségére vonatkozó 4. Tételt.

4. \mathcal{E}_3 tranzitív imprimitivitás-rendszerrel rendelkező ábrázolásai [5]

E szakasz vizsgálatai három részre oszlanak. Először megadjuk egy imprimitív ábrázolás Mackey-féle standard alakját és megmutatjuk, hogy ez a vizsgált speciális esetben ekvivalens egy egyszerűbb alakkal, amely céljainknak jobban megfelel. Másodsor egy adott imprimitív ábrázoláshoz olyan unitér transzformációt találunk, amely azt a Mackey-féle alakra hozza. Harmadszor, paraméterezzük azokat az unitér transzformációkat, amelyek felcserélhetők egy $U(a, A)$ imprimitív ábrázolással, de ennek $E(S)$ imprimitivitás-rendszerével nem. Ily módon paraméterezést kapunk a helyoperátor definíciójában fellépő többértelműségre.

Tegyük fel, hogy adva van a 2×2 unitér, unimoduláris csoport egy folytonos, unitér $A \rightarrow \mathcal{D}(A)$ ábrázolása a $\mathcal{H}(\mathcal{D})$ Hilbert-téren. Ekkor $\mathcal{E}_3 \mathcal{D}(A)$ által indukált ábrázolását $U^{\mathcal{D}}$ -vel jelöljük és a következőképpen szerkesztjük meg. Tekintsünk \mathcal{E}_3 -on definiált $\Phi(a, A)$ függvényeket, melyek értékkészlete $\mathcal{H}(\mathcal{D})$ -ben van, és amelyekre

- (a) $(\Phi(a, A), \chi)$ mérhető függvénye $\{a, A\}$ -nak minden $\chi \in \mathcal{H}(\mathcal{D})$ -re (A szereplő skalárszorzat $\mathcal{H}(\mathcal{D})$ -ben veendő.)
- (b) $\Phi(Ab, AB) = \mathcal{D}(A) \Phi(b, B)$
- (c) $\int \|\Phi(a, A)\|^2 da < \infty.$

(4.1)

(b)-ből következik, hogy

$$(\Phi(a, A) \Psi(a, A)) = (\Phi(Ba, BA), \Psi(Ba, BA)),$$

úgy hogy a (c)-beli integrál nem függ A -tól. Nyilván az (a), (b), (c)-nek eleget tevő függvények minden lineáris kombinációja is kielégíti (a), (b) és (c)-t, így az ilyen függvények vektorteret alkotnak. Ha definiáljuk a Φ és Ψ elemek skalárszorzatát,

$$(\Phi, \Psi) = \int da (\Phi(a, A), \Psi(a, A)),$$

a vektortér egy \mathcal{H} Hilbert-tér lesz [18]. Az $U^{\mathcal{D}}$ ábrázolást \mathcal{H} -n

$$(U(a, A) \Phi)(b, B) = \Phi(b + Ba, BA) \quad (4.2)$$

definiálja. Ennek az ábrázolásnak van egy tranzitív imprimitivitás-rendszere \mathfrak{T}_3 S Borel-halmazain:

$$(E(S) \Phi)(a, A) = \chi_S(a) \Phi(a, A),$$

ahol χ_S a szokásos módon S karakterisztikus függvényét jelöli, vagyis $\chi_S(a) = 1$, ha $a \in S$, 0, ha $a \notin S$. (4.2) felhasználásával könnyű igazolni, hogy az $E(S)$ operátorok helyesen transzformálódnak $U(a, A)$ alkalmazásakor, azaz eleget tesznek V -nek.

Annak következtében, hogy A ilyen simán hat a -ra, a fenti ábrázolás egyszerűbb alakra hozható. Ha folytonos $\Phi(a, A)$ függvényekre korlátozódunk, (4.1)-ből a

$$\Phi(a, A) = \mathcal{D}(A) \Phi(A^{-1}a, 1) \quad (4.3)$$

egyenlettel kifejezhetjük A általános értékeire $\Phi(a, A)$ -t az $A=1$ -re felvett értékével. Fordítva, ha adva van egy tetszőleges $\Phi(a)$ folytonos függvény $\mathcal{H}(\mathcal{D})$ -beli értékkel, (4.3) segítségével definiálhatunk egy folytonos $\Phi(a, A)$ -t, amely eleget tesz (4.1)-nek. $\Phi(a)$ és $\Psi(a)$ skalárszorzata, $\int da(\Phi(a), \Psi(a))$, megegyezik a megfelelő $\Phi(a, A)$, $\Psi(a, A)$ függvények skalárszorzatával, úgy hogy a kölcsönösen egyértelmű megfelelés folytonosság révén unitér leképezéssé terjeszthető ki a \mathcal{H} Hilbert-tér és a mérhető, négyzetesen integrálható $\Phi(a)$ függvények Hilbert-tere között.

A (4.2) ábrázolás egy megfelelő ábrázolást határoz meg a $\Phi(a)$ függvényeken a

$$\mathcal{D}(B)(U(a, A)\Phi)(B^{-1}b) = \mathcal{D}(BA)\Phi((BA)^{-1}(b + Ba))$$

vagy

$$(U(a, A)\Phi)(b) = \mathcal{D}(A)\Phi(A^{-1}(b + a)),$$

egyenlettel. Ez teljesen olyan, mint az euklidesi transzformáció standard alakja a Schrödinger-elméletben, azzal az eltéréssel, hogy ott a jobb oldalon a helyett $-a$ szerepel. A $\Phi(b)$ függvény helyett a $\Phi(-b)$ függvényt használva az eltérés megszüntethető; mostantól kezdve ezt meg is tesszük. Így, a jelen keretek között, a \mathcal{D} által indukált imprimitív ábrázolás Mackey-féle alakja a következőképp írható:

$$(U(a, A)\Phi)(b) = \mathcal{D}(A)\Phi(A^{-1}(b - a)), \quad (4.4)$$

$$(E(S)\Phi)(b) = \chi_S(b)\Phi(b), \quad (4.5)$$

és a skalárszorzat

$$(\Phi, \Psi) = \int db(\Phi(b), \Psi(b)).$$

Most rátérünk a kitűzött program második részére; azt kell megmutatnunk, hogy minden folytonos unitér $\{a, A\} \rightarrow U(a, A)$ ábrázolásra és neki megfelelő $E(S)$ imprimitivitás-rendszerre létezik egy olyan V unitér operátor, hogy $VU(a, A)V^{-1}$ és $VE(S)V^{-1}$ (4.4), illetve (4.5) alakú. A bizonyításhoz többféle utat választhatunk, ezek közül egyik sem triviális. Itt Loomis [19] elegáns bizonyítását írjuk át a vizsgált egyszerű esetre.

Az első lépés abban áll, hogy a problémát a csoporton definiált bizonyos komplex értékű függvények segítségével fogalmazzuk meg. Az eljárás hasonló ahhoz, mint amikor az általános unitér ábrázolásokat a csoporton adott pozitív definit függvények segítségével vizsgáljuk. Hogy Loomis módszerének motivációját lássuk, először röviden vázoljuk a pozitív definit függvények és az ábrázolások közötti összefüggést.

A G csoporton definiált φ függvény pozitív definit, ha minden $n=1, 2, \dots$ -re és minden $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ komplex számra és $g_1, \dots, g_n \in G$ -re

$$\sum_{i,j=1}^n \alpha_i^* \varphi(g_i^{-1}g_j) \alpha_j \geq 0.$$

$n=1$ -et véve, nyilván

$$\varphi(e) \geq 0 \quad (4.7)$$

adódik. $n=2$ -re

$$(|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2) \varphi(e) + \alpha_1^* \alpha_2 \varphi(g_1^{-1}g_2) + \alpha_2^* \alpha_1 \varphi(g_2^{-1}g_1) \geq 0.$$

A baloldal valós voltából következik, hogy $\varphi(g_1^{-1}g_2) = \varphi(g_2^{-1}g_1)^*$, ami, lévén G egy csoport, ekvivalens a

$$\varphi(g^{-1}) = \varphi(g)^* \quad \text{minden } g \in G\text{-re} \quad (4.8)$$

követelménnyel. A kvadratikus alak pozitivitásának szükséges feltétele, hogy mátrixának determinánsa pozitív legyen; innen

$$|\varphi(g)| \leq \varphi(e).$$

Ha adva van G egy tetszőleges $g \rightarrow U(g)$ unitér ábrázolása, a

$$\varphi(g) = (\Phi, U(g)\Phi)$$

függvény pozitív definit [20], mivel

$$\sum \alpha_i^* \alpha_k \varphi(g_i^{-1}g_k) = \|\sum \alpha_i U(g_i)\Phi\|^2 \geq 0.$$

Ha az ábrázolás folytonos, $\varphi(g)$ is folytonos.

Megfordítva, ha adott egy folytonos pozitív definit függvény, ebből kiindulva megszerkeszthetjük G egy folytonos ábrázolását. Legyen r és s két olyan komplex értékű függvény G -n, amely csak véges számú pontban különbözik zérustól. (Az ilyen függvények vektorteret alkotnak.) Vezessük be az

$$(r, s) = \sum_{g, h \in G} \overline{r(g)} \varphi(g^{-1}h) s(h) \quad (4.9)$$

alakot. (r, s) a skalárszorzat tulajdonságaival rendelkezik, azaz

$$(r, s_1 + s_2) = (r, s_1) + (r, s_2), \quad (r, \alpha s) = \alpha (r, s), \quad (4.10)$$

(4.8) alapján

$$(r, s) = \overline{(s, r)}, \quad (4.11)$$

továbbá

$$(r, r) \geq 0. \quad (4.12)$$

Itt még előfordulhat, hogy léteznek olyan r -ek, amelyekre

$$(r, r) = 0.$$

Könnyű belátni, hogy az ilyen függvények lineáris alteret alkotnak. Az ezen al térre merőleges függvénykomponensek vektorterén (r, s) ismét eleget tesz (4.10), (4.11) és (4.12)-nek, de már $(r, r) = 0$ -ból $r = 0$ következik. Ha ez az utóbbi tér nem teljes, teljessé tesszük, és így módon egy H_φ Hilbert-teret kapunk. Hogy megkapjuk G folytonos ábrázolását H_φ -n, definiáljuk $U(g)$ -t először a csak véges sok zérustól különböző értékkel rendelkező függvényeken:

$$(U(g)r)(h) = r(g^{-1}h);$$

az inverz $U(g^{-1})$.

Az így definiált $U(g)$ a skalárszorzatot invariánsul hagyja.

$$\begin{aligned} (U(g)r, U(g)s) &= \sum_{h, k} r(g^{-1}h)^* \varphi(h^{-1}k) s(g^{-1}k) = \\ &= \sum r(h')^* \varphi((gh')^{-1}(gk')) s(k') = (r, s), \end{aligned}$$

úgy, hogy az $(r, r) = 0$ tulajdonságú r -ek altere invariáns $U(g)$ -vel szemben. Invariáns ennek ortogonális kiegészítője is. Mivel $U(g)$ ily módon értelmezve van és folytonos H_φ egy sűrű részzhalmazán, folytonosan kiterjeszthető egy H_φ -beli unitér operátorra. Nyilván, az eredeti függvényeken

$$U(g_1)U(g_2) = U(g_1g_2),$$

így a folytonosság alapján $g \rightarrow U(g)$ egy ábrázolást definiál. Annak belátására, hogy $U(g)$ folytonos g -ben, tekintsük az

$$\|(U(g) - U(g'))r\|^2 = \|(U(g^{-1}g') - 1)r\|^2 = 2[(r, r) - \operatorname{Re}(U(g^{-1}g')r, r)]$$

egyenlőséget. Innen világos módon következik, hogy elegendő igazolni $(U(g)r, r)$ g szerinti folytonosságát $g = e$ -ben minden $r \in H_\varphi$ -re. A (4.9)-ben szereplő speciális r -ekre, melyek csak véges számú pontban vesznek fel zérustól különböző értéket, a folytonosság könnyen megmutatható:

$$(U(g)r, r) = \sum_{h,k} r(g^{-1}h)^* \varphi(h^{-1}k) r(k) = \sum_{h,k} r(h)^* \varphi((gh)^{-1}k) r(k),$$

és ez nyilván (r, r) -hez tart, amikor $g \rightarrow e$, mivel φ folytonos és az összegben csak véges sok tag lép fel. Egy általános r esetében mindig létezik egy fenti alakú s , amelyre $\|r - s\| < \varepsilon/3$. Az előző érvelés alapján található e -nek olyan környezete, ahol $\|U(g)s - s\| < \varepsilon/3$. Mivel $\|U(g)r - r\| < \|U(g)r - U(g)s\| + \|U(g)s - s\| + \|s - r\|$, a folytonosság nyilvánvaló, és így megmutattuk, hogy $g \rightarrow U(g)$ G folytonos, unitér ábrázolása.

Abban az esetben, ha a kiindulási pozitív definit függvény $(\Phi, V(g)\Phi)$ alakú, a fenti eljárással megszerkesztett ábrázolás szoros kapcsolatban áll magával V -vel. Ugyanis, ha $\tilde{\mathcal{H}}$ a $V(g)\Phi$ alakú vektorok által kifeszített altér (abban a \mathcal{H} Hilbert-térben, amelynek Φ eleme), a konstruált ábrázolás unitér ekvivalens V -nek $\tilde{\mathcal{H}}$ -ra való korlátozásával. Az unitér ekvivalencia úgy adódik, hogy a csak véges sok pontban nem-zérus függvényekre r -nek a $\Sigma r(g)V(g)\Phi$ vektort feleltetjük meg. (4.9) alapján a megfelelő skalárszorzatok egybeesnek. $(U(g)r)$ -nek nyilván $V(g)\Sigma r(h)V(h)\Phi$ felel meg. A megfeleltetés folytonosság révén kiterjeszthető a kívánt unitér ekvivalenciává.

Ha egy V ábrázolás terében létezik egy olyan Φ vektor, hogy a $V(g)\Phi$ vektorok kifeszítik az egész teret, az ábrázolást *ciklikusnak*, magát Φ -t *ciklikus vektornak* nevezzük. Látható, hogy az a függvény, amely $g = e$ -re 1, minden más g -re zérus, ciklikus vektora a fent definiált ábrázolásnak. Ebből az eddigiek alapján következik, hogy minden ciklikus ábrázolás unitér ekvivalens a (4.9) és (4.13) által definiált ábrázolások valamelyikével. Mivel bármely ábrázolás ciklikus ábrázolások direktszegeként írható fel, sok esetben elegendő csak ciklikus ábrázolásokat tanulmányozni.

Itt most az $U(g)$ csoportábrázolás mellett egy $E(S)$ imprimitivitás-rendszer is szerepel, úgyhogy $E(S)$ és $U(g)$ ciklikus vektorait és ábrázolásait együtt kell vizsgálnunk. Ez azt sugallja, hogy a $\varphi_S(g) = (E(S)\Phi, U(g)\Phi)$ függvényeket tanulmányozzuk, és ezekből kiindulva szerkesszük meg az $\{E(S), U(g)\}$ -vel unitér ekvivalens és a Mackey-féle alakban megadható párost.

Térjünk vissza \mathcal{E}_3 speciális esetére. Ha az ábrázolás és az imprimitivitás-rendszer a (4.4) és (4.5) Mackey-féle alakban van megadva, a $\varphi_S(\mathbf{a}, A)$ függvény

$$\begin{aligned}\varphi_S(\mathbf{a}, A) &= \int db ((E(S)\Phi)(\mathbf{b}), (U(\mathbf{a}, A)\Phi)(\mathbf{b})) = \\ &= \int_S db (\Phi(\mathbf{b}), \mathcal{D}(A)\Phi(A^{-1}(\mathbf{b}-\mathbf{a}))).\end{aligned}\quad (4.14)$$

A következő feladat annak megmutatása, hogy $\varphi_S(\mathbf{a}, A)$ alakja ezzel tetszőleges ábrázolás és tranzitív imprimitivitás-rendszer esetén szoros kapcsolatot mutat.

A további vizsgálat megkezdése előtt szükség van egy előzetes megjegyzésre. Sokszor fel fogjuk használni a Radon—Nikodym-tételnek azt a részét, amely szerint ha a μ_1 és μ_2 mértékek olyanok, hogy $\mu_1(S)=0$ -ból következik $\mu_2(S)=0$, létezik egy mérhető $\varrho(x)$ függvény, amellyel $d\mu_2(x)=\varrho(x)d\mu_1(x)$. Az alkalmazáshoz tudnunk kell, hogy $E(S)=0$ minden zérus Lebesgue-mértékű S Borel-halmazra. Hogy ezt az eredményt megkapjuk, célszerű abból a tényből kiindulni, hogy az $E(S)$ operátoroknak van *szeparáló vektora*, azaz, létezik olyan Φ vektor, hogy $E(S)\Phi=0$ -ból $E(S)=0$ következik. Bár ez standard eredmény [21], a bizonyítást vázoljuk. Válasszunk egy tetszőleges Φ_1 egységvektort, és legyen \mathcal{H}_1 az $E(S)\Phi_1$ vektorok által kifeszített altér. Válasszunk ezután egy \mathcal{H}_1 -re ortogonális Φ_2 egységvektort és legyen \mathcal{H}_2 az $E(S)\Phi_2$ vektorok által kifeszített altér. Az eljárást így módon folytatva az ortogonális alterek egy családját kapjuk, \mathcal{H} a \mathcal{H}_i alterek direkt összege és Φ_i ciklikus vektora \mathcal{H}_i -nek. Tekintsük a $\Phi = \sum_n 2^{-n} \Phi_n$ vektort. Nyilván, ha $E(T)\Phi=0$,

akkor $E(T)\Phi_i=0$ minden i -re. Következésképp $E(T)$ zérust ad, ha a vektorok egy sűrű halmazára, az $E(S)\Phi_i$ vektorok lineáris kombinációira alkalmazzuk. Így $E(T)$ zérus és Φ egy szeparáló vektor. Ha mármost $E(S)=0$, akkor $E(AS+\mathbf{a}) = U(\mathbf{a}, A)E(S)U(\mathbf{a}, A)^{-1} = 0$. Így, ha Φ szeparáló vektor, $(\Phi, E(S)\Phi) = \|E(S)\Phi\|^2$ kvázi-invariáns euklidesi transzformációkkal szemben, azaz $(\Phi, E(S)\Phi)=0$ akkor és csak akkor, ha minden $\{\mathbf{a}, A\}$ -ra $(\Phi, E(AS+\mathbf{a})\Phi)=0$. Továbbá $(\Phi, E(S)\Phi)$ egy σ -additív pozitív mértéket definiál \mathbf{R}^3 S Borel-halmazain. Mármost a II. Függelékben megmutatjuk, hogy minden olyan mérték \mathbf{R}^3 Borel-halmazain, amely transzformációkkal szemben kvázi-invariáns, ekvivalens a Lebesgue-mértékkel. Ebből speciálisan következik, hogy $(\Phi, E(S)\Phi)$, és ezért $E(S)$ is zérus, valahányszor S egy zérusmértékű Borel-halmaz. Így ha Φ tetszőleges vektor, a Radon—Nikodym-tétel alapján létezik egy nem-negatív, mérhető ϱ függvény, amellyel

$$(\Phi, E(S)\Phi) = \int_S \varrho(\mathbf{b}) db. \quad (4.15)$$

Világos, hogy $\varrho(\mathbf{b})$ az egész téren integrálható.

Az utóbbi egyenlet segítségével kifejezést kaphatunk $\varphi_S(\mathbf{a}, A)$ -ra, s ez lesz az első lépés annak megmutatására, hogy a függvény mindig a (4.14) alakra hozható. Fennáll, hogy

$$|\varphi_S(\mathbf{a}, A)| = |(E(S)\Phi, U(\mathbf{a}, A)\Phi)| \leq \|E(S)\Phi\|,$$

ahol az egyszerűség kedvéért feltettük, hogy $\|\Phi\|=1$. Így módon következik, hogy ha $T \mathcal{E}_3$ egy tetszőleges Borel-halmaza,

$$\int_T \varphi_S(\mathbf{a}, A) da dA \leq \int_T da dA \int_S \varrho(\mathbf{b}) db. \quad (4.16)$$

Itt a bal oldal mint S és T függvénye eredetileg az $S \times T$ szorzathalmazokon van értelmezve, és majorálható a $\mu(S) \nu(T)$ szorzattal, ahol $\mu(S) = \int_S \varrho(\mathbf{b}) d\mathbf{b}$, $\nu(T)$ pedig

T Lebesgue-mértéke. Ilyen szorzatokban a függvény végesen additív, vagyis ha $S \times T = \bigcup S_i \times T_i$, ahol $(S_i \times T_i) \cap (S_j \times T_j) = 0$ $i \neq j$ -re, akkor értéke $S \times T$ -n megegyezik az $S_i \times T_i$ halmazokon felvett értékeinek összegével. Következésképp egyértelműen kiterjeszthető egy Borel-mértékké az $\mathbf{R}^3 \times \mathcal{E}_3$ téren. (A bizonyításnál először megmutatjuk, hogy létezik végesen additív kiterjesztés olyan halmazokra, amelyek diszjunkt $S_i \times T_i$ szorzatok tetszőleges véges egyesítései. Ezután megmutatjuk, hogy a (4.16) által leírt korlátosság alapján ez a kiterjesztés valójában σ -additív. Végül egy standard kiterjesztési tétel [22] biztosítja, hogy a kapott halmazfüggvény egyértelműen kiterjeszthető egy Borel-mértékké.) Nyilván, ezt a mértéket majorálja a $\mu \times \nu$ szorzatmérték. Így ismét a Radon—Nikodym-tétel alapján (ezúttal komplex értékű mértékekre alkalmazva) létezik egy 1 vagy 1-nél kisebb abszolút értékű, mérhető q függvény, amellyel

$$\int_T da dA \varphi_S(\mathbf{a}, A) = \int_T \int_S da dA db q(\mathbf{a}, A; \mathbf{b}) \varrho(\mathbf{b}). \quad (4.17)$$

(4.17)-ből következik, hogy majdnem minden $\{\mathbf{a}, A\}$ -ra

$$\varphi_S(\mathbf{a}, A) = \int_S db q(\mathbf{a}, A; \mathbf{b}) \varrho(\mathbf{b}),$$

ami már kezd (4.17)-re hasonlítani. Ezzel a bizonyítás első szakasza lezárul.

A következő szakasz a (4.4)...(4.6)-ban szereplő $\Phi(\mathbf{a})$ függvények Hilbert-terének megszerkesztése. Ezt a (4.9)-cel kapcsolatos konstrukcióval szoros analógiában fogjuk elvégezni, de technikai okokból, melyek a bizonyítás során válnak nyilvánvalóvá, az ott használt, csak véges számú pontban nem-zérus függvények helyett célszerű \mathcal{E}_3 -on kompakt tartójú, folytonos függvényeket tekinteni. Legyen ezért f és g folytonos, komplex értékű függvény \mathcal{E}_3 -on, kompakt tartóval és legyen

$$\begin{aligned} U(f) &= \int db dB f(\mathbf{b}, B) U(\mathbf{b}, B), \\ U(g) &= \int dc dC g(\mathbf{c}, C) U(\mathbf{c}, C). \end{aligned} \quad (4.18)$$

Ekkor

$$\begin{aligned} (E(S)U(f)\Phi, U(\mathbf{a}, A)U(g)\Phi) &= \int db dB \int dc dC f(\mathbf{b}, B)^* \times \\ &\times g(\mathbf{c}, C) (E(S)U(\mathbf{b}, B)\Phi, U(\mathbf{a}, A)U(\mathbf{c}, C)\Phi) = \\ &= \int db dB \int dc dC f(\mathbf{b}, B)^* g(\mathbf{c}, C) (E(B^{-1}S - B^{-1}\mathbf{b})\Phi, U(\{\mathbf{b}, B\}^{-1}\{\mathbf{a}, A\}\{\mathbf{c}, C\})\Phi) = \\ &= \int dr \int db dB \int_{B^{-1}S - B^{-1}\mathbf{b}} dc dC f(\mathbf{b}, B)^* g(\mathbf{c}, C) \times \\ &\times q(\{\mathbf{b}, B\}^{-1}\{\mathbf{a}, A\}\{\mathbf{c}, C\}; \mathbf{r}) \varrho(\mathbf{r}) = \int_S dr \int db dB \int dc dC f(\mathbf{b}, B)^* g(\mathbf{c}, C) \times \\ &\times q(\{\mathbf{b}, B\}^{-1}\{\mathbf{a}, A\}\{\mathbf{c}, C\}; B^{-1}(\mathbf{r} - \mathbf{b})) \varrho(B^{-1}(\mathbf{r} - \mathbf{b})). \end{aligned} \quad (4.19)$$

$\{a, A\} = \{0, 1\}$ -re ez az

$$(E(S)U(f)\Phi, U(g)\Phi) = \int_S dr \int db dB \int dc dC f(b+r, B)^* g(c+r, C) \times \\ \times q(\{b, B\}^{-1}\{c, C\}; -B^{-1}b) \varrho(-B^{-1}b) \quad (4.20)$$

egyenletbe megy át, amely azt sugallja, hogy $(U(f)\Phi)(r)$ -t úgy vezessük be, mint b és B $f(b+r, B)$ függvényét. Ekkor a (4.14) integrandusában fellépő skalárszorzatra az

$$((U(f)\Phi)(r), (U(g)\Phi)(r)) = \int db dB \int dc dC f(b+r, B)^* g(c+r, C) \times \\ \times q(\{b, B\}^{-1}\{c, C\}; -B^{-1}b) \varrho(-B^{-1}b) \quad (4.21)$$

alak kínálkozik.

Ezekkel a definíciókkal

$$(E(S)U(f)\Phi, U(a, A)U(g)\Phi) = \\ = \int_S dr ((U(f)\Phi)(r), W(a, A)(U(g)\Phi)(r)), \quad (4.22)$$

ahol $W(a, A)$ az

$$f(b+r, B) \rightarrow f(A^{-1}b + A^{-1}(r-a), A^{-1}B)$$

leképezéssel definiált operátor. Ha az

$$f(b+r, B) \rightarrow f(A^{-1}b + r, A^{-1}B) \quad (4.23)$$

megfeleltetéssel definiáljuk a $\mathcal{D}(A)$ lineáris transzformációt, W a (4.4)-gyel pontosan megegyező

$$(W(a, A)U(f)\Phi)(r) = \mathcal{D}(A)(U(f)\Phi)(A^{-1}(r-a))$$

alakba írható. Nyilvánvaló (egyszerű változócserevel), hogy $\mathcal{D}(A)$ invariánsul hagyja a (4.21) skalárszorzatot.

Most igazolnunk kell, hogy (4.21) csakugyan skalárszorzatot definiál. Az látható, hogy g -ben lineáris és f -ben antilineáris. Továbbá, mivel (4.20) minden S Borel-halmazra fennáll, az

$$(E(S)U(f)\Phi, U(g)\Phi) = [(E(S)U(g)\Phi, U(f)\Phi)]^*$$

és

$$(E(S)U(f)\Phi, U(f)\Phi) \equiv 0$$

összefüggésekből következik, hogy

$$((U(f)\Phi)(r), (U(g)\Phi)(r)) = [((U(g)\Phi)(r), (U(f)\Phi)(r))]^* \quad (4.24)$$

és

$$((U(f)\Phi)(r), (U(f)\Phi)(r)) \equiv 0 \quad (4.25)$$

majdnem minden r -re. Mivel azonban f és g folytonos és kompakt tartójú, az r szerinti integrandus folytonos r -ben. Ezért (4.24) és (4.25) minden r -re teljesül. Ezekután, ugyanúgy, mint a (4.12) esetben, bevezethetjük a (4.25)-ben egyenlőséggel jellemzett altérre merőleges vektorkomponenseket, és az így adódó teret teljessé téve egy \mathcal{H} Hilbert kapunk, minden r -re ugyanazt. $A \rightarrow \mathcal{D}(A)$ folytonos, unitér ábrázolás \mathcal{H} -ban. Mivel az $U(f)\Phi \rightarrow (U(f)\Phi)(r)$ megfeleltetés az $U(f)\Phi$ vektorok

által kifeszített altér vektorainak egy sűrű halmazát az $r: (U(f)\Phi)(r)$ függvények által kifeszített Hilbert-tér vektorainak egy sűrű halmazába viszi át és a skalárszorzatot megőrzi, folytonosan kiterjeszthető egy V unitér transzformációvá.

Mindezeket az eredményeket a 3. Tétel foglalja össze.

3. *Tétel.* Legyen $\{a, A\} \rightarrow U(a, A) \mathcal{E}_3$ egy folytonos unitér ábrázolása az $E(S)$ tranzitív imprimitivitás-rendszerrel az \mathbf{R}^3 bázison. Ekkor létezik egy olyan V unitér transzformáció, hogy a $VU(a, A)V^{-1} = W(a, A)$ és $VE(S)V^{-1} = F(S)$ operátorok alakja

$$(W(a, A)\Phi)(b) = \mathcal{D}(A)\Phi(A^{-1}(b-a)), \quad (4.26)$$

$$(F(S)\Phi)(b) = \chi_S(b)\Phi(b). \quad (4.27)$$

Itt $A \rightarrow \mathcal{D}(A)$ a 2×2 unitér unimoduláris csoport egy folytonos unitér ábrázolása egy \mathcal{H} szeparábilis Hilbert-téren, a $\Phi(b)$ -k pedig \mathbf{R}^3 -on értelmezett \mathcal{H} -beli érték-készletű függvények, melyek mérhetők abban az értelemben, hogy minden Φ -re, Ψ -re $(\Phi(b), \Psi(b))$ mérhető függvénye b -nek. Szimbólikusan

$$\mathcal{H} = \int_{\mathbf{R}^3}^{\oplus} db \mathcal{H}_b, \quad \mathcal{H}_b = \mathcal{H}.$$

Hátra van még az a feladat, hogy megvizsgáljuk a helyoperátor definíciójában fellépő önkényt. E célból az $\{E(S), U(a, A)\}$ párt a (4.26) és (4.27) alakban vesszük fel és meghatározzuk mindazokat az unitér operátorokat, amelyek felcserélhetők $U(a, A)$ -val, de $E(S)$ -sel nem. Ehhez célszerű (4.26)-ot átírni impulzustérre:

$$(U(a, A)\Phi)(p) = e^{-ip \cdot a} \mathcal{D}(A)\Phi(A^{-1}p).$$

Ha B olyan unitér operátor, amelyre $[B, U(a, 1)] = 0$, az 1. Tétel szerint a

$$(B\Phi)(p) = B(p)\Phi(p)$$

alakban írható, ahol $B(p)$ unitér operátor $\mathcal{H}_p = \mathcal{H}$ -ban. Az $U(0, A)$ -val való felcserélhetőségből ekkor következik, hogy

$$B(p)\mathcal{D}(A) = \mathcal{D}(A)B(A^{-1}p) \quad (4.28)$$

majdnem minden p -re.

Az utóbbi egyenlet a 3. szakaszból és a IV. Függelékéből ismert módon tárgyalható. Azokra az A -kra, melyekre $Ap = p$ teljesül, azaz amelyek elemei p kis csoportjának, (4.28) a

$$B(p)\mathcal{D}(A) = \mathcal{D}(A)B(p) \quad (4.29)$$

egyenletre redukálódik. Az ilyen tulajdonságú $B(p)$ -k halmaza könnyen meghatározható. Tegyük fel, hogy már ismerjük, akkor (4.28) általános megoldásai az egyenletet definícióként használva adódnak:

$$B(p) = \mathcal{D}(A_{q \leftarrow p})^{-1} B(q) \mathcal{D}(A_{q \leftarrow p}). \quad (4.30)$$

Itt az $A_{q \leftarrow p}$ transzformációk olyanok, hogy $A_{q \leftarrow p}p = q$, és parametrizálják q kis csoportjának mellékosztályait. (4.29) következtében tetszőleges parametrizálás ugyanazt a $B(p)$ -t szolgáltatja. A (3.20) egyenletet követő argumentumhoz teljesen hasonlóan meg lehet mutatni, hogy a rögzített $q/|q|$ -ra és minden p -re (4.30) által definiált $B(p)$ eleget tesz (4.28)-nak.

Hogy (4.29) összes megoldását megkapjuk, $A \rightarrow \mathcal{D}(A)$ -t felbonthatjuk a 2×2 unitér unimoduláris csoport irreducibilis ábrázolásainak összegére, ezeket magukat pedig a kis csoport irreducibilis ábrázolásainak összegére:

$$\mathcal{D} = \sum_{j=0, \frac{1}{2}, 1, \dots} n_j \mathcal{D}^{(j)},$$

$$\mathcal{D}^{(j)} = \sum_{m=-j, -j+1, \dots, j} e^{im\Phi}$$

Így $A \rightarrow \mathcal{D}(A)$ \mathfrak{p} kis csoportjára korlátozva unitér ekvivalens a

$$\sum n_m e^{im\Phi} \quad (4.31)$$

ábrázolással, ahol

$$n_m = \sum_{j \equiv |m|} n_j.$$

Itt a j szerinti összegezés egész számokra történik, ha m egész, és felesekre, ha m feles.

Egy adott $\{n_m\}$, $m=0, \pm 1/2, \pm 1, \dots$ sorozatnak megfelelő $B(\mathfrak{p})$ olyan unitér operátorok direkt összege, melyek határozott m értékekkel jellemzett vektorok altèreiben hatnak. Minden ilyen direkt összeg definiál egy lehetséges $B(\mathfrak{p})$ -t. Egy tetszőleges $n_m \times n_m$ unitér mátrix független valós paramétereinek száma n_m^2 , úgyhogy $B(\mathfrak{p}) \sum_m n_m^2$ tetszőleges valós paramétert tartalmaz, s ezek mindegyike $|\mathfrak{p}|$ függvénye lehet.

Összegyűjtve a szerzett információkat a 4. Tételre jutunk.

4. *Tétel.* Ha $E(S) \mathcal{E}_3 \{a, A\} \rightarrow U(a, A)$ unitér ábrázolásának a (4.26), (4.27) standard alakban megadott imprimitivitás-rendszere, akkor minden más U -val konzisztens imprimitivitás-rendszer az

$$F(S) = BE(S)B^{-1}$$

egyenlettel adható meg, ahol B a

$$(B\Phi)(\mathfrak{p}) = \mathcal{D}(A_{q+\mathfrak{p}})^{-1} B(q) \mathcal{D}(A_{q+\mathfrak{p}}) \Phi(\mathfrak{p}) \quad (4.32)$$

összefüggéssel definiált unitér operátor, vagyis

$$(F(S)\Phi)(\mathfrak{p}) = \mathcal{D}(A_{q+\mathfrak{p}})^{-1} B(q) \mathcal{D}(A_{q+\mathfrak{p}}) \times$$

$$\times (2\pi)^{-3/2} \int \tilde{\chi}_s(\mathfrak{p}-\mathfrak{r}) d\mathfrak{r} \mathcal{D}(A_{q-\mathfrak{r}})^{-1} B(q)^{-1} \mathcal{D}(A_{q-\mathfrak{r}}) \Phi(\mathfrak{r}).$$

Itt

$$\tilde{\chi}(\mathfrak{p}) = (2\pi)^{-3/2} \int e^{i\mathfrak{p} \cdot \mathfrak{b}} \chi_s(\mathfrak{b}) d\mathfrak{b}$$

és $B(q)$ egy megoldása a

$$[B(q), \mathcal{D}(A)] = 0$$

egyenleteknek minden $Aq=q$ -nak eleget tevő A -ra.

Eddig a pontig nem vettük figyelembe az időtükrözési invarianciát és *Newton* és *Wigner* regularitási feltevésének valamilyen analógóját. Ez természetes a 3. Tétel esetében, mivel egy tranzitív imprimitivitás-rendszer kanonikus alakja megkapható ezen kiegészítő feltevések nélkül is. A 4. Tétel szempontjából azonban döntő fontosságúak. Még abban az esetben is, ha $\mathcal{D}(A)$ egydimenziós, (4.33) a helyoperátorok egy széles skáláját szolgáltatja; $B(q)$ ekkor egy $B(q) = e^{i\eta(q)}$ (η valós) alakú

komplex értékű függvény. Az időtükrözési invariancia feltevése itt arra a követelményre vezet, hogy B valós legyen, és ezért egyenlő legyen $+1$ -gyel. Lehetne azonban $+1$ bizonyos $|p|$ értékekre és -1 másokra, anélkül, hogy akár az euklidesi, akár az időtükrözési invariancia sérülne. Itt jut szerephez *Newton* és *Wigner* regularitási feltevése, amely B -t állandóvá teszi és így $F(S)=E(S)$ adódik. Az ő követelményük (Lorentz-invariáns elméletben) az, hogy a Lorentz-csoport generátorai alkalmazhatók legyenek a lokalizált állapotokra, abban az értelemben, hogy ha a Φ_n vektorsorozat egy, az a pontban lokalizált állapothoz tart, amikor $n \rightarrow \infty$, akkor a $\lim_{n \rightarrow \infty} \|M_{\mu\nu}\Phi_n\|/\|\Phi_n\|$ határérték véges legyen. Mivel az M_{0i} , $i=1, 2, 3$ operátorok lényegében differenciáloperátorok, innen a *Newton* és *Wigner*-féle (kontinuumba eső) lokalizált állapotok impulzus-reprezentációbeli folytonossága következik. Az itt tárgyalt megfogalmazásban egy hasonló követelmény hasonló követelményekkel jár. A részletek a következők.

(3.14) szerint az állapotok transzformációs törvénye időtükrözésnél:

$$(U(I_t)\Phi)(p) = \mathcal{D}(\tau^2)\Phi(-p)^*.$$

B és $U(I_t)$ felcserélhetőségének követelménye a

$$\mathcal{D}(\tau^2)\overline{B(-p)} = B(p)\mathcal{D}(\tau^2) \quad (4.34)$$

összefüggésre vezet, azaz

$$\mathcal{D}(\tau^2)\overline{\mathcal{D}(A_{q \leftarrow p})^{-1}B(q)\mathcal{D}(A_{q \leftarrow p})} = \mathcal{D}(A_{q \leftarrow p})^{-1}B(q)\mathcal{D}(A_{q \leftarrow p})\mathcal{D}(\tau^2),$$

vagy a

$$\overline{\mathcal{D}(A)} = \mathcal{D}(\tau^2)^{-1}\mathcal{D}(A)\mathcal{D}(\tau^2)$$

egyenlet felhasználásával

$$\mathcal{D}(A_{q \leftarrow p}A_{q \leftarrow p}^{-1})\mathcal{D}(\tau^2)\overline{B(q)} = B(q)\mathcal{D}(A_{q \leftarrow p}A_{q \leftarrow p}^{-1})\mathcal{D}(\tau^2). \quad (4.35)$$

Megfelelően választott p -re a \mathcal{D} -beli tényezők kiejtik egymást és kapjuk, hogy

$$\overline{B(q)} = B(q), \quad (4.36)$$

feltéve, hogy q nem a 2. tengely irányába mutat, amiben megállapodunk. A $B(q)$ -ra még fennmaradó feltétel az összes $\mathcal{D}(A_{q \leftarrow p}A_{q \leftarrow p}^{-1}\tau^2)$ -vel való felcserélhetőséget írja elő. Ez nem ad további megszorítást, mivel q -t a 3. tengely irányában választhatjuk és ekkor minden ilyen transzformáció eleme q kis csoportjának, mellyel $B(q)$ már felcserélhető. (Mindezt könnyű belátni, ha $A_{q \leftarrow p}$ -t az

$$A_{q \leftarrow p} = \left[2 \left(1 + \frac{q \cdot p}{|p||q|} \right) \right]^{-1/2} \left[1 + \frac{p \cdot q}{|p||q|} - i \frac{p \times q}{|p||q|} \cdot \tau \right]$$

speciális alakúnak választjuk. Ez minden $p \neq -q$ -ra értelmes. Ekkor

$$A_{q \leftarrow p}A_{q \leftarrow p}^{-1} = -i \frac{(p \times q)}{|p \times q|} \cdot \tau.$$

Könnyen megválaszthatjuk p -t úgy, hogy $\left(\frac{p \times q}{|p||q|} \cdot \tau \right) \tau^2 = 1$ legyen; így (4.36) követ-

kezik. Bárhogyan választjuk is p -t, ha q a 3. tengely irányába mutat, $\frac{q \times p}{|q \times p|} \cdot \tau \tau^2$ q -t invariánsul hagyja. Ezzel igazoltuk a második állítást.

A kapott eredményeket összehasonlítva a 4. Tételt közvetlenül megelőző megfontolásokkal látjuk, hogy az időtükrözési invariancia $B(q)$ önkényes valós paramétereinek számát $\sum n_m^2$ -ről $\sum n_m(n_m-1)$ -re csökkenti; a fennmaradó paraméterek még mind függhetnek $|q|$ -től. Világos, hogy a helyoperátor mindenképpen többértelmű lesz, ha $\mathcal{D}(A)$ nem irreducibilis. Ha $\mathcal{D}(A)$ irreducibilis és a kis csoport elemeire diagonális, $B(q)$ diagonális, olyan diagonális elemekkel, amelyek $|q|$ valós függvényei és négyzetük 1; a helyoperátor még mindig nem egyértelmű. Azonban, ha csak $B(q)$ nem a ± 1 állandó mátrix, a (4.33) képlet p -nek nem folytonos függvényeire vezet. (Vegyünk egy kompakt S halmazt, akkor a (4.33)-beli integrál differenciálható, úgyhogy az integrálon kívül álló függvény diszkontinuitásai egyben $(F(S)\Phi)(p)$ diszkontinuitásai is.) Az ilyen diszkontinuitások minden olyan q értékénél fellépnek, ahol $B(|q|)$ -nak ugrása van, így $B(|q|)$ -nak $|q|$ szerint állandónak kell lennie. A $p = -q$ -ban való differenciálhatóságot megkövetelve adódik, hogy az egységoperátor állandósorozosa. Így fennáll az 5. Tétel.

5. Tétel. Egy euklidesi invarianciát és időtükrözési szimmetriát mutató rendszer esetében a lokalizációt leíró lehetséges $F(S)$ mennyiségeket (4.33) adja meg, ahol $B(q)$ valós, unitér operátor.

Ha a lokalizált állapotok p szerint differenciálhatók, és $A \rightarrow \mathcal{D}(A)$ a 2×2 unitér unimoduláris csoport irreducibilis ábrázolása, akkor $B(p)$ az egységoperátor állandósorozosa és $F(S) = E(S)$. Megfordítva, ha $F(S)$ egyértelmű, kell hogy $A \rightarrow \mathcal{D}(A)$ irreducibilis legyen és a lokalizált állapotok differenciálhatók legyenek.

Az alábbiakban a 6. és 7. Tételben, mindig feltesszük, hogy az 5. Tételnek a regularitásra és az időtükrözési invarianciára vonatkozó követelményei teljesülnek.

5. \mathcal{O}_3 -ábrázolások, amelyek az inhomogén Lorentz-csoport fedőcsoportjának ábrázolásából leszűkítéssel adódnak

Ismeretes, hogy a Poincaré-csoport fedőcsoportjának minden folytonos, unitér ábrázolása unitér ekvivalens az

$$(U(a, A)\Phi)(p) = e^{ip \cdot a} Q(p, A) \Phi(A^{-1}p)$$

alakú, a

$$\mathcal{H} = \int^{\oplus} d\mu(p) \mathcal{H}_p$$

Hilbert-térben definiált ábrázolások valamelyikével, ahol

$$d\mu(p) = \mu_0 \delta(p) dp + d\varrho_+(m) d\Omega_{m^+}(p) + d\varrho_-(m) d\Omega_{m^-}(p) + d\varrho(im) d\Omega_{im}(p).$$

$d\Omega_{m^{\pm}}(p) = \frac{dp}{(m^2 + p^2)^{1/2}}$ az invariáns mérték a $p^2 = m^2$, $p^0 \geq 0$ hiperboloidokon, $d\Omega_{im}$ pedig az invariáns mérték a $p^2 = -m^2$ hiperboloidon. $Q(p, A)$ unitér és eleget tesz a

$$Q(p, A)Q(A^{-1}p, B) = Q(p, AB)$$

egyenletnek.

Az $m^2 > 0$ ábrázolásokra $Q(p, A)$ a

$$Q(p, A) = \mathcal{Q}(A_{p \leftarrow k}^{-1} A A_{A^{-1}p \leftarrow k}) \quad (5.1)$$

alakban választható, ahol

$$A_{q \leftarrow \tilde{k}} = [2(q^0 + m)m]^{-1/2} [m1 + \tilde{q}], \quad \tilde{q} = q^0 + \mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\tau},$$

$A \rightarrow \mathcal{Q}(A)$ pedig az unitér unimoduláris csoport folytonos unitér ábrázolása. $m=0$ -ra $Q(p, A)$ két rész direkt összege, az első tartalmazza az összes véges spinű összetevőt, a második az összes végtelen spinű összetevőt. (5.1) fennáll mindkét esetre, de k most egy standard fényszerű vektor, mondjuk $(1, 0, 0, 1)$, $A_{q \leftarrow k}$ pedig a k -hoz tartozó kis csoport mellékosztályainak reprezentánsa. Ez utóbbi kis csoport izomorf a sík minden euklidesi csoportjának kétszeres fedőcsoportjával, és $A \rightarrow \mathcal{Q}(A)$ egy folytonos, unitér ábrázolása. A véges spinű résznél ez az ábrázolás „transzlációkra” triviális, míg a végtelen spinű résznél nem. A zérustömegű ábrázolások altere egy kétdimenziós Ξ térre vett

$$\mathcal{H}_p = \int^{\oplus} d\sigma(\Xi) \mathcal{H}_{p\Xi}, \quad p^2 = 0$$

direkt integrálként írható fel, a

$$(\Phi, \Psi)_{m=0} = \int d\Omega_0(p) \int d\sigma(\Xi) (\Phi(p, \Xi), \Psi(p, \Xi))$$

skalárszorzzattal, ahol

$$d\sigma(\Xi) = \sigma_0 \delta(\Xi) d\Xi + d\sigma_1(|\Xi|) d\varphi,$$

$$\Xi = \Xi_1 + i\Xi_2 = |\Xi| e^{i\varphi},$$

és

$$(Q(k, A)\Phi)(k, \Xi) = \exp(i\Xi \cdot t) Q_1(k, \Xi, A)\Phi(k, e^{-i\theta}\Xi),$$

valahányszor

$$A = \left[1 + \frac{1}{2} t(e_1 + ie_2) \cdot \boldsymbol{\tau} \right] \left[\cos \frac{\Theta}{2} - i \sin \left(\frac{\Theta}{2} \right) \left(\frac{k}{k_0} \right) \cdot \boldsymbol{\tau} \right],$$

$$e_2^2 = 1 = e_2^2, \quad e_1 \cdot e_2 = 0 = e_1 \cdot k = e_2 \cdot k, \quad t = t_1 + it_2.$$

Itt $Q_1(k, 0, A)$ kifejezhető a k -t változtatlanul hagyó fenti A -k egy \mathcal{Q}_1 ábrázolásával:

$$Q_1(k, 0, A) = \mathcal{Q}_1 \left[\cos \frac{\Theta}{2} - i \sin \left(\frac{\Theta}{2} \right) \left(\frac{k}{k_0} \right) \cdot \boldsymbol{\tau} \right].$$

Ha $\Xi \neq 0$, $Q_1(k, \Xi, A)$ a k -t és egy Ξ -t, mondjuk Ξ_1 -et, változtatlanul hagyó unitér unimoduláris A -k kételemű alcsoportjának ($A = \pm 1$) egy ábrázolásával adható meg:

$$Q_1(k, \Xi, A) = \mathcal{Q}(A_{\Xi \leftarrow \Xi_1} A A_{A^{-1} \Xi \leftarrow \Xi_1}),$$

ahol $A_{\Xi \leftarrow \Xi_1}$ egy $\cos \Theta/2 - i \sin(\Theta/2) (k/k^0) \cdot \boldsymbol{\tau}$ alakú transzformáció, amely Ξ_1 -et Ξ -be viszi át.

Az imaginárius tömegű és zérus négyes impulzusú ábrázolásokat (az egységábrázolást kivéve) itt figyelmen kívül hagyjuk, mivel a fizikai rendszerek transzformációs tulajdonságai szempontjából nem jönnek számításba.

Nyilván, ha $\{a, A\}$ -t \mathcal{E}_3 -ra korlátozzuk, a 0-tömegű részábrázolás éppen a (2.2) alakú, és a 4. és 5. Tétel közvetlenül alkalmazható. Zérus tömeg és $\Xi=0$ esetén a rendszer lokalizálható, ha a kis csoport $A \rightarrow Q_1(k, 0, A)$ ábrázolása az unitér unimoduláris csoport egy ábrázolásának leszűkítése. Ez nulla spinra fennáll, de

egyetlen más irreducibilis ábrázolásra sem. Ha a tömeg zérus és $\Xi \neq 0$, a kis csoport ábrázolása egy direkt integrál olyan irreducibilis ábrázolásokra, melyeket $|\Xi|$ értéke és a kis csoport $A = \pm 1$ kis csoportjának ábrázolása határoz meg. Az állapotvektorok $\Phi(k, \Xi)$ reprezentánsai Fourier-sorba fejthetők a $|\Xi| = \text{állandó}$ körön, ami megfelel egy kifejtésnek az unitér unimoduláris csoport k -t invariánsul hagyó alcsoportjának irreducibilis ábrázolásai szerint. Ha a kis csoport kis csoportja triviálisan ábrázolódik, minden k irányú impulzusmomentum pontosan egyszer lép fel. Ha az utóbbi ábrázolás nem triviális, minden feles k -menti impulzusmomentum kétszer fordul elő. Az ilyen ábrázolások soha nem lehetnek a teljes unimoduláris csoport ábrázolásainak leszűkítései, így a $\Xi = 0$ -val jellemzett elemi rendszerek sohasem lokalizálhatók. Reducibilis rendszerek csak akkor lokalizálhatók, ha minden $|\Xi|$ ábrázolás végtelen sokszor lép fel, vagy egyszer sem.

6. *Tétel.* Az $m^2 > 0$ tömegű Lorentz-invariáns rendszerek mindig lokalizálhatók. Helyoperátoruk egyértelmű, ha a rendszer elemi, azaz, a neki megfelelő ábrázolás irreducibilis.

$m=0$ -ra az egyetlen lokalizálható elemi rendszer spinje zérus. Reducibilis rendszerek akkor és csak akkor lokalizálhatók, ha bennük minden végtelen spinű irreducibilis ábrázolás zérus vagy végtelen multiplicitással lép fel, és a véges spinű részek járuléka olyan, hogy egy adott irányú impulzusmomentum-vetület sajátállapotainak multiplicitása ugyanaz, mint az unimoduláris csoport valamely ábrázolásának leszűkítésében.

Az egységábrázolás, amelyre $p=0$, semmilyen lokalizálható rendszer transzformációs törvényében nem léphet fel.

6. \mathcal{G}_3 Galilei-invariáns rendszerekben fellépő ábrázolásai

A Lorentz-invariancia esetétől eltérően, amikor minden faktor erejéig adott ábrázolás fizikailag ekvivalens a fedőcsoport ábrázolásaival, a Galilei-invariancia olyan faktorokra vezet, amelyektől nem szabadulhatunk meg a fedőcsoportra való áttéréssel. Azonban, amint Bargmann [23] megmutatta, az ábrázolások itt is egy bizonyos csoport valódi ábrázolásainak tekinthetők; a szóban forgó csoport a Galilei-csoport fedőcsoportjának egy kiterjesztése. Az első feladatunk az, hogy ezt az állítást explicit képletekben fejezzük ki, és összefoglaljuk az ábrázolások osztályozását.

A Galilei-transzformációkat (a, Γ) -val, vagy részletesebben (τ, a, v, R) -rel jelöljük, ahol $(0, \Gamma) = (0, 0, v, R)$, $(a, 1) = (\tau, a, 0, 1)$ és

$$(\tau, a) \begin{Bmatrix} t \\ x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} t + \tau \\ x + a \end{Bmatrix}, \quad (v, R) \begin{Bmatrix} t \\ x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} t \\ Rx + vt \end{Bmatrix}.$$

R egy forgatás az x vektorok hármasság terében. A csoport szorzási törvénye:

$$(\tau_1, a_1, v_1, R_1)(\tau_2, a_2, v_2, R_2) = (\tau_1 + \tau_2, a_1 + v_1\tau_2, v_1 + R_1v_2, R_1R_2).$$

A fedőcsoportra úgy jutunk, hogy R -t A -val, egy 2×2 egységnyi determinánsú unitér mátrixszal helyettesítjük, ugyanúgy, mint (2.1)-ben. Az egyszerűség kedvéért a csoport elemeit jelölje ekkor is $\{a, \Gamma\}$.

Bargmann megmutatta, hogy a fázisok fizikailag lényegtelen megváltoztatásával az összes faktor a következő alakra hozható:

$$\omega(a_1, \Gamma_1; a_2, \Gamma_2) = \exp i \left(\frac{M}{\hbar} \right) \left(v_1 \cdot A_1 \cdot a_2 + \frac{1}{2} v_1^2 \tau_2 \right).$$

Itt M/\hbar egy idő/(hosszúság)² dimenziójú állandó, melyet azért írtunk önkényesen hányados alakjában, hogy a Schrödinger-elméletben jelentése automatikusan kiadódjék (\hbar a Planck-állandó, osztva 2π -vel).

Bargmann további eredménye az, hogy minden faktor erejéig adott ábrázolás ezzel a faktorial egy olyan csoport ábrázolásaiból adódik, amelynek elemei $(e^{i\Theta}, a, \Gamma)$, $0 \leq \Theta < 2\pi$, az

$$\begin{aligned} & (e^{i\Theta_1}, a_1, \Gamma_1)(e^{i\Theta_2}, a_2, \Gamma_2) = \\ & = \left(\exp i \left[\Theta_1 + \Theta_2 + \frac{M}{\hbar} \left(v_1 \cdot R_1 \cdot a_2 + \frac{1}{2} v_1^2 \tau_2 \right) \right], a_1 + \Gamma_1 a_2, \Gamma_1 \Gamma_2 \right) \end{aligned}$$

szorzási törvénnyel; az ábrázolások közti összefüggés:

$$U(e^{i\Theta}, a, \Gamma) = e^{i\Theta} U(a, \Gamma). \quad (6.1)$$

Az $M=0$ esetben ez a finomítás szükségtelen. Ezt az esetet később tárgyaljuk.

Mármint az új csoport $(e^{i\Theta}, a, 1)$ alakú elemei invariáns alcsoportot alkotnak, és maga a csoport ennek az Abel-féle normálosztónak és az $(1, 0, \Gamma)$ elemek alcsoportjának féldirekt szorzata. Ugyanúgy, mint az euklidesi csoport esetében, az Abel-féle alcsoportot diagonalizáljuk az $\exp i[q\Theta + \hbar^{-1}(E\tau - p \cdot a)]$ karakterek csoportjára vett direkt integrál segítségével. Az állapotok ekkor a q egész számok és a valós, négykomponensű $p = \left(\frac{E}{\hbar}, \frac{p}{\hbar} \right)$ vektorok $\Phi(q, p)$ függvényei. A skalár-szorzat

$$(\Phi, \Psi) = \int d\mu(q, p) (\Phi(q, p), \Psi(q, p)),$$

és

$$(U(e^{i\Theta}, a, 1)\Phi)(q, p) = \exp i[q\Theta + \hbar^{-1}(E\tau - p \cdot a)] \Phi(q, p).$$

Γ hatása az $(e^{i\Theta}, \tau, a, 1)$ alcsoporttra:

$$\begin{aligned} & (1, 0, \Gamma)(e^{i\Theta}, a, 1)(1, 0, \Gamma)^{-1} = \\ & = \left(\exp i \left[\Theta + \frac{M}{\hbar} \left(v \cdot A \cdot a + \frac{1}{2} v^2 \tau \right) \right], \Gamma a, 1 \right). \end{aligned}$$

Ez egy megfelelő transzformációt indukál a karaktereken:

$$q \rightarrow q, \quad E \rightarrow E - p \cdot v + \frac{1}{2} q M v^2,$$

$$p \rightarrow A^{-1}(p - q M v).$$

Innen következik, hogy

$$d\mu(q, E, p) \equiv d\mu \left(q, E + v \cdot A p + \frac{M}{2} v^2, A p + M v \right).$$

$d\mu$ akkor szolgáltat (6.1) alakú ábrázolást, ha δ_{q1} -nek és egy olyan $dv(E, \mathbf{p})$ mértéknek a szorzata, amelyre

$$dv(E, \mathbf{p}) \equiv dv \left(E + \mathbf{v} \cdot A\mathbf{p} + \frac{M}{2} v^2, A\mathbf{p} + M\mathbf{v} \right).$$

Az utóbbi azonosságból látható, hogy dv ekvivalens egy parabolákon állandó mértékkel,

$$dv(E, \mathbf{p}) = dQ(E_0) dN_{E_0}(\mathbf{p}),$$

ahol $dN_{E_0}(\mathbf{p})$ a $d\mathbf{p}$ mérték az

$$E = E_0 + \frac{\mathbf{p}^2}{2M}$$

parabolán, $dQ(E_0)$ pedig egy mérték a valós tengelyen, amely a rendszer nyugalmi energiájának spektrumát írja le. Ismét ugyanúgy, mint az euklidesi csoport esetében, létezik egy

$$(U(e^{i\theta}, a, \Gamma)\Phi)(E_0, \mathbf{p}) = e^{i\theta} \exp \left[\frac{i}{\hbar} (E\tau - \mathbf{p} \cdot \mathbf{a}) \right] Q(E_0, \mathbf{p}, \Gamma) \Phi(E_0, A^{-1}(\mathbf{p} - M\mathbf{v})) \quad (6.2)$$

kanonikus alak, ahol

$$Q(E_0, \mathbf{p}, \mathbf{v}_1, A_1) Q(E_0, A_1^{-1}(\mathbf{p} - M\mathbf{v}_1), \mathbf{v}_2, A_2) = Q(E_0, \mathbf{p}, \mathbf{v}_1 + A_1\mathbf{v}_2, A_1A_2), \quad (6.3)$$

és a skalárszorzat

$$(\Phi, \Psi) = \int dQ(E_0) \int dN_{E_0}(\mathbf{p}) (\Phi(E_0, \mathbf{p}), \Psi(E_0, \mathbf{p})).$$

Egy \mathbf{q} vektor kis csoportja az összes $(M^{-1}(\mathbf{q} - A\mathbf{q}), A)$ alakú (\mathbf{v}, A) transzformációkból áll és izomorf az unitér unimoduláris csoporttal.

A Q -k a

$$\begin{aligned} Q(E_0, \mathbf{p}, \mathbf{v}, A) &= Q \left(E_0, 0, -\frac{\mathbf{p}}{M}, 1 \right)^{-1} \times \\ &\times Q(E_0, 0, 0, A) Q \left(E_0, 0, A^{-1} \left[\mathbf{v} - \frac{\mathbf{p}}{M} \right], 1 \right) \end{aligned} \quad (6.4)$$

kanonikus alakra hozhatók, ahol

$$A \rightarrow \mathcal{Q}(A) = Q(E_0, 0, 0, A)$$

az unitér unimoduláris mátrixok csoportjának egy folytonos unitér ábrázolása. Nyilvánvaló, hogy (6.4) M tömegű Schrödinger-részecskék egy szuperpozícióját írja le, különböző nyugalmi energiákkal (az E_0 paraméter) és spinekkal (\mathcal{Q} irreducibilis komponensei).

\mathcal{E}_3 (6.4)-ből adódó ábrázolása nyilván

$$(U(\mathbf{a}, A)\Phi)(\mathbf{p}) = e^{-i\mathbf{p} \cdot \mathbf{a}} \mathcal{Q}(A) \Phi(A^{-1}\mathbf{p}),$$

a

$$(\Phi, \Psi) = \int d\mathbf{p} (\Phi(\mathbf{p}), \Psi(\mathbf{p}))$$

és

$$(\Phi(\mathbf{p}), \Psi(\mathbf{p})) = \int dQ(E_0) (\Phi(E_0, \mathbf{p}), \Psi(E_0, \mathbf{p}))$$

skalárszorozattal. Így $M > 0$ -ra a helyzet lényegében ugyanaz, mint a Lorentz-invariáns esetben. Mindig létezik helyoperátor, és többértelműsége az unimoduláris csoport azon ábrázolásával kapcsolatos önkényhez tapad, amely a rendszer transzformációs tulajdonságait írja le forgatásokra a nyugalmi rendszerben.

$M < 0$ -ra a lokalizálhatóságnak van ugyan értelme, de az ilyen ábrázolásokat elvetjük azon a fizikai alapon, hogy negatív kinetikus energiára vezetnek.

Az $M = 0$ ábrázolásokra a fenti gondolatmenetet újra meg kell vizsgálnunk. A (6.1)-beli Θ bevezetésére most nincs szükség. $U(a, 1)$ diagonalizása az

$$(U(a, 1)\Phi)(E, \mathbf{p}) = \exp[i(E\tau - \mathbf{p} \cdot \mathbf{a})/\hbar]\Phi(E, \mathbf{p})$$

alakra vezet, a

$$(\Phi, \Psi) = \int d\mu(E, \mathbf{p})(\Phi(E, \mathbf{p}), \Psi(E, \mathbf{p}))$$

skalárszorozattal, de a μ mértékre most

$$d\mu(E, \mathbf{p}) \equiv d\mu(E + \mathbf{v} \cdot A\mathbf{p}, A\mathbf{p})$$

áll fönn, és ennek alapján $d\mu$ ekvivalens a

$$d\omega(\mathbf{p}) d\varrho(|\mathbf{p}|) dE + \mu_0 \delta(\mathbf{p}) dE d\mathbf{p}$$

mértékkel, ahol $d\omega(\mathbf{p})$ a $|\mathbf{p}|$ sugarú gömb elemi felülete. (Az a tény, hogy a rendszer energiaspektruma $-\infty$ -ig terjed, kétségesé teszi, hogy ezek az ábrázolások fizikailag érdekesek lehetnek, de mindenesetre a lokalizálhatóságot nem zárja ki.) A teljes transzformációs törvény:

$$(U(a, \Gamma)\Phi)(E, \mathbf{p}) = \exp[i(E\tau - \mathbf{p} \cdot \mathbf{a})/\hbar] Q(E, \mathbf{p}, \Gamma) \Phi(E - \mathbf{v}\mathbf{p}, A^{-1}\mathbf{p}),$$

ahol $Q(E, \mathbf{p}, \Gamma)$ a

$$Q(E, \mathbf{p}, \mathbf{v}_1, A_1) Q(E - \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{p}, A_1^{-1}\mathbf{p}, \mathbf{v}_2, A_2) = Q(E, \mathbf{p}, \mathbf{v}_1 + A_1\mathbf{v}_2, A_1A_2)$$

összefüggésnek tesz eleget.

$\mathbf{p} \neq 0$ -ra p kis csoportja az összes olyan (\mathbf{v}, A) transzformációkból áll, amelyekre $A\mathbf{p} = \mathbf{p}$ és $\mathbf{v} \cdot \mathbf{p} = 0$. Ez a csoport izomorf a sík euklidesi csoportjának kétszeres fedőcsoportjával. $\mathbf{p} = 0$ -ra a kis csoport a teljes unitér unimoduláris csoport. Ez utóbbi típusú járulék semmilyen lokalizálható rendszernél nem léphet fel, mivel a 2. szakasz (i) kritériuma nem teljesülne, így csak az első esetet fogjuk vizsgálni. Itt az (i) kritérium alapján $d\varrho(|\mathbf{p}|)$ -nek ekvivalensnek kell lennie $|\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}|$ -vel. Világos ebből, hogy egyetlen irreducibilis ábrázolás sem lokalizálható, mivel egy irreducibilis ábrázolásban $d\mu$ egy $|\mathbf{p}| = \text{állandó}$ pályára van koncentrálna [24].

Az általános $Q(E, \mathbf{p}, \mathbf{v}, A)$ a következő módon fejezhető ki a $(0, \mathbf{q})$ vektor $(|\mathbf{p}| = |\mathbf{q}|)$ kis csoportjának ábrázolása segítségével:

$$\begin{aligned} Q(E, \mathbf{p}, \Gamma) &= Q(0, \mathbf{q}, \Gamma((E, \mathbf{p}) \leftarrow (0, \mathbf{q}))^{-1}) \times \\ &\times Q(0, \mathbf{q}, \Gamma((E, \mathbf{p}) \leftarrow (0, \mathbf{q}))^{-1} \Gamma((\Gamma^{-1}(E, \mathbf{p})) \leftarrow (0, \mathbf{q}))) \times \\ &\times Q(0, \mathbf{q}, \Gamma((\Gamma^{-1}(E, \mathbf{p})) \leftarrow (0, \mathbf{q}))). \end{aligned}$$

Itt $\Gamma((E, p) \leftarrow (0, q))$ olyan Galilei-transzformáció, amely $(0, q)$ -t (E, p) -be viszi, úgyhogy

$$\Gamma((E, p) \leftarrow (0, q))^{-1} \Gamma \Gamma((\Gamma^{-1}(E, p) \leftarrow (0, q))$$

eleme $(0, q)$ kis csoportjának.

A $(0, q)$ vektor kis csoportjának $(v, A) \rightarrow Q(0, q, v, A)$, $v \cdot q = 0$, $Aq = q$, ábrázolását ugyanazzal a módszerrel analizálhatjuk, amelyet magára \mathcal{C}_3 -ra alkalmaztunk. A v „transzlációkat” diagonalizálva az ábrázolás a

$$(Q(0, q, v, A) \Phi)(q, n) = e^{iv \cdot n} Q_1(q, n, A) \Phi(q, A^{-1}n)$$

alakot ölti. Itt n egy kétkomponensű vektor a q -ra merőleges síkban, amely a „transzlációs” alcsoport karaktereit indexeli. A skalárszorzat

$$(\Phi(q), \Psi(q)) = \int d\sigma(n) (\Phi(q, n), \Psi(q, n))$$

ahol a σ mérték ekvivalens a

$$d\sigma(n) = \sigma_0 \delta(n) dn + d\sigma_1(|n|) d\varphi, \quad n_1 + in_2 = |n| e^{i\varphi}$$

alakú mértékek valamelyikével. A kis csoport kis csoportja maga a kis csoport, ha $n=0$, és az $A = \pm 1$ kételemű csoport, ha $n \neq 0$. Az első esetben $A \rightarrow Q_1(q, 0, A)$ q kis csoportjának tetszőleges folytonos unitér ábrázolása. Az utóbbi esetben $\pm 1 \rightarrow Q_1(q, n, \pm 1)$ a kételemű csoport tetszőleges unitér ábrázolása, és az általános argumentumú Q_1 a kis csoport elemeinek segítségével az alábbi módon fejezhető ki:

$$Q_1(q, n, A) = [Q_1(q, n_0, A_{n^{-1}n_0})]^{-1} \times$$

$$\times Q_1(q, n_0, A_{n \leftarrow n_0} A A_{A^{-1}n \leftarrow n_0}) Q_1(q, n_0, A_{A^{-1}n \leftarrow n_0}),$$

A kis csoport kis csoportjának irreducibilis ábrázolásaira vagy $\sigma_0 > 0$, $d\sigma_1 = 0$, vagy $\sigma_0 = 0$, $d\sigma_1(|n|) = \delta(|n| - \alpha) d|n|$, valamilyen $\alpha > 0$ -val. A megfelelő Q_1 -ek egydimenziósak.

A $\sigma_0 > 0$ esetben $Q_1(q, 0, A)$ éppen $Q(0, q, v, A)$, $v \cdot q = 0$ és $Aq = q$ -val, úgyhogy a rendszer lokalizálható lesz, ha $A \rightarrow Q(0, q, 0, A)$ $Aq = q$ -ra olyan ábrázolást definiál, amely a teljes unimoduláris csoport egy ábrázolásának leszűkítése. Amikor $|n| \neq 0$, $Q_1(q, n, \pm 1) = \pm 1$ olyan $Q(0, q, 0, A)$ -t szolgáltat $(Aq = q)$, amely minden egész q -irányú impulzusmomentum-vetületet pontosan egyszer tartalmaz, tehát nem lokalizálható. A lokalizálhatóság szükséges feltétele, hogy a $Q_1(q, n, \pm 1) = \pm 1$ ábrázolás multiplicitása zérus vagy végtelen legyen. A $Q_1(q, n, \pm 1) = \pm 1$ irreducibilis ábrázolás esetében $Q(0, q, 0, A)$ ($Aq = q$) minden q -irányú feles impulzusmomentum-vetületet pontosan egyszer tartalmaz, tehát ez sem lokalizálható, és a lokalizálhatóság szükséges feltétele reducibilis ábrázolásra ismét az, hogy $Q_1(q, n, \pm 1) = \pm 1$ zérus vagy végtelen multiplicitással lépjen fel.

Mindezeket a 7. Tétel összegezi.

7. Tétel. $M > 0$ -val minden Galilei-invariáns rendszer lokalizálható.

$M = 0$ -val egyetlen elemi rendszer sem lokalizálható, mivel az ilyen rendszerek impulzusára $|q|$ = állandó. A Galilei-csoport reducibilis ábrázolása szerint transzformálódó rendszerek $M = 0$ -val akkor és csak akkor lokalizálhatók, ha

- (a) a mérték az impulzustéren ekvivalens a Lebesgue-mértékkel;
- (b) a $(0, \mathbf{q})$ vektor kis csoportjának olyan részábrázolása, amelyen a $\Gamma = (\mathbf{v}, 1)$ tiszta Galilei-transzformációk triviálisan ábrázolódnak, majdnem minden $|\mathbf{q}|$ -ra a 2×2 unitér unimoduláris csoport egy rögzített ábrázolásának leszűkítése az $A\mathbf{q} = \mathbf{q}$ feltételt kielégítő A -k csoportjára;
- (c) a $(0, \mathbf{q})$ vektor kis csoportjának olyan részábrázolása, amelyen a tiszta Galilei-transzformációk nem-triviálisan ábrázolódnak, minden irreducibilis összetevőt zérus vagy végtelen multiplicitással tartalmaz, és a multiplicitások majdnem minden $|\mathbf{q}|$ -ra ugyanazok.

Köszönetnyilvánítások

E dolgozat jelentős része 1952-ben íródott, amikor a szerző a National Research Council ösztöndíjasaként Koppenhágában tartózkodott. Köszönet illeti *Niels Bohr* professzort, a szíves vendéglátásért a Theoretisk Fysik Intézetben, és *Lars Gårding* professzort a szíves vendéglátásért a Lunds Matematiska Intézetben. A dolgozat befejezésére 1962-ben került sor a National Science Foundation támogatásával. A szerző köszönetét fejezi ki *Robert Oppenheimer* professzornak az Institute for Advanced Study-ban az utóbbi időszakban élvezett szíves vendéglátásért.

I. Függelék

Véges additivitás kockák véges egyesítésein

Az I., II. és III. axiómákkal kapcsolatban megjegyeztük, hogy fizikai szempontból természetesebbnek tűnhet az $E(S)$ mennyiségek létezését csak kockák véges egyesítésével előállító S halmazokra megkövetelni, és a III.-ban kirótt teljes vagy σ -additivitás helyett véges additivitást előírni:

$$E(S_1 \cup S_2) = E(S_1) + E(S_2), \quad \text{ha} \quad S_1 \cap S_2 = \emptyset.$$

Ebben a Függelékben megmutatjuk, hogy az axiómák ilyen gyengítése csak látszólagos, mivel a gyengébb axiómákat kielégítő tetszőleges $E(S)$ egyértelműen kiterjeszthető úgy, hogy I., II., III.-nak az eredeti alakban tegyen eleget.

Tekintsük \mathbb{R}^3 azon halmazainak \mathcal{A} családját, melyek félig nyitott intervallumok véges egyesítései. Félig nyitott intervallumon egy

$$\{y; a_1 \leq y_1 < b_1, a_2 \leq y_2 < b_2, a_3 \leq y_3 < b_3\}$$

alakú $[a, b)$ halmazt értünk, azaz mindazon y -ok halmazát, amelyek eleget tesznek a megadott egyenlőtlenségeknek. Megállapodunk abban, hogy $a_j = -\infty$ és $b_j = +\infty$ is lehet; az első esetben az $a_j \leq y_j$ egyenlőtlenségekben az egyenlőségjel elhagyandó. \mathcal{A} -t halmazalgebrának hívjuk, mivel zárt a komplementer-képzés és a véges sok halmaz egyesítésének operációjával szemben. Abban az esetben, ha a halmazosztály komplementer-képzéssel és megszámlálható sok halmaz egyesítésével szemben zárt, σ -algebráról beszélünk. Az \mathcal{A} minden halmazán értelmezett E függvény *projekcióértékű, végesen additív mérték* \mathcal{A} -n, ha értékei projekciók egy \mathcal{H} Hilbert-téren,

eleget tesz II.-nek és a

$$\text{III'} \quad E(S_1 \cup S_2) = E(S_1) + E(S_2) - E(S_1 \cap S_2)$$

összefüggésnek minden $S_1, S_2 \in \mathcal{A}$ -ra.

Egy projekció-értékű, végesen additív mérték *teljesen additív*, vagy σ -*additív*, ha minden olyan $S_i \in \mathcal{A}$ ($i=1, 2, \dots$) sorozat esetében, amelyre $S_i \cap S_j = \emptyset$, ha $i \neq j$ és $\bigcup S_i \in \mathcal{A}$,

$$E\left(\bigcup S_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} E(S_i).$$

A pontos állítás, amelyet ebben a Függelékben kapunk, a következő:

F5. *Tétel.* Minden végesen additív, projekció-értékű mérték \mathcal{A} -n, amelyre

$$E(S + a) = U(a)E(S)U(a)^{-1},$$

ahol $a \rightarrow U(a)$ a translációs csoport valamely folytonos, unitér ábrázolása, szükségképpen teljesen additív \mathcal{A} -n, és e tulajdonság megőrzésével egyértelműen kiterjeszthető \mathbf{R}^3 Borel-halmazainak σ -algebrájára.

A tétel utolsó állítása különböző megfogalmazásokban gyakran szerepel a halmazelméletben, úgyhogy itt nem bizonyítjuk. (*Halmos* 15.-ben idézett könyvének 44. oldalán a következő tétel található: „Ha μ egy σ -véges mérték az \mathbf{R} gyűrűn, létezik egy olyan egyértelmű $\bar{\mu}$ mérték az \mathbf{R} által generált $S(\mathbf{R})$ σ -gyűrűn, hogy minden $E \in \mathbf{R}$ -re $\bar{\mu}(E) = \mu(E)$; a $\bar{\mu}$ mérték σ -véges.” A jelen Függelék feltevései annyiban általánosabbak, hogy valós értékű mérték helyett projekció-értékű mértékekkel van dolgunk; más tekintetben azonban minden speciálisabb: az \mathbf{R} halmazgyűrű algebra, mivel a teljes tér eleme \mathbf{R} -nek, és a mérték nemcsak σ -véges, hanem véges is.) A tétel első része a soron következő négy tétel következménye. A megfontolás közvetlen általánosítása egy *Hewitt*-től származó argumentumnak [25].

Ha F tetszőleges függvény \mathbf{R}^3 -on, amelynek értékei összeadhatók és kivonhatók, $[a, b]$ pedig egy intervallum, legyen

$$\begin{aligned} \Delta_F[a, b] &= F(b_1, b_2, b_3) - F(a_1, b_2, b_3) - F(b_1, a_2, b_3) - \\ &\quad - F(b_1, b_2, a_3) + F(a_1, a_2, b_3) + F(a_1, b_2, a_3) + F(b_1, a_2, a_3) - F(a_1, a_2, a_3). \end{aligned}$$

Egy valós értékű F függvényre azt mondjuk, hogy *pozitívan monoton*, ha $\Delta_F[a, b] \geq 0$ minden $[a, b]$ -re [26]. Ha F értékei felcserélhető projekciók, az analóg követelmény az, hogy $\Delta_F[a, b]$ minden $[a, b]$ intervallumra projekció legyen. Ha $E(S)$ tetszőleges végesen additív projekció-értékű mérték \mathcal{A} -n, az

$$F(x_1, x_2, x_3) = E(\{y; y_1 < x_1, y_2 < x_2, y_3 < x_3\}) \quad (\text{F1})$$

egyenlettel definiált függvény ilyen tulajdonságú. Megfordítva, fennáll a következő tétel.

F1. *Tétel.* Legyen F egy \mathbf{R}^3 -on definiált pozitívan monoton függvény, melynek értékei felcserélhető projekciók. Tegyük fel, hogy

$$F(-\infty, x_2, x_3) = F(x_1, -\infty, x_3) = F(x_1, x_2, -\infty) = 0. \quad (\text{F2})$$

Ekkor létezik egy végesen additív projekció-értékű E mérték \mathcal{A} -n, amely kielégíti (F1)-et.

A bizonyítást, amely teljesen elemi, elhagyjuk.

Tekintsük most az

$$F\left(x_1 - \frac{1}{k}, \dots, x_3 - \frac{1}{k}\right) \quad k = 1, 2, \dots$$

projekciók növekvő sorozatát. Ez egy $F_-(x_1, \dots, x_3)$ projekcióhoz konvergál, amely megegyezhet $F(x_1, \dots, x_3)$ -mal, de különbözhet is tőle.

Példa. Tekintsük \mathcal{A} -n a következő módon definiált E_t függvényt: az S halmaza E_t az $E \neq 0$ projekció, ha létezik egy $\{y; t_1 - \varepsilon \leq y_1 < t_1, t_2 - \varepsilon \leq y_2 < t_2, t_3 - \varepsilon \leq y_3 < t_3\}$ alakú intervallum, amely benne van S -ben; egyébként E_t nulla. Könnyű belátni, hogy E_t végesen additív projekció-értékű mérték \mathcal{A} -n. Az is látható, hogy nem teljesen additív. Az $\{y; t_1 - 1 \leq y_1 < t_1, t_2 - 1 \leq y_2 < t_2, t_3 - 1 \leq y_3 < t_3\}$ intervallum ugyanis felírható olyan intervallumok megszámlálható egyesítéseként, melyekre az y_j koordináták intervallumának jobb oldali végpontja kisebb, mint t_j . Minden egyes ilyen hármas intervallumra $E_t(S) = 0$, de az egyesítésre $E_t(S) = E$. Nyilván, az E_t -nek megfelelő F függvényre nem igaz, hogy $F(t_1, \dots, t_3) = F_-(t_1, \dots, t_3)$.

Ha $F(x) = F_-(x)$ minden $x \in \mathbf{R}^3$ -ra, akkor a példában látott jelenség nem léphet fel, és az F által definiált projekció-értékű mérték σ -additív \mathcal{A} -n.

F2. *Tétel.* Minden projekció-értékű, pozitívan monoton F függvény \mathbf{R}^3 -on, amely eleget tesz (F2)-nek és a

$$\lim_{k \rightarrow \infty} F\left(x_1 - \frac{1}{k}, \dots, x_3 - \frac{1}{k}\right) = F(x_1, \dots, x_3) \quad (\text{F3})$$

feltételnek, egy σ -additív projekció-értékű E mértéket definiál \mathcal{A} -n.

Bizonyítás. Mivel \mathcal{A} minden eleme diszjunkt intervallumok véges egyesítése, és az F2. tétel szerint E végesen additív, elegendő azt az esetet tekinteni, amikor a vizsgált megszámlálhatóan végtelen sok \mathcal{A} -beli halmaz egyesítése egy intervallum. De az ilyen egyesítés egy monoton növekvő projekciósorozatot definiál, amely (F3) következtében az intervallumhoz tartozó projekcióhoz konvergál. Ezért E teljesen additív.

Egy végesen additív projekció-értékű E mérték *tisztán végesen additív*, ha nem létezik egy olyan nem-triviális σ -additív projekció-értékű mérték, amely minden S halmazon zérus, amelyre $E(S) = 0$. (Nem nehéz belátni, hogy a példában szereplő E_t tisztán végesen additív.)

F3. *Tétel.* Minden végesen additív projekció-értékű mérték \mathcal{A} -n egy tisztán végesen additív rész és egy σ -additív rész összege. Ez a felbontás egyértelmű.

Bizonyítás. Az $F(x) - F_-(x)$ különbség projekció, és a különböző x pontoknak megfelelő különbségek ortogonálisak. Minthogy a Hilbert-tér szeparábilis, legfeljebb megszámlálható sok olyan x pont lehet, amelyben $F(x) - F_-(x) \neq 0$; jelölje ezeket $t^{(k)}$. Legyen $E_{t^{(k)}}(S)$ a fenti példában definiált projekció-értékű mér-

ték $E = F(t^{(k)}) - F_-(t^{(k)})$ -val. Ekkor

$$E(S) = \sum_k E_{t^{(k)}}(S)$$

egy végesen additív projekció-értékű mértéket definiál, amelyre a megfelelő F minden x pontban kielégíti (F3)-at, és amely így az F2. Tétel alapján σ -additív. Ily módon az

$$E(S) = \sum_k E_{t^{(k)}}(S) + E^{(2)}(S)$$

összeg tisztán végesen additív és σ -additív részre való felbontás. Ha $E(S)$ tisztán végesen additív, $E^{(2)}(S)=0$, különben $E^{(2)}(S)$ olyan σ -additív projekció-értékű mérték lenne, amely $E(S)$ -sel együtt mindig eltűnne, ellentmondásban a tisztán végesen additív mérték definíciójával. Ez mutatja, hogy tetszőleges E tisztán végesen additív részét egyértelműen meghatározzák a megfelelő F függvény diszkontinuitásai.

Mármost, ha $E(S)$ kvázi-invariáns translációkkal szemben, abban az értelemben, hogy $E(S+a)$ akkor és csak akkor nulla, ha $E(S)=0$, akkor ugyanilyen tulajdonságú $E(S)$ tisztán végesen additív része, $E^{(1)}(S)$, és σ -additív része is. ($E(S)$ biztosan kvázi-invariáns, ha létezik a translációs csoportnak olyan $a \rightarrow U(a)$ ábrázolása, hogy $E(S+a) = U(a)E(S)U(a)^{-1}$). Továbbá, ha $F^{(1)}$ -nek zérustól különböző $F^{(1)}(x) - F_-^{(1)}(x)$ diszkontinuitása van $x=t$ -ben, akkor kell, hogy zérustól különböző diszkontinuitása legyen $x=t+a$ -ban is. Ez ellentmondásban van a diszkontinuitási pontok megszámlálhatóságával, s következik, hogy $F^{(1)}=0$. Így tehát nem létezik nem-triviális, translációkkal szemben kvázi-invariáns, tisztán végesen additív projekció-értékű mérték.

F4. *Tétel.* Minden additív projekció-értékű mérték \mathcal{A} -n, amely kvázi-invariáns translációkkal szemben, σ -additív.

Az F4. Tételből, és abból a már idézett eredményből, hogy az \mathcal{A} -n adott σ -additív projekció-értékű mértékeknek egyértelmű kiterjesztésük van \mathbf{R}^3 Borel-halmazaira, következik az F5. Tétel.

Bár ennek a Függeléknek az eredményeiből világos, hogy az I—V. feltevések gyengíthetők anélkül, hogy a dolgozat következtetései csorbát szenvednének, meg kell mégis jegyeznünk, hogy a vizsgált speciális gyengébb feltételek választását elsősorban a matematikai elegancia indokolta. Egy mélyebb fizikai analízisnek arra a kérdésére kellene választ adnia, hogy egy bizonyos fajta közelítő helymérés létezése maga után vonja-e a pontos helymérés lehetőségét az I—V. axiómák értelmében.

II. Függelék

A translációs csoport folytonos, unitér ábrázolásainak vázlatos elemzése

A translációs csoport unitér ábrázolásait leíró 1. Tétel eredményét a kvantummechanika megszületésétől kezdve használták a fizikában, de explicit matematikai megfogalmazása és bizonyítása viszonylag újkeletű. Ennek a Függeléknek az a célja, hogy nagy körvonalakban ismertesse a bizonyításokban szereplő megfontolásokat.

Az n -dimenziós valós \mathbf{R}^n euklidesi tér transzlációs csoportját \mathfrak{T} -vel, elemeit \mathbf{a} -val jelöljük. (Az eljárás tetszőleges n dimenzióra ugyanúgy működik, ezért az $n=3$ feltevést elejtjük.) Az 1. Tétel levezetése három részre osztható

(1) A \mathfrak{T} csoport \mathfrak{T}^* karaktercsoportjának meghatározása;

(2) Az

$$U(\mathbf{a}) = \int_{\mathfrak{T}^*} e^{-i\mathbf{p} \cdot \mathbf{a}} dF(\mathbf{p})$$

spektrálelőállítás levezetése;

(3) Spektrális multiplicitás-elmélet a \mathfrak{T}^* -on adott projekció-értékű mértékre. Ezek a lépések voltaképpen a tétel történeti fejlődését tükrözik, és itt, legalábbis részben, ugyanezt a sorrendet követjük.

\mathfrak{T} egy *karaktere* nem más, mint \mathfrak{T} egy egydimenziós, folytonos, unitér ábrázolása, azaz egy folytonos, egységnyi abszolút értékű komplex χ függvény a

$$\chi(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = \chi(\mathbf{a})\chi(\mathbf{b}) \quad (\text{F4})$$

tulajdonsággal. Ismeretes, hogy minden ilyen χ függvény

$$\chi_{\mathbf{p}}(\mathbf{a}) = e^{-i\mathbf{p} \cdot \mathbf{a}}, \quad \mathbf{p} \cdot \mathbf{a} = \sum_{j=1}^n p^j a^j$$

alakú. (A bizonyítás menete a következő. (F4) szerint $\chi(0)=1$, ezért írhatjuk, hogy

$$\chi(\mathbf{a}) = \chi(a^1, 0, \dots, 0)\chi(0, a^2, 0, \dots, 0) \dots \chi(0, 0, \dots, a^n),$$

ahol $\chi(0 \dots a^j \dots 0)$ az a^j -k egydimenziós transzlációs csoportjának egy karaktere. Így elegendő meghatároznunk a valós számegyenes transzlációs csoportjának karaktereit. Bevezetve az $i \ln \chi = f$ függvényt, a feladat az, hogy megtaláljuk az összes olyan valós, folytonos mod 2π definiált $f(a)$ függvényt, melyre

$$f(a) + f(b) = f(a+b) \quad \text{mod } 2\pi. \quad (\text{F5})$$

A bizonyítás utolsó lépéséhez célszerű $f(a)$ -t teljesen, és nemcsak mod 2π megadni. Mivel χ folytonos, az $a=0$ hely egy környezetében egyértelműen rögzíthetjük a függvényt az $f(0)=0$ előírással, és azzal a követelménnyel, hogy $f(a)$ legyen folytonos az adott környezetben. Ekkor (F5)-ből kapjuk, hogy $qf(q^{-1}c)=f(c)$ minden c -re a vizsgált környezetből, és minden q egész számra. Így, ismét felhasználva (F5)-öt, $f\left(\frac{p}{q}c\right)=\frac{p}{q}f(c)$, tetszőleges 1-nél kisebb p/q racionális számra. f folytonossága révén innen adódik, hogy $f(yc)=yf(c)$ minden 1-nél kisebb y valós számra, azaz a környezetből vett y -ra $f(y)=y\frac{f(c)}{c}$. Végül, megint (F5)-öt alkalmazva, kapjuk, hogy $f(y)=y\frac{f(c)}{c}$ mod 2π minden y -ra. Q.E.D.)

A karakterek nyilván csoportot alkotnak a

$$\chi_{p_1}(a)\chi_{p_2}(a) = \chi_{p_1+p_2}(a)$$

szorzással, és ha a \mathbf{p} vektorokra a szokásos euklidesi topológiát vezetjük be, a csoportműveletek folytonosak. A karakterek halmazát (vagy ami ezzel ekvivalens, a \mathbf{p} vektorok halmazát) \mathfrak{T}^* -gal jelöljük és \mathfrak{T} karaktercsoportjának hívjuk [27].

A (2) lépés önmagában úgy tekinthető, mint egy tetszőleges folytonos, unitér ábrázolás dekompozíciója irreducibilisekre. Ez a művelet a kvantummechanikában az egydimenziós transzlációs csoportra Stone tételéhez kapcsolódik: minden egy-paraméteres, folytonos, unitér csoport az

$$U(a) = e^{-iaH} \quad (F6)$$

alakba írható, ahol H önadjungált. Az önadjungált operátorok spektráelőállítására vonatkozó tétel alapján ekkor $H = \int_{-\infty}^{\infty} p dF(p)$ és így

$$U(a) = \int e^{-ipa} dF(p). \quad (F7)$$

Itt F az $F(S) = \int_S dF(p)$ egyenlet révén egy projekció-értékű mértéket definiál.

(F7) kiterjesztését tetszőleges Abel-féle csoportra számos szerző elvégezte [28]. Mivel az egydimenziós transzlációs csoportról könnyű áttérni az n -dimenziósra, és Stone tételét kiváló tankönyvek tárgyalják [29], (2)-t itt tovább nem részletezzük.

Két ábrázolás unitér ekvivalenciájának problémája a SNAG-tétel alapján a hozzájuk tartozó F -ek megfelelő problémájára vezetődik vissza. E probléma megoldását szolgáltatja (3), a spektrális multiplicitás elmélete. Ezen elmélet szerint egy F mérték unitér ekvivalenciaosztályát két objektum jellemzi, egy mértékosztály \mathfrak{T}^* -on, és egy \mathfrak{T}^* -on adott multiplicitásfüggvény; ezek, durván azt mondják meg, hogy \mathfrak{T} milyen irreducibilis ábrázolásai lépnek fel $\mathbf{a} \rightarrow U(\mathbf{a})$ -ban és hányszor. A multiplicitás-elmélet úgy viszonyul (2)-höz, mint az önadjungált operátorok Hellinger–Hahn elmélete [30] az önadjungált operátorok spektrálfelbontásához.

A spektrális multiplicitás elméletének majdnem annyiféle tárgyalása létezik, ahány szerző írt a tárgyról. Elvégezhetjük a projekciók kommutatív algebrájának közvetlen analízisét [31]. Ez a Hilbert-tér olyan \mathcal{H}_j ortogonális alterek szerinti felbontására vezet, amelyeken a projekciók egyenletesen j -dimenziósak. Az utóbbi tulajdonság azt jelenti, hogy minden \mathcal{H}_j j számú, $\mathcal{H}_1^j, \dots, \mathcal{H}_j^j$ altér direkt összege, úgy, hogy az E projekciók az

$$E(\Phi_1, \dots, \Phi_j) = (E_1 \Phi_1, \dots, E_j \Phi_j)$$

alakot öltik, és a \mathcal{H}_k^j altereken az F projekciók egyenletesen egydimenziósak. Egy egyenletesen egydimenziós projekció-algebra maximális Abel-féle algebra, azaz minden projekció, amely felcserélhető az algebra összes elemével, eleme az algebrának. Belátható, hogy minden egyenletesen egydimenziós projekció-algebra unitér ekvivalens olyan algebrával, amelyben a projekciók

$$(E(S)\Phi)(x) = \chi_S(x)\Phi(x)$$

alakúak, ahol a $\Phi(x)$ -ek komplex értékű, valamely μ mérték szerint négyzetesen integrálható függvények. A Hilbert-teret újrendezve a projekciós operátorokra éppen olyan alakot kapunk, mint amelyet az 1. Tételben megadott impulzustérbeli projekciókra jeleztünk.

Egy más lehetőség, hogy a projekciós operátorokat beágyazzuk korlátozott operátorok egy megfelelően választott kommutatív algebrájába, és az ilyen kommutatív algebrák spektrálméletét használjuk fel a kívánt kanonikus alak előállítására [32].

III. Függelék

Kvázi-invariáns mértékek

Ebben a Függelékben \mathbf{R}^3 Borel-halmazain definiált kváziinvariáns mértékek szerkezetét határozzuk meg két különböző esetre. Először az \mathbf{R}^3 -on ható csoport maga \mathbf{R}^3 . Ekkor minden véges kvázi-invariáns mérték ekvivalens a Lebesgue-mértékkel. A második esetben az \mathbf{R}^3 -on ható csoport a forgáscsoport. Ekkor a legáltalánosabb véges kvázi-invariáns mérték ekvivalens egy következő alakú mértékkel:

$$\mu(S) = \mu_0 \chi_S(0) + \int_0^\infty dQ(a) \int_{S \cap \{p; |p|=a\}} d\omega_a(p), \quad (F8)$$

ahol $\mu_0 > 0$, χ_S az S halmaz karakterisztikus függvénye, $d\omega_a(p)$ az invariáns felületelem a $|p|=a$ gömbön, $dQ(a)$ pedig egy mérték a pozitív valós tengelyen.

Az első állítás speciális esete annak az általános eredménynek, hogy minden Borel-mérték egy lokálisan kompakt csoporton, amely kvázi-invariáns a csoportnak önmagára való hatásával szemben, ekvivalens a Haar-mértékkel [33]. Loomis [33]-ban található bizonyítása olyan egyszerű, hogy itt \mathbf{R}^3 -ra speciálizálva lényegében változtatás nélkül megismételjük.

Legyen S \mathbf{R}^3 tetszőleges Borel-halmaza, és jelöljük a translációval szemben kvázi-invariáns véges mértéket μ -vel. Legyen S^* az $\mathbf{x} - \mathbf{y} \in S$ feltétellel definiált halmaz \mathbf{R}^6 -ban. Ekkor S^* és S karakterisztikus függvényei között a

$$\chi_{S^*}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \chi_S(\mathbf{x} - \mathbf{y})$$

összefüggés áll fenn, és mivel χ_S pozitív,

$$\int \int \chi_{S^*}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) d\mathbf{x} d\mu(\mathbf{y}) = \int \left(\int d\mathbf{x} \chi_S(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \right) d\mu(\mathbf{y}) = \int \left(\int d\mu(\mathbf{y}) \chi_S(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \right) d\mathbf{x}.$$

Mint ahogy $d\mathbf{x}$ invariáns translációval szemben, a második kifejezés $\left(\int_S d\mathbf{x} \right) \int d\mu(\mathbf{y})$.

Másrészt $\chi_S(\mathbf{x} - \mathbf{y}) = \chi_{-S+\mathbf{x}}(\mathbf{y})$, így az utolsó egyenlet az

$$\left(\int_S d\mathbf{x} \right) \int d\mu(\mathbf{y}) = \int \mu(-S + \mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (F9)$$

alakba megy át. Innen a keresett ekvivalencia a következőképpen adódik. Először is $\int_S d\mathbf{x}$ akkor és csak akkor nulla, ha $\int_{-S} d\mathbf{x} = 0$. Így (F9) alapján $\int_S d\mathbf{x} = 0$ -ból következik, hogy $\mu(S + \mathbf{x}) = 0$ majdnem minden \mathbf{x} -re. μ kvázi-invarianciája miatt ez azt jelenti, hogy $\mu(S) = 0$. Megfordítva, ha $\mu(S) = 0$, és így $\mu(S + \mathbf{x}) = 0$, (F9)-ből következik, hogy $\int_S d\mathbf{x} = 0$.

Ezzel bebizonyítottuk μ ekvivalenciáját a Lebesgue-mértékkel. A Radon—Nikodym-tétel biztosítja, hogy $d\mu(\mathbf{x}) = \varrho(\mathbf{x})d\mathbf{x}$, ahol $\varrho(\mathbf{x})$ pozitív és mérhető.

A második esetben az \mathbf{R}^3 Borel-halmazain adott véges μ mérték olyan, hogy minden S Borel-halmazra és minden R forgatásra $\mu(S)=0$ akkor és csak akkor, ha $\mu(RS)=0$.

Könnyű belátni, hogy minden ilyen kvázi-invariáns mérték ekvivalens egy invariáns mértékkel. Valóban, tekintsük a

$$\tilde{\mu}(S) = \int dR \mu(RS)$$

nem-negatív halmaz-függvényt, ahol az integrálás az egész forgáscsoportra történik, és dR a forgáscsoport invariáns mértéke, amelyre $\int dR = 1$. Nem nehéz igazolni, hogy $\tilde{\mu}$ σ -additív. Fennáll továbbá, hogy $\tilde{\mu}$ ekvivalens μ -vel, mivel $\tilde{\mu}(S)=0$ -ból következik, hogy $\mu(RS)=0$ majdnem minden R -re, és ebből μ kvázi-invarianciája miatt $\mu(S)$ adódik. Fordítva, ha $\mu(S)=0$, akkor $\mu(RS)=0$, amiből következik, hogy $\tilde{\mu}(S)=0$. Így elegendő invariáns μ -t vizsgálni.

Mielőtt tovább mennénk, célszerű az \mathbf{R}^3 -on adott véges mértéket úgy értelmezni, mint nem-negatív korlátos lineáris funkcionált a kompakt tartójú folytonos függvények $\mathcal{C}(\mathbf{R}^3)$ terén. A μ funkcionál nem-negatív volta azt jelenti, hogy $\mu(f) \geq 0$, ha $f \geq 0$, $f \in \mathcal{C}$; μ korlátos, ha

$$\sup_{|f| \leq 1} |\mu(f)| < \infty, \quad \text{ahol} \quad |f| = \sup_{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^3} |f(\mathbf{x})|.$$

A μ funkcionál és a megfelelő μ mérték között a kapcsolat egyszerűen

$$\mu(f) = \int f(\mathbf{x}) d\mu(\mathbf{x}).$$

Mivel a funkcionál egyértelműen meghatározza a mértéket, két mérték egyenlőségének igazolásához elegendő belátni a megfelelő funkcionálok egyenlőségét [34].

Mármost egy invariáns mértékre

$$\mu(f) = \int dR \mu(Rf) = \mu\left(\int (Rf) dR\right),$$

mivel az $\int (Rf)(\mathbf{x}) dR$ integrál közelítő összegei \mathbf{x} -ben egyenletesen konvergálnak, és $\mu(f)$ argumentumának egyenletes konvergenciája esetén folytonos. De az $f(\mathbf{x}) \rightarrow \int (Rf)(\mathbf{x}) dR = \int f(R\mathbf{x}) dR$ leképezés az \mathbf{R}^3 -on adott kompakt tartójú, folytonos függvényeket a $0 \leq |\mathbf{x}| < \infty$ halmazon adott kompakt tartójú, folytonos függvényekbe viszi át, és a $\mathcal{C}(\mathbf{R}^3)$ -beli konvergencia együttjár a $\mathcal{C}([0, \infty))$ -beli konvergenciával. Így $\mu \in \mathcal{C}([0, \infty))$ -en értelmezett funkcionálként tekintve egy véges mértéket definiál a nem-negatív valós tengelyen. Ezt egy 0 tartójú járulékra és a maradéokra bontva éppen az (F8)-ban szereplő μ_0 -ra és $d\varrho$ -ra jutunk. Valójában (F8) éppen a

$$\mu(f) = \mu\left(\int Rf dR\right)$$

összefüggés mértékkel kifejezett explicit alakja.

IV. Függelék

A (3.10) és (3.17) egyenletekkel kapcsolatos néhány mértékelméleti finomság

Ebben a Függelékben a 3.szakasz egyébként elemi levezetésének néhány finomabb megfontolást igénylő pontjával foglalkozunk.

Emlékeztetünk rá, hogy az 1. Tétel szerint, ha

$$[Q(A), U(a, 1)] = 0$$

akkor $Q(A)$

$$(Q(A)\Phi)(p) = Q(p, A)\Phi(p)$$

alakú, ahol $Q(p, A)$ minden unitér unimoduláris A -ra mérhető függvénye p -nek, abban az értelemben, hogy minden $\Psi_1, \Psi_2 \in \mathcal{H}$ -ra $(\Psi_1(p), Q(p, A)\Psi_2(p))$ μ -mérhető. Az argumentum első lépéseként megmutatjuk, hogy ha szükséges, $Q(p, A)$ megváltoztatható egy zérus μ -mértékű halmazon úgy, hogy mindkét változójában mérhető lesz a $\mu \times \alpha$ mérték szerint, ahol α a 2×2 unitér, unimoduláris csoport invariáns mértéke.

Legyen $\Phi_j, j=1, 2, \dots$ egy teljes ortonormált halmaz \mathcal{H} -ban. Ekkor elegendő a $(\Phi_j(p), Q(p, A)\Phi_k(p))$ függvényeket külön vizsgálni, mivel az általános eset a

$$\Psi_1 = \sum a_j \Phi_j, \quad \Psi_2 = \sum b_j \Phi_j,$$

$$(\Psi_1(p), Q(p, A)\Psi_2(p)) = \sum_{j,k} a_j^* b_k (\Phi_j(p), Q(p, A)\Phi_k(p))$$

kifejtések alapján következik. Most egy csúnya kis lemmára lesz szükségünk.

Lemma. Legyen $f(p, A)$ egy komplex értékű függvény $\mathbf{R}^3 \times G$ -n, amely μ -mérhető és μ -lényegében korlátos \mathbf{R}^3 -on minden $A \in G$ -re; G a 2×2 unitér unimoduláris csoport. Tegyük fel, hogy $\int f(p, A) \chi_E(p) d\mu(p)$ α -mérhető G -n \mathbf{R}^3 minden μ -mérhető, végesmértékű E részhalmazára. Itt az α -mérhetőség G -n a dA invariáns mérték szerint értendő.

Ekkor létezik egy olyan $\mu \times \alpha$ -mérhető g függvény $\mathbf{R}^3 \times G$ -n, amely \mathbf{R}^3 egy bizonyos μ -mérhető, zérusmértékű N részhalmazától eltekintve megegyezik f -fel, azaz $f(p, A) = g(p, A)$ minden $A \in G$ -re és $p \notin N$ -re.

Ez a lemma a 33 hivatkozás 3,1 Lemmájának speciális esete; itt nem bizonyítjuk.

A lemma mutatja, hogy a $Q(A)$ operátort nem érintő, megfelelő újra-definiálással $Q(p, A)$ $\mu \times \alpha$ -mérhetővé tehető.

A megfontolás következő lépéseként megmutatjuk, hogy a

$$\sum_i (\Phi_j(p) Q(p, A) \Phi_i(p)) (\Phi_i(p), Q(A^{-1}p, B) \Phi_k(p)) = (\Phi_j(p), Q(p, AB) \Phi_k(p)) \quad (F10)$$

egyenletben, amely minden olyan $A, B \in G$ -vel és $p \in \mathbf{R}^3$ -mal fennáll, amelyre $p \notin N_1(A, B)$, $A^{-1}p \notin N_2(A, B)$, ahol N_1 és N_2 μ -mérhető, zérus μ -mértékű halmazok, mind a jobb-, mind a bal oldal $\mu \times \alpha \times \alpha$ -mérhető $\mathbf{R}^3 \times G \times G$ -n. Mivel egy Borel-mérhető függvény Borel-mérhető függvénye Borel-mérhető, elegendő bebizonyítani, hogy a $T_1: \{p, A, B\} \rightarrow \{p, AB\}$ és $T_2: \{p, A, B\} \rightarrow \{A^{-1}p, B\}$ leképezések Borel-mérhető függvények.

Mármost T_1 és T_2 folytonos, és egy F halmaz, amely $\mathbf{R}^3 \times G$ -ben $\mu \times \alpha$ -mérhető, egy Borel-halmaztól egy zérus $\mu \times \alpha$ -mértékű Borel-halmaz részhalmazában különbözik [35].

Fennáll továbbá egy folytonos függvényre, hogy az értékkészlet minden Borel-halmazának inverz képe Borel-halmaz az értelmezési tartományon. Így T_1 és T_2 $\mu \times \alpha \times \alpha$ -mérhetőségének bizonyításához elegendő megmutatni, hogy $\mathbf{R}^3 \times G$ minden zérus $\mu \times \alpha$ -mértékű F Borel-halmazára $T_1^{-1}(F)$ és $T_2^{-1}(F)$ zérus $\mu \times \alpha \times \alpha$ -mértékű. Tekintsük T_2 -t; T_1 -re a bizonyítás hasonló.

Jelölje F_p az $\{A; \{p, A\} \in F\}$ halmazt. Nyilván, $\{p, AB\}$ akkor és csak akkor eleme F -nek, ha $AB \in F_p$ (vagy $A \in F_p B^{-1}$) valamilyen p -re. Ekkor

$$\mu \times \alpha(F) = 0 = \int d\mu(p) dA \chi_{F_p}(A) = \int d\mu(p) \alpha(F_p).$$

Innen $\alpha(F_p) = 0$ μ -majdnem minden p -re. α invarianciája miatt $\alpha(F_p B^{-1}) = 0$ minden B -re és μ -majdnem minden p -re. Mivel $\{p, A, B\} \in T_2^{-1}(F)$ akkor és csak akkor, ha $A \in F_p B^{-1}$ valamilyen p -re és B -re,

$$\begin{aligned} (\mu \times \alpha \times \alpha)(T_2^{-1}(F)) &= \int d(\mu \times \alpha \times \alpha)(p, A, B) \chi_{T_2^{-1}(F)}(p, A, B) = \\ &= \int d(\mu \times \alpha)(p, B) \alpha(F_p B^{-1}) = 0. \end{aligned}$$

E megfontolásokból következik, hogy (F10) $\mu \times \alpha \times \alpha$ -mérhető függvények közötti reláció, amely rögzített A, B -re a p -knek legfeljebb egy zérus μ -mértékű halmazán nem teljesül. Azonban, ahogy A és B végigfut G -n, a zérusmértékű halmazok egyesítése *a priori* zérusnál nagyobb mértékű halmazt szolgáltathat. Hogy valójában nem ez az eset, azt a következőképpen láthatjuk be. Mivel azon (p, A, B) pontok halmaza, ahol (F10) nem teljesül, zérus $\mu \times \alpha \times \alpha$ -mértékű, rögzített p -vel és B -vel vett metszete zérus α -mértékű. De ahogy A végigfut egy zérus α -mértékű halmazon, $A^{-1}p$ egy zérus μ -mértékű halmazon fut végig. (Itt felhasználtuk μ ekvivalenciáját egy (F8) alakú mértékkel.) Így azon $A^{-1}p$ pontok halmaza, ahol

$$Q(A^{-1}p, B) = Q(p, A)^{-1}Q(p, AB) \quad (\text{F11})$$

rögzített p és B mellett nem teljesül, zérus μ -mértékű. Ilyen $A^{-1}p$ -kre $Q(A^{-1}p, B)$ -t (F11) segítségével újradefiniálva egy $\{q, B\}$ -ben mérhető új $Q(q, B)$ családot kapunk, amely a régi $Q(B)$ -t szolgáltatja, de amelyre (F11) (vagy ekvivalens módon (F10)) mindig teljesül. Ezzel igazoltuk a (3.10) egyenletet követő állítás jogosságát.

Egy másik mértékelméleti probléma merül fel a (3.14) egyenlettel kapcsolatban. A $Q(p, A)$ operátorok segítségével, miután létezésüket megállapítottuk, a kis csoport egy mérhető, de *a priori* nem szükségképpen folytonos unitér ábrázolását kapjuk. Valójában bármely lokálisan kompakt G csoport minden mérhető, unitér ábrázolása folytonos, amint azt rögtön megmutatjuk, egy jól ismert megfontolást alkalmazva, amely eddig még nem lopta be magát a tankönyvekbe.

Mivel

$$\|(U(x) - U(y))\Phi\|^2 = \|U(y^{-1}x) - 1\|\Phi\|^2 = 2(\Phi, \Phi) - 2\operatorname{Re}(U(y^{-1}x)\Phi, \Phi),$$

$U(x)$ erős folytonossága, vagyis az a követelmény, hogy minden $\Phi \in \mathcal{H}$ -ra és $y \in G$ -re az első kifejezés kicsi legyen, valahányszor x közel van y -hoz, következik $U(x)$ -nek az egységelemnél való gyenge folytonosságából, azaz, abból a követelményből, hogy minden $\Phi, \Psi \in \mathcal{H}$ -ra $(\Phi, U(x)\Psi)$ közel legyen (Φ, Ψ) -hez, valahányszor x

közel van az egységhez. $(\Phi, U(x)\Psi)$ folytonos az egységelemnél minden Φ, Ψ -re, ha $(\chi, U(x)\chi)$ folytonos minden χ -re, ami belátható, ha rendre tekintjük a $\chi = \Phi + \Psi$, $\Phi + i\Psi$, Φ, Ψ eseteket és megfelelő lineáris kombinációkat veszünk. Mivel $U(x)$ unitér, a gyenge folytonosságot elegendő a vektorok egy \mathcal{H} -ban sűrű halmazának Φ_i elemeire igazolni. Hogy ezt belássuk, tekintsük a

$$(\Phi, (U(x) - 1)\Phi) = (\Phi - \Phi_i, (U(x) - 1)\Phi) + (\Phi_i, (U(x) - 1)(\Phi - \Phi_i)) + \\ + (\Phi_i, (U(x) - 1)\Phi_i)$$

azonosságot, amelyből

$$|(\Phi, (U(x) - 1)\Phi)| \leq 2\|\Phi\|\|\Phi - \Phi_i\| + 2\|\Phi_i\|\|\Phi - \Phi_i\| + |(\Phi_i, (U(x) - 1)\Phi_i)|.$$

A jobboldalon a két első tag kicsivé tehető Φ_i megfelelő megválasztásával. Ha Φ_i -t megválasztottuk, az utolsó tag $(\Phi_i, U(x)\Phi_i)$ feltételezett folytonossága miatt tetszőlegesen kicsi lesz, ha x elég közel van az egységhez.

Mivel $U(x)$ mérhető és unitér, $(\Phi, U(x)\Phi)$ minden Φ -re korlátos és mérhető függvény. Így minden folytonos, kompakt tartójú φ -re van értelme a

$$(\Phi, U(\varphi)\Phi) = \int \varphi(x) dx (\Phi, U(x)\Phi)$$

kifejezésnek, és ha definíció szerint $\varphi_y(x) = \varphi(y^{-1}x)$,

$$|(\Phi, (U(\varphi_y) - U(\varphi))\Phi)| \leq \int |\varphi_y(x) - \varphi(x)| dx \|\Phi\|^2. \quad (\text{F12})$$

Itt dx a balinvariáns integrál G -n. Az egyenlőtlenség jobb oldala kicsi, ha y elég közel van az egységhez. Mármint \mathcal{H} direkt összege olyan altereknek, amelyekben létezik egy Φ vektor azzal a tulajdonsággal, hogy az $U(\varphi)\Phi$ alakú vektorok halmaza sűrű; itt φ folytonos és kompakt tartójú. Így $U(x)$ folytonosságának igazolásához elegendő megmutatni, hogy $(U(\varphi)\Phi, U(x)U(\varphi)\Phi)$ folytonos minden említett φ -re és Φ -re. De

$$(U(\varphi)\Phi, U(x)U(\varphi)\Phi) = (U(\varphi)\Phi, U(\varphi_x)\Phi),$$

úgyhogy a kívánt folytonosság (F12)-ből következik, s ezzel a bizonyítás teljes.

Végül hátra van még a zérusmértékű halmazok ügye az unitér ekvivalencia (3.17) kritériumában. $V(A^{-1}\mathbf{p})$ -re megoldva ez a

$$V(A^{-1}\mathbf{p}) = Q_1(\mathbf{p}, A)^{-1}V(\mathbf{p})Q_2(\mathbf{p}, A)$$

alakot ölti. Ugyanazt az argumentumot használva, mint ennek a Függeléknek az elején, adódik, hogy az egyenlőség mindkét oldala $\mu \times \alpha$ -mérhető függvénye \mathbf{p} -nek és A -nak, és hogy az a halmaz, amelyen az egyenlőség nem teljesül, zérus $\mu \times \alpha$ -mértékű. Innen következik, hogy rögzített \mathbf{p} mellett A -knak az a halmaza, amelyen az egyenlőség sérül, zérus α -mértékű. Kiválasztva minden pályáról egy \mathbf{p} -t és megváltoztatva $V(\mathbf{p})$ -t a megfelelő zérusmértékű halmazon, egy új $V(\mathbf{p})$ családot kapunk, amely ugyancsak mérhető és az eredeti V -t szolgáltatja, de amely mindig eleget tesz (3.17)-nek.

Fordította: Nagy Tibor

IRODALOM

1. T. D. Newton és E. P. Wigner, Rev. Mod. Phys. 21, 400, 1949.
2. L. Foldy és S. Wouthuysen, Phys. Rev. 78, 29, 1950. Ezt a dolgozatot kivételesen világos megfogalmazása miatt széles körökben olvasták. Magukkal az átlagos koordináta-operátorokkal korábban többen is foglalkoztak: A. Papapetrou, Aca. Athens 14, 540, 1939; R. Becker, Gött. Nach. 39. o. 1945 és M. H. L. Pryce, Proc. Roy. Soc. (London). A150, 166, 1935; A 195, 62, 1948. További hivatkozásokkal és vizsgálatokkal kapcsolatban I. A. S. Wightman és S. Schweber, Phys. Rev. 98, 812, 1955.
3. E. İnönü és E. P. Wigner, Nuovo Cimento 9, 705, 1952. E dolgozat lényege az, hogy más transzformációs törvények a részecskeállapotokra az inhomogén Galilei-csoporttal szemben, mint a szokásos Schrödinger-mechanika törvényei, nem férnek össze a lokalizálhatósággal.
4. Lásd: *Les problèmes mathématiques de la théorie quantique des champs*, (CNRS, Paris, 1959) főleg a 36—38. ol.
5. G. W. Mackey, Proc. Natl. Acad. Sci. U.S. 35, 537, 1949; Ann. Math. 55, 101, 1952; 58, 193, (1953); Acta Math. 99, 265, 1958. Hogy Mackey elmélete alkalmas a kvantummechanikai lokalizálhatóság vizsgálatára, azt az én munkámtól függetlenül éppen ő maga ismerte fel. Itt szeretnék köszönetet mondani Mackey professzornak a témáról folytatott levelezésért. Mackey vizsgálatainak összegezése az Amerikai Matematikai Társaság kollokviumán tartott előadásai-ban található meg (Stillwater, Oklahoma, 1961 aug. 29—szept. 1). Az érintett témakör része a kvantummechanika összefüggő axiomatikus tárgyalásáról 1960—61-ben tartott, nyomtatás-ban nem közölt Harvard-előadásainak.
6. L. H. Loomis, Duke Math. J. 27, 569, 1960.
7. A tulajdonságot leíró fizikai mennyiségek általános tárgyalása Neumann J. *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics* c. munkájában található meg (Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1955; 247—254. o.).
8. Arra, hogy a Lebesgue-mérhető halmazok fizikailag természetes osztályt alkotnak, Neumann J. hozott fel érvet. Ann. Math. 33, 595, 1932.
9. Az argumentum (amely eredetileg E. P. Wignertől származik) megtalálható a *Dispersion Relations and Elementary Particles* c. munkában (John Wiley and Sons, Inc., 1961, 176—181. o.).
10. Az argumentum (amely a forgáscsoportra és a Poincaré-csoportra vonatkoztatva E. P. Wigner-től származik) az euklideszi csoportra V. Bargmann dolgozatában található meg, Ann. Math. 59, 1, 1954.
11. Hogy a foton nem lokalizálható, azt jóval I. megírása előtt állították és hitték. Lásd pl. L. Landau és R. Peierls, Z. Physik 62, 188, 1930; 69, 56, 1931, 67. o. Bár a felhozott érvek kétségtől kiven kívül kézenfekvők, nem világítják meg, hogy mi a probléma lényege.
12. Ha kiderülne, hogy a neutrónnak mindkét helicitású állapota létezik, azaz \mathbf{p} irányú impulzusmomentuma $\pm \frac{1}{2} \hbar$ lehet, a neutrino is lokalizálható volna. A határozott helicitású neutrino nem lokalizálható.
13. E. P. Wigner, An. Math. 40, 149, 1939; Z. Physik 124, 665, 1947—8.
14. A direkt integrál fogalmának teljes leírását lásd J. Dixmier *Les algèbres d'opérateurs dans l'espace Hilbertien* c. munkájában (Gauthier—Villars, Paris, 1957). Az elmélet pontos matematikai jelentést ad a kvantummechanikában használt „reprézenciók” Dirac-féle formalizmusának. Lásd P. A. M. Dirac: *The Principles of Quantum Mechanics* (Oxford University Press, New York, 1947), 3. kiadás, III. fejezet.
15. Itt felhasználtuk a Radon—Nikodym-tételt, amely szerint, ha a μ_1 és μ_2 mértékek ekvivalensek, azaz zérusmértékű halmazaik megegyeznek, akkor létezik egy pozitív, mérhető $q(\mathbf{p})$ függvény, amelyen $d\mu_1(\mathbf{p}) = q(\mathbf{p})d\mu_2(\mathbf{p})$, $q(\mathbf{p}) - t$ szokás a $\left(\frac{d\mu_1}{d\mu_2}\right)(\mathbf{p})$ szimbólummal jelölni. Lásd. pl. P. R. Halmos: *Measure Theory* (D. Van Nostrand Company, Inc. Princeton, New Jersey, 1950), 128. o.
16. Lásd E. P. Wigner: *Group Theory and Its Application to the Quantum Mechanics of Atomic Spectra* (Academic Press Inc., 1959), 26. fejezet.
17. Lásd a 16. hivatkozást, speciálisan a 343—344. oldalt.
18. A bizonyításban azonosítanunk kell az egymástól csak zérusmértékű halmazon különböző függvényeket és meg kell mutatnunk, hogy a tér zárt. Az itt szereplő körülményekre könnyen alkalmazható bizonyítás található M. H. Stone: *Linear Transformations in Hilbert Space* c. könyvében (American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 1932), 23—32. o.

19. Lásd a 6. hivatkozást. *Loomis* tárgyalásának egyik fő előnye, hogy nem-szeperábilis Hilbert-terek esetén is használható. Mivel mi szeperábilítást tételeztünk fel, itt ez az előny nem nyilvánul meg.
20. Pozitív definit függvények segítségével bizonyították a híres Bochner és Gelfand—Rajkov-tételt Abel-féle, ill. lokálisan kompakt csoportokra. Tulajdonságaik módszeres áttekintését illetően l. *R. Godement*, *Trans. Am. Math. Soc.*, 63, 1, 1948.
21. Lásd a 14. hivatkozást, 20. o.
22. Lásd a 15. hivatkozást, 54. o. A. Tétel.
23. *V. Bargmann*, *Ann. Math.* 59, 1, 1954, főleg a 38—43. o.
24. Ez a következtetés megegyezik *Inönü* és *Wigner* eredményével, 3. hivatkozás.
25. *E. Hewitt*, *Mat. Tidsskrift* (1951 B), 81—94. o.
26. A pozitívan monoton függvények részletes tárgyalása *E. J. McShane Integration* c. munkájában található meg (Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1947), 242—274. o.
27. A karaktercsoportnak ez a konstrukciója tetszőleges lokálisan kompakt Abel-féle csoportra elvégezhető. Lásd pl. *L. Pontrjagin: Topological Groups* (Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1939) V. feje.
28. *Stone* eredeti dolgozatát l. *Ann. Math.* 33, 643, 1932. A tetszőleges lokálisan kompakt, Abel-féle csoportra való kiterjesztés megtalálható a következő munkákban: *M. Naimark*, *Izvest. Akad. Nauk. U.S.S.R.* 7, 237, 1943; *W. Ambrose*, *Duke Math. J.* 11, 589, 1944; *R. Godement*, *Compt. rend.* 218, 901, 1944. A tételt sokszor SNAG-tételként szokták emlegetni.
29. Lásd pl. *F. Riesz és B. Sz. Nagy: Leçons d'analyse fonctionnelle* (Budapest, 1953), 377. o.
30. Lásd *M. H. Stone: Linear Transformations in Hilbert Space* (American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 1932) VII. feje.
31. Lásd pl. *H. Nakano*, *Ann. Math.* 42, 657, 1941; *I. E. Segal*, *Memoirs Am. Math. Soc.* 9, 1951, I. és II. szakasz; *P. R. Halmos: Introduction to Hilbert Space and the Theory of Spectral Multiplicity* (Chelsea Publishing Company New York, 1951).
32. *R. Godement*, *Ann. Math.* 53, 68 (1951); *J. Dixmier*, „Les Algèbres d'Opérateurs dans l'Espace Hilbertien”, *Algèbres de von Neumann* (Gauthier—Villars, Paris, 1957), II. feje.; lásd főleg a 216—224. oldalakat.
33. Lásd pl. *G. W. Mackey*, *Duke Math. J.* 16, 313, 1949, 33. Lemma; *J. von Neumann*, *Bull. Amer. Math. Soc.* 42, 343, 1936.
34. Lásd pl. *P. R. Halmos: Measure Theory* (D. van Nostrand Company, Inc. Princeton, New Jersey, 1950), 243—9. o.
35. Lásd a 15. hivatkozást, 55—56. o.

KÖNYVISMERTETÉS

K. H. Hellwege: Einführung in die Physik der Molekeln. Springer Verlag 1974.

A Heidelberger Taschenbücher 146. kötetében Hellwege darmstadti professzor folytatja a Magyar Fizikai Folyóiratban már több helyen ismertetett sorozatát — ugyanazon elvekkel — a molekula spektroszkópiába vágó jelenségek és azokból a molekulák felépítésére, tulajdonságaira kapott következtetések ismertetését. Magyar nyelven ilyen munka tudomásom szerint csak régebben jelent meg. Teljes értékű ebben a tekintetben G. Herzberg, az MTA tiszteletbeli tagjának magyar nyelven megjelent munkája. Hellwege egyes spektrumokat kölcsönöz is Herzberg munkájából. Nálunk a spektroszkópiai kutatás magas színvonalú, de kis volumenű. Ez a könyvecske éppen azért hasznos, mert nem a kutatóknak szól, csak a kezdőknek, nem dolgozik igényes elméleti módszerekkel pl. csoportelmélettel, csak a kvantumelmélet és az atomfizika alapjainak ismeretét tételezi fel. Anyaga teljesebb mint pl. ami Erdey-Grúz Tibor és Schay Géza Elméleti Fizikai Kémiájában található, s szükségképpen több mint Budó-Kovács 1948-ban megjelent Molekula-színképek című kis könyvecskéje. Egyetemi hallgatóink, sőt oktatóink számára igen ajánlatos Hellwege könyvének tanulmányozása.

(T. Gy.)

M. Schulz, L. J. Lanzerotti: Particle Diffusion in the Radiation Belts. Springer Verlag. 1974.

1957-ben Gagarin ürrepülése új, tág lehetőségek nyitánya volt az új geofizikai kutatások megkezdésének. 1958-ban 1000 km magasságban nagy intenzitású ionizáló sugárzást fedeztek fel, majd később még további kb. 25 000 km magasságig terjedő és a Földet gyűrűszerűen, a mágneses tengelyre szimmetrikusan és a mágneses egyenlítőn maximummal, a pólusokon lyukkal rendelkező sugárzási övezeteket találtak. A benne levő dózisteljesítmény eléri az 50 röntgen/órát. A kutatók figyelme ennek a mágnesoszférának kutatása felé fordult. Ennek eredménye többszáz gondosan konstruált űrhajó felbocsátása lett. Elméletileg is megindult a sugárzási övek intenzív analízise. Ezek alapja a töltött részecske mozgásának adiabatikus elmélete. Az érdekes dinamikus jelenségeket összekapcsolták az adiabatikus mozgás egy vagy több kinematikai invariánsának megszűnésével.

Az operatív dinamikai folyamatok közül a legfontosabbak azok, amelyek sztochasztikusan hatnak a sugárzási övek részecskéire. A megfigyelési adatok azt jelzik, hogy a részecskék diffúziójának valamely formája lényeges szerepet játszik a sugárzási övezetek minden aspektusában. Így jutottak el a sugárzási övezetek fizikájának második szakaszához, amikor is kívánatosnak látszik, hogy a sugárzási övek dinamikájának létező megfigyelési és elméleti ismerete egységes alakot öltön. Ez a célja az ismertetett monográfiának.

E könyv fő célja a sugárzási övezetek elméletében legfontosabb szerepet játszó eszmékről kvantitatív képet adni, segíteni az olvasónak, hogyan ismerje fel a változó diffúziós folyamatokat a megfigyelési adatokban. Mivel ezért erősen specializált, a könyv elsősorban azok számára érdekes, akik ilyen kérdésekkel foglalkoznak. Ilyenek az űrfizikusok, az egyetemi doktori fokozatot elért, de új kutatási területet kereső, vagy éppen egyetemi doktori téma iránt érdeklődők.

(T. Gy.)

W. Walcher: Praktikum der Physik. Teubner Studienbücher. Stuttgart, 1974.

A könyv az 1966-ban megjelent s a Magyar Fizikai Folyóiratban 1967-ben már ismertetett praktikum erőteljes bővített átdolgozása. A szerzői gárda orvos- és mérnökhallgatók számára állította össze a méréseket. S míg a réginél olyan szellemet éreztünk és kifogásoltunk, amely szerint

szemben a fizikus hallgatókkal, ezek a természettudományos alapon álló, de nem „tudományegyetemet”, pontosabban nem egyetemet látogató hallgatók bizonyos periférián élnek, számukra „alacsonyabb” képzést kell nyújtani, mert az erőteljesebb fizikai alapképzést nem bírnák el, ebből az új átdolgozásból már nem tudjuk kiolvasni ezt a szellemet, határozott törekvés van benne arra, hogy teljességre ugyan nem törekedve a praktikum elvégzése szilárd alapot nyújtson a mérnöki, orvosi ismeretekhez. Szembeállíthatnám az orvosi és a fizikai praktikumok alap gondolatát. Az orvos manuális készségeinek fejlesztését várja el a praktikumtól. Számára nemcsak a sebészeti gyakorlat ad praktikus gyakorlati ismereteket, hanem pl. a belgyógyászati vonatkozásban a „kopogtatás”, amikor is a gyakorlat nélkülözhetetlen orvosi hivatásának teljesítésében. Az orvos is használ műszereket, végez, vagy végeztet laboratóriumi méréseket, de mindezen gyakorlati tevékenység praktikus céljainál fogva különbözik a fizikus praktikumától, amely alapvetően fizikai tételek, fogalmak, törvényszerűségek megismerését, megértését szolgálja.

Sohasem volt könnyű, ma éppen rendkívül nehéz minden igényt kielégítő praktikumot összeállítani. Mások a kis csoportos, mások a nagy csoportos oktatás követelményei. A modernség nevében elutasításra kerülnek sok szerzőnél pl. a tolmércés mérések, pedig nem egyforma alapokkal kerülnek az egyetemre a hallgatók, s nem mindegyik fog lézeres berendezéssel hosszúságot mérni. Walcherék a különböző előképzettségű, s különféleképpen felszerelt laboratóriumokban, gyárban dolgozó mérnököt tartják elsősorban szem előtt ügyelve a könyv terjedelmének túlságosan nem nagy megnövelésével, az orvos kevésbé jut szóhoz a praktikum folyamán. Ez a kevésbé is sokkal több az új kiadásban. Különösen szépen megvalósult ez a többlet a periodikus és aperiodikus folyamatokat tárgyaló fejezetben, s különösen a művelti erősítőkkal kapcsolatos gyakorlatokban. Ez a rész abban a vonatkozásban is jó, hogy nem megy le a felesleges részletezésig, használja a „fekete dobozt”, amelynek meghatározott tulajdonságai és jellemző adatai vannak. A hallgatónak hozzá kell szoknia, hogy nem minden készüléket kell az összes részfunkcióiban ismernie. Ez az a gondolat, amelyet túlságba nem vívni kell használni az orvosok, gyógyszerészek, biológusok képzésében.

(T. Gy.)

Gerthsen—Kneser—Vogel: *Physik*. Springer Verlag. 1974.

Az első szerző, a berlini (nyugati) egyetemen az 1946–47. tanévben a Kísérleti Fizika Kollégium keretében tartott előadása segédkönyvének szánta ezt a kötetet, amely jelenleg 12. kiadását érte meg. Már maga az eredeti kötet több száz oldalra terjedt, de a második szerző az 1960-as kiadásban hozzácsatolta még a szilárdtestfizikát is. A harmadik szerző, a franciaországi Montpellierben a Biofizikai és Biokémiai Kutatóközpont „maitre de recherche”-e hallgató korában a „Gerthsen”-ből tanult és az általa érzett hiányosságokat meg kívánván szüntetni, több mint 900 oldalra növelte a terjedelmet. A harmadik átdolgozás nagyon hasznos volt. A statisztikus fizika kibővült, jól alátámasztja a termodinamikai részt, a kvantummechanika előzőleg meglevő vázlatossága megszűnt.

A matematizálás lehetőleg kevés ebben a könyvben, de ott ahol ez elkerülhetetlen (pl. a vektorszámításoknál) egy kis matematikai bevezetést talál az olvasó. A számos szöveggéköti feladat egyike sem öncélú: vagy tematikailag, vagy metodikailag érdekes, esetleg mind a két szempontból.

Gerthsen tudatosan kerülte a részletezést, a matematikai indoklást, az általános értelmezést, a szisztematikusan felépítést, inkább egyes speciális eseteket tárgyalt, és abból általánosított minden bizonyítás nélkül. Vogel átdolgozása mélyíti a tartalmat, több matematikát visz bele, de a lényeget érintetlenül hagyja: ez a könyv az előadás kísérőkönyve, elsősorban mérnökök, orvosok számára hasznos rövid kompendiuma a klasszikus és modern fizikának. Ez utóbbit azért kívántam aláhúzni, mert kevés olyan általános fizikai könyv jelent még meg, amely a világegyetem tágulásának problémáját, az interstelláris rakéták röppályáját, az űrhajók által felfedezett sugárvezeteket stb. tárgyalná a tömegpont mechanikája, a hosszúság egység tárgyalásából kiindulva.

(T. Gy.)

W. Noll: *The foundations of mechanics and thermodynamics (Selected papers)*. Springer Verlag. 1974.

Az elméleti mechanika szempontjából a kontinuumok mechanikája a legtöbb fizikus számára nemrégien még a sűrűdásmentes vagy lineárisan viszkózus folyadékok és a lineárisan rugalmas szilárd testek leírását jelentette. A tényleges anyagokkal való kísérleti munka bizonyos mértékig önálló tudományágat hozott létre, az ún. reológiát. A reológia kísérleti eredményei mögül viszont hiányzott az átfogó elméleti alap. Átfogó alap kidolgozását elvből kétféle értelemben igényelhetjük.

a) Tudjuk, hogy a folytonos anyagok valójában elemi részecskékből állanak, amelyeket a kvantummechanika és a statisztikus mechanika együttesen kormányoz. A realiztikus anyagok mak-

roszkopikus viselkedését megkísérélhetjük a mikroszkopikus elméletre visszavezetni. A reológia legfontosabb problémáinak esetében azonban, különösen amikor a deformációk nem kicsinyek, a makroszkopikus és mikroszkopikus leírás általános kapcsolata reménytelenül bonyolult.

b) Érthetjük átfogó alapon azt az általános, formális matematikai keretet, amely kellőképpen széles ahhoz, hogy az igénybevételre nem lineárisan válaszoló s az előtörténetére „emlékező” anyag minden fajtája beleilleszthető legyen, ugyanakkor elég szabatos ahhoz, hogy a mikroszkopikus leírásból merített képek intuitív segítségére ne kelljen támaszkodnia.

A kontinuumok mechanikájának és termodinamikájának ilyen átfogó és elvont, tisztán mechanikai kereteit teremti meg Walter Noll munkássága. Ez a könyv idevágó fő dolgozatainak gyűjteménye, mintegy 16 tanulmányt tartalmaz. A kötethez C. Truesdell írt előszót.

Az elvont, valószínűleg elsősorban matematikai beállítottságú olvasókat érdeklő publikációk sorában néhány a lineáris viszkoeosztikus közegek termodinamikájának tömör összefoglalását adja.

Károlyházy Frigyes

B. Baschek, W. H. Kegel, G. Traving (szerk.): *Problemes in Stellar Atmospheres and Envelopes* Springer-Verlag; Berlin, Heidelberg, New York 1975. 375 oldal.

A fizika modern ágainak kifejlődése nagy hatással volt a csillagatmoszférák kutatására is. A spektroszkópiai módszerek csatasorba állítása lehetővé tette a csillagok látható részének, az atmoszférának a megismerését és az ott uralkodó viszonyok konkrét fizikai alapokon történő megmérését. Ezzel egy időben a 30-as, 40-es években magas szintet ért el a csillagléggörök elméleti kutatása, amely elsősorban atmoszféramodellek megalkotásában nyilvánult meg. Ezen a téren alapvető munkásságot fejtett ki A. Unsöld a kiel Egyetemen, akinek 70. születésnapja alkalmából jelentette meg a Springer kiadó ezt a könyvet. A könyv mind a tizenegy szerzője Unsöld tanítványa volt. Közülük már csak ketten dolgoznak Kielben, többen az Egyesült Államokban telepedtek le.

A könyv tizenegy fejezetet tartalmaz, mindegyiket más szerző írta. A fejezetek távolról sem ölelik fel a csillagléggörök fizikájának teljes problematikáját, lényeges kérdésekről egyáltalán nem esik szó benne. Így a könyv 11 különböző szerző, lazán összefüggő és egyéni szempontokat tükröző cikkeinek gyűjteménye. Eppen ez teszi a témakörben már járatos olvasó számára a könyvet izgalmas olvasmánnyá, hiszen rendkívül érdekes látni, hogy azok az asztrofizikusok, akik évtizedekkel ezelőtt a klasszikus megalapozásban részt vettek, miként látják a 70-es évek csillagászati problémáit.

Az első, „A Nap energiafluxusa” című fejezetben D. Labs összefoglalja a Nap energiaspektrumára vonatkozó legújabb eredményeket 1000-tól 9000 Ångströmig. Kimutatja, hogy a Nap B-V színindexe $+0^m.62$, szemben a NASA korábbi $+0^m.50$ -os értékével.

A második fejezet címe: „Csillagatmoszféra modellek és a nehéz elem tartalom”. Írója: Erika Böhm-Vitense. A csillagok több mint 99%-ban H-ból és He-ből állanak, ezért az atmoszféramodellek számolásánál az 1%-nál is kisebb arányban levő „nehéz elemeket” nemigen veszik figyelembe. A 8000 foknál alacsonyabb hőmérsékletű csillagléggörök struktúrájának kialakulásánál ezek az elemek már nem elhanyagolható szerepet játszanak. A szerző azt mutatja meg, miképpen befolyásolhatják a csillag légkörében a hőmérséklet és a nyomás eloszlását, valamint a zínképet a nehéz elemek. A fejezet végén rendkívül érdekes számítás található arra vonatkozóan, hogy miképpen hatnak a nehéz elemek a konvektív instabilitásra.

Kurt Hunger írta a könyv harmadik, „A hélium csillagok sajátosságai és problémái” című fejezetét. Ma mintegy 40 extrém magas héliumtartalmú csillag ismert. A HD 124448 jelű csillag esetében például az $n_{\text{H}}/n_{\text{He}}$ arány kisebb 10^{-5} -nél! A hélium csillagok eloszlását, spektrumát és fejlődését tárgyalja a szerző. A csillagok eme rendkívül érdekes osztályának keletkezésére vonatkozóan megbízható elméletet ez a cikk sem ad.

A negyedik fejezet címe: „Kémiai összetétel anomáliák fiatal csillagokban”. Írója: Bodo Baschek. Az első és második populációs B csillagokban és a CNO csillagokban mutató anomáliák ismertetése után következik az A_p csillagok keletkezésének tárgyalása. Ezeknek a csillagoknak a felületén feltehetően különböző kémiai összetételű foltok találhatók. A szerző igen szemléletesen foglalja össze azokat a lehetséges hatásokat, amelyek az A_p csillagok különleges viselkedését előidézhetik.

Az ötödik fejezetet a japán Keiichi Kōdaira írta „A horizontális ág A típusú csillagai” címmel, amelyben ezen csillagok atmoszférájának elméleti modelljét adja meg.

A „Fehér törpék: összetétel, tömegvesztesség és a Galaxis fejlődése” című, sorrendben a hatodik fejezet Volke Wiedemann munkája. A megfigyelési eredmények sokrétű és precíz összefoglalása után a fehér törpecsillagok fejlődésének igen szemléletes és rendkívül érdekes tárgyalása következik. Kimutatja, hogy a néhány naptömegnyi csillagok fokozatos tömegvesztesség után

jutnak el a fehér törpe állapotba. Számításai szerint a „döglött” fehér törpék a Tejútrendszer tömegének 10%-át adják ki. Véleménye szerint ez a megállapítás még további megerősítésre szorul.

A következő, hetedik fejezetben Karl-Heinz Böhm ír „Herbig-Haro objektumok és T Tauri ködök” címmel. A Herbig-Haro objektumok feltehetően kialakulófélben levő csillagok, amit az is valószínűsít, hogy T Tauri csillagok környezetében találhatók. A megfigyelési eredmények részletes taglalása után az említett égitestek jellemzőit határozza meg elméleti módszerekkel. A fejezet végén összehasonlítást tesz az úgynevezett Burnham köd és a Herbig-Haro objektumok között.

A nyolcadik fejezet Dieter Reimers munkája. Címe: „A vörös óriásokat körülvevő héj és a tömegvesztés”. A csillagok egy jelentős csoportja a H-He fúzió intenzitásának csökkenése után felpuffad. Ezek a vörös óriások, amelyek jelentős mértékben veszítenek tömegükből, és így a csillag körül egy héj alakul ki. Ennek a héjnak a szerkezetével, összetételével és sugárzásával foglalkozik a fejezet első része. Végül a tömegvesztés függését tárgyalja a csillag jellemző paramétereinek függvényében.

A kilencedik fejezetben Wilhelm Kegel ír „A kozmikus mézerek”-ről. Ennek a témának vajmi kevés köze van a könyv címéhez és a kozmikus OH és H_2O forrásoknak az irodalomból már ismert tárgyalását tartalmazza. Érdeme a pumpálási mechanizmusok precíz összefoglalása.

A tizedik fejezetben „A csillagatmoszférák rádióemissziója” címmel ír Ludwig Oster. A tömören megírt cikk újszerű tárgyalásban, a Nappal való analógiák felhasználásával mutatja be az asztrofizikának ezt a rendkívül érdekes területét. Különösen érdekes a szoros kettőscsillagok rádió emissziójáról szóló rész.

A könyvet Gerhard Traving „Vonalak turbelens közegben” című elméleti jellegű cikke zárja. Az eredmények közvetlen asztrofizikai alkalmazásairól azonban itt nem esik szó.

A könyvet elsősorban azoknak a témakörben már járatos fizikusoknak, asztrofizikusoknak és egyetemi hallgatóknak ajánlhatjuk, akik a benne szereplő témakörök valamelyikében el kívánnak mélyülni. Az egyes fejezetek nem épülnek egymásra, tehát külön-külön is érthetők.

Marik Miklós

D. Fick (szerk.): Polarization Nuclear Physics.

Proceedings of a Meeting held at Ebermannstadt, October 1—5, 1973. Springer-Verlag, 1974.

A könyv az iskola jellegű találkozóan elhangzott meghívott előadások szövegét tartalmazza. Az előadások kezdő fizikusok számára készültek és jól érthető szinten foglalkoznak a polarizációs jelenségek elméleti tárgyalásával, mérési technikájával. Egy előadás (J. S. C. McKee előadása) a nukleon-nukleon kölcsönhatás alapkérdéséről ad összefoglaló képet.

A cikkek zöme a kísérleti fizikusok szempontjából is igényeiknek megfelelően tárgyalja a felvetett kérdéseket, és nem megy bele az adott jelenség mélyebb elméletének tárgyalásába. Kivételt jelent M. Simonius „A polarizáció mérések elmélete. Mérhető mennyiségek, amplitúdók és szimmetriák”, H. L. Harney „Az izobár analóg rezonanciák finom szerkezete és a polarizáció” valamint B. J. Verhaar „Polarizációs jelenségek a rugalmatlan szórásban” című előadása. Azonban ezekben is egyrészt a mérhető mennyiségekre vonatkozó elméleti kifejezések ismertetése, tárgyalása és értelmezése van kiemelve és nem ezen kifejezések levezetésének módja, másrészt a levezetések az elméleti kiindulópont, az alkalmazott közelítő módszerek nagy vonalakban történő ismertetésére helyezik a hangsúlyt.

Külön ki kell említeni a két polarizációs alapelőadást: G. Clausnitzer „A polarizációs fizika technikája” című előadását és M. Simonius már említett előadását. Clausnitzer hatalmas irodalmi anyag feldolgozásával ad összefoglaló képet a polarizációs mérések kísérleti technikájáról. Simonius egyrészt ismerteti a jelenleg elfogadott Madison konvenciónak megfelelő statisztikus tenzorok fogalmát, tulajdonságait és a mérhető mennyiségek kifejezését ezen polarizációs tenzorok segítségével, másrészt megismerteti a polarizációs és hatékonysági transzfer és korrelációs együtthatókkal.

Összefoglalva: a könyv elsősorban polarizációs mérésekkel foglalkozó kísérleti magfizikusoknak ajánlatos bevezető olvasmány.

Doleschall Pál

Gerrit L. Verschuur, Kenneth I. Kellermann (szerk.): Galaktikus és Extragalaktikus Rádiócsillagászat (Galactic and Extra-Galactic Radio Astronomy) Springer-Verlag, 1974.

A rádiócsillagászat a modern csillagászat leggyorsabban fejlődő ága. Az elmúlt másfél évtizedben olyan új felfedezések születtek e területen, amelyek alapvetően érintették fizikai világképünket.

Bár egy gyorsan fejlődő területről nehéz aktuális és friss könyvet írni, most mégis ilyet szeretnék bemutatni az olvasóknak.

A jelzőkben kissé túlhalmozottnak ható cím egy dolgot árul el bizonyosan a tartalomról: azt, hogy a Naprendszer rádiócsillagászatáról nincs benne szó.

A könyv a galaktikus és extragalaktikus rádiócsillagászati kutatás jelenleg középpontban álló területeit öleli fel. Elsősorban kísérleti eredmények bemutatására és az interpretációk ismertetésére törekszik. Mint ilyen, a szakfolyóiratokkal vetekedően korszerű olvasmány. Ennek az a titka, hogy a könyv egy olyan tizenkéttagú szerzői kollektíva műve, amely az Egyesült Államok legnagyobb rádiócsillagászati obszervatóriumának a National Radio Astronomy Observatory-nak aktív kutatóiból tevődik össze.

A szerkesztők, Gerrit L. Verschuur és Kenneth I. Kellermann szintén tagjai e kollektívának, szakterületük ismert, és kiváló művelői. Gerrit L. Verschuur Dél-Afrikai származású (bur) rádiócsillagász, aki a 21 cm-es hidrogén rádióvonalban először mutatta ki a csillagközi mágneses tér által okozott Zeeman-féle felhasadást. Később a galaktikus csillagközi hidrogén struktúrájára vonatkozó kutatásai váltak széles körben ismertté. Alig egy éve nevezték ki a coloradoi Fiske Planetárium igazgatójává. Kenn Kellermann, az extragalaktikus rádiócsillagászat neves alakja. Nagy szerepe volt az interkontinentális szovjet–amerikai rádióinterferometriás (VLBI) kísérletek megszervezésében és lebonyolításában.

A szerkesztők célja az volt, hogy e rendkívül gyorsan fejlődő tudományág jelenlegi helyzetéről kiterjedt és alapos áttekintő képet nyújtsanak. A kísérleti eredmények mellett a legszükségesebb elméleti alapok áttekintésére is sor kerül. Egy fejezet pedig a megfigyelési technika újabban nagy jelentőségű módszerével, a rádióinterferometriával és az apertúra szintézissel foglalkozik.

Szerkezetiileg a könyv 13 mellérendelt fejezetre tagolódik. Az egyes fejezetek más-más szerzőtől a rádiócsillagászat egy-egy fő kutatási területével foglalkoznak. „Review paper”-eknek tekintethetők, amelyeket az adott terület hivatott kutatója ír le. A fejezetekhez kiterjedt irodalomjegyzék tartozik. A következőkben felsorolom a fejezetek címét, mert az egyben jól jellemzi, mely területekre fókuszálódik a rádiócsillagászati kutatás. Zárójelben a szerző neve szerepel.

1. Galaktikus nem hőmérsékleti folytonos sugárzás (Robert L. Brown), 2. Csillagközi semleges hidrogén és eloszlása szűkebb környezetben (Gerrit L. Verschuur), 3. A H II régiók és a diffúz hőmérsékleti rádiók háttérsugárzás tulajdonságai (M. A. Gordon), 4. A semleges hidrogén széles skálájú eloszlása a Galaxisban (W. Buttler Burton), 5. Szupernova maradványok (David E. Hogg), 6. Pulzárak (Richard N. Manchester), 7. Rádió csillagok (Robert M. Hjellming), 8. A galaktikus mágneses tér (Gerrit L. Verschuur), 9. Csillagközi molekulák (Barry E. Turner), 10. Interferometria és apertúra szintézis (Edward B. Fomalont és Melvyn C. H. Wright), 11. A semleges hidrogén feltérképezése extragalaxisokban (Melvyn C. H. Wright), 12. Rádiógalaxisok és kvazárok (Kenneth I. Kellermann), 13. Kozmológia (Sebastian von Hoerner).

A felsorolásból elsősorban a 7. 9. és 11. fejezetek említendők. Ezek azok, amelyek a legtöbb újdonságot nyújtják, és néhány évvel ezelőtt még nem érdemeltek volna néhány mondatnál többet egyetlen rádiócsillagászati szakkönyvben sem.

A 7. fejezetben Robert Hjellming, aki úttörő munkát végzett a csillagok rádiósugárzásának detektálása terén, csak kezdeti eredményekről számolhat be. A rádiócsillagok szélesebb körű, részletesebb tanulmányozása csak most kezdődik. A kezdeti megfigyelések azonban már sejtetik, hogy a csillagok fizikájának megismerésében nagy szerep jut majd a rádiómegfigyeléseknek. A rádiócsillagok legérdekesebb csoportját talán a szoros kettős csillagrendszerek képezik. Ezeknél rendkívül rövid időskálán néhány perc vagy óra leforgása alatt drasztikus változásokat figyeltek meg a rádióintenzitásban. Ilyen változás a csillagrendszer életének feltétlenül fontos eseménye. Hasonló nagymértékű rádióvariabilitást mutatnak egyes kozmikus töntgen sugárforrások is, ami a nagyenergiájú asztrofizikai kutatásokhoz nyújthat értékes adatokat.

A 9. fejezetben Barry E. Turner a rádióhullámhosszon talált intersztelláris molekulák gazdag választékát mutatja be, amelyek száma 1972 végéig elérte a 24-t. A felfedezések lavínája 1970-ben indult meg, amikor 1 év alatt hétféle intersztelláris molekula rádiósugárzását sikerült megfigyelni. Ezek között 5, sőt 6 atomos molekulák is szerepeltek, mint pl. a metilalkohol (CH_3OH). Korábban nem feltételezték ilyen bonyolult molekulák létét a csillagközi tér zord viszonyai között, mert úgy gondolták, hogyha kialakulnának is, az ultraibolya fotonok kamaroson szétrombolnák ezeket. A nagyon forró OB típusú csillagok jelentős mértékben termelnek ultraibolya sugárzást. Ennek eredményeképp a 10 eV energiájú fotonok fluxusa átlagosan 3×10^8 foton cm^{-2} a csillagközi térben. Ezért a bonyolult molekulák csak sötét porfelhőkben találhatók, ahová nem hatol be a romboló UV sugárzás.

A 11. fejezetben Melvyn Wright az extragalaxisok hidrogén tartalmának feltérképezésével foglalkozik. Bár ez a probléma kezdetől foglalkoztatta a rádiócsillagászokat, realizálására ténylegesen csak az új technikai áttörések után kerülhetett sor. A leggyakoribb csillagközi elem, a hidrogén eloszlásának, sűrűség és sebesség viszonyainak ismerete alapvető a galaxisok fizikájának megértése szempontjából. Wright, a klasszikus eredmények áttekintésén túl a kezdeti apertúra szintézis technikával

végzett megfigyeléseket és interpretációikat is ismerteti. Az új megfigyelési eredmények egyben gyakorlati példái a 10. fejezetben tárgyalt megfigyelési módszereknek. Az apertúra szintézis alkalmazása az elmúlt 10 évben minőségi értelemben változtatta meg a rádió csillagászat megfigyelési lehetőségeit. Jelentőségét mi sem bizonyítja jobban, mint az, hogy Martin Ryle 1974-ben fizikai Nobel-díjat kapott kifejlesztéséért.

Magyar szempontból az 1., 2. és 13. fejezeteket érdemes megemlíteni, vagy azért, mert magyar közreműködés is történt az egyes eredmények elérésében, vagy mert a terület kapcsolódik a Magyarországon folyó kutatásokhoz.

Az 1. fejezetben Robert Brown a galaktikus nem hőmérsékleti folytonos sugárzással foglalkozik. A történeti áttekintést követően a sugárzási mechanizmusokat tárgyalja, majd a galaktikus nem hőmérsékleti folytonos rádióháttersugárzás főbb tulajdonságait tekinti át. A rádiómegfigyelés egyik jelentős alkalmazása a galaktikus kozmikus sugárzás elektron komponense energia spektrumának meghatározása. Az így nyert érték és az űrszondák által közvetlenül, de lokálisan mért értékek összehasonlítása érdekes következtetésekre vezethet a Nap modulációs hatása tekintetében. Ez a téma kapcsolatban van a Magyarországon folyó kozmikus fizikai kutatásokkal.

A 2. fejezetben Gerrit Verschuur részletesen tárgyalja a magas galaktikus szélességeken megfigyelhető nagyterjedésű irregularitást a lokális hidrogéneloszlásban, amely a kis ($|V| < 30 \text{ kms}^{-1}$), közepes ($30 < |V| < 100 \text{ kms}^{-1}$) és nagysebességű ($|V| > 100 \text{ kms}^{-1}$) gáz esetében egyaránt megfigyelhető. E jelenségek feltárása magyar közreműködéssel történt.

A 13. fejezetben Sebastian von Hoerner, a kozmológia jelenlegi helyzetének tömör és jól áttekinthető leírását adja. Optikai és rádiómegfigyelések kozmológiai alkalmazásával egyaránt foglalkozik. A tudományág egyik alapproblémája a megfelelő csillagászati „mérőrúd” mint mértékegység megkeresése. Ezzel kapcsolatban hangsúlyozza a galaxis halmazok ilyen jellegű felhasználásának jelentőségét, eredményekről azonban még nem számolhat be megfelelő meghatározási módszer hiánya miatt. Ezen a területen Magyarországon olyan eredményt ért el, amely megoldhatja a „mérőrúd” meghatározásának problémáját.

Mivel a fejezeteket más-más szerző írta, a könyv sem szerkezetileg, sem stílus dolgában nem lehet egységes. Egyik fejezet inkább kvalitatív, másik inkább kvantitatív jellegű. Mint minden „review paper”-nél előfordul, itt is tapasztalható bizonyos kiválasztási effektus az egyes fejezetek anyagát, az eredmények súlyozását illetően. Ez a könyv szerzői hovatartozásból következően elsősorban amerikai orientált. Az európai eredményeket a kelletténél talán kisebb súllyal vették benne figyelembe. Így pl. a 2. fejezetben a nagysebességű hidrogénre vonatkozó egyik interpretációnál (49. oldal), amely a Tejútrendszer spirális struktúrájának részeként tekinti ezeket az objektumokat, feltétlenül említést érdemelt volna R. D. Davies neve is, aki Jodrell Bank-ban a szerzőnél 2 hónappal korábban hasonló hipotézist tett közzé (Nature 237. 88. 1972).

A könyv kiállítása színvonalas. Képanyaga hűen a szakterülethez, döntően diagramokból áll. A könyvet szakcsillagászok kívül a téma iránt magas színvonalon érdeklődő természettudományos képzettségű olvasók és egyetemi hallgatók hasznosíthatják.

Dr. Fejes István

S. M. Bilenki: *Introduction to Feynman Diagrams*. Pergamon Press, 1974.

A hat fejezetből és függelékből álló 186 oldal terjedelmű könyv 56. kötete a nagysikerű „Monographs in Natural Philosophy” nemzetközi sorozatnak. Az orosz nyelvből való fordítás Francis Pardee munkája.

A könyv főleg kísérleti fizikusoknak íródott, de ugyancsak hasznosan forgathatják azok a felsőbbéves egyetemi hallgatók, akik részecskefizikával kívánnak foglalkozni. A szerző a Dubnai Egyesült Atommagkutató Intézetben a tárgyban tartott előadásának gondosan átfésült anyagát írta meg könyvformában.

Az 1. fejezetben bevezeti az S-mátrixot, ennek elemei adják az átmeneti valószínűségi amplitúdókat. A 2. fejezet a klasszikus térelmélettel foglalkozik (mozgásegyenletek, megmaradási tételek). A 3. fejezet a kvantált (valós skalár, komplex skalár, komplex spinor és az elektromágneses) terekkel foglalkozik. A 4. fejezetben megismerkedünk a különböző terek pl. a komplex spinor és valós pszeudo-skalár terek (semleges pi-mezonok és nukleonok) kölcsönhatási Hamilton operátorát. Ezután kerül sor az átmeneti mátrixelemek (az S-mátrix elemei) kiszámítására olyan állapotok között, amelyek meghatározott impulzusú szabad részecskéket írnak le. Bevezetésre kerül a Wick-féle időrendező operátor (T-operátor) és megismerkedünk ennek általános és speciális tulajdonságaival (Wick-teoréma). — Az eddigiekben kifejlesztett fegyverzetet konkrét problémák megoldásában a Feynman diagramok szerkesztésének szabályai c. 5. fejezetben használja fel a szerző, mint pl. elektronszórás

a külső elektromágneses térben, foton szóródása elektronon, elektron—elektron szórás stb. A 6. fejezetben a hatáskeresztmetszet számítás technikáját mutatja be és alkalmazza magon történő elektron és pi-mezon szórás folyamatokra. Ugyanitt kerül sor a lambda hiperon, a K^- -mezon és a semleges pi-mezon bomlási valószínűségének kiszámítására. — A függelék jó kiegészítésként illeszkedik a könyvhöz: A Dirac-egyenlet megoldásaként részletesen tárgyalja a feles spinű részecskék esetében a kovarians sűrűség matrixot.

A szerző könyvében igen világosan mutatja be az 50-es évek elején keletkezett, Nobel díjjal honorált elméletnek — perturbációs elméletet reprezentáló grafikus ábrázolási módszernek, a Feynman diagramoknak — a fizika sok területén rendkívüli hatékonyságát. Mindezt az olvasó idejével jól gazdálkodva teszi a szerző, a célkitűzések jól megfogalmazottak, a számolások jól követhetők. Nagy részletességre ott törekszik, ahol kísérletileg is mérhető mennyiségekhez kapcsolódik a mondanivaló. A szerző nem kívánta a módszer teljes arzenálját felsorakoztatni, így nem tárgyalja a magasabb rendű perbutációs elméletet, nem beszél a renormálás problémájáról — ezek viszont más kvantumtérelméleti könyvekben megtalálhatók.

(Gy. T.)

E. Becker—W. Bürger: *Kontinuumsmechanik*. B. G. Teubner. Stuttgart. 1975.

A jelenségek molekulaszintig behatoló magyarázatának korában már szinte nem fizikusi kutatói témának tűnik fel a kontinuumok mechanikája. Nyilván nem így van, hiszen általában kontinuumot képez az a próbatest, amelyen a jelenséget észleljük. Így az ismertett könyv nemcsak technikusok, hanem fizikusok számára is érdekes. Külön érdekességet jelent, hogy a szerzők matematikus és mérnökhallgatókból álló hallgatóságuk szempontjai szerint dolgozták fel mondanivalójukat. Így egyik tiszteletre méltó törekvésük a matematikusokat alkalmazási közelségbe hozni, a mérnököt tudományának alapjaihoz elvezetni. A könyv megkísérli, hogy a lineáris anyagtörvényszerűséggel jellemzett két ideális anyagfajta: a Hookes-törvénynek alávetett rugalmas szilárdtest és a newtoni folyadék mellett a nemlineáris viselkedésű műanyagok tulajdonságait is a kontinuummechanikába beillesse. A szerzők a kontinuummechanika területén kialakult különböző, egymással sokszor szembenálló iskolákból eklektikusan válogattak.

A kontinuummechanika egységes szempont szerinti tárgyalása szükségképpen nagyobb fokú absztrahálást követel meg, mint egy szűk behatárolt részterület esetében. Ennek kiegyenlítése érdekében a matematikai tárgyalást a szerzők a minimumra szűkítették. Az egyes nehezebbnek látszó részeket feladatok egészítik ki, világítják meg.

Kár, hogy a korlátozott könyvterjedelem miatt nem találjuk meg a plasztikus alakváltozásokat. Reméljük, hogy egy másik Teubner Studienbücher számban az is közlésre kerül.

(T. Gy.)

Trends in Elementary Particle Theory. A Lecture Notes in Physics 37. kötete. Springer Verlag. 1974.

A kötet az 1974-ben Bonnban megrendezett Elméleti Fizikai Nemzetközi Nyári Egyetem előadásait tartalmazza. Az NSZK egyetemei által szervezett nyári iskolák sorozatában a hatodikat tartották Bonnban.

Az iskola elnevezése is utal arra, hogy az előadások az elemi rész fizika modern irányvonalait mutatják be. Négy témakör kapott hangsúlyozott szerepet: a) egyesített térelméletek, b) parton modellek, c) térelméleti módszerek a statisztikus mechanikában, d) nagy energiájú proton-proton ütközések.

A kvantumtérelmélet mindig is az érdeklődés középpontjában állt, de az utóbbi években egyre több érdekes eredménnyel szolgált, s ennek megfelelően mind nagyobb reményeket kelt művelői között. Régi igény a különböző kölcsönhatások (erős, elektromágneses, gyenge, gravitációs) egységes térelméleti leírása. Az itt fellépő, főként matematikai jellegű problémákkal foglalkozik az előadások első része. Látszólag különböző területeket kapcsol össze a Wilson-féle renormálási csoport megközelítés. Eredményesen alkalmazzák a kritikus jelenségek tárgyalásánál és a kvantumtérelméletben is. Két részletes, bevezető jellegű előadás után egy speciális problémának, az Ising-modellnek a renormálási csoport módszereivel történő megoldása található.

A térelméletek harmadik irányvonala már átvezet a parton-modellekhez. Az előadások jól tükrözik az elmélet fejlődésének menetét. Születtek különböző összetett részecske-modellek (kvarkmodell és változatai) főként olyan igénnyel, hogy magyarázatot adjanak az érdekes, új kísérleti eredményekre. Ezek során mind gyakorlati, mind elméleti szempontból fellépett az igény, mélyebbre kell ásunk egy szinttel. Mi a gyökere a kvark-modellek meglepő tulajdonságainak, miért nem található

kvark szabad állapotban? Így született meg a kvark-börtön hipotézis: a hadronokban olyan erők tartják össze az alkotórészeket, amelyeket megszüntetni nem lehetséges, a kvarkokról információt csak közvetett úton nyerhetünk. A térelmélet sokat ígérő eredménye, hogy megmutatja, a téregyenleteknek létezik olyan megoldása, amelynél az energia véges térrészre van koncentrálna. Ez szolgáltat kiindulási alapot a modellalkotásban.

Két előadás foglalkozik a nagyenergiájú proton-proton ütközésekkel. Áttekintést kapunk a CERN tárológyűrűnél végzett kísérletekről, valamint a kísérleti eredmények fenomenologikus elméleti kiértékeléséről.

Gálfi László

A. Hasegawa: *Plasma Instabilities and Nonlinear Effects* (Ser. Physics and Chemistry in Space. Vol. 8.) Springer Verlag. 1975.

A laboratóriumi plazma és az intersztelláris plazma általában nincs termodinamikai egyensúlyi állapotban. A termodinamikai egyensúlytól való eltérés alapvető oka általában az, hogy a térben lokalizált plazma termodinamikai jellemzői lényegesen eltérnek a környezet jellemzőitől, vagy az, hogy a plazmában a részecskék sebességeloszlása eltér a Maxwell—Boltzmann-féle eloszlástól. Az első esetben a plazma mint egész változtatja állapotát (makroinstabilitások), az utóbbi esetben a belső folyamatok okozzák a plazma instabilitását (mikroinstabilitások).

A plazmainstabilitásoknak fontos szerepük van mind az intersztelláris, mind a laboratóriumi plazmák fizikájában. A fellépő instabilitások rendkívül sokfélék és általában egymástól nem függetlenek, ezért matematikai és fizikai leírásuk különös körültekintést igényel. Valószínűleg ez az egyik oka annak, hogy bár a plazmainstabilitásokkal foglalkozó — elméleti és kísérleti — munkák száma igen nagy, a témát átfogóan tárgyaló szakkönyv megírására nem vállalkoztak a szerzők. A Hasegawa hézagpótló könyve jó áttekintést ad a plazmainstabilitások alapjairól, részletesen tárgyalja az instabilitások legfontosabb típusait.

A könyv négy fejezetre oszlik. Az első fejezet általános bevezető az instabilitások elméletébe, ismerteti a különböző instabilitások eredetét és fajtáit. A második fejezet tárgya a mikroinstabilitások elmélete. A sebességeloszlás anizotrópiája által okozott instabilitásokon kívül a gyengén ionizált plazmában fellépő instabilitásokat ismerteti ebben a fejezetben a szerző. A harmadik fejezet tartalma: drift-hulláminstabilitás, Rayleigh—Taylor-féle és Kelvin—Helmholtz-féle instabilitás, valamint a pinch-áram instabilitása (makroinstabilitások). Az instabil plazmában a szabad energia exponenciális sebességgel alakul át fluktuáló elektromágnes térenergiává. Ennek következtében a plazmában különböző nem-lineáris effektusok lépnek föl. A könyv negyedik fejezete a fontosabb nem-lineáris effektusokat tárgyalja: kvázilineáris diffúzió, anomális elektromos ellenállás, hullámcsapda, hullám-hullám kölcsönhatás, nem-lineáris Landau-csillapodás, lökeshullámok kialakulása.

A könyv értékét fokozza az egyes fejezetek végén található, gondosan összeállított irodalom, valamint a plazmainstabilitások szükséges feltételeinek tanulságos, jól áttekinthető összefoglalása a függelékben. A referens szívesen ajánlja a könyvet azoknak a plazmafizikával és asztrofizikával foglalkozó fizikusoknak és mérnököknek, akik a plazmafizika elméleti és kísérleti alapjait ismerik.

Szabó János

P. M. Chung, L. Talbot, K. J. Touryan: *Electric Probes in Stationary and Flowing Plasmas. Theory and Application.* (Applied Physics and Engineering. An International Series) Springer Verlag. 1975.

A könyv tartalma és tárgyalásmódja olyan mérnökök és kísérleti fizikusok igényeihez igazodik, akik a plazmafizika — de nem csak a plazmafizika — próbadiagnosztikai módszerei iránt érdeklődnek. A szerzők mindvégig a kísérleti kutató szemléletmódját követik. Sok érdekes és vizsgálatra érdemes problémát talál azonban a könyvben az elméleti beállítottságú fizikus (és a hidrodinamikával, az ionoszféra-kutatással foglalkozó elméleti fizikus) is.

Az első fejezet az alapvető definíciókkal, az elektromos szondázás technikai paramétereinek a taglalásával kezdődik. E paraméterek három csoportba oszthatók; ezek a paraméterek határozzák meg a különböző plazmafizikai jellemzők azon értéktartományát, amelyen belül az egyes diagnosztikai eljárások, módszerek alkalmazhatók. (Az osztályozás tömör elméleti megalapozása a Függelékben található.) A második fejezet témája az elektromos próbatest válaszána a vizsgálat az ütközésmentes és az átmeneti tartományban, nyugvó és áramló plazmában. A szerzők a legegyszerűbb geometriára (gömb és henger alakú szonda) szorítkoznak; a bonyolultabb geometriára vonatkozó eredményeket csak vázolják.

Míg az előző fejezet témája arra az esetre szorítkozik, amikor a szondaméret elhanyagolhatóan kicsi a szabad úthosszhoz képest (ütközésmentes próbatest), vagy összemérhető vele (átmeneti tartomány), a harmadik fejezetben olyan próbatest válaszával foglalkoznak a szerzők, amikor a plazma kontinuumnak tekinthető. Ez a fejezet egyébként a könyv legjobban kidolgozott, legtöbb információt és konkrét alkalmazást tartalmazó része. A negyedik fejezetben olyan speciális diagnosztikai problémákról olvashatunk, amelyekre vonatkozó — elméleti és kísérleti — ismereteink a leginkább hiányosak: a próbatest felszíni jelenségei, a negatív ionok szerepe, az erősen ionizált plazmák, a turbulens plazmák és az erősen mágneses plazmák vizsgálata próbatestek segítségével.

A kísérleti beállítottságú kutató sok hasznos plazmakinetikai és magnetohidrodinamikai elméleti információt talál a (talán túlságosan is tömör) Függelékben: a Boltzmann-egyenlet különböző közelítő megoldásai, elektron-diffúzió és energia-transzport, a Boltzmann-egyenletből származó momentum-egyenletek, a magnetohidrodinamika alapegyenletei.

Az egyes fejezetek végén bőséges irodalmat talál az érdeklődő olvasó; bőségeset, de mégsem elegendőt. A recenzens nagyon hiányolja a szovjet és a csehszlovák plazmafizikusok plazmadiagnosztikai munkáinak az ismertetését, vagy legalább dolgozataik felsorolását az irodalmi utalásokban. Ennek pótlása egy új kiadásban lényegesen emelné az egyébként tanulságos, szép kiállítású és főleg kísérleti fizikusoknak ajánlható könyv értékét.

Szabó János

Classical and Quantum Mechanical Aspects of Heavy Ion Collisions.

A Springer Kiadó „Lecture Notes in Physics” sorozatában a közelmúltban jelentette meg annak a konferenciának az anyagát, amelyet 1974. októberében tartottak Heidelbergben a „Nehéz ionok ütközésének klasszikus és kvantummechanikai kérdései”-ről. A 16 előadás szövegét tartalmazó 311 oldalas kötetet P. Braun—Munzinger C. K. Gelbke és H. L. Haznay szerkesztették.

1874-ben G. R. Kirchhoff kijelentette, hogy a klasszikus mechanika teljes és a mozgások lehető legegyszerűbb leírását szolgálhatja. Ötven évvel később 1924-ben de Broglie megvetette az anyag-hullámok fizikájának alapjait. Ezután ötven évvel 1974-ben a Heidelbergben rendezett konferencia résztvevői annak a kérdésnek a megvitatására gyűltek össze, hogy vajon a nehéz ionok ütközését a klasszikus mechanika vagy pedig az anyag hullámok elmélete segítségével kell-e leírni.

Első látszatra úgy tűnik, hogy a kérdésre triviális a válasz: egy komplett kvantummechanikai leírás szükségképpen tartalmazza a probléma klasszikus mechanikai aspektusait is. A valóságban a helyzet sokkal összetettebb, mivel egyrészt a nehézionok éppen abba az átmeneti tartományba esnek, ahol a hullámmechanikai leírasmód már éppen kezdi átadni a helyét a pontmechanikai szemléletmódnak. Másrészt a komplett kvantummechanikai leírás a sok szabadsági fok miatt igen súlyos nehézségekbe ütközik. Ha csak a legegyszerűbb problémát, nevezetesen a rugalmas szórást vizsgáljuk is, már nehéz feladattal kell megbirkóznunk, minthogy rendkívül sok parciális hullám szóródását kell tekintetbe venni.

Ebből már is kilágosodik, hogy a leírásban célszerű a klasszikus trajektória fogalmát mindaddig megtartani, amíg csak lehet és csak a legszükségesebb esetekben, például a transzfer folyamatok leírásában, ajánlatos áttérni a kvantummechanikai szemléletre.

Hogy ez a felfogás milyen sikeres, illetve, hogy milyen ellentmondásokat eredményez, azt az Olvasó a Heidelbergi konferencia kitűnő előadásainak a tanulmányozása útján tudhatja meg.

Lovas István

S. Flügge: Practical Quantum Mechanics. Springer Verlag, 1974.

Az ismertetendő könyv *Rechenmethoden der Quantentheorie* címmel 1947-ben jelent meg először. Célkitűzése, mondanivalója némileg változott, mélyült az angol kiadásban. Feladatának tekinti, hogy segítse a kvantummechanikával foglalkozó egyetemi hallgatókat, az ezzel soha nem találkozott kísérleti fizikusokat, hogy megmutassa, hogyan lehet ezt az általános elméletet az atomfizika gyakorlati kérdéseinek megoldására alkalmazni.

Az angol kiadás annyiban is bővebb a réginél, hogy új közelítési módszereket és irányzatokat, mint pl. a szórást, relativisztikus kvantummechanika stb. is bemutat. Így a feldolgozott feladatok száma a régi német kiadásnak közel kétszerese.

Egy ilyen típusú könyv tartalmát még a teljes tartalomjegyzék leközlésével sem lehet jól visszaadni. A következőkben ezért némi támpontul taláломra kiválasztott feladatot ismertetek:

15. feladat. Vezesse le az impulzus reprezentációban felírt hullámfüggvények valószínűségi értelmezését folytonos spektrum esetén a közönséges térben periodikus függvényekből kiindulva és megvizsgálva a határesetet végtelenül nagy kocka alakú periodikus térfogatra.

44. feladat. Egy θ tehetetlenségi és p elektromos momentum merev rotátor forog a síkban. Vizsgálja meg energiaszintjeinek egy elektromos tér által X irányban létrehozott perturbációját.

118. feladat. Keressük meg a harmonikus oszcillátor szinteket a Langer-féle határfeltételeket alkalmazva a WKB hullámfüggvényekre.

154. feladat. Egy atom K héján két $1s$ állapotban levő elektron van. Adjuk meg megközelítőleg energiájukat egy Ze töltésű és végtelen nagy tömegű mag terében leárnýékolt hidrogén hullámfüggvényeket felhasználva.

165. feladat. Két proton között fellépő rövid hatótávolságú magerő olyan vonzóerőt jelent, amely kb. 100 keV energiák felett anomális szórást eredményez. Írjuk le ezt egy $l=0$ parciális hullámban fellépő δ_0 additionális fáziseltolódással.

210. feladat. Az erőmentes Schrödinger hullámtér kvantálása Bose vagy Fermi statisztikának alávetett részecskék esetén, a tér energiájára, impulzusára és elektromos töltésére megfelelő kifejezést használva.

(T. Gy.)

R. Gatignol: *Théorie Cinétique des Gaz à Repartition Discrète de Vitesses*. (Lecture Notes in Physics, 36.) Springer Verlag, 1975.

A véges számú részecskéből álló rendszer sebességkoordinátái adott pillanatban diszkrét értékek, s ütközés révén újabb — a dinamika törvényei által meghatározott — diszkrét értékekbe mennek át. A diszkrét sebességeloszlásra épülő kinetikus gázelmélet alap gondolata még Maxwelltől származik, de a probléma iránt csak az ötvenes években élénkült meg az érdeklődés; R. Gatignol könyve a diszkrét sebességeloszlások kinetikus elméletének első, rendszerezett összefoglalása.

A könyv első fejezetében megismerjük a modell legfontosabb tulajdonságait. A Boltzmann-egyenlet helyére nem-lineáris differenciálegyenletrendszer lép, amelynek sok tulajdonsága a Boltzmann-egyenlet tulajdonságaival rokon. Mozgásinvariánsok értelmezésén át itt is bevezethetők a makroszkopikus állapotjelzők, definiálható a Boltzmann-féle H -függvény, megfogalmazhatók a transzportegyenletek és a megmaradási tételek.

A második fejezet tárgya a linearizált ütközési operátor tulajdonságainak a taglalása, a Chapman—Enskog-féle módszer alkalmazása a módosított kinetikai egyenletre, a kinetikai egyenlet megoldásának egzisztenciája és unicitása.

A harmadik fejezetben a makroszkopikus állapotjellemzők Euler-féle differenciálegyenleteinek diszkussziójával és alkalmazásával foglalkozik a szerző. Az egyenletek linearizálása után közvetlenül adódik a szakadási felületek tárgyalása ideális és disszipatív közegben.

A könyv egy speciális modell igen részletes taglalásával zárul. Noha a modell rendkívül egyszerű (a kétdimenziós, sebességtérben összesen hat, egymáshoz képest rendre $\pi/3$ szöggel elforgatott, egyenlő abszolút értékű sebesség létezik), a részletes analízis nyomán világossá válik a módosított kinetikai elmélet egész problémaköre és módszere.

A hosszadalmasabb számítások, verifikációk a függelékben találhatók.

Szabó János

Technikai szerkesztő: Turchányi György
A kiadásért felelős az Akadémiai Kiadó igazgatója — Műszaki szerkesztő: Agócs András
A kézirat beérkezett: 1975. február 12. — Terjedelem: 8,4 (A/5) ív
75-812 — Szegedi Nyomda

A MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI TUDOMÁNYOK
OSZTÁLYÁNAK

KÖZLEMÉNYEI

Matematikai, fizikai, csillagászati dolgozatokat, referátumokat, könyvismertetéseket, a Tudományos Minősítő Bizottságnak a III. Osztályra vonatkozó híreit s a III. Osztály híreit közli. Évenként egy kötet (kb. 40 ív) jelenik meg (négy szám alkot egy kötetet).

A Közlemények előfizetési ára kötetenként, azaz évenként 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, 1363 Budapest V., Alkotmány u. 21. Pénzforgalmi jelzőszámunk 215-11 488, külföldi megrendelések a „Kultúra”

Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat,

1011 Budapest I., Fő utca 32.

Pénzforgalmi jelzőszám: 218-10 990 útján eszközölhetők.

TARTALOMJEGYZÉK

<i>Kiss Ádám és Deák Ferenc: A csatornacsatolós módszer alkalmazása kollektív magállapotokon történő részecske szórására</i>	297
<i>Patkós András: Semleges áramok a neutrino-nukleon mélyen rugalmatlan ütközésben</i>	319

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

<i>A. S. Wightman: A kvantummechanikai rendszerek lokalizálhatóságáról</i>	337
--	-----

Könyvismertetés

<i>K. H. Hellwege: Einführung in die Physik der Molekeln (T. Gy.)</i>	383
<i>M. Schulz, L. J. Lanzerotti: Particle Diffusion in the Radiation Belts (T. Gy.)</i>	383
<i>W. Walcher: Praktikum der Physik (T. Gy.)</i>	383
<i>Gerthsen—Kneser—Vogel: Physik (T. Gy.)</i>	384
<i>W. Noll: The foundations of mechanics and thermodynamics (Selected papers). (Károlyházy Frigyes)</i>	384
<i>B. Baschek, W. H. Kegel, G. Traving (szerk.): Problems in Stellar Atmospheres and Envelopes. (Marik Miklós)</i>	385
<i>D. Fick (szerk.): Polarization Nuclear Physics (Doleschall Pál)</i>	386
<i>Gerrit L. Verschuur, Kenneth I. Kellermann (szerk.): Galaktikus és Extragalaktikus Rádiócsillagászat (Dr. Fejes István)</i>	386
<i>S. M. Bilenki: Introduction to Feynman Diagrams (Gy. T.)</i>	388
<i>E. Becker—W. Bürger: Kontinuumsmechanik (T. Gy.)</i>	389
<i>Trends in Elementary Particle Theory (Gálfi László)</i>	389
<i>A. Hasegawa: Plasma Instabilities and Nonlinear Effects (Szabó János)</i>	390
<i>P. M. Chung, L. Talbot, K. J. Touryan: Electric Probes in Stationary and Flowing Plasmas. Theory and Application (Szabó János)</i>	390
<i>Classical and Quantum Mechanical Aspects of Heavy Ion Collisions (Lovas István)</i>	391
<i>S. Flügge: Practical Quantum Mechanics (T. Gy.)</i>	391
<i>R. Gatignol: Théorie Cinétique des Gaz à Répartition Discrète de Vitesses (Szabó János)</i> ...	392

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

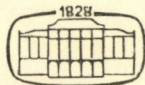
A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

GÁSPÁR REZSŐ, KOVÁCS ISTVÁN, NAGY ELEMÉR,
PÁL LÉNÁRD ÉS SZALAY SÁNDOR
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI
JÁNOSSY LAJOS

XXIII. KÖTET

5. FÜZET



AKADÉMIAI KIADÓ
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST 1975

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: 1363 BUDAPEST V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat a magyar fizikus kutatók lapja. A lap célja a magyar fizikai kutatás korszerű szinten való támogatása, elsősorban összefoglaló jellegű cikkek, tanulmányok stb. közlése által. Ilyen dolgozatok megjelentetésével a lap tájékoztatást kíván nyújtani a fizika különböző kutatási területeinek jelenlegi eredményeiről, problémáiról, további célkitűzéseiről. A lap „A klasszikus irodalomból” című rovatában rendszeresen közöl egy-egy téma köré csoportosított, immár klasszikussá vált cikkeket, amelyek a témakör befejezése, átlagosan 10—10 dolgozat megjelenése után a folyóiratfüzetekről leválasztva, az alsó lapszámozás szerint összekötve, önálló köteteket képeznek. A folyóiratban évenként egy kötet jelenik meg hat füzetben, füzetenként átlag 6 ív terjedelemben.

A kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus
1121 Budapest XII., Konkoly Thege út
Központi Fizikai Kutató Intézet

Ugyenerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőkhöz, de felelősséget a beküldött, el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként 48 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, 1363 Budapest V., Alkotmány utca 21. (pénzforgalmi jelzőszámunk 215-11 488), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, 1389 Budapest I., Fő utca 32. (pénzforgalmi jelzőszám: 218-10 990) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. A dolgozat elé rövid tartalmú ismertetőt írnak.
2. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közölgék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség azt külön fogja kérni.
3. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettős sorközzel készítsék el.
4. Az ábrákat ceruzával, sima fehér papírra rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a Kiadó vállalja.
5. Az ábrák alá rövid magyarázószöveget írnak.
6. A kéziratban az érvényben levő kiadói előírások szerint adjanak szedési útmutatásokat.
7. A szövegben az irodalmi utalásokat szögletes zárójelbe tegyék. Az irodalmi adatok megadásakor a folyóiratban kialakult formát használják.

AZ ^{16}O ATOMMAG PARITÁSSÉRTŐ ALFA-BOMLÁSA*

FÁI GYÖRGY

TARTALOMJEGYZÉK

1. Bevezetés	393
2. Kísérleti áttekintés	396
2.1. Alfa-bomlás	396
2.2. Elektromágneses átmenetek	398
3. Az atommagban fellépő paritássértő effektusok elméleti leírása	399
3.1. Paritássértő nukleon-nukleon potenciálok	399
3.2. A paritássértő kölcsönhatás szerepe az atommag egészében	402
4. A paritássértő alfa-bomlás elmélete	405
4.1. A reguláris alfa-bomlás mikroszkopikus leírásáról	405
4.2. Formula a paritássértő alfa-bomlás szélességére	407
4.3. Diskusszió	409
5. A sokrészeske-mátrixelem	410
5.1. Hullámfüggvények	410
5.1.1. Hartree—Fock számítások	410
5.1.2. Zuker-hullámfüggvények	413
5.2. A paritássértő potenciál sokrészeske-mátrixeleme	415
5.3. Kétszemeske-mátrixelemek	417
5.3.1. Multipol sorfejtés	419
5.3.2. Becslés zérus hatótávolságú kölcsönhatással	422
5.3.3. Rövid hatótávolságú korrelációk	423
6. Eredmények	425
7. Az elektromágneses kölcsönhatás esetleges paritássértéséről	430
8. Összefoglalás	431
Köszönetnyilvánítás	432
Függelék	432
Irodalom	438

1. BEVEZETÉS

Az utóbbi években egyre nagyobb az érdeklődés a gyenge kölcsönhatás paritássértő részének magfizikai szerepe iránt [1, 2]. Világszerte sok laboratóriumban foglalkoznak a paritássértés következtében föllépő magfizikai jelenségek kimutatásával [3—23]. Az egyik, sikeresnek látszó kísérlet az ^{16}O atommag paritássértő alfa-szélességének mérése. Dolgozatom célja ennek a szélességnek az eddig végzett számításoknál gondosabb elméleti meghatározása.

* Egyetemi doktori értekezés.

Készült az ELTE Elméleti Fizikai Tanszékén 1973—74-ben
Érkezett 1974. nov. 13.

A gyenge kölcsönhatás *Feynmann—Gell—Mann* elméletében [4] a kölcsönhatási Hamilton-operátor áramszor áram alakú. A teljes gyenge áram hadronikus és leptonikus tagok összegeként áll elő. Így a gyenge kölcsönhatás csatolást létesít két hadron között is, következésképpen a két nukleon között ható erőkhöz az erős és az elektromágneses kölcsönhatás mellett a gyenge kölcsönhatás is járulékot ad.

Az ^{16}O irreguláris alfa-bomlásával kapcsolatos korábbi számítások [25—29] a gyenge kölcsönhatás figyelembevételére összpontosítottak. Ezen munkák kiegészítéseként most elsősorban a kérdés magfizikai oldalát vizsgáljuk.

A jelen dolgozatban paritáson a szokásos módon, az erős kölcsönhatásban definiált paritást értjük. Mint *Lee* [30] rámutat, a paritás ilyen definíciójának rögzítésével nyernek teljes értelmet a korábban mondottak: a gyenge kölcsönhatás nem őrzi a paritást.

A fentiek szerint a két nukleon közötti kölcsönhatás paritássértő tagot is tartalmaz.

Mik ennek a ténynek a magfizikai következményei?

Ahhoz, hogy erre a kérdésre válaszoljunk, először is a gyenge kölcsönhatás általános elméletéből a magfizikai számítások elvégzésére alkalmas potenciálokat kell származtatnunk (nemrelativisztikus közelítés). Dolgozatom célja a paritássértés magfizikai vonatkozásainak vizsgálata, ezért a paritássértő potenciálokat (származtatásuk részletezése nélkül) az irodalomból idézem.

A különböző gyenge kölcsönhatási elméletek különböző potenciálokat szolgáltatnak. Általában azt mondhatjuk, hogy a semleges áramokat is megengedő (nem konvencionális) modellek a potenciálban is további tagokat adnak a semleges áramokat kizáró (konvencionális vagy Cabibbo) modellhez képest. Azt várjuk, hogy a föllépő extra-tagok mintegy kétszeresére növelhetik a paritássértő mátrixelemek értékét. A paritássértő magfizikai effektusok vizsgálatát az a remény indította el, hogy egyre pontosabb számítások és mérések eredményeit összehasonlítva a magfizika képessé válhat arra, hogy döntsön a gyenge kölcsönhatás semleges áramokat kizáró és megengedő elmélete között.

A semleges áramok kérdése az utóbbi hat hónapban minden jel szerint eldőlt: több, független mérés eredménye arra mutat, hogy — legalábbis a lepton-lepton és a lepton-hadron folyamatokban — vannak semleges áramok. Nagyon valószínűtlen ezek után, hogy a tisztán hadronikus folyamatokban ne lennének. Amikor azonban a jelen dolgozatban összefoglalt számításokat megkezdtük, a kép távolról sem tűnt ilyen világosnak. Továbbá, ha elfogadjuk a semleges áramok létezését, akkor is érdekes kérdés, hogy képes-e a magfizika erre újabb, független bizonyítékot szolgáltatni? Igaz-e, hogy semleges áramok nélkül nem sikerül reprodukálni a kísérletileg talált paritássértő magfizikai effektusokat?

A következőkben megvizsgáljuk, hogy mennyire jogos ez a remény. Ha van okunk a reménykedésre, akkor feladatunk a számítások magfizikai részének a lehető legkevesebb közelítést tartalmazó, alapos végrehajtása. (Megjegyezzük, hogy a magfizika szempontjából a semleges áramoktól függetlenül is gazdag új területet jelent a gyenge kölcsönhatás magfizikai szerepének vizsgálata.)

A paritássértő potenciálok birtokában két szemlélet lehetséges:

1. A paritás a magfizikában nem marad meg (a nukleonok gyengén is kölcsönhatnak), építsünk föl olyan elméletet, amelyben sehol sem használjuk ki a paritás megmaradását.

2. A gyenge kölcsönhatás csatolási állandója kicsi az erős kölcsönhatáshoz viszonyítva:

$$„G \ll g” \quad Gm_p^2 = 1,02 \cdot 10^{-5}$$

$$\frac{g^2}{4\pi} \approx 14,4 \quad (1.1)$$

(ahol G a gyenge kölcsönhatás, g az erős kölcsönhatás csatolási állandója, m_p a protontömeget jelenti). Ezért a szimmetriasértés is kicsi, a gyenge potenciál perturbációként kezelhető a szokásos magfizikai Hamilton-operátor mellett.

A továbbiakban az utóbbi szemléletet követjük, azzal a módosítással, hogy a perturbálatlan elméletbe beleértjük a gyenge kölcsönhatás paritásörző részét is, amelynek hatása nem választható külön az erős kölcsönhatástól. A perturbálatlan elméletet a következőkben paritásörzőnek, a teljes Hamilton-operátorunk által definiált perturbált elméletet pedig paritássértőnek nevezzük.

Fölmerül a kérdés, hogy érdemes-e paritássértő elmélettel foglalkoznunk, amikor a paritásörző elmélet megbízhatósága legfőljebb százalékos és a paritássértés hatása (1.1) szerint körülbelül a hatodik jegyben jelentkezik? Elég pontos-e a magfizika ahhoz, hogy ilyen kis effektus figyelembevételével kísérletezzünk?

A magfizikai számítások hibahatárait tekintve semmi esetre sem. Bármilyen kicsi azonban a paritássértő potenciál hatása, jelenléte alapvetően módosít bizonyos jelenségeket. Az egyes magfizikai állapotokat leíró hullámfüggvényekhez az ellenkező paritású állapotok is hozzákeverednek (nagyon kis amplitúdóval), így módon érvényüket veszítik a paritással kapcsolatos szokásos kiválasztási szabályok. Végbe-mehetnek olyan folyamatok (nagyon kis valószínűséggel), amelyek a paritásörző elméletben abszolút tiltottak voltak, ha azokat *csak* a paritás megmaradása tiltotta. Ezért a paritássértő elméletre való áttérés minőségi változást jelent; a paritássértő effektusok nagyságára kapott számértékek a paritásörző elméletbeli zérussal hasonlítandók össze. Ha a lehető leggondosabban járunk el, akkor remélhetjük, hogy a kapott eredmények maguk is a magfizikai pontossággal (néhány százalék) írják le a paritássértő jelenségeket — kvalitatív tájékozódásra mindenesetre alkalmasak.

Durván két nagy csoportra oszthatók azok a jelenségek, amelyek területén intenzív kutatás folyik a fönti paritás-tiltott átmenetek kimutatására:

1. alfa-bomlás,
2. elektromágneses átmenetek.

Dolgozatom második fejezetében megmutatom, hogy hogyan jelentkezik a paritássértés ezeken a területeken és röviden áttekintem a kísérleti eredményeket. A kísérleti vizsgálatok eddig lényegesen több teret szenteltek az elektromágneses átmeneteknek. Egyes nehéz magok esetében több különálló mérés többé-kevésbé konzisztens eredményt szolgáltatott, egészében véve azonban az eredmények halmaza kissé zavaros. Világosabb a kép az ^{16}O alfa-bomlása esetében, bár ez azzal is indokolható, hogy itt csak egy pozitív mérési eredmény áll rendelkezésre [9].

Az elméleti vizsgálat szempontjából külön kell választanunk a néhány nukleon rendszerek elektromágneses átmeneteit [31, 32], amelyek leírása alig igényel magfizikát, inkább a részecskefizika körébe sorolható. Az igazán magfizikai paritásértő effektusok közül az ^{16}O alfa-bomlásának elmélete tűnik egyszerűbbnek, mert

a) „csak” tizenhat nukleont kell figyelembe venni, míg ez a szám a nehéz magok elektromágneses átmeneteit vizsgálva 180 körül mozog,

b) az ^{16}O alapállapota és első gerjesztett állapotai jó közelítéssel gömb-szimmetrikusak, míg az elektromágneses átmenetekben szereplő nehéz magok erősen deformáltak.

A paritássértő alfa-bomlással kapcsolatos számítások külön nehézsége viszont az a tény, hogy tudomásunk szerint mindmáig nincs a magfizikában az alfa-bomlásnak igazán megbízható elmélete. Közös probléma a perturbációs kifejtések alkalmazhatósága (első rendben is *minden* lehetséges magállapotra összegezni kell — mennyire ismerjük ezeket?) és a rövid hatótávolságú korrelációk szerepe.

A harmadik fejezetben az atommagban föllépő paritássértő effektusok általános elméletével foglalkozom, majd ezt — a negyedik fejezetben — az alfa-bomlás leírására alkalmazom. Ismertetem a paritássértő nukleon-nukleon potenciálokat és a paritássértő alfa-bomlás szélességére vonatkozó összefüggés levezetését.

Az ötödik fejezet (az adott hullámfüggvényhez hozzákeveredő ellenkező paritású állapotok keveredési amplitúdóját meghatározó) sokrészecske-mátrix-elemek számítását tartalmazza. Ehhez a komplex spektroszkópia (lásd a függelék) és a tenzoralgebra módszereit használom.

A hatodik fejezetben ismertetem az eredményeket. A hetedik fejezet egy, az elektromágneses kölcsönhatás esetleges paritássértésére vonatkozó megfontolással foglalkozik. A nyolcadik fejezetben még egyszer áttekintem a dolgozatban követett gondolatmenetet és összefoglalom az eredményeket.

2. KÍSÉRLETI ÁTTEKINTÉS

2.1. Alfa-bomlás

Tekintsük az alfa-bomlást a paritásörző elméletben! Itt a magfizikai rendszerek állapotai paritásuk szerint osztályozhatók, tehát írhatjuk:

$$A(J^\pi) \rightarrow \{B(J_1^{\pi_1}) + \alpha(J_2^{\pi_2})\}_L. \quad (2.1)$$

(2.1) azt jelenti, hogy a J teljes impulzusmomentumú, π paritású A mag elbomlik a J_1 impulzusmomentumú, π_1 paritású B magra és a J_2 impulzusmomentumú, π_2 paritású alfa-részecskére. A reakciótermékek pályamozgásának relatív impulzusmomentuma L .

A tapasztalat szerint az α -bomlásban keletkező alfa-részecskék alapállapotban vannak. Alapállapotban az alfa-részecskék impulzusmomentuma zérus, paritása pozitív ($J_2^{\pi_2}=0^+$). Így az impulzusmomentum megmaradása megköveteli, hogy teljesüljön a

$$|J - J_1| \leq L \leq J + J_1 \quad (2.2)$$

háromszög-egyenlőtlenség. Abban a speciális esetben, ha a B leánymag is $J_1^{\pi_1}=0^+$ állapotban (pl. páros-páros mag alapállapota) keletkezik, az α -részecskének kell magával vinnie az anyamag teljes impulzusmomentumát, vagyis a (2.2) kiválasztási szabály

$$J = L \quad (2.3)$$

alakot ölt. A végállapot paritása a keletkezett magok sajátparitásának és a pályaparitásnak a szorzata:

$$\pi_v = (+) \cdot (+) \cdot (-)^L = (-)^L. \quad (2.4)$$

Ha a paritás megmarad, akkor kell, hogy a kezdeti állapot paritása megegyezzen a végállapot paritásával:

$$\pi_k = \pi_v \quad (2.5)$$

(2.1), (2.4) és (2.3) felhasználásával:

$$\pi = (-)^J. \quad (2.6)$$

Tehát a vizsgált esetben a paritásörző elmélet kizárólag a $\pi = (-)^J$ típusú nívók alfa-bomlását engedi meg! Megengedettek például a $2^+ \rightarrow 0^+$, $1^- \rightarrow 0^+$ bomlások (itt 0^+ a leánymag spinjére és paritására utal), de a $3^+ \rightarrow 0^+$, $2^- \rightarrow 0^+$, $1^+ \rightarrow 0^+$, $0^- \rightarrow 0^+$ átmenetek abszolút tiltottak. A mondottak értelmében az ^{16}O atommag $J=2$ spinű, negatív paritású, $T=0$ izospinű, $E=8,87$ MeV gerjesztési energiájú állapota nem bomolhat el alapállapotban levő ^{12}C -re és α -részecskére.

A fönti reakciót több laboratóriumban vizsgálták (például [3–9]). A kísérlet többszöri finomítása után Wäffler és munkatársai rendkívüli pontosságot értek el és a paritássértő (PS) alfa-bomlás szélességére a

$$\Gamma_{\alpha}^{PS}(^{16}\text{O}, J^{\pi} = 2^-, E = 8,87 \text{ MeV}) = (1,03 \pm 0,28) \cdot 10^{-10} \text{ eV} \quad (2.7)$$

értéket kapták [8, 9]. Az erre a nívóra vonatkozó korábbi kísérletekben — mint az I. táblázat mutatja — csak felső korlátot sikerült állítani. Hasonló a helyzet az ^{16}O , 3^+ és 0^- állapotaival is, amelyeket Fiorini és munkatársai [10] vizsgálnak.

I. TÁBLÁZAT

Az ^{16}O paritássértő alfa-bomlására vonatkozó kísérleti eredmények

Nívó	Irreguláris szélesség	Év	Forrás
J^{π} T $E(\text{MeV})$	$\Gamma_{\alpha}^{PS} (10^{-10} \text{ eV})$		
2^- 0 $8,87$	< 80	1961	[3]
	< 60	1961	[4]
	< 16	1968	[5]
	< 21	1970	[6]
	< 10	1969	[7]
	$1,8 \pm 0,8$	1970	[8]
	$1,03 \pm 0,28$	1974	[9]
3^+ 0 $11,08$	$< 5 \cdot 10^6$	1974	[10]
0^- 0 $10,95$	$< 6 \cdot 10^6$	1974	[10]

A Wäffler-kísérletben [9] kapott pozitív eredmény úgy értelmezhető, hogy az ^{16}O , 2^- $E=8,87$ MeV energiájú állapotának irreguláris alfa-bomlása segítségével sikerült kimutatni a magfizikai paritássértést. Kíváncsok lennének azonban ugyanerre a bomlásra vonatkozó további, független mérések.

2.2. Elektromágneses átmenetek

A paritásörző elméletben a paritás megmaradása kiválasztási szabályokat ró ki az

$$A(J_1^{\pi_1}) \rightarrow B(J_2^{\pi_2}) + \gamma \quad (2.8)$$

elektromágneses átmenetre. Ezek a következők:

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Ha } \pi_2/\pi_1 = (-)^l, & \text{akkor } El \text{ megengedett, } Ml \text{ tiltott} \\ \text{Ha } \pi_2/\pi_1 = (-)^{l+1}, & \text{akkor } El \text{ tiltott, } Ml \text{ megengedett} \end{array} \right\} \quad (2.9)$$

(l rögzíti a multipol rendet, E az elektromos, M a mágneses átmeneti operátorra utal a multipol sorfejtésben) [33]. Más szóval az elektromos és a mágneses átmenet ellenkező paritású.

A tértükrözés megfordítja a kibocsátott fotonok terjedési irányát, de nem befolyásolja az impulzusmomentumot, ezért a cirkuláris polarizáció — amely a spin terjedési irányra eső vetületét (a h helicitást) méri — tértükrözéskor előjelet vált. A balra cirkulárisan polarizált állapot jobbra polarizáltba megy át és fordítva. Következésképpen a teljesen cirkulárisan polarizált foton ($h = \pm 1$) az ellenkező paritású állapotok egyenlő együtthatóval képezett szuperpozíciója. Kihasználva, hogy az elektromágneses tér állapotai a megfelelő átmeneti operátorral jellemezhetők:

$$|l, h = \pm 1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|El\rangle \pm |Ml\rangle). \quad (2.10)$$

Ha a kezdeti állapotban a sugárzó rendszer polarizálatlan, akkor (2.10) jobb oldalán (2.9) miatt minden rendben csak egy tag lép föl. Úgy is fogalmazhatunk, hogy a meghatározott irányban kisugárzott jobbra polarizált fotonok száma megegyezik az ellenkező irányban kisugárzott balra polarizált fotonok számával, így a paritásörző elméletben a cirkuláris polarizáció minden irányban eltűnik.

A paritássértő elméletben a (2.8)-ban szereplő A kezdeti és B végállapot nem rendelkezik határozott paritással, az őket leíró hullámfüggvényekhez (nagyon kis amplitúdóval) hozzákeverednek a $-\pi_1$, illetve $-\pi_2$ paritású állapotok hullámfüggvényei is. Következésképpen érvényüket veszítik a (2.9) kiválasztási szabályok és minden rendben megengedetté válik mind az elektromos, mind a mágneses átmenet.

A cirkuláris polarizáció [34]:

$$P_\gamma \equiv \langle h \rangle = 2 \frac{\sum_l c(El)c(Ml)}{\sum_l [c(El)^2 + c(Ml)^2]}, \quad (2.11)$$

ahol $c(El)$ és $c(Ml)$ az elektromos, illetve mágneses sugárzás amplitúdója. Mivel az irreguláris átmenetek amplitúdója kicsi, P_γ is rendkívül kis érték — mérése ennek megfelelően nehéz feladat. Érthető, hogy a kísérletek során ellentmondó eredmények is születtek. A mérések nagy száma miatt az adatok részletes ismertetésére itt nem térünk ki; az 1972. június 1-ig nyilvánosságra hozott kísérleti eredményekről kiváló áttekintést közöl [1] (360. oldal).

A második táblázatban — tájékoztatásul — egyetlen kiragadott példán (a $^{181}\text{Ta } 5/2^+ \rightarrow 7/2^+$ átmenete esetén, amelyre vonatkozóan a legtöbb mérési eredmény áll rendelkezésre) szemléltetjük a kialakult helyzetet. A nehézségekről és a lehetséges hibaforrásokról szól [23].

II. TÁBLÁZAT

A ^{181}Ta 482 keV energiájú $5/2^+ \rightarrow 7/2^+$ átmenetében kibocsátott sugárzás cirkuláris polarizációjára vonatkozó kísérleti eredmények (legvalószínűbb reguláris átmenet: $M1$, legvalószínűbb irreguláris átmenet: $E1$)

P_γ	Év	Forrás	P_γ	Év	Forrás
$-(6,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-6}$	1967	[11]	$+(3,0 \pm 21,0) \cdot 10^{-5}$	1965	[19]
$-(3,9 \pm 1,2) \cdot 10^{-6}$	1970	[12]	$+(7,0 \pm 7,0) \cdot 10^{-5}$	1967	[20]
$-(4,1 \pm 1,3) \cdot 10^{-6}$	1971	[13]	$-(1,0 \pm 4,0) \cdot 10^{-5}$	1968	[21]
$-(6,1 \pm 0,7) \cdot 10^{-6}$	1971	[14]	$+(1,0 \pm 4,0) \cdot 10^{-6}$	1972	[22]
$-(3,1 \pm 2,5) \cdot 10^{-6}$	1972	[15]			
$-(9,0 \pm 6,0) \cdot 10^{-5}$	1969	[16]			
$-(2,8 \pm 0,6) \cdot 10^{-5}$	1969	[17]			
$-(2,1 \pm 1,1) \cdot 10^{-5}$	1971	[18]			

A II. táblázat szerint — ha a nem szignifikáns eredményeket figyelmen kívül hagyjuk — két (nagyságrendileg különböző) érték körül csoportosulnak az adatok. *Lobashov és munkatársainak* úttörő munkája [11] nyomán egész sor magot vetettek alá hasonló vizsgálatoknak. A legnagyobb mért cirkuláris polarizációk 10^{-3} nagyságrendűek; ahol több, független mérés eredményei állnak rendelkezésre, ott általában a II. táblázatban bemutatotthoz hasonló helyzet alakult ki. (Talán az egyetlen kivétel a ^{175}Lu , ahol három független mérés eredménye a háromszoros hibahatáron belül megegyezik.)

Az elektromágneses átmenetek további gondos kísérleti vizsgálatára van szükség ahhoz, hogy a paritássértő magerők jelenlétére vonatkozó pozitív mérési eredményeket megnyugtató módon alátámasztottnak mondhassuk.

3. AZ ATOMMAGBAN FELLEPŐ PARITÁSSÉRTŐ EFFEKTUSOK ELMÉLETI LEÍRÁSA

3.1. Paritássértő nukleon-nukleon potenciálok

A gyenge kölcsönhatás a bevezetésben említett módon csatolást létesít két nukleon között. Ha a kölcsönhatást potenciállal írjuk le, akkor — mivel a gyenge kölcsönhatás nem őrzi a paritást — a két nukleon között ható potenciál paritássértő tagot is tartalmaz. A paritássértő potenciál szükségképpen pszeudoskalár, tértükrözéskor előjelet vált:

$$Pv^{\text{PS}}P^{-1} = -v^{\text{PS}}, \quad (3.1)$$

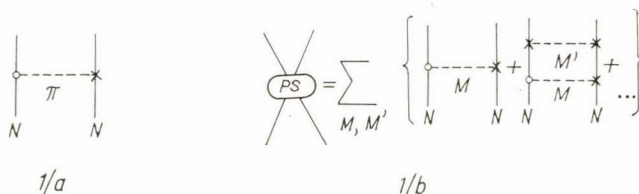
ahol P az erős kölcsönhatásban definiált paritásoperátor, v^{PS} pedig a paritássértő nukleon-nukleon potenciál.

v^{PS} alakjára vonatkozóan az a legegyszerűbb föltevés, hogy benne — a pszeudoskalár jelleget biztosító spin- és impulzusfüggés, meg adott tulajdonságú izospinoperátorok mellett — deltafüggvény írja le a relatív koordinátától való függést:

$$v^{\text{PS}}(\mathbf{r}) \sim \delta(\mathbf{r}). \quad (3.2)$$

(3.2) azt jelenti, hogy két nukleon között akkor lép fel paritássértő kölcsönhatás, ha egy pontban vannak (kontakt kölcsönhatás).

Mivel azonban a gyenge nukleon-nukleon kölcsönhatás mindig az erős kölcsönhatás mellett jelentkezik, ennek taszító törzse pedig megakadályozza, hogy a két nukleon nagyon közel kerüljön egymáshoz, arra a következtetésre juthatunk, hogy a (3.2) föltevésnél bonyolultabb paritássértő nukleon-nukleon kölcsönhatásra van szükségünk. Ez a következtetés kissé elhamarkodott. Ahogyan az erős kölcsönhatás soktestproblémájának vizsgálatakor rendkívül hasznosnak bizonyult a δ -kölcsönhatás (Skyrme-erő [36, 37]), úgy esetünkben is alkalmas lehet a probléma kvalitatív vonatkozásainak tanulmányozására. A jelen dolgozatban is végzünk becslést zérus



1. ábra. A paritássértő magerők mezonelméleti leírása. Az egyes gráfokban \circ a gyenge kölcsönhatási, \times az erős kölcsönhatási vertexeket jelöli. $M, M': \pi^\pm, \pi^0, \rho^\pm, \rho^0, 2\pi, \eta, \dots$

hatótávolságú kölcsönhatással (δ -erővel) (l. 5.3.2. szakasz). Az irodalomban található potenciálok közül ilyen például [34, 35]. A paritássértő potenciál alakjára vonatkozó — a δ -kölcsönhatásnál realiztikusabb — becslést a mezonelmélet segítségével nyerhetünk. Feltételezzük például, hogy az

$$n \rightarrow p\pi^- \quad (3.3)$$

gyenge folyamatban keletkezett π^- mezont egy másik nukleon elnyeli. Hogy a gyenge kölcsönhatás csatolási állandójában elsőrendű járulékot kapjunk, föltesszük, hogy az elnyelés erős folyamat. Ezt grafikusán az 1/a. ábrán jelzett módon írhatjuk le. A teljes paritássértő potenciálhoz természetesen nemcsak egyetlen π -mezon, hanem a nehezebb mezonok cseréje is járulékot ad, és (elvben) figyelembe kell venni a két és több mezon cseréjével létrejött kölcsönhatásokat (1/b. ábra).

Az egyes mezonok által létesített potenciál hatótávolsága a mezontömeggel fordítottan arányos:

$$x_M \sim \frac{1}{m_M}. \quad (3.4)$$

(x_M az M mezon által létesített kölcsönhatás hatótávolsága, m_M a mezon tömege). Így az erős kölcsönhatás taszító törzse miatt a könnyű mezonok cseréje a legfontosabb. Minél nagyobb egy adott mezon tömege, annál kisebb hibát okoz járulékának elhanyagolása. Ha a gyenge kölcsönhatás konvencionális — semleges áramokat nem megengedő — elméletére szorítkozunk, akkor elsősorban a $\pi^\pm, \rho^\pm, 2\pi$ -cserét kell figyelembe vennünk [1]. Az 1. ábrán szereplő vertexek Lagrange-függvényeinek meghatározásában szimmetria-megfontolások segítenek [1, 2], amelyek ismeretlen amplitúdók és bizonyos kísérletileg ismert folyamatok amplitúdói között teremtenek összefüggést.

A gyenge és az erős kölcsönhatási vertexek effektív Lagrange-függvényeiből kiindulva [1] és [2] effektív paritássértő nukleon-nukleon potenciálokat származtat. A kapott potenciálok természetesen függnék a gyenge kölcsönhatás alkalmazott modelljétől.

A konvencionális modell a paritássértő potenciálokra a következő kifejezéseket szolgáltatja:

$$v_{12}^{\pi} = K_{\pi}(\sigma_1 + \sigma_2) \left[\mathbf{p}_{12}, \frac{e^{-m_{\pi}r}}{r} \right] T_{12}^{-}, \quad (3.5)$$

$$v_{12}^{\rho} = K_{\rho} \left[(1 + \mu)(i\sigma_1 \times \sigma_2) \left[\mathbf{p}_{12}, \frac{e^{-m_{\rho}r}}{r} \right] + (\sigma_1 - \sigma_2) \left\{ \mathbf{p}_{12}, \frac{e^{-m_{\rho}r}}{r} \right\} \right] T_{12}^{+}, \quad (3.6)$$

$$v_{12}^{2\pi} = K_{2\pi} \left[\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3} \right] Y^2(x) \mathbf{r}_0 (\sigma_1 \times \sigma_2) T_{12}^{+} \left. \vphantom{\frac{1}{x}} \right\}, \quad (3.7)$$

$$x = m_{\pi}r \quad Y(x) = \frac{e^{-x}}{x}$$

ahol m_{π} a π -mezon, m_{ρ} a ρ -mezon tömege, σ_1 és σ_2 a kölcsönható nukleonok spin-operátorai, $r = |\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|$ a kölcsönható nukleonok távolsága, $\mathbf{p}_{12} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$ a relatív impulzus-operátor, μ a nukleon anomális mágneses momentuma, szögletes zárójel kommutátort, kapcsos zárójel antikommutátort jelent.

Az izospin-operátorok definíciója:

$$\left. \begin{aligned} T_{12}^{\pm} &= \tau_1^+ \tau_2^- \pm \tau_1^- \tau_2^+ \\ \tau_k^{\pm} &= \tau_{kx} \pm i\tau_{ky} \quad \tau_k^0 = \tau_{kz} \quad (k = 1, 2) \end{aligned} \right\}, \quad (3.8)$$

azaz

$$\tau^+ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \quad \tau^+ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \tau^- \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \tau^- \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0. \quad (3.9)$$

A gyenge és az erős kölcsönhatás csatolási állandóját különféle kombinációkban tartalmazó K_{π} , K_{ρ} , $K_{2\pi}$ konstansok részletesen adottak [1]-ben. Az \mathbf{r}_0 állandó vektor a 2π -kicsérélő potenciál (pszeudo-) skalár jellegét biztosítja.

Számunkra a felsorolt potenciálok izospin-szerekezete a lényeges, valamint az a tény, hogy ez a szerkezet nemcsak a konvencionális modellre jellemző, hanem bizonyos értelemben megmarad a nem konvencionális modellben is. Fönnállnak ugyanis a következők:

a) Az egyetlen π -mezon kicsérélődéséből származó potenciál *valamennyi* gyenge kölcsönhatási modellben csak a

$$T_{12}^{-} = -\frac{i}{2} (\tau_1 \times \tau_2)_z \quad (3.10)$$

izospin-operátort tartalmazza, azaz izovektor harmadik komponense. Szokás ezt úgy is kifejezni, hogy az egy π kicsérélő potenciál $\Delta T=1$ tulajdonságú (egységnyi izospinű objektumként viselkedik). A nem konvencionális modellek által szolgáltatott egy π kicsérélő potenciálok (3.5)-től csak K_{π} értékben térnek el. (K_{π} tartalmazza többek között a (3.3) gyenge folyamat amplitúdóját, amely modellről modellre változik.)

Az ^{16}O paritássértő α -bomlásában szerepet játszó valamennyi nívó zérus izospinű. Ilyen körülmények között (a megfelelő Clebsch—Gordan-együtthatók eltűnése miatt) a $\Delta T=1$ típusú potenciálok nem adnak járulékot [38].

b) A (3.6) és (3.7) ϱ -mezon, illetve 2π kicserélő potenciálban szereplő izospin-operátor a következő alakba írható:

$$T_{12}^+ = \frac{1}{2}(\tau_1\tau_2 - \tau_{1z}\tau_{2z}). \quad (3.11)$$

Vagyis (3.6) és (3.7) izoskalár ($\Delta T=0$) és izotenzor ($\Delta T=2$) típusú tagokat tartalmaz. Ha semleges áramokat is megengedünk, akkor ezeknek a tagoknak az erőssége megnő anélkül, hogy szerkezetük módosulna, további járulékként pedig föllép $\Delta T=1$ típusú tag is.

Mivel a $\Delta T=1$ tulajdonságú potenciálok esetünkben nem adnak járulékot, a $\Delta T=0$, 2 tagok pedig a semleges áramokat megengedő elméletekben is megőrzik alakjukat, elegendő, ha a továbbiakban (3.6)-ra és (3.7)-re összpontosítjuk figyelmünket.

A (3.7) 2π kicserélő potenciállal kapcsolatban különösen sok vita folyik az irodalomban [39—42]. Ez érthető, hiszen a 2π -cserének figyelembe kell vennie például a pion-pion kölcsönhatást is. Valamennyi potenciál levezetésekor szabad kölcsönható nukleonokat tételeztek föl a szerzők és a zérus impulzusátadás határ esetében jutottak a (3.5), (3.6), (3.7) nem relativisztikus képletekre. Ez az utóbbi közelítés minden valószínűség szerint elfogadható a magfizikában, de az a tény, hogy az atommagban a nukleonok nincsenek pontosan a tömeghéjon (energiájuk a kötési energiával különbözik a szabad nukleonok energiájától) [42] szerint lényegesen megváltoztathatja a potenciálokat. Ezzel ellentmondó következtetésre jut [43]. További nyitott kérdés a paritássértő háromtest-kölcsönhatás szerepe. Az, hogy a háromtest-erők az erős kölcsönhatás esetében elhanyagolhatók, nem biztosítja, hogy ugyanez a helyzet a paritássértő potenciáloknál is.

Összefoglalva: a gyenge kölcsönhatás különböző modelljei megegyeznek abban, hogy az ^{16}O paritássértő α -bomlásában szerepet játszó paritássértő potenciálra (3.6) típusú kifejezést szolgáltatnak. (Az azonos izospin-szerkezet miatt a 2π kicserélődés járuléka is „korrekciónak” tekinthető a ϱ -mezon kicserélő potenciálhoz.) A potenciál származtatásában vannak vitatott pontok, ez a képet módosíthatja. A következőkben (3.6)-ot úgy tekintjük, mint a szóbjövő potenciálok osztályának reprezentánsát. A paritássértő alfa-bomlás szélességének számítását (3.6)-tal végezzük el.

Megjegyezzük, hogy (3.6)-ról a benne szereplő operátorok tértükrözési tulajdonságait ($P\mathbf{p}_{12}P^{-1} = -\mathbf{p}_{12}$, és $P\boldsymbol{\sigma}P^{-1} = \boldsymbol{\sigma}$) figyelembe véve azonnal látható, hogy eleget tesz (3.1)-nek.

3.2. A paritássértő kölcsönhatás szerepe az atommag egészében

A bevezetésben említett módon a

$$V^{\text{PS}} = \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^A v_{ij}^{\text{PS}} \quad (3.12)$$

paritássértő potenciál perturbációként kezelhető az A nukleon rendszerét leíró

paritásőrző kölcsönhatási Hamilton-operátor mellett. (A 3.1. részben mondottak értelmében konkrét számításunkban v_{ij}^{PS} helyére v_{ij}^q (3.6) kifejezése írandó.) A paritás-sértést is figyelembe vevő teljes magfizikai Hamilton-operátor

$$H^A = H_0^A + V^{\text{PS}}, \quad (3.13)$$

ahol H_0^A skalár, V^{PS} pedig [mivel (3.1)-nek eleget tevő kétrészecskepotenciálok összege] pszeudoskalár:

$$PH_0^A P^{-1} = H_0^A, \quad PV^{\text{PS}} P^{-1} = -V^{\text{PS}}. \quad (3.14)$$

A perturbációs számítás akkor alkalmazható eredményesen, ha a perturbálatlan operátor sajátértékproblémáját megoldottuk. Ismerjük-e a H_0^A operátor sajátértékeit és sajátfüggvényeit? Ha úgy gondolunk H_0^A -ra, mint az A erősen kölcsönható nukleon rendszerét tökéletesen leíró Hamilton-operátorra, akkor „nem”-mel kell válaszolnunk.

Ismerünk azonban magfizikai modelleket, amelyek (adott szempontból) jó közelítéssel írják le az atommagot, a belőlük levont következtetések a kísérletek viszonylag széles körében meghatározott pontossággal megegyeznek a mérési eredményekkel. Az egyrészecske-modellekben a modell-hamiltoni

$$H_0^A = \sum_{i=1}^A h_i + V_m \quad (3.15)$$

alakú, ahol h_i az egyrészecske-hamiltoni, V_m pedig a maradék-kölcsönhatás.*

Az egyrészecske-hamiltoni

$$h_i = t_i + U_i. \quad (3.16)$$

Itt t_i a kinetikus energia operátora, U_i az egyrészecske modell-potenciál. U_i megfelelő választásával azt kívánjuk elérni, hogy a V_m maradék-kölcsönhatás

$$V_m = \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^A v_{ij} - \sum_{i=1}^A U_i \quad (3.17)$$

valamilyen értelemben „kicsi” legyen. [(3.17)-ben v_{ij} a két nukleon között ható, paritásőrző erős kölcsönhatás operátora.] Más szóval azt akarjuk, hogy az egyrészecskepotenciálok összege minél jobb közelítéssel helyettesítse a nukleonok között működő v_{ij} kétrészecske-erők hatását. Ez természetesen nem valósítható meg tökéletesen. Az egyrészecskepotenciálban mozgó nukleonok között például bizonyosan nincs rövid hatótávolságú korreláció (az antiszimmetrizálás hatásaitól eltekintve), pedig v_{ij} taszító törzse miatt valóságos atommagban nagyon kicsi a valószínűsége annak, hogy két nukleon közel (0,4 fm-nél közelebb) kerüljön egymáshoz.

Ennek ellenére vannak olyan, a V_m maradék-kölcsönhatást elhanyagoló (független részecske) modellek, amelyek az alapállapotú atommagok mérhető adataira

* Megjegyezzük, hogy a teljes Hamilton-operátor

$$H^A = \sum_{i=1}^A h_i + V_m + V^{\text{PS}} = \sum_{i=1}^A h_i + V'_m$$

fölbontását tekintve V^{PS} is a maradék-kölcsönhatás egy részeként fogható föl.

(teljes- és egyrészecske-energiák, sugarak, sűrűségeloszlások) a mérési eredményeket jól közelítő értékeket szolgáltatnak. Ilyenek például a [44–48] Hartree–Fock-számítások. Ezekről a független részecske modellekről azt mondhatjuk, hogy sok információt tartalmaznak az alapállapotú atommagok szerkezetéről; nem követünk el túl nagy hibát, ha a bennük meghatározott egyrészecskepotenciál mellett elhanyagoljuk a maradék-kölcsönhatást. Ugyanakkor az ilyen, kifinomult független részecske modellekben nem egyszerű feladat a mag gerjesztett állapotait leíró hullámfüggvények meghatározása, amelyekre $\Gamma_{\alpha}^{\text{PS}}$ kiszámításához szükségünk van [(4.15)–(4.18)].

Másrészt vannak kevésbé bonyolult független részecske modellek, amelyekben könnyebb meghatározni a gerjesztett állapotok hullámfüggvényeit (pl. az oszcillátor modell). Ezeket alkalmazva azonban elvesztjük a kifinomult független részecske modellekben meglevő magszerkezeti információt. Ebben az esetben hatékony módon kell figyelembe vennünk a maradék kölcsönhatás nagy részét (megszűnik az egyrészecske modell független részecske jellege) ahhoz, hogy a kísérletekkel megegyező eredményekre jussunk, és ekkor ez okozza a nehézséget. A fentiekből látható, hogy nem könnyű eldönteni, hogy milyen magmodellt használjunk. Ezzel a kérdéssel foglalkozunk az 5. fejezet első részében is.

Egyelőre tegyük fel, hogy rögzítettünk valamilyen H_0^A modell-hamiltonit és ismerjük ennek teljes spektrumát (sajátérték- és sajátfüggvény-rendszerét). A sajátfüggvények egyrészecske-hullámfüggvények olyan kombinációi, amelyek antiszimmetrikusak bármely két nukleon fölcserélésével szemben. Tegyük föl, hogy a H_0^A modell-hamiltoni kommutál a teljes impulzusmomentum J^2 operátorával (gömbszimmetrikus esetben ez a helyzet), így sajátfüggvényei impulzusmomentumukkal jellemezhetők. Mivel H_0^A paritásőrző, a paritás (π) is jó kvantumszám:

$$H_0^A |A, J^{\pi}, i\rangle = E_i^0 |A, J^{\pi}, i\rangle. \quad (3.18)$$

(3.18) a perturbálatlan operátor sajátértékproblémája. A (3.13) teljes Hamilton-operátor sajátfüggvényei a perturbációs számítás első rendjében (mivel a teljes impulzusmomentum továbbra is jó kvantumszám):

$$|A, J, i\rangle = |A, J^{\pi}, i\rangle + \sum_k \frac{\langle A, J^{-\pi}, k | V^{\text{PS}} | A, J^{\pi}, i \rangle}{E_i^0 - E_k^0} |A, J^{-\pi}, k\rangle. \quad (3.19)$$

Ez a hullámfüggvény nem rendelkezik határozott paritással. H_0^A egy adott $|A, J^{\pi}, i\rangle$ sajátfüggvényéhez hozzákeveredik valamennyi ugyanolyan impulzusmomentumú, ellenkező paritású sajátfüggvény [(3.19)-ben az összegezés H_0^A valamennyi sajátállapotára vonatkozik, de mivel V^{PS} pszeudoskalár, mátrixelemei eltűnnek azonos paritású állapotok között, és mivel V^{PS} nem sérti az impulzusmomentum megmaradását, nem ad járulékot különböző impulzusmomentumú állapotok között sem].

(3.19) természetesen csak a perturbációs számítás első rendjében elégítheti ki a

$$H^A |A, J, i\rangle = E_i |A, J, i\rangle \quad (3.20)$$

sajátértékegyenletet. Azonban — mint a bevezetésben hangsúlyoztuk — a gyenge kölcsönhatás csatolási állandója kicsi az erős kölcsönhatáshoz képest. Más szóval V^{PS} mátrixelemei 10^{-6} nagyságrendűek, a (3.19)-ben szereplő összeg egyes tagjai ekkora korrekciót jelentenek $|A, J^{\pi}, i\rangle$ mellett. Másodrendben valamennyi tagban a perturbáló operátor (V^{PS}) két mátrixelemének szorzata lép föl, ezek a tagok tehát

10^{-12} nagyságrendűek. Mondhatjuk tehát, hogy a perturbációs sor konvergens és azt várjuk, hogy már az első rend is jó közelítést ad.

(3.19) azonban még a perturbációs számítás első rendjében is csak akkor sajátfüggvénye H^A -nak, ha a benne szereplő összegezést valamennyi lehetséges $|A, J^{-\pi}, k\rangle$ közbenső állapotra (elvben a nem kötött állapotokra is) elvégezzük. A gyakorlatban további csonkítást hajtunk végre és (3.19) helyett az

$$|A, J, i\rangle = |A, J^{\pi}, i\rangle + \sum_{k=1}^M \frac{\langle A, J^{-\pi}, k | V^{\text{PS}} | A, J^{\pi}, i \rangle}{E_i^0 - E_k^0} |A, J^{-\pi}, k\rangle \quad (3.21)$$

kifejezést használjuk, vagyis az összegnek csak az első néhány tagját vesszük figyelembe. Természetesen elsősorban azoknak a közbenső állapotoknak a járuléka fontos, amelyekre a (3.19)-ben szereplő energia-nevező abszolút értéke kicsi. Több joggal hanyagolhatjuk el az energiában távolabb eső állapotokat. Másrészt — mint láttuk — a bonyolultabb egyrészecske-modellekben a magasan gerjesztett állapotok meghatározása nehéz, az egyszerűbbekben viszont az ezeket leíró hullámfüggvények nem realiztikusak. Mégis arra kell törekednünk, hogy lehetőleg minél több állapotot vegyünk figyelembe (3.19)-ben. Ezért foglalkozunk részletesen a H_0^A erős kölcsönhatási modell-hamiltonival kapcsolatos nehézségekkel.

A közbenső állapotok egy részének elhagyása — mint [1] megállapítja — elsősorban a hullámfüggvények aszimptotikus alakját befolyásolja. (3.21) nem úgy tart a zérushoz, ha $r \rightarrow \infty$, mint a teljes (3.19). Mivel azonban α -bomlásra vonatkozó számításokat kívánunk végezni, a hullámfüggvény $r \rightarrow \infty$ viselkedésében okozott hiba nem jelent olyan súlyos gondot, mint például elektromágneses átmenetek esetén, ahol az elektromágneses kölcsönhatás végtelen hatótávolsága miatt a hullámfüggvény nagy r értékeknél is szerepet játszik.

A fentiek alapján a (3.21) hullámfüggvényt a jelen dolgozatban *csak* a paritásértő α -bomlás szélességének kiszámítására használjuk. (3.19)-ben igyekszünk minél több tagot figyelembe venni, de van reményünk arra, hogy az összegzés (3.21) megcsonkításával elkövetett hiba nem befolyásolja lényegesen eredményeinket. A következőkben a paritásértő effektusok leírására szolgáló általános módszereket a paritásértő alfa-bomlás esetére alkalmazzuk. Ehhez először röviden foglalkozunk a reguláris α -bomlás mikroszkopikus elméletével.

4. A PARITÁSSÉRTŐ ALFA-BOMLÁS ELMÉLETE

4.1. A reguláris alfa-bomlás mikroszkopikus leírásáról

A reguláris alfa-bomlás különböző elméleteiről [49] nyújt áttekintést. Itt csak rövid összefoglalására szorítkozunk.

Tekintsük ismét a (2.1) alfa-bomlást és tegyük föl, hogy az α -részecske és a B leánymag zérus impulzusmomentumú állapotban keletkezik. A második fejezetben bevezetett jelölésekkel

$$A(J^{\pi}) \rightarrow \{B(0^{+}) + \alpha(0^{+})\}_L. \quad (4.1)$$

(2.3) szerint ekkor $L=J$. A bomlás csak akkor megengedett, ha $\pi = (-)^J$ [l. (2.6)] Most ezzel az esettel foglalkozunk.

A (4.1) α -bomlást leíró elméletek legtöbbjének (pl. [50], [51]) közös vonása, hogy az R_0 csatornasugár bevezetésével a teret a bomlás szempontjából belső és külső tartományra osztják.

A legdurvább közelítésben — amelyhez azonban rendkívül szemléletes kép tartozik — az anyamag egy tetszőleges állapotának α -szélessége

$$\Gamma_\alpha(J^\pi) = P(E, R_0) |\gamma(R_0)|^2. \quad (4.2)$$

Itt $\gamma(R_0)$ a redukált szélesség, amelynek definíciója

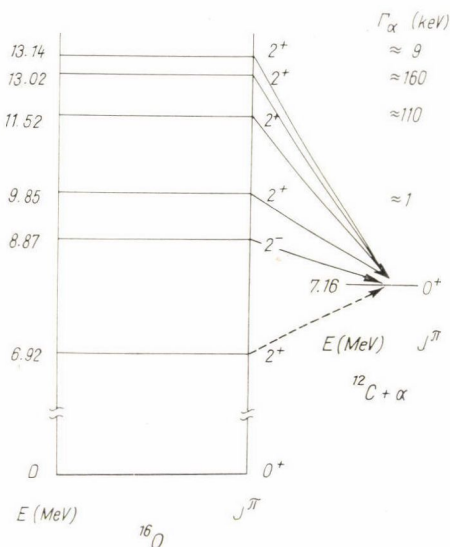
$$\gamma(R_0) = \langle \{B(0^+) + \alpha(0^+)\}_J | A(J^\pi) \rangle_{R_0}. \quad (4.3)$$

Más szóval a redukált szélesség az anyamag $|A(J^\pi)\rangle$ hullámfüggvényének és a diszszociált rendszer $\{|B(0^+) + \alpha(0^+)\}_J\rangle$ hullámfüggvényének átfedési integrálja. Az integrálás a belső koordinátákra és a szögváltozókra értendő, az eredmény egy — a B leánymag és az α -részecske tömegközéppontjának r távolságától függő — függvény, amelyet a csatornasugár helyén ($r=R_0$) kell venni. Így $|\gamma(R_0)|^2$ méri, hogy az anyamag hullámfüggvénye milyen valószínűséggel tartalmazza az R_0 távolságra disszociált leánymagot és α -részecskét.

(4.2) másik tényezője, a $P(E, R_0)$ penetrációs faktor, annak a valószínűségét adja meg, hogy az E energiájú α -részecske áthatol az anyamag többi nukleonja által kialakított potenciálgáton.

A (4.2)-höz tartozó szemléletes kép tehát a következő: A belső tartomány durván az R_0 sugarú anyamagnak felel meg. Alfa-bomlás akkor következik be, ha az anyamag felületén kialakul egy α -részecske [valószínűsége $|\gamma(R_0)|^2$], majd a potenciálgáton áthatolva [valószínűsége $P(E, R_0)$] a külső tartományba jut.

(4.2) azonban erősen megszorító feltételek mellett érvényes közelítés, amely például csak szűk rezonanciák esetén alkalmazható ($\Gamma_\alpha \lesssim$ néhány keV) [52]. Ez a feltétel esetünkben nem teljesül, az ^{16}O paritástartó α -bomlásában szerepet játszó nívók között olyanok is vannak, amelyek nagyságrendben 100 keV szélességűek (2. ábra). Ezért a számításokat (4.2)-nél általánosabb összefüggés segítségével végezzük, amelynek ismertetése túlságosan megnövelné e dolgozat terjedelmét (lásd



2. ábra. Az ^{16}O részleges nívósémája. Csak a számunkra legfontosabb állapotokat tüntettük föl. A vastag nyíl az „irreguláris átmenetet”, a vékony a megengedett, a szaggatott az energetikailag tiltott α -bomlást jelöli.

részletesen [49] (3.3.45)). Csak annyit szögezünk le, hogy az általánosabb képletben is a $P(E, R_0)$ penetrációs faktor és a $\gamma(R_0)$ redukált szélesség szerepel fő alkotóelemként, a Γ_α teljes α -szélesség ezeknek jól definiált mennyiségekkel való kombinációja révén fölépíthető. A (4.2) egyszerű összefüggést szemléletessége miatt iktattuk ide és a továbbiakban is erre hivatkozunk majd.

(4.2)-re és általánosabb összefüggésünkre egyaránt igaz, hogy bennük az R_0 csatornasugár önkényesen választott paraméter, amely felhasználható az elmélet ellenőrzésére: eredményünket akkor mondhatjuk megbízhatónak, ha R_0 -t (legalábbis ésszerű határokon belül) változtatva Γ_α csak kicsit változik. Az ilyen leírásnak mindenesetre szükséges feltétele, hogy elég pontosan vegyük figyelembe a leánymag és az α -részecske közötti valóságos kölcsönhatást. Amíg csak Coulomb-potenciált tételezünk föl a leánymag és az α -részecske között, addig nem is várható, hogy az eredmény stabilá tehető a csatornasugár bizonyos tartományon belüli változtatásával szemben, hiszen ha a két fragmentum nincs túlságosan távol egymástól, akkor jelentős a nukleonjaik között ható magerők szerepe is. A valóságban a leánymag és az α -részecske közötti kölcsönhatás — amely például szórás kísérletek segítségével határozható meg — csak nagy távolságok esetén megy át a Coulomb-potenciálba. Az irodalomban több $^{12}\text{C}-\alpha$ optikai potenciál található ezen kölcsönhatás leírására [53, 54]. Ezeket használja föl [49] arra, hogy a megfelelő Schrödinger-egyenlet megoldásával származtatott módosított Coulomb-hullámfüggvények segítségével számítva Γ_α -t kevésbé R_0 -függő elmélethez jusson (l. [49] (3.3.48)).

További nehézséget jelent, hogy összefüggéseink abban a közelítésben érvényesek, amelyben az anyamag és a leánymag tömegközéppontja egybeesik. A visszalökődés ilyen elhanyagolása nehéz magok esetén megengedhető, de biztosan jelentős hibát okoz az ^{16}O α -bomlásának tárgyalásakor.

Az említett hiányosságok egy részének kiküszöbölését tűzi ki egyik céljaul [49]. Fölmerül a kérdés, hogy arányban áll-e ennek a feladatnak a nagysága számításaink pontosságával: nem lenne-e célszerűbb kísérletekből kivonni azt az információt, amelyre a reguláris α -bomlással kapcsolatban szükségünk van? Mint a következő részben látni fogjuk, erre nincs lehetőség.

4.2. Formula a paritássértő alfa-bomlás szélességére

A paritásörző elméletben — mint a 2.1. részben megállapítottuk — az ^{16}O $E=8,87$ MeV energiájú 2^- állapotának α -bomlása abszolút tiltott.

Tekintsük most a paritássértést is megengedő elméletet! Ebben az egyes állapotok nem rendelkeznek határozott paritással, így a (4.1)-nek megfelelő

$$A(J) \rightarrow \{B(0) + \alpha(0)\}_J. \quad (4.4)$$

α -bomlás akkor is végbemehet, ha a perturbátlan (meghatározott paritású) állapotokra nem teljesül a (2.5) feltétel.

A hullámfüggvények (3.19) szerint (mivel a bal oldalon most a (4.4) α -bomlásban szereplő hullámfüggvények állnak, a következőkben elhagyjuk az állapotokat azonosító i indexet):

$$|A, J\rangle = |A, J^\pi\rangle + \sum_k \frac{\langle A, J^{-\pi}, k | V^{\text{PS}} | A, J^\pi \rangle}{E_A^0 - E_k^0} |A, J^{-\pi}, k\rangle, \quad (4.5)$$

$$|B, 0\rangle = |B, 0^+\rangle + \sum_l \frac{\langle B, 0^-, l | V^{\text{PS}} | B, 0^+ \rangle}{E_B^0 - E_l^0} |B, 0^-, l\rangle, \quad (4.6)$$

$$|\alpha, 0\rangle = |\alpha, 0^+\rangle + \sum_m \frac{\langle \alpha, 0^-, m | V^{\text{PS}} | \alpha, 0^+ \rangle}{E_\alpha^0 - E_m^0} |\alpha, 0^-, m\rangle. \quad (4.7)$$

Itt E_A^0 , E_B^0 , illetve E_α^0 rendre $|A, J^\pi\rangle$, $|B, 0^+\rangle$ és $|\alpha, 0^+\rangle$ perturbálatlan energiáit jelenti.

A paritássértő redukált α -szélesség (4.3) alapján

$$\gamma^{\text{PS}}(R_0) = \langle \{B(0) + \alpha(0)\}_J | A(J) \rangle_{R_0}, \quad (4.8)$$

azaz γ^{PS} a (4.5)–(4.7) hullámfüggvényekkel számítandó. Elvégezve a behelyettesítést, a perturbáló operátor (V^{PS}) mátrixelemeiben első rendig

$$\begin{aligned} \gamma^{\text{PS}}(R_0) = & \langle \{B(0^+) + \alpha(0^+)\}_J | A(J^\pi) \rangle_{R_0} + \\ & + \sum_k \frac{\langle A, J^{-\pi}, k | V^{\text{PS}} | A, J^\pi \rangle}{E_A^0 - E_k^0} \langle \{B(0^+) + \alpha(0^+)\}_J | A(J^{-\pi})_k \rangle_{R_0} + \\ & + \sum_l \frac{\langle B, 0^-, l | V^{\text{PS}} | B, 0^+ \rangle}{E_B^0 - E_l^0} \langle \{B(0^-)_l + \alpha(0^+)\}_J | A(J^\pi) \rangle_{R_0} + \\ & + \sum_m \frac{\langle \alpha, 0^-, m | V^{\text{PS}} | \alpha, 0^+ \rangle}{E_\alpha^0 - E_m^0} \langle \{B(0^+) + \alpha(0^-)_m\}_J | A(J^\pi) \rangle_{R_0}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Ha $\pi \neq (-)^J$, akkor (4.9) első tagja egy abszolút tiltott α -bomlás redukált szélessége, ezért nem ad járulékot. A negyedik tagban az α -részecske 0 impulzuszmomentumú, negatív paritású gerjesztett állapotai szerepelnek. Ezek közül a legalacsonyabb energiájú is igen magasan gerjesztett állapot (>21 MeV [55]).

Ha a fentieket konkrét esetünkre, az

$$^{16}\text{O}(2) \rightarrow \{^{12}\text{C}(0) + \alpha(0)\}_{J=2} \quad (4.10)$$

bomlásra alkalmazzuk, akkor a negyedik tagban fellépő energianevező abszolút értéke legalább egy nagyságrenddel nagyobb a második tag energianevezőjénél (l. 2. ábra). Fönnáll továbbá, hogy a ^{12}C alapállapotához hozzákeveredő negatív paritású állapotok is magasan gerjesztettek:

$$|E_B^0 - E_l^0| \gg |E_A^0 - E_k^0| \quad (4.11)$$

(az ^{16}O $E=8,87$ MeV-es 2^- állapota közelében levő E_k^0 energiájú 2^+ állapotokra, illetve a ^{12}C minden lehetséges E_l^0 energiájú 0^- állapotára).

Tehát esetünkben megengedhető közelítés (4.9) harmadik és negyedik tagjának elhanyagolása és írhatjuk:

$$\gamma^{\text{PS}}(R_0) = \sum_k \frac{\langle A, J^{-\pi}, k | V^{\text{PS}} | A, J^\pi \rangle}{E_A^0 - E_k^0} \langle \{B(0^+) + \alpha(0^+)\}_J | A(J^{-\pi})_k \rangle_{R_0}. \quad (4.12)$$

A (4.12) összeg k -adik tagjában $-\pi = (-)^J$ miatt egy megengedett α -bomlásnak — az anyamag E_k^0 energiájú J spinű $-\pi$ paritású állapotának — a redukált szélessége szerepel:

$$\gamma_k(R_0) = \langle \{B(0^+) + \alpha(0^+)\}_J | A(J^{-\pi})_k \rangle_{R_0}. \quad (4.13)$$

Bevezetve még az

$$F_k = \frac{\langle A, J^{-\pi}, k | V^{\text{PS}} | A, J^\pi \rangle}{E_A^0 - E_k^0} \quad (4.14)$$

jelölést a paritássértő redukált szélességre

$$\gamma^{\text{PS}}(R_0) = \sum_k F_k \gamma_k(R_0) \quad (4.15)$$

adódik.

Ha a paritássértő α -bomlást a (4.2) közelítésben írjuk le, akkor

$$\Gamma_{\alpha}^{\text{PS}}(^{16}\text{O}, J = 2, 8,87 \text{ MeV}) = P(E, R_0) \left| \sum_k F_k \gamma_k(R_0) \right|^2, \quad (4.16)$$

ahol

$$\gamma_k = \langle \{^{12}\text{C}(0^+) + \alpha(0^+)\}_{J=2} | ^{16}\text{O}(2^+, E_k^0) \rangle_{R_0} \quad (4.17)$$

és

$$F_k = \frac{\langle ^{16}\text{O}, 2^+, E_k^0 | V^{\text{PS}} | ^{16}\text{O}, 2^-, E_A^0 = 8,87 \text{ MeV} \rangle}{8,87 \text{ MeV} - E_k^0}. \quad (4.18)$$

4.3. Diskusszió

A (4.16) összefüggés (2.7)-tel való összevetése lehetőséget nyújt paritássértő magfizikai elméletünknek a kísérleti eredményekkel való összehasonlítására. (Megjegyezzük, hogy (2.7)-ben — az irodalomban kialakult gyakorlatnak megfelelően — nem voltunk teljesen precízek, amikor a 8,87 MeV-es állapotnak határozott paritást tulajdonítottunk. A bomlás éppen a 2^- állapothoz (3.19) értelmében hozzákeveredő pozitív paritású állapotokon keresztül megy végbe.)

Mint a 4.1. részben említettük, számításaink nem kötődnek az α -bomlás (4.2) leírásához és így a paritássértő α -bomlás szélességére adott (4.16) képlethez sem. Azonban általánosabb összefüggésünkben [49] is a (4.15) paritássértő redukált szélesség játssza a kulcsszerepet. A továbbiakban tehát (4.15)-t vizsgáljuk.

(4.15)-ből világos, hogy γ^{PS} kiszámítása két rész-feladatra bontható:

a) az ^{16}O 2^+ állapotai megengedett α -bomlásának leírása,

b) a (4.18) keveredési együtthatók (sokrészecske-mátrixelemek) meghatározása.

Ami az első kérdést illeti, felmerülhet a gondolat, hogy az α -bomlás elméleti leírása helyett használjunk kísérleti adatokat (l. 4.1. rész). Ez csak részben lehetséges. Az ^{16}O nívósémájáról (2. ábra) ugyanis leolvasható, hogy az ^{16}O egyik 2^+ állapota az α -bomlás energia-küszöbénél kisebb energiával rendelkezik. Ennek az állapotnak ($J^\pi = 2^+$, $E = 6,92 \text{ MeV}$) az α -bomlása tehát energetikailag tiltott, nem kaphatunk róla kísérleti információt. Ugyanakkor semmi okunk sincs föltételezni, hogy az $E = 6,92 \text{ MeV}$ energiájú állapot a (4.15) összegezésben kis járulékot ad. De még az $E = 6,92 \text{ MeV}$ -es 2^+ állapot járulékát elhanyagolva sem kaphatunk teljes kísérleti információt: $\gamma_k(R_0)$ ugyanis kvadratikusan szerepel a mérhető reguláris szélességekben, vagyis előjele nem mérhető. Másrészt (hacsak nem szorítunk egyetlen 2^+ állapot járulékára) (4.16)-ban fontosak lehetnek az interferencia-tagok.

A fentiek szerint tehát a (4.17) redukált szélességeket számítással kell meghatározni. Az α -bomlás elméletének fontossága indokolja, hogy a 4.1. részben áttekintettük a reguláris α -bomlással kapcsolatos problémákat. A kérdéskörrel [49] foglalkozik részletesen. (4.15) levezetésekor elhanyagoltuk a paritáskeveredést a ^{12}C -ben és az α -részecskében. Ezért a képletben csak az ^{16}O -ra vonatkozó F_k keveredési

együtthatók lépnek föl. A (4.15)-beli összegezés az ^{16}O 2^+ állapotaira vonatkozik. Valamely 2^+ állapot akkor ad kis járulékot az összeghez, ha megengedett α -bomlásának redukált szélessége kicsi és (4.18) keveredési együtthatójának energianevezője nagy. A 2. ábráról leolvasható, hogy az első négy gerjesztett 2^+ állapot egyike sem hanyagolható el a föntiek alapján. Legfőljebb annyit mondhatunk, hogy a leglényegesebb járulékokat a 11,52 MeV és a 6,92 MeV energiájú állapotoktól várjuk. Ha ezek egyező előjelűek, akkor egy kettes faktort szolgáltathat a küszöb alatti állapot figyelembevétele, ha azonban ellentétes az előjel, akkor az összeg nagyon kicsi lehet. Hasonló gondolatmenettel látható, hogy a többi állapot szerepe is akkor válhat különösen fontossá, ha a relatív előjelviszonyok destruktív interferenciát hoznak létre a (4.16) összegezésben. Semmi nem biztosítja, hogy nem ez a helyzet, ezért föltétlenül arra kell törekednünk, hogy annyi 2^+ állapotot vegyünk figyelembe, ahányat csak lehetséges. A magmodellekkel kapcsolatos nehézségeket már érintettük a 3.2. részben. A következő fejezetben a ténylegesen rendelkezésünkre álló hullámfüggvényekkel foglalkozunk, majd rátérünk a (4.18)-ban szereplő sokrészesce-mátrixelemek kiszámítására.

5. A SOKRÉSZECSKE-MÁTRIXELEM

5.1. Hullámfüggvények

A harmadik fejezetben láttuk, hogy ha az atommag realisztikus leírását kívánjuk elérni, akkor kifinomult egyrészesce-modellekre, „jó” egyrészesce-hullámfüggvényekre van szükségünk. Ugyanakkor (4.18) kiszámításához a mag gerjesztett állapotait (2^+ , 2^- nivók) hűen leíró sokrészesce-hullámfüggvényeket kell használnunk, hogy eredményeink megbízhatóak legyenek. Utaltunk már rá, hogy ennek a két — többé-kevésbé ellentmondó — követelménynek az egyidejű kielégítése csak bizonyos mértékig valósítható meg; el kell döntenünk, hogy mit tekintünk fontosabbnak. A jelen dolgozatban a hangsúlyt a gerjesztett állapotok leírására helyezzük, ami az egyrészesce-hullámfüggvények tekintetében egyszerűbb magmodell bevezetésével jár együtt.

A föntieknek megfelelően ebben a részben először „jó” egyrészesce-hullámfüggvényeket tárgyalunk, majd megvizsgáljuk, hogy ezek hogyan közelíthetők az oszcillátor modell segítségével. Ezután térünk rá a használt sokrészesce-hullámfüggvények ismertetésére.

5.1.1. Hartree—Fock számítások

A 3.2. részben említett [48] dolgozatokban sűrűségfüggő effektív erőkkel oldottuk meg a Hartree—Fock-egyenleteket gömbszimmetrikus magokra (köztük az ^{16}O -ra). Ebben az esetben a Hartree—Fock-hamiltoni mátrixelemei [48]:

$$h_{ij} = \langle i | t | j \rangle + \sum_{\alpha=1}^A \langle i\alpha | v(q) | j\alpha - \alpha j \rangle + \frac{1}{2} \sum_{\substack{\alpha, \beta=1 \\ \alpha \neq \beta}}^A \langle \alpha\beta | \varphi_i^* \varphi_j \frac{\partial}{\partial q} v(q) | \alpha\beta - \beta\alpha \rangle, \quad (5.1)$$

ahol t a kinetikus energia operátora, $v(q)$ a paritásörző erős kölcsönhatást leíró sűrűségfüggő effektív nukleon-nukleon potenciál, amelyet Siemens határozott meg

maganyagban [56]. (5.1)-ben a Hartree—Fock-hamiltoni mátrixelemeit önkényes bázison írtuk föl, amelynek elemeit i, j, α, β -val indexeltük. A jobb oldali kifejezés utolsó tagja az úgynevezett „rearrangement” (átrendeződési) energia, amely a kölcsönhatás sűrűségfüggése következtében lép föl. Ebben a tagban explicite szükségünk volt az i és j állapot hullámfüggvényére, ezeket φ_i -vel, illetve φ_j -vel jelöltük. $|j\alpha - \alpha j\rangle$ természetesen $(|j\alpha\rangle - |\alpha j\rangle)$ -t rövidíti. A Hartree—Fock-probléma megoldása az (5.1) Hamilton-operátor sajátértékproblémájának megoldását jelenti:

$$h|i\rangle = e_i|i\rangle. \quad (5.2)$$

Ez az egyenlet koordináta-térben a

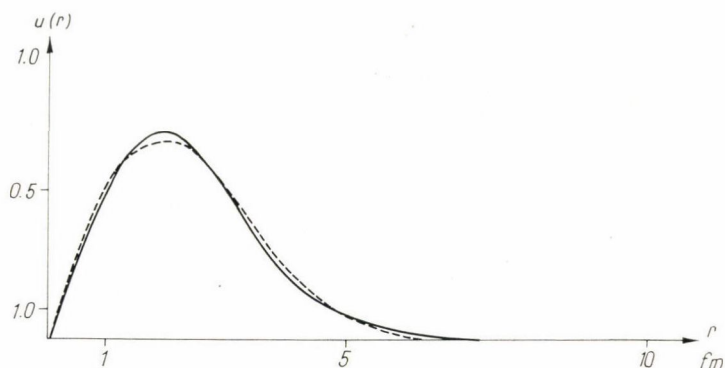
$$\frac{\hbar^2}{2m_p} \left[-u_i''(r) + \frac{l_i(l_i+1)}{r^2} u_i(r) \right] + \int_0^\infty r r' H_i(r, r') u_i(r') dr' = e_i u_i(r) \quad (5.3)$$

integro-differenciál egyenletrendszerre vezet, amely az $(n_i l_i j_i m_i \tau_i)$ állapotok $u_i(r)$ radiális hullámfüggvényére vonatkozik. A $H_i(r, r')$ nem-lokális állapotfüggő potenciál explicit alakját lásd [48]-ban. Mivel $H_i(r, r')$ maga is függ valamennyi állapottól, az (5.2) egyenlet nem lineáris. [48]-ban önkonzisztens módszerrel oldottuk meg (5.2)-t. A gömbszimmetrikus magok alapállapotának teljes- és egyrészecske-energiáira, valamint sugarára és sűrűségeloszlásaira kapott eredmények jó közelítéssel megegyeznek a kísérleti adatokkal. Az (5.3) megoldásával meghatározott radiális hullámfüggvények egy fontos tulajdonsága, hogy ^{16}O esetén — a nehéz magok egyrészecske-hullámfüggvényeitől eltérően — igen jó közelítéssel leírhatók oszcillátor-hullámfüggvényekkel [57]. A radiális oszcillátor-hullámfüggvények explicit alakja [58]

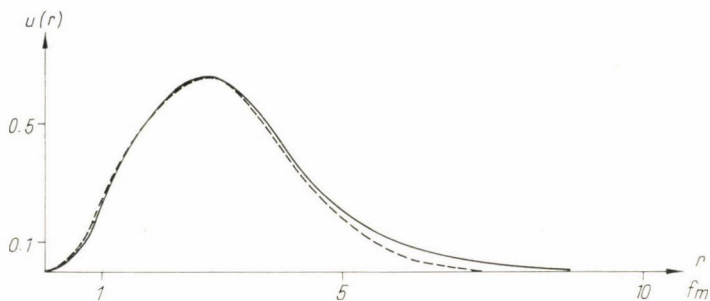
$$\left. \begin{aligned} u_{nl}^{\text{HO}}(r) &= r R_{nl}^{\text{HO}}(r) \\ R_{nl}^{\text{HO}}(r) &= \sqrt{\frac{2n!}{\Gamma(n+l+3/2)b^3}} \left(\frac{r}{b}\right)^l e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r}{b}\right)^2} L_n^{l+1/2}\left(\frac{r^2}{b^2}\right) \end{aligned} \right\}, \quad (5.4)$$

ahol $L_n^{l+1/2}$ Laguerre-polinom és $b = \sqrt{\frac{\hbar}{m_p \omega}}$ az oszcillátor-paraméter (m_p a proton-tömeg, ω az oszcillátor-frekvencia).

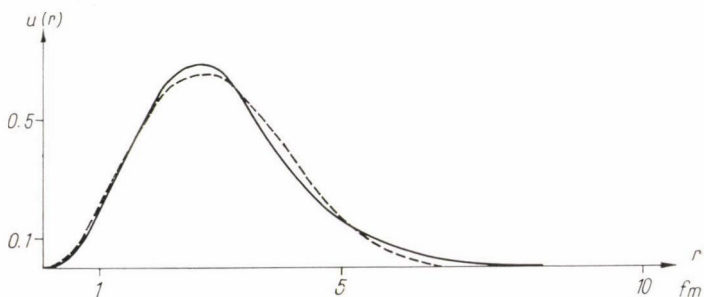
A 3—5. ábrán az (5.3)-nak eleget tevő radiális Hartree—Fock-hullámfüggvényeket a $b = 1,870$ fm oszcillátor-paraméterű harmonikus oszcillátor sajátfüggvényeivel hasonlítjuk össze az ^{16}O betöltött állapotaira. Az ábrákról leolvasható, hogy a Hartree—Fock-hullámfüggvények igen jól közelíthetők oszcillátor-hullámfüggvényekkel. Az átfedési integrálok minden esetben nagyobbak 0,99-nél. Eltérés elsősorban az aszimptotikus alakban mutatkozik, hiszen az oszcillátor-potenciál végtelenhez tart, ha $r \rightarrow \infty$, míg a realiztikus Hartree—Fock- vagy Woods—Saxon-potenciál gyorsan nullává válik r növekedésével. Sokrészecske-hullámfüggvényeink aszimptotikus alakja azonban — mint (3.21)-t követően megállapítottuk — semmiképpen sem megbízható. Az ezáltal okozott hibát a (3.21)-t követő érvelés értelmében elhanyagolhatónak mondhatjuk. Az (5.2) megoldásával meghatározott egyrészecske-állapotok segítségével konfiguráció-keverés révén építhetjük föl az ^{16}O gerjesztett állapotait: az egész mag állapotai részecske-lyuk gerjesztések lineárkombinációi. A lineárkombinációk képzésekor azonban rendkívül körültekintően



3. ábra. Az ^{16}O $1s^{1/2}$ proton-állapotának radiális Hartree-Fock hullám-függvénye (folytonos vonal) és a $b = 1.870$ fm oszcillátorparaméterű $1s$ oszcillátor-hullámfüggvény (szaggatott vonal)



4. ábra: Az ^{16}O $1p^{3/2}$ proton-állapotának radiális Hartree-Fock hullám-függvénye (folytonos vonal) és a $b = 1.870$ fm oszcillátorparaméterű $1p$ oszcillátor-hullámfüggvény (szaggatott vonal)



5. ábra. Az ^{16}O $1p^{1/2}$ proton-állapotának radiális Hartree-Fock hullám-függvénye (folytonos vonal) és a $b = 1.870$ fm oszcillátorparaméterű $1p$ oszcillátorhullámfüggvény (szaggatott vonal)

kell eljárunk — ügyelni kell a rögzített impulzusmomentumra és az antiszimmetrizációra is. A lineárkombinációs együtthatókat diagonalizálással vagy variációs elv segítségével határozhatjuk meg. Fontos szerepet játszik az egyes részfeladatok sorrendje is (pl. variáció a meghatározott impulzusmomentumú állapotra való vetítés előtt vagy után). Mindent összevetve sokféle utat választhatunk [59]. Alapvetően fontos az is, hogy milyen konfigurációkat engedünk meg: a tér erős csonkítása megakadályozza a realisztikus leírást, a számítógép-kapacitás viszont hamar kimerül. Mint látható, a gerjesztett állapotok meghatározása elvi nehézsége és terjedelme miatt egyaránt bonyolult feladat. Ezért ebben a dolgozatban nem tűztük ki célul az ^{16}O gerjesztett állapotainak leírását, inkább az irodalomban már meglevő hullámfüggvényeket használunk [60].

5.1.2. Zuker-hullámfüggvények

A Zuker-hullámfüggvények [60] — az 5.1.1. részben megállapítottakkal összhangban — az ^{16}O mag részecske-lyuk gerjesztéseinek lineárkombinációi. Pontosabban: a bázis-állapotok a ^{12}C törzsön kívül mozgó négy nukleon valamennyi megengedett állapota az $1p1/2$, $2s1/2$ és $1d5/2$ alhéjak terében. (A következőkben elhagyjuk a radiális kvantumszámot. Ez nem okoz konfúziót.) A csatolási séma:

$$\{[d5/2^{n_1}(J_1 T_1 Y_1) s1/2^{n_2}(J_2 T_2)](J_{12} T_{12}) p1/2^{n_3}(J_3 T_3)\}(JT). \quad (5.5)$$

Szavakban: a $d5/2$ alhéjon elhelyezkedő n_1 darab nukleon J_1 impulzusmomentumú, T_1 izospinú állapotba van összecsatolva, (ha J_1 és T_1 nem jellemzi egyértelműen az állapotot, akkor az Y_1 kvantumszám tesz különbséget). Az $s1/2$ alhéjon levő n_2 darab nukleon összipulzusmomentuma J_2 , teljes izospinjé T_2 . J_1 -et és J_2 -t J_{12} -vé, T_1 -et és T_2 -t T_{12} -vé csatoljuk össze, majd az első két héj eredőjéhez hozzácsatoljuk a $p1/2$ héjon levő n_3 darab nukleon J_3 spinjét és T_3 izospinjét, hogy megkapjuk a teljes állapotot jellemző J és T kvantumszámokat. (Az ^{16}O számunkra fontos valamennyi állapotában $J=2$, $T=0$.) Természetesen

$$n_1 + n_2 + n_3 = 4; \quad n_1, n_2, n_3: \quad 0, 1, 2, 3, 4. \quad (5.6)$$

[60] a fönti bázison diagonalizálja a Hamilton-operátort és a gerjesztett állapotok hullámfüggvényeit ezen bázisvektorok lineárkombinációjaként adja meg

$$\Psi = \sum_i c_i \psi_i. \quad (5.7)$$

A c_i együtthatók meghatározásához (a diagonalizáláshoz) [60] előre megadott kétrészecske-mátrixelemeket használ a $p1/2$, $s1/2$ és $d5/2$ alhéjak terében. Ezeket — kis módosításokkal — Kuo és Brown számításai szolgáltatják [61]. Magát a diagonalizálást az „Oak Ridge—Rochester” héjmodell-program segítségével végezték el. Az ^{16}O négy legalacsonyabban gerjesztett 2^+ állapotának és a 8,87 MeV energiájú 2^- állapotnak az egyes bázisvektorokra vonatkozó komponenseit (a c_i együtthatókat) a III. és IV. táblázatban soroltuk föl.

A táblázatokból kiolvasható, hogy a 2^+ állapotok az ^{16}O mag 2 részecske — 2 lyuk és 4 részecske — 4 lyuk gerjesztéseinek lineárkombinációi. Az $E=8,87$ MeV energiájú 2^- állapot fő komponense 1 részecske — 1 lyuk típusú, de nagy együttartóval rendelkezik néhány 3 részecske — 3 lyuk gerjesztést leíró bázisvektor is.

III. TÁBLÁZAT

Az ^{16}O négy legalacsonyabb gerjesztett 2^+ állapotának legfontosabb komponensei *Zuker*, *Buck* és *McGrory* számításai szerint [60]
(1 az $1d^{5/2}$ alhéjat, 2 a $2s^{1/2}$ alhéjat, 3 az $1p^{1/2}$ alhéjat jelenti, a csatolás az (5.5.) szerinti)

N°	Bázisvektor										
	Részecske/ alhéj	2J/alhéj	2T/alhéj	közben- ső 2J	közben- ső 2T	energ. (MeV)	mért szám.	6,92 7,39	9,85 10,27	11,52 11,77	13,02 12,70
	1 2 3	1 2 3	1 2 3			együtthatók					
1	0 2 2	0 2 2	0 0 0	2	0		−0,0747		0,6510	−0,4927	0,1810
2	1 1 2	5 1 0	1 1 2	4	2		0,3586		0,1297	−0,0117	−0,5404
3	1 1 2	2 1 2	1 1 0	4	0		−0,0724		−0,0477	−0,0197	0,2785
4	1 1 2	5 1 2	1 1 0	6	0		0,0926		−0,0424	−0,3047	−0,5279
5	1 3 0	5 1 0	1 1 0	4	0		−0,4216		−0,2302	−0,3208	−0,1938
6	2 0 2	2 0 2	0 0 0	2	0		−0,0859		0,4901	−0,2188	0,0636
7	2 0 2	4 0 0	2 0 2	4	2		0,3410		−0,3749	−0,5543	0,2484
8	2 0 2	6 0 2	0 0 0	6	0		0,0788		−0,0963	−0,3108	−0,2606
9	2 2 0	2 2 0	0 0 0	4	0		−0,0826		0,0777	0,0166	−0,0870
10	2 2 0	4 0 0	2 2 0	4	0		−0,2386		−0,0144	−0,0125	−0,1561
11	2 2 0	6 2 0	0 0 0	4	0		0,2286		0,0848	0,1090	0,1547
12	3 1 0	3 1 0	1 1 0	4	0		−0,2114		−0,0551	−0,0550	−0,0745
13	3 1 0	5 1 0	1 1 0	4	0		0,4736		0,1915	0,1617	−0,0848
14	3 1 0	5 1 0	1 1 0	4	0		0,0919		0,0774	0,0706	−0,0581
15	4 0 0	4 0 0	0 0 0	4	0		0,3618		−0,1678	−0,2264	0,2634
16	4 0 0	4 0 0	0 0 0	4	0		0,0012		0,0933	0,0327	−0,0430
17	4 0 0	4 0 0	0 0 0	4	0		0,1404		0,1264	0,1011	−0,0661

IV. TÁBLÁZAT

Az ^{16}O $E=8,87$ MeV energiájú 2^- állapotának legfontosabb komponensei *Zuker*, *Buck* és *McGrory* számításai szerint [60]. (1 az $1d^{5/2}$ alhéjat, 2 a $2s^{1/2}$ alhéjat, 3 az $1p^{1/2}$ alhéjat jelenti a csatolás (5.5) szerinti)

N	Bázisvektor					energia (MeV)	mért számított együtharó
	Részecske/alháj 1 2 3	2J/alháj 1 2 3	2T/alháj 1 2 3	közben- ső 2J	közben- ső 2T		
1	1 0 3	5 0 1	1 0 1	5	1		0,814 71
2	1 2 1	5 0 1	1 2 1	5	1		0,165 36
3	1 2 1	5 2 1	1 0 1	3	1		-0,034 55
4	1 2 1	5 2 1	1 0 1	5	1		-0,207 53
5	2 1 1	2 1 1	0 1 1	3	1		0,024 48
6	2 1 1	4 1 1	2 1 1	3	1		-0,048 43
7	2 1 1	4 1 1	2 1 1	5	1		-0,155 53
8	2 1 1	6 1 1	0 1 1	5	1		0,108 82
9	3 0 1	3 0 1	1 0 1	3	1		0,103 29
10	3 0 1	5 0 1	1 0 1	5	1		0,462 68
11	3 0 1	5 0 1	1 0 1	5	1		0,030 44

A Zuker-hullámfüggvények — az $1p_{3/2}$ és az $1d_{3/2}$ alhéjak elhagyásával — erősen és meglehetősen önkényesen csonkított modell-térben való diagonalizálás eredményei. Ennek ellenére a fölhasználásukkal végzett számítások egész sor esetben jó egyezésre vezetnek a kísérleti értékekkel (olyan pontokon is, amelyeket más modellel nem sikerült megmagyarázni, pl. [62]).

A következő részben kiszámítjuk V^{PS} mátrixelemét Zuker-hullámfüggvények között, azaz meghatározzuk (4.18) számlálóját.

5.2. A paritássértő potenciál sokrészecske-mátrixeleme

Ebben a részben a *French*, *Halbert*, *McGrory* és *Wong* által kifejlesztett komplex spektroszkópiai módszereket [63] használjuk föl V^{PS} (4.18)-ban szereplő mátrixelemének kiszámítására.

Másodkvantált szferikus tenzor-formalizmusban és (j, t) reprezentációban $(j-j$ csatolás és izospin) dolgozunk. (Ennek megfelelően [63] segítségével lényegében az impulzusmomentum-algebrai feladatot oldjuk meg, minden más probléma a kétrészecske-mátrixelemek kiszámításába sűrűsödik. A kétrészecske-mátrixelemek kiszámításával 5.3. foglalkozik.) Egyetlen alhéjon elhelyezkedő nukleonok együttesének állapotát „egy-héj” állapotnak nevezzük, ha a nukleonok különböző alhéjakon oszlanak el, akkor „több-héj” állapotról beszélünk.

Mivel [63] módszerei kissé elvontak, a függelékben röviden áttekintjük a komplex spektroszkópia formalizmusát és megadjuk egy több héjban ható operátor több-héj állapotok közötti mátrixelemének általános kifejezését (F.26). Ezt az összefüggést alkalmazzuk most V^{PS} Zuker-hullámfüggvények közötti mátrixelemének kiszámítására. Azért járhatunk el így, mert az 5.1.2. részben leírt Zuker-hullámfüggvények olyan bázison adóttak, amelynek (5.5) vektorai eleget tesznek a szabvány alakú állapotok (F.21) definíciójának. (5.5) és (F.21) összevetéséből

látható, hogy Zuker-hullámfüggvények esetén

$$\left. \begin{aligned} k = 3; \quad q_1 &\equiv d5/2, \quad q_2 \equiv s1/2, \quad q_3 \equiv p1/2 \\ v_1 &= (J_1 T_1), \quad v_2 = (J_2 T_2), \quad v_3 = (J_3 T_2) \\ x_1 &= Y_1 \\ \Gamma_2 &= (J_{12} T_{12}) \\ \Gamma_3 &= (JT) \end{aligned} \right\} \quad (5.8)$$

(Mivel (4.18)-at kívánjuk kiszámítani és valamennyi szereplő állapot zérus izospinú, esetünkben mindig fönnáll $(JT)=(20)$ is.)

Másrészt a (3.12) által definiált V^{PS} paritássértő potenciál pszeudoskalár két-részecske-operátor, amelynek másodkvantált szferikus tenzor-reprezentációja az (F.27)-ben szereplő H_2 -vel analóg:

$$V^{\text{PS}} = - \sum_{\substack{rstu, \Delta \\ r \leq s, t \leq u}} [\Delta] \bar{W}_{rstu}^{\Delta} \zeta_{rs} \zeta_{tu} \quad \begin{array}{c} \text{Diagram: A triangle with vertices labeled } A^s, B^t, \text{ and } A^n. \text{ The base is labeled } 0. \text{ The interior is divided into two regions labeled } \Delta. \end{array} \quad (5.9)$$

ahol

$$\bar{W}_{rstu}^{\Delta} = \langle rs; \Delta | v^{\text{PS}} | tu; \Delta \rangle \quad (5.10)$$

a paritássértő potenciál kétrészecske-mátrixeleme (konkrét számításainkban v^{PS} helyére v^q (3.6) kifejezése írandó). A ζ_{rs} normálási együtthatókat (F.20) definiálja és r, s, t, u az 1, 2, 3 értékeket veheti föl, ahol (5.8) szerint

$$1 \equiv q_1 \equiv d5/2, \quad 2 \equiv q_2 \equiv 1/2, \quad 3 \equiv q_3 \equiv p1/2. \quad (5.11)$$

$k=3$ esetén az (5.9) $rstu$ szerinti összegezés általában 36 tagból áll. (Rögzített $rstu$ mellett még összegezni kell a megengedett Δ -kra.) Esetünkben azonban további megszorítást jelent a potenciál paritássértő jellege: a $d5/2$ és $s1/2$ alhéj pozitív paritású lévén ahhoz, hogy (5.9) megváltoztassa a paritást, kell, hogy

$$q_3 = n_{A_3} - n_{B_3} \quad (5.12)$$

— a részecskeszám megváltozása a $p1/2$ alhéjon — páratlan legyen. Ennek a feltételnek a 36 tagból 16 tesz eleget. Triviálisan zérusak továbbá azok a tagok, amelyekben $rstu$ között pontosan egy darab 1 szerepel. Ez ugyanis azt jelenti, hogy az (5.10) kétrészecske-mátrixelem egyik oldalán egy $5/2$ és egy $1/2$ impulzusmomentumú, a másik oldalon két $1/2$ impulzusmomentumú részecskét csatolunk össze. Így a J_{Δ} teljes impulzusmomentum lehetséges értékei az egyik oldalon 2 és 3, a másik oldalon 0 és 1. Ilyen állapotok között a v^{PS} skalároperátor mátrixeleme szükségszerűen eltűnik. A paritássértő jelleg által megengedett 16 tag közül még hatban van $rstu$ között pontosan egy darab 1.

Így végül az (5.9) $rstu$ szerinti összegezésben a 36 tag közül 10 zérustól különböző marad. Ezek azonban nincsenek (F.23) szabvány alakban. (F.26) alkalmazásának

első lépéseként tehát ki kell fejtenünk őket (F.25) szerint (éppen úgy, mint (F.27) esetében). A kifejtés pontosan úgy történik, mint az (F.30) példában, sőt (F.30) éppen a tíz tag egyikének ($r=1$, $s=2$, $t=1$, $u=3$) szabvány kifejtése, ha benne W_{1213}^A helyére a megfelelő \bar{W}_{1213}^A paritássértő kétrészecske-mátrixelemet írjuk. A kifejtést valamennyi tagra elvégezve megkapjuk az (F.26)-ban szereplő K együtthatókat. Mivel az egy-héj mátrixelemek a $d5/2$, $s1/2$ és $p1/2$ alhéjakban valamennyi lehetséges $f_{y_i}^{\omega_i}$ -re táblázatban adottak [64], (F.26) segítségével kiszámíthatjuk V^{PS} redukált mátrixelemét a Zuker-hullámfüggvények (5.5) bázisvektorai között. Fölhasználva még a III. és VI. táblázatban adott lineárkombinációs együtthatókat és az (F.11) Wigner—Eckart-tételt, elkészítettük azt a számítógép-programot, amely Zuker-hullámfüggvények között kiszámítja V^{PS} (4.18)-ban szereplő mátrixelemét. A program egy szegmense a paritássértő potenciál (5.10) kétrészecske-mátrixelemét számítja. V^{PS} (4.18)-beli teljes mátrixeleme ezen kétrészecske-mátrixelemek lineárkombinációjaként fogható föl. A \bar{W}_{rstu}^A mátrixelem tartalmazza a paritássértésre vonatkozó információt. (Bizonyos tényeket már az (5.9) összegezés megszorításában is kihasználtunk!) A kétrészecske-mátrixelemekkel a következő részben foglalkozunk.

5.3. Kétrészecske-mátrixelemek

A lehetséges csatolások figyelembevételével összesen 40 darab (5.10) típusú mátrixelemet kell kiszámítanunk:

$$\bar{W}_{rstu}^A = \langle rs; A | v^{\text{PS}} | tu; A \rangle, \quad (5.13)$$

ahol $rstu$ (5.11) szerint az $1d5/2$, $2s1/2$, $1p1/2$ alhéjak valamelyike és $A=(J_A T_A)$ a két részecske-állapot teljes impulzusmomentumára és izospinjére utal. A paritássértő potenciál (3.6) szerint

$$v^q = K_q \left[(1 + \mu) (i\sigma_1 \times \sigma_2) \left[\mathbf{p}_{12}, \frac{e^{-m_q r}}{r} \right] + (\sigma_1 - \sigma_2) \left\{ \mathbf{p}_{12}, \frac{e^{-m_q r}}{r} \right\} \right] T_{12}^+. \quad (5.14)$$

Az itt szereplő mennyiségek jelentését (3.6)-ot követően megadtuk. A K_q állandó értéke a gyenge kölcsönhatás alkalmazott modelljétől függ. A konvencionális — semleges áramokat nem megengedő — modellben

$$K_q = 2,21 \cdot 10^{-10} \text{ MeV}^{-1}. \quad (5.15)$$

Mint a (3.1) részben említettük, (5.14)-hez hasonló potenciált szolgáltat a konvencionális modellben a 2π -kicsérélés járuléka. Ugyanilyen alakot kapunk akkor is, ha megengedünk semleges áramokat, csupán K_q értéke nő meg. Ezért K_q -t paraméterként kezeljük, amelynek módosítása különféle becslésekre nyújt lehetőséget (6. fejezet). (Elvben célszerű a potenciál hatótávolságát megadó m_q q -mezon tömeget is paraméterként felfogni, változtatása azonban a jelenlegi számítógépkapacitás mellett nem valószínűsíthető meg.)

A 40 darab (5.13) kétrészecske-mátrixelem közül 16 (azok, amelyekben a j^2 konfigurációban $J_A + T_A = \text{páros}$) Pauli-tiltott [66]. Ezek szükségképpen eltűnnek.

A többi kétrészecske-mátrixelem kiszámításához kicsit átalakítjuk jelöléseinket:

$$\begin{aligned} \bar{W}_{12'2'}^{JT} = & \langle 12JMTM_T | K_e \left[(1+\mu)(i\sigma_1 \times \sigma_2) \left[\mathbf{p}_{12}, \frac{e^{-m_e r}}{r} \right] + \right. \\ & \left. + (\sigma_1 - \sigma_2) \left\{ \mathbf{p}_{12}, \frac{e^{-m_e r}}{r} \right\} \right] T_{12}^+ | \{ |1'2'JMTM_T\rangle - (-)^F |2'1'JMTM_T\rangle \} \rangle. \end{aligned} \quad (5.16)$$

(5.16) teljesen azonos az (5.14)-gyel számolt (5.13) kétrészecske-mátrixelemmel, de most az indexek az állapotok helyett a részecskékre utalnak, ezért (5.16)-ban az antiszimetrizációt külön kijelöltük, a mátrixelemet direkt és exchange tag összegeként írtuk föl.

$$F = j_1' + j_2' - J + 1/2 + 1/2 - T \quad (5.17)$$

a csatolási rend megváltoztatásakor föllépő geometriai fázis (l. pl. (F.4)). (5.16) kiszámításának első lépéseként a teljes mátrixelemet térbeli- és izospin-mátrixelem szorzatára ejtjük szét és mivel az izospin-mátrixelem a direkt és exchange tagban azonos, kiemeljük:

$$\begin{aligned} \bar{W}_{12'2'}^{JT} = & \langle 12JM | K_e \left\{ (1+\mu)(i\sigma_1 \times \sigma_2) \left[\mathbf{p}_{12}, \frac{e^{-m_e r}}{r} \right] + (\sigma_1 - \sigma_2) \left\{ \mathbf{p}_{12}, \frac{e^{-m_e r}}{r} \right\} \right\} | \{ |1'2'JM\rangle - \\ & - (-)^F |2'1'JM\rangle \} \rangle \langle 12TM_T | T_{12}^+ | 1'2'TM_T \rangle. \end{aligned} \quad (5.18)$$

Az izospin-mátrixelem a tenzorálgebra módszereivel [63, 66] azonnal kiszámítható. A T_{12}^+ operátor (3.8) definícióját felhasználva adódik:

$$\langle 12TM_T | T_{12}^+ | 1'2'TM_T \rangle = \delta_{MT0} (-)^{T+1}. \quad (5.19)$$

(δ_{MT0} várható is volt, hiszen az izospinvetületnek a protonok és neutronok azonos száma miatt zérusnak kell maradnia.)

Meg kell még határoznunk az (5.18) mátrixelem térbeli részét. Erre több út kínálkozik. Az egyik lehetőség az, hogy a mátrixelem két oldalán szereplő hullámfüggvényekben relatív és tömegközépponti koordinátákra térünk át, hogy összhangba kerüljünk az operátorban szereplő r és \mathbf{p}_{12} relatív változókkal. Az áttérés könnyen végrehajtható, ha a két oldalon oszcillátor-állapotok szerepelnek. Ekkor ugyanis [66] segítségével áttérhetünk LS-csatolásra, majd alkalmazható a Moshinsky-transzformáció [58]:

$$|n_1 l_1 n_2 l_2; \wedge M_\wedge\rangle = \sum_{nNL} \langle nNL | n_1 l_1 n_2 l_2 \rangle^\wedge |nNL; \wedge M_\wedge\rangle, \quad (5.20)$$

ahol nl a relatív mozgás, NL pedig a tömegközéppont mozgásának kvantumszámait, a $\langle nNL | n_1 l_1 n_2 l_2 \rangle^\wedge$ transzformációs együtthatók pedig táblázatban adottak. Mint az 5.1.1. szakaszban láttuk, az oszcillátor-hullámfüggvények föltételezése igen jó közelítés.

Ha azonban (elsősorban a rövid hatótávolságú korreláció figyelembevételével kapcsolatos nehézségek miatt, l. 5.3.3. szakasz) ezen a ponton még nem kívánjuk elkötelezni magunkat az oszcillátorhullámfüggvények mellett, akkor az (5.18)-ban szereplő térbeli mátrixelem hullámfüggvény- és operátorváltozóit más módon is

összhangba hozhatjuk: a potenciál multipol sorfejtésével. Most nem a hullámfüggvényben vezetjük be a relatív változókat, hanem a potenciált írjuk föl olyan sor alakjában, amelynek minden tagja külön függ r_1 -től és r_2 -től.

A jelen dolgozatban a multipol sorfejtés módszerét [66] használjuk föl az (5.18)-ban szereplő térbeli mátrixelem meghatározására.

5.3.1. Multipol sorfejtés

Számítjuk az

$$M = \langle 12JM | K_0 \left[(1 + \mu)(i\sigma_1 \times \sigma_2) \left[\mathbf{p}_{12}, \frac{e^{-m_e r}}{r} \right] + (\sigma_1 - \sigma_2) \left\{ \mathbf{p}_{12}, \frac{e^{-m_e r}}{r} \right\} \right] \{ |1'2'JM\rangle - (-)^F |2'1'JM\rangle \} \rangle \quad (5.21)$$

térbeli, antiszimmetrizált kétrészecske-mátrixelemet. (Az egyes szimbólumok jelentését lásd (3.6)-ot és (5.16)-ot követően.)

(5.21) kiszámításakor tagonként járunk el. A kommutátor és antikommutátor kiírásával és

$$\mathbf{p}_{12} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2 \quad (5.22)$$

fölhasználásával nyolc tagot kapunk. Az egyes tagokban szereplő operátorokból könnyen leválaszthatjuk a spinrészt [66] (15.20) képletének alkalmazásával. A [66]-beli tenzor-algebrai összefüggések segítségével azután a föllépő spin-mátrixelemek egyszer és mindenkorra kiszámíthatók. A fennmaradó redukált mátrixelemekben mindig valamelyik részecske impulzusoperátora (vektor) csatolódik az $\frac{e^{-m_e r}}{r}$ skálárhoz. A [66] segítségével végzett további szétcsatolás után a skálár esetében a multipol sorfejtés szokásos alakját ([66] (21.4)) alkalmazzuk:

$$S \equiv \frac{e^{-m_e r}}{r} = \sum_{k\lambda} \frac{4\pi}{2k+1} v_k(r_1, r_2) Y_{\lambda}^{k*}(\Omega_1) Y_{\lambda}^k(\Omega_2), \quad (5.23)$$

ahol

$$v_k(r_1, r_2) = \frac{2k+1}{2} \int_{-1}^1 \frac{e^{-m_e r}}{r} P_k(\cos \vartheta) d(\cos \vartheta). \quad (5.24)$$

Itt P_k a Legendre-polinomot, $Y_{\lambda}^k(\Omega_1)$ pedig az 1 részecske szögváltozóitól függő gömbfüggvényt jelenti.

Az impulzusoperátor redukált mátrixeleméről a nem érintett részecske további tenzor-algebrai módszerekkel lecsatolható és végül már csak az impulzusoperátor redukált mátrixelemét kell kiszámítanunk egyrészecske-állapotok között. Oszcillátor-hullámfüggvények esetén [63]

$$(nlj \| \mathbf{p} \| n'l'j') = \pm \frac{i}{b^2} (nlj \| \mathbf{r} \| n'l'j'), \quad (5.25)$$

ahol $b = \sqrt{\frac{\hbar}{m_p \omega}}$ (azonos az (5.4) után definiálttal) és a + előjel érvényes, ha a két

oldalon szereplő oszcillátor-energiák viszonya $E_{nl} > E_{n'l'}$. Az (5.25) jobb oldalán szereplő mátrixelemre pedig explicit formulát ad [67].

A fentiek tagonkénti elvégzése meglehetősen hosszadalmas feladat. Ezért a részletes tenzoralegbrai számítást itt nem közöljük, de a teljesség kedvéért megadjuk az (5.21) mátrixelemre kapott eredményt, bár az önmagában is meglehetősen hosszú. A számítás során fölhasználtuk az (5.25) összefüggést, így eredményeink az itteni formában csak az oszcillátor modellben érvényesek. (Ennek a közelítésnek a jogoságáról lásd az 5.1. részt.) Megjegyezzük, hogy elvileg nem jelent nehézséget (5.21)-nek az (5.25) fölhasználása nélküli kiszámítása sem: ebben az esetben az impulzusoperátor (5.25) mátrixelemét numerikus differenciálással kell meghatározni. Hosszadalmas számolás eredményeként kaptuk tehát, hogy

$$M = \frac{(-)^{j_1+j_2+J} K_0 \sqrt{6}}{[J]} \sum_{j_1'' j_2'' J''} (-)^{J''} \left\{ \left[\frac{J''}{J} \right] X^+ (j_1 l_1 j_2 l_2 J j_1'' j_2'' J'') \sum_{\alpha''} \mathbf{V} S + \right. \\ \left. + X^- (j_1 l_1 j_2 l_2 J j_1'' j_2'' J'') \sum_{\alpha''} \mathbf{S} \mathbf{V} \right\}, \quad (5.26)$$

ahol $(n_1 l_1 j_1)$, $(n_2 l_2 j_2)$, illetve $(n_1' l_1' j_1')$, $(n_2' l_2' j_2')$ az (5.21) két oldalán szereplő állapotok kvantumszámait, minden több vesszővel ellátott mennyiség összegező index; az X^\pm kifejezések csak az impulzusmomentumoktól függenek:

$$X^\pm (j_1 l_1 j_2 l_2 J j_1'' j_2'' J'') = (-)^{J''+j_1'+l_1+1/2} \delta_{j_2 j_2''} [j_1 j_1'] \begin{Bmatrix} j_1 & j_1'' & 1 \\ J'' & J & j_2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j_1'' & 1 & j_1 \\ 1/2 & l_1 & 1/2 \end{Bmatrix} - \\ - (-)^{j_2''-j_2+l_2} [j_2 j_2''] \begin{Bmatrix} j_2'' & 1 & j_2 \\ 1/2 & l_2 & 1/2 \end{Bmatrix} \times \\ \times \left[(-)^{j_2''+1/2-J} \begin{Bmatrix} j_2 & j_2'' & 1 \\ J'' & J & j_1 \end{Bmatrix} \delta_{j_1 j_1'} \pm 6(1+\mu) (-)^{j_1''-j_1+l_1} [j_1 j_1'] \begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & J \\ j_1'' & j_2'' & J'' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j_1'' & 1 & j_1 \\ 1/2 & l_1 & 1/2 \end{Bmatrix} \right] \quad (5.27)$$

és

$$\sum_{\alpha''} \mathbf{V} S = \sum_{n_1''' l_1''' j_1'''} \left\{ \pm \frac{i}{b^2} (-)^{J+j_2''-1/2} [J J'' j_1'' j_1'''] \begin{Bmatrix} j_1'' & j_1''' & 1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j_1'' & J'' & j_2'' \\ J & j_1''' & 1 \end{Bmatrix} \times \right. \\ \times \frac{1 + (-)^{l_1+l_1'''+1}}{2} [(n_1''' l_1''' j_1''' n_2 l_2 j_2'' J \| S \| n_1' l_1' j_1' n_2' l_2' j_2' J) - \\ \left. - (-)^{j_1'+j_2'-J+1-T} (n_1''' l_1''' j_1''' n_2 l_2 j_2'' J \| S \| n_2' l_2' j_2' n_1' l_1' j_1' J) \right] \int_0^\infty r u_{n_1 l_1}^{\text{HO}}(r) u_{n_1' l_1'}^{\text{HO}}(r) dr \Big\} + \\ + \sum_{n_2''' l_2''' j_2'''} \left\{ \pm \frac{i}{b^2} (-)^{J''+j_1'+j_2''+j_2'''-1/2} [J J'' j_2'' j_2'''] \begin{Bmatrix} j_2'' & j_2''' & 1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j_2'' & J'' & j_1'' \\ J & j_2''' & 1 \end{Bmatrix} \times \right. \\ \times \frac{1 + (-)^{l_2+l_2'''+1}}{2} [(n_1 l_1 j_1'' n_2''' l_2''' j_2''' J \| S \| n_1' l_1' j_1' n_2' l_2' j_2' J) - \\ \left. - (-)^{j_1'+j_2'-J+1-T} (n_1 l_1 j_1'' n_2''' l_2''' j_2''' J \| S \| n_2' l_2' j_2' n_1' l_1' j_1' J) \right] \int_0^\infty r u_{n_2 l_2}^{\text{HO}}(r) u_{n_2' l_2'}^{\text{HO}}(r) dr. \quad (5.28)$$

Itt az első összeg tagjaiban (5.25) következményeként akkor érvényes a + előjel, ha $E_{n_1 l_1} > E_{n_1'' l_1''}$, míg a második összeg egyes tagjai akkor veendőek + előjellel, ha bennük $E_{n_2 l_2} > E_{n_2'' l_2''}$. (5.28)-hoz hasonlóan

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha''} \mathbf{SV} = & \sum_{n_1'' l_1'' j_1''} \left\{ \pm \frac{i}{b^2} (-)^{J+j_2'-1/2} [JJ'' j_1' j_1'''] \begin{pmatrix} j_1''' & j_1' & 1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} j_1''' & J'' & j_2' \\ J & j_1' & 1 \end{Bmatrix} \times \right. \\ & \times \frac{1 + (-)^{l_1''+l_1'+1}}{2} [(n_1 l_1 j_1'' n_2 l_2 j_2'' J'' \| S \| n_1''' l_1''' j_1''' n_2' l_2' j_2' J'') - \\ & - (-)^{J''+j_2'+j_1''-T} (n_1 l_1 j_1'' n_2 l_2 j_2'' J'' \| S \| n_2' l_2' j_2' n_1''' l_1''' j_1''' J'')] \int_0^\infty r u_{n_1' l_1'}^{\text{HO}}(r) u_{n_1'' l_1''}^{\text{HO}}(r) dr \Big\} + \\ & + \sum_{n_2'' l_2'' j_2''} \left\{ \pm \frac{i}{b^2} (-)^{J''+j_1'+j_2'+j_2''-1/2} [JJ'' j_2' j_2'''] \begin{pmatrix} j_2''' & j_2' & 1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} j_2''' & J'' & j_1' \\ J & j_2' & 1 \end{Bmatrix} \times \right. \\ & \times \frac{1 + (-)^{l_2''+l_2'+1}}{2} [(n_1 l_1 j_1'' n_2 l_2 j_2'' J'' \| S \| n_1' l_1' j_1' n_2''' l_2''' j_2''' J'') - \\ & - (-)^{1-J''+j_1'-j_2''-T} (n_1 l_1 j_1'' n_2 l_2 j_2'' J'' \| S \| n_2''' l_2''' j_2''' n_1' l_1' j_1' J'')] \cdot \int_0^\infty r u_{n_2' l_2'}^{\text{HO}}(r) u_{n_2'' l_2''}^{\text{HO}}(r) dr \Big\}. \end{aligned} \quad (5.29)$$

Most az első összeg tagjaiban akkor érvényes a + előjel, ha $E_{n_1'' l_1''} > E_{n_1' l_1'}$, a második összegben pedig + veendő, ha $E_{n_2'' l_2''} > E_{n_2' l_2'}$.

Végül az (5.28)-ban és (5.29)-ben szereplő S skalároperátor mátrixelemeit az (5.23) multipol sorfejtéssel határoztuk meg:

$$\begin{aligned} (n_1 l_1 j_1 n_2 l_2 j_2 J \| S \| n_1' l_1' j_1' n_2' l_2' j_2' J) = \\ = (-)^{J+j_1+j_1'} [J j_1 j_1' j_2 j_2'] \sum_{k n_1'' n_2''} F^k(n_1 l_1 n_2 l_2 | n_1'' l_1'' n_2'' l_2'') \begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & J \\ j_2' & j_1' & k \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} j_1 & k & j_1' \\ -1/2 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} j_2 & k & j_2' \\ -1/2 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \frac{1 + (-)^{l_1+k+l_1'}}{2} \frac{1 + (-)^{l_2+k+l_2'}}{2} \int_0^\infty u_{n_1' l_1'}^{\text{HO}}(r) u_{n_1'' l_1''}^{\text{HO}}(r) dr \times \\ \times \int_0^\infty u_{n_2' l_2'}^{\text{HO}}(r) u_{n_2'' l_2''}^{\text{HO}}(r) dr, \end{aligned} \quad (5.30)$$

ahol

$$F^k(n_1 l_1 n_2 l_2 | n_1'' l_1'' n_2'' l_2'') = \int_0^\infty dr_1 \int_0^\infty dr_2 u_{n_1' l_1'}^{\text{HO}}(r_1) u_{n_2' l_2'}^{\text{HO}}(r_2) v_k(r_1, r_2) u_{n_1'' l_1''}^{\text{HO}}(r_1) u_{n_2'' l_2''}^{\text{HO}}(r_2). \quad (5.31)$$

$v_k(r_1, r_2)$ -t (5.24)-ben definiáltuk, $u_{nl}^{\text{HO}}(r)$ pedig mindenhol az (5.4) oszcillátor-hullám-függvény a b oszcillátor-paraméterrel.

A fentiekben megadtuk az (5.13) paritássértő kétrészecske-mátrixelem explicit kifejezését a multipol sorfejtésben. Az (5.26)—(5.31) összefüggések programozásával

elkészítettük az (5.13) kétrészecske-mátrixelemeket oszcillátor-közelítésben meghatározó számítógép-programot. A programozás során Racah-algebra- és integráló szubrutinokra volt szükségünk. További közelítésként meg kellett csónkítanunk az (5.30)-ban szereplő végtelen összegezést. Mivel az (5.31) $F^k(n_1 l_1 n_2 l_2 | n_1'' l_1'' n_2'' l_2'')$ általános Slater-integrálok számítása rendkívül időigényes feladat, megelégedtünk a

$$k_{\max} = 5, \quad N_{\max} = n_{1\max}'' = n_{2\max}'' = 5 \quad (5.32)$$

felső összegezési határokkal. (A közelítés jogosságáról lásd a VIII. és IX. táblázatot.)

Mint láttuk, az (5.13) kétrészecske-mátrixelem számításában igen sok a hibalehetőség.* A kétrészecske-mátrixelemnek azonban eleget kell tennie a következő szimmetria-relációknak [63]:

$$\overline{W}_{rstu}^A = -(-)^{r+s-A} \overline{W}_{srtu}^A = -(-)^{t+u-A} \overline{W}_{rsut}^A = (-)^{r+s-t-u} \overline{W}_{srut}^A. \quad (5.33)$$

Az általunk kiszámított kétrészecske-mátrixelemeket az (5.33) összefüggések segítségével ellenőriztük. Természetesen ez sem biztosítja, hogy a kétrészecske-mátrixelemek hibátlanok, de megnyugtató az impulzusmomentum-algebra tekintetében.

Gépidő-takarékossággént a kétrészecske-mátrixelemeket először [34, 35] típusú δ -kölsönhatással becsültük meg. Erről szól a következő szakasz.

5.3.2. Becslés zérus hatótávolságú kölcsönhatással

Mint a 3.1. részben utaltunk rá, a zérus hatótávolságú kölcsönhatással való becsléstől helyes kvalitatív képet várhatunk. Másrészt az a tény, hogy a közelítés legalább tizedrészére csökkenti a szükséges gépidőt, indokoltá teszi δ -erős számítás elvégzését.

A becslést a (3.2) alapgondolatból kiindulva végeztük. Megtartottuk a (3.6) potenciál szerkezetét, csupán a benne szereplő térszerű részben hajtottuk végre az

$$\frac{e^{-m_\varrho r}}{r} \rightarrow \delta(\mathbf{r}) \quad (5.34)$$

helyettesítést. Ezzel a rendkívül rövid hatótávolságú ϱ -mezon kicserélő potenciált ((3.4) szerint $\frac{x_\pi}{x_\varrho} = \frac{m_\varrho}{m_\pi} \approx 5,5$) zérus hatótávolságúra húztuk össze és megkaptuk a [35]-ben származtatott δ -kölsönhatást. Mivel a potenciál alakja, spin- és izospin-függése nem változott, az 5.3.1. szakaszban végzett számításaink továbbra is érvényesek, csak (5.23) helyett most a δ -erő multipol sorfejtését kell megadnunk. Ez [66] (21.49) képlete szerint a következő:

$$\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \sum_{k\kappa} \frac{\delta(r_1 - r_2)}{r_1 r_2} Y_{\kappa}^{k*}(\Omega_1) Y_{\kappa}^k(\Omega_2). \quad (5.35)$$

(5.23)-mal összehasonlítva látjuk, hogy δ -erőre

$$v_k(r_1, r_2) = \frac{2k+1}{4\pi} \frac{\delta(r_1 - r_2)}{r_1 r_2}. \quad (5.36)$$

* A számítást ellenőrzésként egymástól függetlenül mindketten elvégeztük *Apagyi Barnával*. Ezért szeretnék itt külön köszönetet mondani.

(5.36) nemcsak azt jelenti, hogy megtakarítottuk a legidőigényesebb (5.24) integrál elvégzését, hanem a benne megjelenő radiális δ -függvény az (5.31)-ben szereplő egyik integrálást is elvégezhetővé teszi:

$$\begin{aligned} F^k(n_1 l_1 n_2 l_2 | n_1'' l_1'' n_2'' l_2'') = \\ = \frac{2k+1}{4\pi} \int_0^\infty dr_1 \int_0^\infty dr_2 u_{n_1 l_1}^{\text{HO}}(r_1) u_{n_2 l_2}^{\text{HO}}(r_2) \frac{\delta(r_1 - r_2)}{r_1 r_2} u_{n_1'' l_1''}^{\text{HO}}(r_1) u_{n_2'' l_2''}^{\text{HO}}(r_2) = \quad (5.37) \\ = \frac{2k+1}{4\pi} \int_0^\infty \frac{dr}{r^2} u_{n_1 l_1}^{\text{HO}}(r) u_{n_2 l_2}^{\text{HO}}(r) u_{n_1'' l_1''}^{\text{HO}}(r) u_{n_2'' l_2''}^{\text{HO}}(r). \end{aligned}$$

Az (5.37)-ben szereplő utolsó integrandus pedig analitikusan integrálható.

A zérus hatótávolságú közelítés tehát abban áll, hogy az (5.13) kétrészecske-mátrixelemet az (5.37) Slater-integrállal számítjuk. Ez jelentős mértékben egyszerűsíti a feladatot.

5.3.3. Rövid hatótávolságú korrelációk

Az 5.3.1. szakaszban megadtuk az (5.13) kétrészecske-mátrixelem explicit alakját. 5.3.2-ben egyszerű becslést mutattunk, amelynek segítségével (5.13) viszonylag könnyen kiszámítható. A δ -erő feltételezése azonban — természetesen — drasztikus egyszerűsítése a valóságos viszonyoknak. A δ -erő használata durván szólva annyit jelent, hogy csak az $r_2 = r_1$ pont járulékát tartjuk meg az (5.31) összefüggés r_2 szerinti integráljában. Más szóval a zérus hatótávolságú közelítésben a relatív koordináta mindig zérus értéket vesz föl, a mátrixelemek teljesen érzéketlenek a relatív hullámfüggvény viselkedésére. (Ezt a képet az antiszimmetrizáció hatása módosítja, hiszen $r=0$ -nál a relatív hullámfüggvény maga is eltűnik, tehát előbbi naív gondolatmenetünkkel a mátrixelemekre is zérust kapnánk.) Annyit mindenestre mondhatunk, hogy a δ -kölsönhatásos közelítés — az alkalmazott hullámfüggvényektől függetlenül — alkalmatlan a nukleonok közötti rövid hatótávolságú korrelációk figyelembevételére. Most visszatérünk az (5.26)–(5.31) összefüggéseknek a δ -kölsönhatás használatánál realiztikusabb kiértékelésére és megvizsgáljuk, hogy hogyan vehetnénk figyelembe a mag nukleonjai közötti rövid hatótávolságú korrelációt.

Az általános esetben az (5.31) integrálást numerikusan kell elvégeznünk. A potenciál most már nem akadályozza meg a korrelációk figyelembevételét, az oszcillátor-hullámfüggvények azonban erre nem túlságosan alkalmasak, hiszen az (5.20) transzformáció — mint [58] megmutatja — oszcillátor-hullámfüggvényeket oszcillátor-hullámfüggvényekbe visz át, azaz ha

$$|n_1 l_1 n_2 l_2; \wedge M_\wedge\rangle = \sum_{nlNL} \langle nlNL | n_1 l_1 n_2 l_2 \rangle^\wedge |nlNL; \wedge M_\wedge\rangle \quad (5.38)$$

bal oldalán $|n_1 l_1\rangle$ és $|n_2 l_2\rangle$ oszcillátor-állapotok akkor az $|nl\rangle$ relatív hullámfüggvény is oszcillátor-hullámfüggvény. Így $|nl\rangle$ biztosan nem tesz eleget a korrelált hullámfüggvényekre vonatkozó követelménynek, hogy közel zérus legyen az erős kölcsönhatás taszító törzsének megfelelő tartományban ($r \lesssim 0,4$ fm). Ugyanakkor tudjuk, hogy a korreláció figyelembevétele általában is fontos [68], különösen

az a paritássértő magerők esetében, ahol a potenciál hatótávolsága körülbelül meg-
egyezik az erős kölcsönhatás taszító törzsének a sugarával. (A potenciál mátrix-
elemei lényegesen kisebbek korrelált hullámfüggvények között.) Ahhoz, hogy meg-
határozzuk a korrelált hullámfüggvényeket, elvben teljes Brueckner—Hartree—
Fock-számítást kellene végeznünk. A Brueckner-elméletben a relatív kétrészecske-
hullámfüggvényt a

$$\psi = \varphi + \frac{Q}{e} v\psi \quad (5.39)$$

integrál-egyenlet határozza meg, ahol φ a korrelálatlan, ψ a korrelált relatív
hullámfüggvény, v az erős kölcsönhatás potenciális energia-operátora, e az energia-
nevező és Q a betöltetlen állapotokra vetítő Pauli-operátor. A perturbálatlan és
a perturbált hullámfüggvény között a Λ hullámoperátor teremt kapcsolatot

$$\psi = \Lambda\varphi. \quad (5.40)$$

A Brueckner-elméletben definiált effektív potenciál

$$\left. \begin{aligned} v_{\text{eff}} \varphi &= v\psi \\ v_{\text{eff}} &= v\Lambda. \end{aligned} \right\} \quad (5.41)$$

Éppen ezt a sűrűségfüggő effektív potenciált határozta meg bizonyos közelítésben
maganyagban [56] és ezzel végeztük el az 5.1.1. szakaszban leírt Hartree—Fock-
számításokat [48]. Ezért reménykedhetünk abban, hogy a [48] Hartree—Fock-
számítások eredményei magukba foglalják a rövid hatótávolságú korrelációk hatá-
sának egy részét is. (Erre utal Hartree—Fock-számításainknak a kísérleti adatok-
kal mutatott jó egyezése is.)

Lehetőségünk van azonban arra is, hogy explicit módon becsüljük meg a rövid
hatótávolságú korreláció hatását. (A probléma teljes tisztázását — az (5.39)
Bethe—Goldstone-egyenlet megoldását — természetesen nem tűzhetjük ki célul,
hiszen az egy újabb dolgozat témájául kínálkozik. Ehelyett olyan módszereket kere-
sünk, amelyekkel szemléletesen tehetjük és egyszerűen, kevés számolással írhatjuk le
a rövid hatótávolságú korrelációk szerepét. A jelen dolgozatban nagyságrendi
becsléssel is megelégszünk.) Az egyik lehetőség, hogy v_{eff} mintájára effektív paritás-
sértő potenciált definiálunk (5.41)-gyel analóg módon

$$\left. \begin{aligned} v_{\text{eff}}^{\text{PS}} \varphi &= v^{\text{PS}} \psi \\ v_{\text{eff}}^{\text{PS}} &= v^{\text{PS}} \Lambda. \end{aligned} \right\} \quad (5.42)$$

Ezzel próbálkozik [69]. Nem teljesen világos azonban, hogy hogyan olvashatjuk
le (5.42)-ből a Λ integráloperátort, más szóval hogy hogyan határozhatjuk meg
 v^{PS} , φ és v_{eff} ismeretében $v_{\text{eff}}^{\text{PS}}$ -t.

Egy másik lehetőség, hogy hullámfüggvényeinket megszorozzuk valamilyen
— az irodalomból származó korrelációs függvénnyel, például Jastrow-faktorral.
[70, 71]. Ebben az esetben a korrelált hullámfüggvény

$$\psi = (1+f)\varphi \quad (5.43)$$

alakú. Az (5.43)-ban szereplő $f=f(r)$ függvényre Wong [72] a következő kifejezést

javasolja

$$f(r) = (1 - e^{-\alpha r^2}) \left[1 + \frac{e^{-\alpha a^2}}{1 - e^{-\alpha a^2}} \frac{j_0(\alpha r)}{j_0(\alpha a)} \right], \quad (5.44)$$

ahol $\alpha = 1,35 \text{ fm}^{-1}$, $a = 0,73 \text{ fm}$, $\alpha = 3,6 \text{ fm}^{-2}$ és j_0 a nulladrendű Bessel-függvényt jelöli. E módszer alkalmazásához azonban ismét relatív koordinátákra kell áttérnünk (oszillátor-hullámfüggvények esetén az (5.20) transzformáció inverzét alkalmazva), a multipol sorfejtést pedig éppen azért végeztük, hogy a Moshinsky-transzformációt elkerüljük. Végül maga a transzformáció is problematikus, ha — végső célunk szerint — az oszillátor-hullámfüggvényeknél realisztikusabb Hartree—Fock-hullámfüggvényekkel dolgozunk.

A fentiek miatt a jelen dolgozatban a legegyszerűbb módszert választottuk, amely *Emantól* és *Tadictól* [73] származik. [73] $r = 0,4 \text{ fm}$ sugarú végtelen taszító törzset tételez fel, amelyen belül a hullámfüggvényeknek el kell tűnniük, a szereplő integrálok tehát ebből a tartományból nem kapnak járulékot. Ennek megfelelően az (5.31) integrálból egyszerűen elhagytuk azt a tartományt, ahol

$$|r_1 - r_2| \leq 0,4 \text{ fm}. \quad (5.45)$$

Ez az eljárás természetesen kétféle hibát is tartalmaz: egyrészt a perturbálatlan hullámfüggvények a $(0, \infty)$ intervallumban normáltak, másrészt a becslés nagyon durva, mert a potenciál éppen $r = 0,4 \text{ fm}$ körül jelentős. A jövőben szükséges a korrelációk figyelembevételének finomítása.

6. EREDMÉNYEK

A 4. fejezetben láttuk, hogy a paritássértő α -bomlás szélességének meghatározása két feladatot tartalmaz. Az elsőt — a (4.15) összefüggésben szereplő γ_k redukált szélességek meghatározását — [49] oldja meg. Eredményei a csatornasugár $R_0 = 4,73 \text{ fm}$ értéke mellett kielégítő egyezést mutatnak a kísérleti értékekkel. Ezért a csatornasugarat $R_0 = 4,73 \text{ fm}$ -nél rögzítettük. Az ehhez a választáshoz tartozó redukált szélességeket az V. táblázatban foglaltuk össze. γ_{kis} a mért α -szélességek-ből számolt, úgynevezett kísérleti redukált szélességet jelenti (l. [49]). A 4.3. diszkusszióban foglaltak értelmében az $E = 6,92 \text{ MeV}$ energiájú állapot esetén nincs ilyen, a többi esetben is csak γ_{kis}^2 (vagy $|\gamma_{\text{kis}}|$) vonható ki a kísérleti információból. Annál a három nívónál, amelyek alfa-bomlása energetikailag megengedett, a kísérleti és az elméleti redukált szélesség abszolút értéke jó egyezést mutat. Ennek alapján

V. TÁBLÁZAT

Az ^{16}O 2^+ állapotainak reguláris α -bomlására vonatkozó eredmények [49]

$E \text{ (MeV)}$	$\Gamma \text{ (keV)}$	$R_0 \text{ (fm)}$	$ \gamma_{\text{kis}} \text{ (keV}^{1/2}\text{)}$	$\gamma_{\text{elm}} \text{ (keV}^{1/2}\text{)}$
6,92	—	4,73	—	—107,0
9,85	1	4,73	47,4	—46,4
11,52	110	4,73	29,7	—32,1
13,02	160	4,73	58,3	—59,0

VI. TÁBLÁZAT

Az (5.13) kétrészecske-mátrixelemek értékei különböző közelítésekben

$r \ s \ t \ u$	J_A	T_A	$\bar{W}_{rstu}^A (10^{-6} \text{ MeV})$					
			korrelálatlan				korrelált $m_e = 749 \text{ MeV}$	
			zérus hatótáv		$m_e = 749 \text{ MeV}$			
			$K_e = 2,21 \cdot 10^{-10} \text{ MeV}^{-1}$	$K_e = 6,63 \cdot 10^{-10} \text{ MeV}^{-1}$	$K_e = 2,21 \cdot 10^{-10} \text{ MeV}^{-1}$	$K_e = 6,63 \cdot 10^{-10} \text{ MeV}^{-1}$	$K_e = 2,21 \cdot 10^{-10} \text{ MeV}^{-1}$	$K_e = 6,63 \cdot 10^{-10} \text{ MeV}^{-1}$
1 1 1 3	2	1	1,188	3,563	0,175	0,524	0,038	0,113
1 1 1 3	3	0	0,362	1,086	0,054	0,163	0,012	0,037
1 1 2 3	0	1	-2,839	-8,516	-0,295	-0,885	-0,064	-0,192
1 1 2 3	1	0	0,814	2,441	0,029	0,089	0,007	0,021
1 2 1 3	2	0	-0,125	-0,374	-0,009	-0,028	-0,002	-0,006
1 2 1 3	2	1	-0,093	-0,280	0,003	0,010	0,001	0,002
1 2 1 3	3	0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1 2 1 3	3	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1 3 1 1	2	1	-0,938	-2,815	-0,066	-0,199	-0,014	-0,043
1 3 1 1	3	0	0,179	0,537	-0,273	-0,818	-0,059	-0,178
1 3 1 2	2	0	0,389	1,168	-0,175	-0,523	-0,038	-0,114
1 3 1 2	2	1	-0,253	-0,759	0,210	0,629	0,046	0,138
1 3 1 2	3	0	0,035	0,105	-0,092	-0,118	-0,009	-0,026
1 3 1 2	3	1	-0,101	-0,304	0,028	0,084	0,006	0,018
2 2 2 3	0	1	-5,389	-16,167	-0,003	-0,008	-0,001	-0,002
2 2 2 3	1	0	-1,129	-3,388	0,169	0,506	0,037	0,110
2 3 1 1	0	1	2,523	7,570	0,317	0,950	0,069	0,207
2 3 1 1	1	0	-0,896	-2,687	-0,002	-0,005	-0,001	-0,003
2 3 2 2	0	1	5,206	15,618	-0,156	-0,496	-0,035	-0,104
2 3 2 2	1	0	-0,744	-2,231	0,141	0,421	0,031	0,092
2 3 3 3	0	1	-3,450	-10,350	-0,089	-0,268	-0,019	-0,058
2 3 3 3	1	0	-1,040	-3,119	0,195	0,586	0,043	0,128
3 3 2 3	0	1	3,598	10,794	0,289	0,866	0,062	0,186
3 3 2 3	1	0	1,285	3,855	0,187	0,561	0,040	0,121

reméljük, hogy az elmélet az $R_0=4,73$ fm csatornasugárral megbízható értéket szolgáltat az $E=6,92$ MeV energiájú 2^+ állapot redukált szélességére is.

A másik feladat — a (4.18) keveredési együtthatók kiszámítása — a jelen dolgozathoz kapcsolódó számítások magva. Az 5. fejezetben az F_k keveredési együtthatókat sikerült 24 független paritássértő kétrészecske-mátrixelem lineárkombinációjaként előállítanunk. F_k kiszámításához meghatároztuk ezt a 24 kétrészecske-mátrixelemet: Először tenzoralképzési módszerekkel addig alakítottuk (5.13)-at, míg a kezelhető (5.26) kifejezéshez jutottunk; ezután elkészítettük az (5.26)-ot kiszámító számítógépprogramot. Számításaink során a kétrészecske-mátrixelemeket megbecsültük zérus hatótávolságú kölcsönhatással, majd az (5.15) K_0 állandót paraméterként kezelve megvizsgáltuk, hogy hogyan jelentkezhet az eredményekben a különböző gyenge kölcsönhatási elméletek használata.

A gyenge kölcsönhatási elméletekkel kapcsolatos vizsgálatunkat arra az egyszerű becslésre alapoztuk [1], amely szerint a semleges áramokat megengedő elméletek mintegy kétszeresére növelik a (3.6) potenciál amplitúdóját. Mivel a 3. fejezetben leírt módon imitálni akartuk a 2π kicserélő potenciál járulékát is, K_0 -t az (5.15) érték és annak háromszorosa között változtattuk.

Az 5.3.3. szakaszban ismertetett egyszerű módon megbecsültük a rövid hatótávolságú korrelációk hatását is.

A kétrészecske-mátrixelemre vonatkozó eredményeinket a VI. táblázat tartalmazza.

A VI. táblázatból kiolvasható, hogy a zérus hatótávolságú becslés a legtöbb esetben abszolút értékben egy nagyságrenddel nagyobb kétrészecske-mátrixelemeket szolgáltat, mint a (3.6) ρ -mezon kicserélő potenciál (egyes kétrészecske-mátrixelemek teljesen — előjelre nézve is — megváltoznak). A korrelációknak az 5.3.3. szakaszban leírt durva figyelembevételével általában egy további négyes faktossal csökkenti a mátrixelemeket.

A kétrészecske-mátrixelemek kiszámítása után elvégeztük az 5.2. részben (és a függelékben) ismertetett komplex spektroszkópiai módszerek alkalmazásához szükséges átcsatolásokat. Elkészítettük azt a számítógép-programot, amely a VI. táblázatban adott kétrészecske-mátrixelemekből meghatározza a (4.18)-ban szereplő teljes paritássértő mátrixelemet. A (4.18) keveredési együtthatókra vonatkozó eredményeket a VII. táblázatban soroltuk föl.

VII. TÁBLÁZAT

A (4.18) keveredési együtthatók értékei különböző közelítésekben

E_k (MeV)	$F_k (10^{-7})$					
	korrelálatlan				korrelált	
	zérus hatótáv		$m_\rho = 749 \text{ MeV}$		$m_\rho = 749 \text{ MeV}$	
	$K_0 = 2,21 \cdot 10^{-10} \text{ MeV}^{-1}$	$K_0 = 6,63 \cdot 10^{-10} \text{ MeV}^{-1}$	$K_0 = 2,21 \cdot 10^{-10} \text{ MeV}^{-1}$	$K_0 = 6,63 \cdot 10^{-10} \text{ MeV}^{-1}$	$K_0 = 2,21 \cdot 10^{-10} \text{ MeV}^{-1}$	$K_0 = 6,63 \cdot 10^{-10} \text{ MeV}^{-1}$
6,92	-5,120	-15,360	0,981	2,943	0,213	0,639
9,85	12,553	37,659	0,827	2,481	0,180	0,540
11,52	8,558	25,674	0,628	1,884	0,136	0,408
13,02	3,309	9,927	0,087	0,261	0,019	0,057

A VII. táblázat körülbelül ugyanazt a tendenciát tükrözi, amelyet a kétrészecske-mátrixelemeknél tapasztaltunk. Említésre méltó, hogy az $E=6,92$ MeV energiájú 2^+ állapotához tartozó keveredési együttható előjelet vált a zérus hatótávolságú becslésről a nem zérus hatótávolságú közelítésekre áttérve.

A zérus hatótávolságú közelítésben megvizsgáltuk a kétrészecske-mátrixelemek és a keveredési együtthatók stabilitását az (5.30)-ban szereplő n_1'' -re és n_2'' -re vonatkozó összegezés felső határával szemben. Az eredmény a VIII. és IX. táblázatban látható.

VIII. TÁBLÁZAT

A kétrészecske-mátrixelemek stabilitása az (5.30)-ban szereplő n_1'' -re és n_2'' -re vonatkozó összegezés felső határával szemben a zérus hatótávolságú közelítésben ($K_e = 2,21 \cdot 10^{-10}$ MeV $^{-1}$)

$rstu$	J_A	T_A	$W_{rstu}^A (10^{-6} \text{ MeV})$				
			$N_{\max} = 1$	$N_{\max} = 2$	$N_{\max} = 3$	$N_{\max} = 4$	$N_{\max} = 5$
1 1 1 3	2	1	1,148	1,291	1,256	1,196	1,188
1 1 1 3	3	0	0,431	0,324	0,375	0,362	0,362
1 1 2 3	0	1	-0,016	-1,334	-2,453	-2,814	-2,839
1 1 2 3	1	0	1,601	0,938	0,824	0,784	0,814
1 2 1 3	2	0	-0,142	-0,098	-0,127	-0,127	-0,125
1 2 1 3	2	1	-0,042	-0,103	-0,102	-0,093	-0,093
1 2 1 3	3	0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1 2 1 3	3	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1 3 1 1	2	1	-1,034	-0,823	-0,929	-0,938	-0,938
1 3 1 1	3	0	0,194	0,150	0,176	0,178	0,179
1 3 1 2	2	0	-0,318	0,133	0,352	0,395	0,389
1 3 1 2	2	1	-0,663	-0,293	-0,269	-0,253	-0,253
1 3 1 2	3	0	0,126	0,050	0,043	0,037	0,035
1 3 1 2	3	1	0,058	-0,038	-0,089	-0,102	-0,101
2 2 2 3	0	1	-2,193	-4,630	-5,318	-5,249	-5,389
2 2 2 3	1	0	-0,371	-0,929	-1,084	-1,102	-1,129
2 3 1 1	0	1	8,124	2,048	2,504	2,513	2,523
2 3 1 1	1	0	-0,526	-0,706	-0,878	-0,895	-0,896
2 3 2 2	0	1	0,219	3,089	4,518	4,957	5,206
2 3 2 2	1	0	-0,009	-0,413	-0,612	-0,694	-0,744
2 3 3 3	0	1	-5,998	-2,711	-3,520	-3,468	-3,450
2 3 3 3	1	0	-1,058	-0,671	-0,972	-1,015	-1,040
3 3 3 3	0	1	0,610	1,747	3,279	3,511	3,598
3 3 2 3	1	0	-0,230	0,628	1,188	1,265	1,285

IX. TÁBLÁZAT

Az F_k keveredési együtthatók függése az (5.30)-ban szereplő összegezés felső határáról a zérus hatótávolságú közelítésben ($K_e = 2,21 \cdot 10^{-10}$ MeV $^{-1}$)

$E_k (\text{MeV})$	$F_k (10^{-7})$				
	$N_{\max} = 1$	$N_{\max} = 2$	$N_{\max} = 3$	$N_{\max} = 4$	$N_{\max} = 5$
6,92	0,167	-1,869	-4,455	-5,023	-5,120
9,85	11,230	11,195	12,690	12,542	12,553
11,52	9,661	7,398	8,656	8,547	8,558
13,02	5,272	2,157	3,224	3,291	3,309

A táblázatok alapján azt mondhatjuk, hogy az $N_{\max}=5$ közelítés megnyugtató, mivel azonban a szükséges gépidő N_{\max}^3 -nel arányos, egyes esetekben $N_{\max}=4$ -gyel is megelégedhetünk.

Az V. táblázatban adott (4.17) redukált szélességek és a VII. táblázatbeli (4.18) keveredési együtthatók felhasználásával kiszámítottuk a (4.15) paritássértő redukált szélességet. γ^{PS} -re kapott eredményünk annál pontosabb, minél több tagot veszünk figyelembe a (4.15) összegezésben. A paritássértő redukált szélességből ismét [49] módszereivel határoztuk meg a paritássértő α -bomlás teljes szélességét. Végeredményeinket a X. táblázatban adjuk meg és hasonlítjuk össze a kísérleti értékkel, valamint korábbi számítások eredményeivel.

X. TÁBLÁZAT

Az ^{16}O $E=8,87$ MeV energiájú 2^- állapota paritássértő α -bomlásának teljes szélessége.
(Az egy-, két-, ... négy-nívós közelítésről lásd a szöveget.)

Kísérlet [9]			$\Gamma_{\alpha}^{PS}(^{16}\text{O}, J = 2, E = 8,87\text{MeV})(10^{-10}\text{eV})$ (1,03±0,28)				
$K_{\alpha} (10^{-10}\text{MeV}^{-1})$			egynívós	kétívós	háromívós		négyívós
					1.	2.	
elmélet korre- látatlan	zérus hatótávú	2,21	3,561	4,772	5,676	60,214	13,639
	becslés	6,63	32,014	42,972	50,516	541,328	122,941
	$m_e = 749 \text{ MeV}$	2,21	0,019	0,844	1,352	0,219	1,562
		6,63	0,174	7,601	12,033	1,972	14,033
	korrelált	2,21	0,009	0,040	0,061	0,011	0,073
	$(m_e = 749 \text{ MeV})$	6,63	0,082	0,358	0,543	0,093	0,611
	Gari [1] konvencionális modell semleges áramokkal			1,28 2,00			

A legtöbb korábbi számításban [25–28] csak az energiaküszöb fölötti, viszonylag nagy megengedett α -szélességgel és kis energia-nevezővel rendelkező $E=11,52$ MeV energiájú 2^+ állapot járulékát tartották meg a (4.15) összegezésben (l. 2. ábra, 406. oldal). Ez lényegesen egyszerűsíti a feladatot: nem lépnek föl az energiaküszöb alatti 2^+ állapottal kapcsolatos nehézségek (lásd a 4.3. diszkusziót) és az irreguláris α -bomlás szélessége egyszerű kapcsolatba hozható az $E=11,52$ MeV-es 2^+ nívó megengedett α -bomlásának szélességével [1]. Az így kapott becslést egy-nívós közelítésnek nevezzük.

Gari, Zabolitzky és Kümmel [29] kvalitatíve megbecsülte az $E=6,92$ MeV energiájú (küszöb alatti) 2^+ állapot járulékát és az $E=11,52$ MeV-es nívó mellett ezt is figyelembe vette (4.15)-ben (két-nívós közelítés).

Kétféle három-nívós közelítést is készítettünk: az elsőben az $E=6,92$ MeV-es, az $E=9,85$ MeV-es és az $E=11,52$ MeV-es állapot, a másodikban a három küszöb fölötti 2^+ állapot járulékát tartottuk meg (4.15)-ben, hogy megvizsgáljuk, hogy mennyire fontos a küszöb alatti nívó figyelembevétele. Más szóval a második három-nívós közelítésben csak az $E=6,92$ MeV-es 2^+ állapot járulékát hagytuk el leg-pontosabb, négy-nívós számításunkhoz képest, azon az alapon, hogy az $E=6,92$ MeV-es 2^+ állapothoz kísérletileg ellenőrizhetetlen α -szélesség tartozik.

Eredményeink tendenciája a következő: a zérus hatótávolságú közelítésben a ρ -mezon kicserélő potenciál egymaga nagyságrendi egyezést ad a mért értékkel amíg csak egy nívót veszünk figyelembe (4.15)-ben. Ez az egyezés azonban a pontosabb, négy-nívós közelítés felé haladva látszólagosnak bizonyul. A korrelálatlan, nem-zérus hatótávolságú közelítésben kapott négy-nívós eredmények biztatóak.

A csak küszöb fölötti 2^+ állapotokat figyelembe vevő második három-nívós közelítésünk eredményei mindenütt kiugróan eltérnek a négy-nívós adatoktól. Ez azt mutatja, hogy az $E=6,92$ MeV energiájú 2^+ nívó szerepe — mint a 4.3. részben megállapítottuk — valóban rendkívül fontos. Ha a második három-nívós közelítést figyelmen kívül hagyjuk, akkor a X. táblázatban balról jobbra haladva észlelhető bizonyos konvergencia. A nem-zérus hatótávolságú számításokban a négy-nívós közelítés már alkalmasnak látszik a tájékozódásra, de feltétlenül szükség van a (4.15) összegezés további kiterjesztésére.

A négy-nívós közelítést vizsgálva sem alkothatunk azonban teljes képet, mert a korrelációra vonatkozó becslésünk rendkívül durva. (A taszító törzs sugarának kis növelése például drasztikusan csökkentené eredményeinket.) Annyit mindenestre megállapíthatunk, hogy egyre pontosabb négy-nívós számításokat végezve (a X. táblázatban fentről lefelé haladva) egyre kisebb I_x^{ps} -t kapunk és valószínűnek látszik, hogy ha finomítjuk a korrelációk leírását, akkor a mért érték még kevésbé lesz reprodukálható a semleges áramok figyelembevétele nélkül. Világos ugyanakkor az is, hogy amíg nem tudunk lényegesen többet az erős kölcsönhatásról, addig marad bizonytalanság a korrelációk leírásában. Ez és a többi magfizikai nehézség (hullámfüggvények, alfa-bomlás elmélet stb.) együttesen olyan szórást eredményez, amely legalábbis azonos nagyságrendű, mint a különböző potenciálok használatából származó eltérések. Amíg ez a helyzet, addig a magfizikától nem várhatunk megbízható választ a feltett kérdésre, bár — mint láttuk — a jelen vizsgálat is a semleges áramok alternatíváját valószínűsíti.

A fentiek miatt kíváncsatos további módszerek kidolgozása a rövid hatótávolságú korrelációk figyelembevételére, az α -bomlás leírásának javítása és nem utolsósorban az, hogy „jobb” 2^+ és 2^- állapotokat határozzunk meg, valamint több tagot vegyünk figyelembe a (4.15) összegezésben.

Sürgető a paritássértő α -bomlás másik két kísérletileg vizsgált példájára, az $^{16}\text{O } J^\pi=3^+, E=11,08$ MeV energiájú és $J^\pi=0^-, E=10,95$ MeV energiájú állapotaira [10] vonatkozó elméleti becslés kidolgozása is.

7. AZ ELEKTROMÁGNESES KÖLCSÖNHATÁS ESETLEGES PARITÁSSÉRTÉSÉRŐL

A X. táblázatból leolvasható, hogy alkalmas pontosságú közelítést végezve a (3.6) potenciál paraméterei könnyen (eléggé realiztikusan) úgy illeszthetők, hogy az elméleti értékek nagyságrendben egyezzenek a mérési eredménnyel. Ez a tény indította arra *Wolfenstein* [74], hogy az elektromágneses átmenetek vizsgálatával nyert kísérleti adatok reprodukálására is a (3.6) potenciált használja az ily módon illesztett paraméterekkel. (Ez akkor lehetséges, ha a vizsgált esetben a $\Delta T=1$ típusú potenciálok nem adnak járulékot; ilyen például az $n+p \rightarrow d+\gamma$ reakció.)

[74] a $\Delta T=0$ paritássértő potenciál erősségét a paritássértő α -bomlás által rögzítettnek tekinti és ezzel a potenciállal végez számításokat az $n+p \rightarrow d+\gamma$ reak-

cióra. A számítások eredményei legalább két nagyságrenddel kisebbek a mért cirkuláris polarizációnál. Ezért [74] fölveti azt a lehetőséget, hogy az elektromágneses kölcsönhatás direkt paritássértő tagot tartalmaz. (Ez esetleg megmagyarázhatná a ^{181}Ta paritássértő elektromágneses átmenetei esetében a kísérleti és elméleti eredmények között tapasztalt diszcrepanciát is, bár ott a $\Delta T=1$ típusú paritássértő potenciálok járuléka is fontos lehet.)

A fentiek szellemében [74] az elektromágneses kölcsönhatási Hamilton-operátort

$$H_{\text{em}} = eA^{\lambda}(j_{\lambda} + fk_{\lambda}) \quad (7.1)$$

alakban veszi föl, ahol j_{λ} a szokásos elektromágneses áram (vektor), k_{λ} pedig valamilyen semleges axiálvektor-áram. *Wolfenstein* ezután megvizsgálja, hogy mekkorának kell lennie az f erősségnek, hogy a mért cirkuláris polarizációt megmagyarázza.

Ha azonban az elektromágneses kölcsönhatást (7.1) írja le, akkor a fotonkicszerelés is tartalmaz $\Delta T=0$ tagot és járulékot ad a paritássértő nukleon-nukleon potenciálhoz, következésképpen a paritássértő α -bomláshoz is. Ha — kiindulásunknak megfelelően — a (3.6) potenciál nagyságrendben helyes $\Gamma_{\alpha}^{\text{PS}}$ -t szolgáltat, akkor f -nek a cirkuláris polarizációt leíró értéke ($f \approx 10^{-2}$) nem áll összhangban az α -bomlásból származó felső korláttal ($f \lesssim 10^{-4}$, ez az érték még nem változtatná meg lényegesen $\Gamma_{\alpha}^{\text{PS}}$ -t).

A X. táblázat azonban arra utal, hogy számításainkat tovább pontosítva, eredményeink erősebb axiáláramot is megengednek, sőt esetleg az α -bomlás leírásában is nagyobb f válhat szükségessé, hogy az eredmények összhangba kerüljenek a mért paritássértő α -szélességgel.

8. ÖSSZEFOGLALÁS

A dolgozatban kiszámítottuk az ^{16}O atommag $E=8,87$ MeV energiájú 2^{-} állapotának paritássértő alfa-szélességét.

A második fejezetben az α -bomlás mellett röviden áttekintettük az elektromágneses átmenetekre vonatkozó kísérleti eredményeket is. A harmadik fejezetben az atommagban föllépő paritássértő effektusok elméleti leírásának általános keretivel foglalkoztunk: felidéztek az irodalomból a paritássértő nukleon-nukleon potenciálokat és a perturbációszámításnak a paritássértő potenciálra törő alkalmazását. A negyedik fejezetben röviden ismertettük a reguláris alfa-bomlás [49]-ben részletezett mikroszkopikus leírását, majd [1] nyomán formulát adtunk a paritássértő α -bomlás szélességére, amelyet részletesen diszkutáltunk.

A jelen dolgozattal kapcsolatban elvégzett munka oroszánrészét az ötödik fejezet tartalmazza. (4.15) meghatározásához Zuker-hullámfüggvények között kiszámítottuk a (4.18)-ban szereplő sokrészesceke-mátrixelemet. A feladatot két lépésben oldottuk meg.

1. Tenzoralgebrai módszerekkel az (5.26) alakra hoztuk a kétrészesceke-mátrixelemet, majd elkészítettük az azt előállító számítógép-programot.

2. A független kétrészesceke-mátrixelemekből a komplex spektroszkópia segítségével (l. a függelékben) fölépítettük a kívánt sokrészesceke-mátrixelemet és megírtuk az ezt végrehajtó számítógép-programot.

Becslést végeztünk zérus hatótávolságú kölcsönhatással, majd a realisztikusabb (3.6) potenciállal dolgoztunk. Igyekeztünk megvizsgálni, hogy hogyan jelentkezhet eredményeinkben a különböző gyenge kölcsönhatási elméletek használata. Jelenlegi lehetőségeink keretei között megbecsültük a rövid hatótávolságú korrelációk hatását is. Eredményeinket a 6. fejezet tartalmazza.

Összefoglalásul megállapíthatjuk, hogy a kapott eredmények a számítások során alkalmazott magfizikai közelítések függvényében a kísérleti érték nagyságrendje körül mozognak, a magfizikai bizonytalanság azonban nagyobb annál, hogy határozott állítást fogalmazhassunk meg a gyenge kölcsönhatás semleges áramokat kizáró és megengedő elméletével kapcsolatban. Mindössze annyit mondhatunk, hogy — ha elfogadjuk a kísérleti adatot — eredményeink *tendenciája* valószínűsíti a semleges áramok jelenlétét. Véleményünk szerint a magfizikai számítások még hosszú ideig nem lesznek elég pontosak ahhoz, hogy ennél élesebben fogalmazott állítást tegyenek lehetővé.

Köszönetnyilvánítás

Mindenekelőtt *dr. Németh Juditnak* mondok köszönetet. Ő hívta föl a figyelmet dolgozatom témájára, a vele folytatott beszélgetésekben alakult ki az elvégzendő feladat, amelynek megoldását azután mindvégig figyelemmel kísérte és sok segítséggel könnyítette meg.

Köszönet illeti *Apagyí Barnát*, aki a kijelölt feladat alfa-bomlással kapcsolatos részét elvégezte. Köszönöm neki azt a fáradtságos munkát is, amelyet a kétrészecske-mátrixelemek kiszámításába fektetett, sok ötletét és tanácsát.

Végül köszönettel tartozom *Georges Ripkának*, akitől a komplex spektroszkópiai módszereket tanultam, és *Andrés Zukernek*, mert rendelkezésemre bocsátotta hullámfüggvényeit.

FÜGGELÉK

Komplex spektroszkópia

λ rangú szferikus tenzornak nevezünk $(2\lambda + 1)$ mennyiséget (U_μ^λ , $\mu = -\lambda \dots \lambda$), ha azok a koordinátarendszer elforgatásakor úgy transzformálódnak, mint az ugyanazon koordinátákat tartalmazó ψ_μ^λ impulzusmomentum sajátfüggvények. Direkt-szorzat reprezentációban λ több különböző mennyiséget jelölhet — a tenzori rangokat az egyes különálló terekben. Esetünkben $\lambda \equiv (JT)$, impulzusmomentum és izospin. A jelölés egyszerűsítésére kiterjedten alkalmazzuk a következő rövidítéseket:

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= (J, T) \\ (-)^\lambda &= (-)^{J+T} \\ [\lambda] &\equiv \sqrt{(2\lambda+1)} = \sqrt{(2J+1)(2T+1)}, \quad [\lambda\lambda'] = [\lambda][\lambda'] \end{aligned} \right\} \quad (\text{F.1})$$

és a továbbiakban valamennyi görög betűkkel indexelt csatolási és átcsatolási együttható is a megfelelő impulzusmomentum- és izospin-együttható szorzata.

Két szferikus tenzor csatolását vektor-diagrammal ábrázoljuk:

$$(\mathbf{V}^\beta \times \mathbf{W}^\delta)_\mu^\Lambda \equiv \sum_{\mu'} C_{\mu' \mu - \mu'}^{\beta \delta \Lambda} V_{\mu'}^\beta W_{\mu - \mu'}^\delta \equiv \begin{array}{c} \text{Diagram: A triangle with a horizontal base labeled } \Lambda. \text{ The left side is labeled } V^\beta, \text{ and the right side is labeled } W^\delta. \end{array} \quad (\text{F.2})$$

Itt \mathbf{V}^β és \mathbf{W}^δ bármilyen β , illetve δ rangú szferikus tenzoroperátor, $C_{\mu' \mu - \mu'}^{\beta \delta \Lambda}$ Clebsch—Gordan együttható. Ha a vetület-kvantumszámokat elhagyjuk, akkor magukra a tenzorokra (és nem komponenseikre) gondolunk. Könnyű megmutatni, hogy ha \mathbf{V}^β és \mathbf{W}^δ (minden komponense) kommutál, akkor

$$\begin{array}{c} \text{Diagram: Triangle with base } \Lambda, \text{ left side } V^\beta, \text{ right side } W^\delta. \end{array} = (-)^{\beta + \delta - \Lambda} \begin{array}{c} \text{Diagram: Triangle with base } \Lambda, \text{ left side } W^\delta, \text{ right side } V^\beta. \end{array} \quad (\text{F.3})$$

Általában nem ez a helyzet, ha \mathbf{V}^β és \mathbf{W}^δ antikommutál, akkor egy további $(-)$ előjelet, ha nem kommutálnak és nem is antikommutálnak, akkor egy további tagot kapunk. Célszerű bevezetni a csatolt kommutátorokat:

$$[\underline{u}^\alpha \times \underline{V}^\beta]_\pm^\Gamma \equiv \begin{array}{c} \text{Diagram: Triangle with base } \Gamma, \text{ left side } u^\alpha, \text{ right side } V^\beta. \end{array} \pm (-)^{\alpha + \beta - \Gamma} \begin{array}{c} \text{Diagram: Triangle with base } \Gamma, \text{ left side } V^\beta, \text{ right side } u^\alpha. \end{array} \quad (\text{F.4})$$

(+ az antikommutátorra, - a kommutátorra utal). Természetesen a csatolt kommutátorok ugyanazt az információt hordozzák, mint a szokásosak, hiszen $[\mathbf{U}^\alpha \times \mathbf{V}^\beta]_\pm^\Gamma = 0$ minden Γ -ra akkor és csak akkor teljesül, ha $[U_\mu^\alpha, V_\mu^\beta] = 0$ minden μ, μ' -re. Az átszatolások:

$$\begin{array}{c} \text{Diagram: Triangle with base } \Gamma, \text{ left side } u^\alpha, \text{ right side } V^\beta, \text{ diagonal } W^\delta. \end{array} = \sum_{\Delta} u(\alpha \beta \Gamma \delta; \Lambda \Delta) \begin{array}{c} \text{Diagram: Triangle with base } \Gamma, \text{ left side } u^\alpha, \text{ right side } W^\delta, \text{ diagonal } V^\beta. \end{array} \quad (\text{F.5})$$

$$\begin{array}{c} \text{Diagram: Triangle with base } \Gamma, \text{ left side } u^\alpha, \text{ right side } V^\beta, \text{ diagonal } W^\delta. \end{array} \chi^\epsilon = \sum_{\Delta, \Delta'} [\Lambda \Lambda' \Delta \Delta'] \left\{ \begin{array}{ccc} \alpha & \beta & \Lambda \\ \delta & \epsilon & \Lambda' \\ \Delta & \Delta' & \Gamma \end{array} \right\} \begin{array}{c} \text{Diagram: Triangle with base } \Gamma, \text{ left side } u^\alpha, \text{ right side } W^\delta, \text{ diagonal } V^\beta. \end{array} \chi^\epsilon \quad (\text{F.6})$$

(F.6) akkor áll fönn, ha \mathbf{V}^β és \mathbf{W}^δ kommutál, ha antikommutálnak, akkor még egy $(-)$ szorzó adódik. (F.5)-ben $U(\alpha\beta\Gamma\delta; \Lambda\Delta)$ a normált Racah-együttható:

$$U(abcd; ef) = [ef]W(abcd; ef) = (-)^{a+b+c+d}[ef] \begin{Bmatrix} a & b & e \\ d & c & f \end{Bmatrix}. \quad (\text{F.7})$$

(F.6)-ban a kapcsos zárójel a szokásos $9j$ -t jelöli. Mivel egy szferikus tenzor hermitikus adjungáltja nem viselkedik szferikus tenzor módjára (nem transzformálódik a definícióban megkövetelt módon) bevezetjük a szferikus adjungált tenzort:

$$\overline{U}_\mu^\alpha \equiv (-)^{-\alpha} (\mathbf{U}^{\alpha+})_\mu, \quad (\text{F.8})$$

ahol $\mathbf{U}^{\alpha+}$ a hermitikus adjungáltat jelöli. Ekkor fennáll

$$\overline{\mathbf{U}}^\alpha = (-)^{2\alpha} \mathbf{U}^\alpha \quad (\text{F.9})$$

és a kommutációs tulajdonságoktól függetlenül

$$(\overline{\mathbf{U}}^\alpha \times \overline{\mathbf{V}}^\beta)^\wedge = (-)^{\alpha+\beta-\wedge} (\overline{\mathbf{V}}^\beta \times \overline{\mathbf{U}}^\alpha)^\wedge. \quad (\text{F.10})$$

Az adott impulzusmomentumú és izospinű hullámfüggvények maguk is szferikus tenzorok. Jelölésük: $\psi_{x\mu}^v$ vagy ψ_x^v , ahol x tartalmaz minden kvantumszámot, kivéve az összes csatolás elvégzése utáni végső impulzusmomentum- és izospinrangot (v). Tegyük fel, hogy a $\psi_{x\mu}^v$ hullámfüggvények egy ortonormált bázis elemei, \mathbf{U}^α a terükben ható operátor. A Wigner—Eckart-tétel szerint ekkor

$$\langle \psi_{x\mu}^v | \mathbf{U}_\mu^\alpha | \psi_{x'\mu'}^{v'} \rangle = C_{\mu'\mu''\mu}^{v'\alpha v} \frac{1}{[v]} \langle xv || \mathbf{U}^\alpha || x'v' \rangle. \quad (\text{F.11})$$

Itt $\langle xv || \mathbf{U}^\alpha || x'v' \rangle$ a forgásinvariáns redukált mátrixelem.

Legyen ψ^q egyrészecske-állapotfüggvény. Ekkor

$$q = (j, t = 1/2), \quad (\text{F.12})$$

de jelölje most q az alhéjat definiáló többi kvantumszámot is (ez nem okoz konfúziót a továbbiakban). Vezessük be az \mathbf{A}^q szferikus tenzort, amely egy részecskét kelt a $(q\mu)$ állapotban:

$$\begin{aligned} \psi_\mu^q &\equiv A_\mu^q |0\rangle \\ \Psi^q &\equiv \mathbf{A}^q |0\rangle \end{aligned} \quad (\text{F.13})$$

$|0\rangle$ a vákuumállapotot jelöli). A részecske-eltüntető operátort a következőképpen definiáljuk:

$$\mathbf{B}^q \equiv (-)^{2q} \overline{\mathbf{A}}^q. \quad (\text{F.14})$$

Ekkor fönnáll

$$\mathbf{A}^q = \overline{\mathbf{B}}^q \quad (\text{F.15})$$

\mathbf{A}^q és \mathbf{B}^q a szokásos keltő és eltüntető operátorokkal a következő kapcsolatban áll:

$$A_\mu^q = a_{q,\mu}^+, \quad B_\mu^q = (-)^{q+\mu} a_{q,-\mu}. \quad (\text{F.16})$$

(A szokásos eltüntető operátor nem szferikus tenzor.) A fermion kommutációs relációk csatolt alakban:

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{A}^e \times \mathbf{A}^{e'})^r + (-)^{e+e'-r} (\mathbf{A}^{e'} \times \mathbf{A}^e)^r &= 0 \\ (\mathbf{B}^e \times \mathbf{B}^{e'})^r + (-)^{e+e'-r} (\mathbf{B}^{e'} \times \mathbf{B}^e)^r &= 0 \\ (\mathbf{A}^e \times \mathbf{B}^{e'})^r + (-)^{e+e'-r} (\mathbf{B}^{e'} \times \mathbf{A}^e)^r &= [\varrho] \delta_{\varrho\varrho'} \delta_{r0} \end{aligned} \right\} \quad (\text{F.17})$$

\mathbf{A}^e (F.13) alapján egyetlen részecske állapotoperátoraként fogható föl. A $\mathbf{Z}_x^v(n) \equiv \mathbf{Z}_x^v$ n -részecske állapot-operátorok definíciója

$$\Psi_x^v \equiv \mathbf{Z}_x^v |0\rangle \quad (\text{F.18})$$

és megköveteljük, hogy minden állapotoperátor kizárólag \mathbf{A} operátorokat tartalmazzon.

Két részecske normált állapotoperátora közvetlenül megkonstruálható. [63] fáziskonvenciója szerint

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Z}^r(r, s) &= -\zeta_{rs} (\mathbf{A}^r \times \mathbf{A}^s)^r \\ \overline{\mathbf{Z}}^r(r, s) &= \zeta_{rs} (\mathbf{B}^r \times \mathbf{B}^s)^r \end{aligned} \right\} \quad (\text{F.19})$$

ahol ϱ_r és ϱ_s helyett egyszerűen r -et és s -t írtunk és

$$\zeta_{rs} = \begin{cases} 1, & \text{ha } r \neq s \\ 1/\sqrt{2}, & \text{ha } r = s. \end{cases} \quad (\text{F.20})$$

A szabvány alakú több-héj állapotoperátor definíciója a következő: tegyük föl, hogy a $\varrho_1, \varrho_2 \dots \varrho_k$ alhéjak terében dolgozunk. Az egyrészecske-operátorok minden ϱ_i alhéjban legyenek összecsatolva egyetlen \mathbf{Z}_i normált állapotoperátorrá. Ekkor

$$\left. \begin{aligned} \overline{\mathbf{Z}}^{\Gamma_k}(\underline{n}, \underline{x}, \underline{v}, \underline{\Gamma}) &= \overline{\mathbf{Z}}_1^{\nu_1} \overline{\mathbf{Z}}_2^{\nu_2} \dots \overline{\mathbf{Z}}_k^{\nu_k} \\ \mathbf{Z}^{\Gamma_k}(\underline{n}, \underline{x}, \underline{v}, \underline{\Gamma}) &= (-)^{\sum_{i=2}^k N_{i-1} n_i} \mathbf{Z}_1^{\nu_1} \mathbf{Z}_2^{\nu_2} \dots \mathbf{Z}_k^{\nu_k} \end{aligned} \right\} \quad (\text{F.21})$$

ahol $\mathbf{Z}_i^{\nu_i} \equiv \mathbf{Z}_{x_i}^{\nu_i}(\varrho_i^{n_i})$ és $\overline{\mathbf{Z}}_i^{\nu_i} \equiv \overline{\mathbf{Z}}_{x_i}^{\nu_i}(\varrho_i^{n_i})$ a ϱ_i alhéj n_i részecske állapotoperátorai és $\mathbf{n} = [n_1, \dots, n_k]$, $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_k]$, $\mathbf{v} = [\nu_1, \dots, \nu_k]$, $\mathbf{\Gamma} = [\Gamma_1, \dots, \Gamma_k]$ a $\Gamma_1 = \nu_1$ megállapodással. Végül

$$N_{i-1} = \sum_{r=1}^{i-1} n_r. \quad (\text{F.22})$$

A \mathbf{Z} (illetve $\overline{\mathbf{Z}}$) állapotoperátorok kizárólag \mathbf{A} (illetve \mathbf{B}) operátorokból épülnek föl. Általánosabb operátorok esetén nem ez a helyzet. A legáltalánosabb operátor is kifejtethető azonban (F.21) analógiájára definiált szabvány alakú operátorok szerint

$$\underline{F}^{\mathcal{N}_k}(\underline{q}, \underline{y}, \underline{\omega}, \underline{\mathcal{N}}) = \underline{f}_1^{\omega_1} \begin{array}{c} \text{---} f_2^{\omega_2} \text{---} \\ \text{---} \mathcal{N}_2 \text{---} \\ \text{---} \mathcal{N}_{k-1} \text{---} \\ \text{---} \mathcal{N}_k \text{---} \end{array} \underline{f}_k^{\omega_k} \quad (\text{F.23})$$

ahol $\mathbf{f}_i^{\omega_i} \equiv \mathbf{f}_{y_i}^{\omega_i}(q_i)$ csak \mathbf{A}^{q_i} és \mathbf{B}^{q_i} operátorokat tartalmaz és

$$q_i \equiv n_{A_i} - n_{B_i} \quad (\text{F.24})$$

a q_i alhéjban ható \mathbf{A} és \mathbf{B} operátorok számának a különbsége. (Ha a részecskeszám a q_i alhéjban nem változik, akkor $q_i=0$.) ω_i a tenzori rang, y_i minden további kvantumszám. (F.23) bal oldalán $\mathbf{q}=[q_1, \dots, q_k]$, $\mathbf{y}=[y_1, \dots, y_k]$, $\boldsymbol{\omega}=[\omega_1, \dots, \omega_k]$, $\boldsymbol{\Omega}=[\Omega_1, \dots, \Omega_k]$ ($\Omega_1=\omega_1$).

Tetszőleges \mathbf{O}^{Ω_k} k -héj operátor szabvány alakú kifejtésének nevezzük az (F.23) operátorok szerinti kifejtést:

$$\underline{O}^{\mathcal{N}_k} = \sum_{(\underline{q}, \underline{y}, \underline{\omega}, \underline{\mathcal{N}})} K(\underline{q}, \underline{y}, \underline{\omega}, \underline{\mathcal{N}}) \underline{f}_1^{\omega_1} \begin{array}{c} \text{---} f_2^{\omega_2} \text{---} \\ \text{---} \mathcal{N}_2 \text{---} \\ \text{---} \mathcal{N}_{k-1} \text{---} \\ \text{---} \mathcal{N}_k \text{---} \end{array} \underline{f}_k^{\omega_k} \quad (\text{F.25})$$

ahol ismét minden $\mathbf{f}_i^{\omega_i} \equiv \mathbf{f}_{y_i}^{\omega_i}(q_i)$ egyetlen alhéjban hat. Ennyi előkészület után közölhetjük tetszőleges k -héj operátor (F.11) által definiált redukált mátrixelemének kifejezését szabvány alakú több-héj állapotok között (ez [63] fő eredménye):

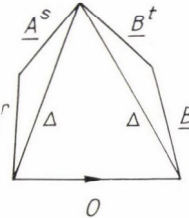
$$\begin{aligned} & \langle \mathbf{Z}^{\Gamma_k}(\mathbf{n}, \mathbf{x}, \mathbf{v}, \Gamma) \| \mathbf{O}^{\Omega_k} \| \mathbf{Z}^{\Gamma'_k}(\mathbf{n}', \mathbf{x}', \mathbf{v}', \Gamma') \rangle = \\ & = (-)^{\sum_{i=1}^k n_i(N_{i-1} - N'_{i-1})} \sum_{(\mathbf{q}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\Omega})} K(\mathbf{q}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\Omega}) \langle n_1 x_1 v_1 \| \mathbf{f}_{y_1}^{\omega_1} \| n'_1 x'_1 v'_1 \rangle \times \\ & \times \prod_{i=2}^k [\Gamma_i \Gamma'_i \Omega_i] \begin{Bmatrix} \Gamma_{i-1} & v_i & \Gamma_i \\ \Gamma'_{i-1} & v'_i & \Gamma'_i \\ \Omega_{i-1} & \omega_i & \Omega_i \end{Bmatrix} \langle n_i x_i v_i \| \mathbf{f}_{y_i}^{\omega_i} \| n'_i x'_i v'_i \rangle. \end{aligned} \quad (\text{F.26})$$

Itt a \mathbf{Z} operátorok az (F.21) által definiált több-héj operátorok, $K(\mathbf{q}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\Omega})$ az \mathbf{O}^{Ω_k} (F.25) szabvány kifejtésében megjelenő kifejtési együttható, amelyre alább mutatunk példát. Az $\langle n_i x_i v_i \| \mathbf{f}_{y_i}^{\omega_i} \| n'_i x'_i v'_i \rangle$ egy-héj mátrixelemek az adott alhéj impulzusmomentum-tulajdonságaitól függenek (csatolási együtthatók, numerikus faktorkok és „részleges származási együtthatók” — *c.f.p.k* — szorzatai). A szük-

séges egy-héj mátrixelemek az „Oak Ridge-Rochester” héjmodell-program jóvoltából számunkra is eleve adottak [64].

Tekintsük például a H_0 erős kölcsönhatási soktest Hamilton-operátort, amely mind a térbeli forgatásokkal szemben, mind az izospintérben skalár és egy- és két-részecske-tagok összegeként áll elő! Másodkvantált alakja szferikus tenzor-reprezentációban:

$$H = H_1 + H_2 = \sum_{r,s} [r] \epsilon_{rs} (\underline{A}^r \times \underline{B}^s)^0 -$$

$$- \sum_{\substack{rstu, \Delta \\ r \leq s, t \leq u}} [\Delta] W_{rstu}^{\Delta} \zeta_{rs} \zeta_{tu} \underline{A}^r \underline{B}^t \underline{B}^u$$

(F.27)

ahol

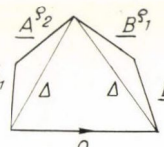
$$\epsilon_{rs} = \langle r | H_1 | s \rangle \equiv \langle s | H_1 | r \rangle \quad (\text{F.28})$$

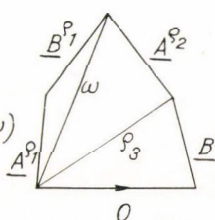
és

$$W_{rstu}^{\Delta} = \langle rs; \Delta | H_2 | tu; \Delta \rangle \quad (\text{F.29})$$

az egyrészecske-energiák és a potenciál kétrészecske-mátrixelemei. ζ_{rs} az (F.20) által definiált, az r, s, t, u az egyes alhéjakra (egyrészecske-állapotokra) utalnak, amelyek meghatározott sorrendben képzelendők — ez teszi értelmessé az $r \leq s, t \leq u$ megszorításokat. (\underline{A}^{e_r} helyett \underline{A}^r -t [q_r] helyett $[r]$ -t írtunk.) (F.27) a hamiltoni szokásos másodkvantált alakjának [65] szferikus tenzormegfelelője.

A kétrészecske-tagról látható, hogy nincs (F.23) szabvány alakban. Ahhoz, hogy (F.26)-ot alkalmazzuk rá, ki kell fejtenünk (F.25) mintájára. Ezt tagonkénti Racah-átcsatolással végezhetjük el, ((F.5), (F.6)) figyelembe véve az (F.17) kommutációs relációkat. H_2 -nek az a tagja, például, amelyben $r=1, s=2, t=1, u=3$ következőképpen transzformálódik:

$$- \sum_{\Delta} [\Delta] W_{1213}^{\Delta} \underline{A}^{s_2} \underline{B}^{s_1} \underline{A}^{s_1} \underline{B}^{s_3} =$$


$$= \sum_{\Delta \omega} [\Delta] W_{1213}^{\Delta} (-)^{s_1 + s_3 - \omega - \Delta} U(s_1 s_2 s_1 s_3; \Delta \omega)$$

(F.30)

Ez azt jelenti, hogy H_2 (F.25) kifejtésének $r=1, s=2, t=1, u=3$ tagjában

$$K = [\Delta] W_{1213}^{\Delta} (-)^{q_1 + q_3 - \omega - \Delta} U(q_1 q_2 q_1 q_3; \Delta \omega) \quad (\text{F.31})$$

és

$$\mathbf{f}_{y_1}^{\omega_1} = (\mathbf{A}^{e_1} \times \mathbf{B}^{e_1})^{\omega_1}; \quad \mathbf{f}_{y_2}^{\omega_2} = \mathbf{A}^{e_2}; \quad \mathbf{f}_{y_3}^{\omega_3} = \mathbf{B}^{e_3}; \quad \mathbf{f}_{y_4}^{\omega_4} = \dots = \mathbf{f}_{y_k}^{\omega_k} = 1. \quad (\text{F.32})$$

A főnti átszatelásokot tagonként elvégezve a lehetséges egy-héj mátrixelemek ismeretében a kétrészecske-tagra (F.26) alkalmazható. A kétrészecske-potenciál konkrét alakjára vonatkozó valamennyi információt az (F.29) kétrészecske-mátrixelemek hordozzák. H_2 teljes mátrixeleme szabvány alakú több-héj állapotok között ezen kétrészecske-mátrixelemek bonyolult lineárkombinációjának tekinthető.

IRODALOM

1. M. Gari, Physics Reports 6, 317, 1973.
2. E. Fischbach és D. Tadic, Physics Reports 6, 123, 1973.
3. W. Kaufman és H. Wäffler, Nucl. Phys. 24, 62, 1961.
4. R. E. Segel, J. W. Ohness és E. L. Sprenkel, Phys. Rev. 123, 1382, 1961.
5. D. B. Boyd és munkatársai, Bull. Am. Phys. Soc. 13, 1424, 1968.
6. C. M. Jones, J. L. C. Ford és F. E. Obenshain, Phys. Rev. C2 2113, 1970.
7. R. E. Segel, Bull. Am. Phys. Soc. 14, 565, 1969.
8. H. Hättig, K. Hünchen, P. Roth és H. Wäffler, Nucl. Phys. A 137, 144, 1969.
H. Hättig, K. Hünchen és H. Wäffler, Phys. Rev. Letter 25, 941, 1970.
9. H. Wäffler, Nucleons and Weak Interactions. Zagreb, 1971.
K. Neubeck, H. Schober és H. Wäffler, Phys. Rev. C10, 320, 1974.
10. E. Bellotti, E. Fiorini és P. Negri, Letere al Nuovo Cim. 9, 251, 1974.
11. V. M. Lobashov, V. A. Nazarenko, L. F. Saenko, L. M. Smotriskii és O. I. Kharkevitsch, Phys. Letters 25B, 104, 1967.
12. J. C. Vanderleeden és F. Boehm, Phys. Rev. C2, 748, 1970.
13. P. Bock és B. Jenschke, Nucl. Phys. A160, 550, 1971.
14. V. M. Lobashov és munkatársai, Soviet J. Nucl. Phys. 13, 313, 1971.
15. E. Lipson, F. Boehm és J. C. Vanderleeden, Phys. Rev. C5, 932, 1972.
16. D. W. Cruse és W. D. Hamilton, Nucl. Phys. A125, 241, 1969.
17. E. Bodenstedt, L. Ley, H. O. Schlenz és H. Wehmann, Phys. Letters 29B, 165, 1969; Nucl. Phys. A137, 33, 1969.
18. P. De Santignon, J. J. Lucas, J. B. Viano, M. Chabre és P. Depommier, Nucl. Phys. A160, 53, 1971.
19. P. Bock és H. Schopper, Phys. Letters 16, 284, 1965.
20. J. J. van Roijen, P. Pronk, P. U. Ottevangers és J. Block, Physica 37, 32, 1967.
21. F. Boehm és E. Kankeleit, Nucl. Phys. A109, 457, 1968.
22. E. Kuphal, Z. Physik 253, 314, 1972.
23. P. Bock, Nucleons and Weak Interactions, Zagreb 1971.
24. R. P. Feynman és M. Gell-Mann, Phys. Rev. 109, 193, 1958.
25. M. Gari és H. Kümmel, Phys. Rev. Letters 23, 26, 1969.
26. E. M. Henley, T. E. Keliher és D. U. L. Yu, Phys. Rev. Letters 23, 941, 1969.
27. M. Gari, Z. Physik 231, 412, 1970.
28. M. Gari, Phys. Letters 31B, 627, 1970.
29. M. Gari, J. G. Zabolitzky és H. Kümmel, Nucl. Phys. A161, 625, 1971.
30. T. D. Lee, Fizikai Szemle 24, 1, 1974.
31. V. M. Lobashov és munkatársai, Nucl. Phys. A197, 241, 1972.
32. E. Hadjimichael és E. Fischbach, Phys. Rev. D3, 755, 1971.
33. A. Bohr és B. Mottelson, Nucl. Structure, Vol. 1. (W. A. Benjamin, Inc. N. Y. 1969).
34. R. J. Blin-Stoyle, Phys. Rev. 120, 181, 1960.
35. F. C. Michel, Phys. Rev. 133B, 329, 1964.
36. J. W. Negele és D. Vautherin, Phys. Rev. C5, 1472, 1972.
37. S. A. Moszkowski, Phys. Rev. C2, 402, 1970.
38. W. K. Cheng, E. Fischbach, H. Primakoff, D. Tadic és K. Trabert, Phys. Rev. D3, 2289, 1971.
39. R. J. Blin-Stoyle, Phys. Rev. 118, 1605, 1960.
40. R. Lacaze, Nucl. Phys. B4, 657, 1968.

41. D. Pignon, Phys. Letters 35B, 163, 1971.
42. E. M. Henley, Phys. Rev. Letters 27, 542, 1971.
43. L. Schülke, Nucl. Phys. B40, 386, 1972.
44. J. W. Negele, Phys. Rev. C1, 1260, 1970.
45. D. Vautherin és D. M. Brink, Phys. Rev. C5, 626, 1972.
46. J. W. Ehlers és S. A. Moszkowski, Phys. Rev. C6, 217, 1972.
47. X. B. Campi és D. W. L. Sprung, Nucl. Phys. A194, 401, 1972.
48. J. Németh és G. Ripka, Nucl. Phys. A194, 329, 1972.
G. Fái és J. Németh, Nucl. Phys. A208, 463, 1973.
49. B. Apagyí, doktori értekezés, ELTE 1974.
50. H.-J. Mang, Ann. Rev. Nucl. Sci. 14, 1, 1964.
51. R. G. Thomas, Progr. Theor. Phys. 12, 253, 1954.
52. A. Arima és S. Yoshida, Nucl. Phys. A219, 475, 1974.
53. E. B. Carter, G. E. Mitchell és R. H. Davis, Phys. Rev. 133B, 1421, 1964.
54. L. W. Put és A. M. J. Paans, Phys. Letters 49B, 266, 1974.
55. W. E. Meyerhof és T. A. Tombrello, Nucl. Phys. A109, 1, 1968.
56. P. J. Siemens, Nucl. Phys. A141, 225, 1970.
57. G. Fái, Acta Physica Hungarica, 37, 151, 1974.
58. T. Brody és M. Moshinsky, Tables of Transformation Brackets. Instituto de Fisica, Mexico, 1960.
59. A. Faessler, Trieste Lectures, 1973.
60. A. P. Zuker, B. Buck és J. B. McGrory, Phys. Rev. Letters 21, 39, 1968.
A. P. Zuker, B. Buck és J. B. McGrory, BNL-report No 14 085, 1969.
61. T. T. S. Kuo és G. Brown, Nucl. Phys. 85, 40, 1966.
G. E. Brown és A. M. Green, Nucl. Phys. 85, 87, 1966.
T. T. S. Kuo, Phys. Letters 26 B, 63, 1967.
62. N. Birk, J. S. Sokolowsky és Y. Wolfson, Nucl. Phys. A. 216, 217, 1973.
63. J. B. French, E. C. Halbert, J. B. McGrory és S. S. M. Wong, Advances in Nuclear Physics 3, 193, 1969.
J. B. French, Many-body Description of Nuclear Structure and Reactions. Academic Press, New York 1966. 278.
64. A. P. Zuker, személyes közlés
65. G. E. Brown, Unified Theory of Nuclear Models and Forces. North-Holland, Amsterdam, 1967.
66. A. de-Shalit és I. Talmi, Nuclear Shell Theory, Academic Press, New York, 1963.
67. G. Ripka, doktori értekezés, Saclay 1968. CEA—R—3404.
68. M. Baranger, Correlations in Nuclei. Balatonfüred, 1973.
69. J. Missimer, A. D. Jackson és E. Fischbach, Nucl. Phys. A. 209, 221, 1973.
70. C. M. Shakin, Phys. Rev. C4, 684, 1971.
71. C. W. Wong, Phys. Rev. C3, 1058, 1971.
Phys. Rev. Letters 26, 783, 1971.
72. C. W. Wong, személyes közlés.
73. B. Eman és D. Tadic, Phys. Rev., C4, 661, 1971.
74. L. Wolfenstein, Nucl. Phys. B72, 111, 1974.

KÚSZÁS ÉS FESZÜLTSGRELAxÁCIÓ FÉMEKBEN*

BRÁJER LÁSZLÓ, KOVÁCS ISTVÁN és TASNÁDI PÉTER

ELTE Általános Fizika Tanszék

TARTALOM

1. A kúszás fenomenológiai elmélete	442
1.1. Bevezetés	442
1.2. A kúszás fogalma	443
1.3. Kúszás görbe és a kúszásra ható tényezők	443
1.4. Az izotermikus kúszás empirikus modelljei	443
1.4.1. A kúszás makroreológiai egyenletének általános alakja	444
1.4.2. Ideális testek	445
1.4.3. A folyás elmélete	445
1.4.4. Az öregedés elmélete	446
1.4.5. A keményedés elmélete	446
1.4.6. A Boltzmann—Volterra-elmélet	447
1.4.7. A Rabotnov-elmélet	449
1.5. A nem izotermikus kúszás általános makroreológiai törvényei	450
1.5.1. A hőmérséklet-idő ekvivalencia elve	451
1.6. A kúszás mikro modelljei	451
2. A képlékeny alakváltozás diszlokációs mechanizmusai	452
2.1. Bevezetés	452
2.2. Az aktiválási energia becslése	452
2.3. Diszlokációmozgást akadályozó hatások	453
2.3.1. Diszlokációforrások aktiválódása	453
2.3.2. A Peierls feszültség legyőzése	454
2.3.3. Diszlokáció-metszés	454
2.3.4. Lépcsős diszlokációk mozgása	455
2.3.5. Diszlokációkúszás	455
2.3.6. Diszlokáció körüli szennyező atmoszféra mozgása	456
2.3.7. A keresztcsúszás	456
2.4. Egyéb mechanizmusok	458
2.5. A stacionárius kúszás sebességének feszültség függése	458
3. Termikusan aktivált diszlokáció mozgással kapcsolatos folyamatok leírása	459
3.1. Általános alakváltozás	460
3.2. Kúszás	460
3.2.1. Tranziens kúszás	461
3.2.2. Stacionárius kúszás	461
3.3. Feszültségrelaxáció	461
3.4. A feszültségrelaxáció és tranziens kúszás közötti összefüggés	462
Irodalom	463

* Érkezett 1975. február 26.

1. A KÚSZÁS FENOMENOLÓGIAI ELMÉLETE

1.1. Bevezetés

A kúszás a deformálható testek klasszikus mechanikájának új ágaként tekinthető. Tárgykörét tekintve meglehetősen heterogén területű tudomány. Kúszási kérdések egyaránt megjelennek a fizika, a kémia, a technológia tudományok, a geológia, a metallográfia stb. területén. Ez a magyarázata annak, hogy a közelmúltban megjelent szakkönyvek és közlemények a kúszás tárgykörét és célját különféle képpen határozzák meg, a kúszási jelenségeket szűkebb területekre korlátozva eltérően értelmezik, s ezek eredményeként a használatos fogalmak sok bizonytalanságot és ellentmondást tartalmaznak.

A deformációk számos változata első közelítésben két, alapvetően különböző jellegű osztályba sorolható:

- a) rugalmas deformációk,
- b) folyások.

A folyásokat — a folyamatok vizsgálata és leírása szempontjából — célszerűen további két alosztályra bonthatjuk:

- a) viszkózus folyás,
- b) plasztikus folyás.

Valamely deformáció ideálisan rugalmas, ha a rendszerre ható, egyensúlyban levő külső erők hatására ébredő feszültségek kizárólag csak a pillanatnyi deformáció mértékének függvényei, továbbá, ha a terhelés megszűntével a deformáció is teljes mértékben és pillanatszerűen megszűnik. Ha a folyamatok véges sebességűek, tehát az idő, mint tényező megjelenik, a deformáció nem ideálisan rugalmas.

Folyásról akkor beszélünk, ha a rendszer deformációja adott terhelés mellett, az igénybevételi idő függvényében folyamatosan növekedik, s a tehermentesítést követően a deformáció nem szűnik meg. Ideális folyás esetén a deformáció teljes mértékben megmarad. A rugalmas deformációkkal szemben folyáskor a feszültségi állapot nem a deformáció, hanem a folyás pillanatnyi állapotára vonatkozik. A folyások között az az alapvető különbség, hogy amíg az energiadiSSIPáció viszkózus folyáskor a deformáció sebességének a függvénye, addig plasztikus folyáskor a disszipáció független a sebességtől. Számos rendszerben a folyás mindkét típusa egyidejűen lép fel.

Az ideálisan rugalmas, az ideálisan viszkózus és az ideálisan plasztikus deformáció a természetben és a technikai gyakorlatban előforduló deformációjelenségek aránylag szűk körét jelentik. A reális deformációknál ezek egyike-másika — esetleg mindhárom idealizált deformációs folyamat — egyidejűleg észlelhető és a vonatkozó törvényszerűségek is ezek tulajdonságai alapján állapíthatók meg. Ezért az ideálisan rugalmas, viszkózus és plasztikus deformáció a deformálható testek alapvető és egyúttal idealizált rendszereit — modelljeit — jelentik.

A különböző anyagok — fémek, ötvözetek, polimerek, közetek, beton, természetes és mesterséges kövek, jég stb. — deformációs viselkedésében a rugalmas deformáció és a folyás egyidejű jelentkezése sokféle formában nyilvánulhat meg. A teljes deformációban való viszonylagos részarányuk az igénybevétel módjának (hőmérséklet, sebesség, feszültségi állapot), az anyag szerekezetének és a mechanikai igénybevétel időtartamának függvénye.

1.2. A kúszás fogalma

A műszaki gyakorlatban igen fontos fogalom a fémek és ötvözetek kúszása, más néven tartós folyása. Általában a kúszás fogalmát kétféle értelemben használják. Szűkebb értelemben kúszásról akkor beszélnek, ha a rendszer deformációja adott terhelés mellett, az igénybevételi idő függvényében folyamatosan növekedik, s a tehermentesítést követően a deformáció nem szűnik meg. A kúszás mértéke a maradó, vagy permanens deformáció. A deformáció és a t igénybevételi idő közötti függvénykapcsolatot ábrázoló görbe az úgynevezett kúszásgörbe, amely adott feszültség és hőmérséklet mellett a szóban forgó rendszerre jellemző menetű.

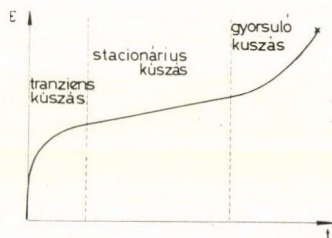
Tágabb értelemben kúszás alatt azon jelenségek összességét értik, amelyek az időben változó feszültség és deformáció hatására az adott rendszerben fellépnek. E meghatározás szerint pl. a rugalmas utóhatás a kúszás tárgykörébe tartozik.

1.3. Kúszásgörbe és a kúszásra ható tényezők

Az 1. ábra jellegzetes kúszásgörbét szemléltet. A görbe olyan vizsgálat lefolyását mutatja, amelynél a rendszer a kúszási folyamatra általában jellemző három fokozaton ment végig. Ha a deformációt az $\varepsilon(t)$ függvény írja le, akkor a három fokozatra a

$$\frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} \approx 0$$

kifejezés jellemző. Az első az úgynevezett primér vagy tranziens kúszás. Itt a kúszás sebessége fokozatosan csökken. A második fokozatban a kúszás sebessége gyakorlatilag állandó, ezt szekunder vagy stacionárius kúszásnak, végül a harmadik szakaszt, ahol a kúszás sebessége a törésig növekszik, gyorsuló kúszásnak nevezik. A kúszási görbe jellegét a rendszer összetétele, tulajdonságai és mechanikai igénybevételük módja határozza meg. A rendszer összetételét az alkotó komponensek fizikai és kémiai jellemzői, valamint a rendszer előállítási vagy keletkezési körülményei szabják meg. A tulajdonságok között a legfontosabb általában a rendszer mechanikai és kémiai előléte, a pillanatnyi hőmérséklet és a külső feszültség. A mechanikai igénybevétel módja attól függ, hogy milyen jellegűek a fellépő feszültségek, ezeknek mekkora a nagyságuk, és mekkora a deformáció sebessége.



1. ábra

1.4. Az izotermikus kúszás empirikus modelljei

A kúszásra egységes elméletet eddig nem sikerült kidolgozni. Ennek oka elsősorban az, hogy a jelenségek létrehozásában egyidejűleg igen sok, egymástól esetleg függetlenül működő mechanizmus vesz részt. A makroszkopikus mérésekkel mindig ezek hatásának valamilyen eredőjét észleljük, és a különböző elemi folyamatok szétválasztása meglehetősen bizonytalan. Így a kúszás egyenletei, jelentős

részben a kísérleti tapasztalatok alapján, csak empirikus úton állapíthatók meg. Erre vezethető vissza, hogy az irodalomban e területen számtalan és egymásnak ellentmondó felfogás és egyenlet található.

A deformációkkal és az ezekkel kapcsolatos törvényszerűségekkal a legáltalánosabban a reológia foglalkozik [1]. A reológia elsőrendű feladata az idealizált deformációs folyamatok leírásán túlmenően, a reális deformációs jelenségek törvényszerűségeinek megállapítása és azok alkalmazása. Például a reológia foglalkozik olyan deformációk feltételeivel és lefolyásával, amelyeknél egyidejűen reverzibilis elasztikus és irreverzibilis viszkózus, illetve plasztikus deformáció jelentkezik. A reológia legfontosabb feladatai közé tartozik a vizsgált rendszer mechanikai tulajdonságainak a rendszer termikus és mechanikai előéletétől való függésének vizsgálata.

Más tudományokhoz hasonlóan, a reológia esetében is megkülönböztethető:

a) a fenomenológiai elméleteket magában foglaló, úgynevezett makroreológia, amely az anyagokat homogéneknek vagy kvázihomogéneknek tekinti és

b) a szerkezeti elméleteket alkalmazó, úgynevezett mikro- vagy statisztikus reológia, amely viszont egyenleteit a mikroszerkezeti tényekből kiindulva állítja fel.

1.4.1. A kúszás makroreológiai egyenletének általános alakja

A kúszás alapegyenletei — amelyek a vizsgált rendszer kúszási állapotát és a kúszással kapcsolatos folyamatokat írják le — a σ feszültségek mint dinamikai mennyiségek, az ε deformációk mint kinetikai mennyiségek és a t mint igénybevételi idő között teremtenek kapcsolatot. Ezen alapmennyiségeket állapotmennyiségek és a külső körülményektől függő egyéb paraméterek kapcsolják össze. A vizsgált rendszer kúszási viselkedése nemcsak a deformációk és a feszültségek mértékétől, valamint jellegétől, hanem ezek $\dot{\sigma}$, $\ddot{\sigma}$, ..., $\dot{\varepsilon}$, $\ddot{\varepsilon}$, ... idő szerinti deriváltjaitól is függ, ezért a kúszási egyenletek általános alakja a következőképpen írható fel:

$$f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, \ddot{\varepsilon}, \dots, \sigma, \dot{\sigma}, \ddot{\sigma}, \dots, T, q_1, \dots, q_n) = 0. \quad (1)$$

Itt T a hőmérsékletet, q_i az i -edik, úgynevezett struktúra paraméter. Általában ε és σ tenzor jellegű mennyiségek. A kúszás makroreológiai leírása ezen függvénykapcsolat meghatározását, konkretizálását és a vizsgált rendszert jellemző állapotmennyiségek megadását jelenti. Természetesen a rendszert jellemző függvénykapcsolatoknak ki kell elégíteni a fenomenologikus fizika általános törvényszerűségeit, elsősorban a termodinamika alaptörvényeit és a matematikai modellben szereplő szimmetriai- és invariancia-tulajdonságokat.

A kúszási folyamatoknak az (1) összefüggésre alapozott vizsgálati módszerei részben matematikai alapokon nyugvó elméleti, részben tapasztalati módszerek. A makroreológiai leírás szemléletének megfelelően a kúszási folyamatok egyes fenomenologikus tárgyalását az (1) függvénykapcsolat konkrét megadása különbözteti meg egymástól. Minden egyes speciális függvénykapcsolat a kúszási folyamat egy-egy makroreológiai modelljének felel meg. Egy-egy ilyen modell a vizsgált rendszerre jellemzően deformációs folyamatok ideális típusait foglalja magában. Az ideális folyamatok jól alkalmazhatók arra, hogy az egyes reális kúszási folyamatokat matematikailag jellemezzessük és rendszerezessük. Ezt az teszi lehetővé, hogy valamely reális kúszási folyamatban az idealizált tulajdonságok egyike, vagy másika túlsúlyba jut a többihez viszonyítva, és így az utóbbiak elhanyagolhatóvá válnak. Ez azért is

lényeges, mert az (1) függvénykapcsolatot általában nem lehet megadni. Ezért a műszaki gyakorlatban, és a fizikai kutatásban is speciális függvénykapcsolatokkal dolgoznak. Így a kúszási jelenségek törvényszerűségeinek leírására különböző elméletek jöttek létre.

Ezek közül a fontosabbakat a következőkben röviden áttekinthetjük, a deformáció módját illetően minden esetben az egyszerű nyújtásra szorítkozva.

1.4.2. Ideális testek

A reológia a reális testek deformációs tulajdonságait három ideális testre vezeti vissza. Ezek a következők:

a) Ideális rugalmas test (2a. ábra), amelyeknek deformációjakor teljesül a Hooke-törvény, azaz

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \sigma, \quad (2a)$$

ahol E = állandó, a Young-modulusz.

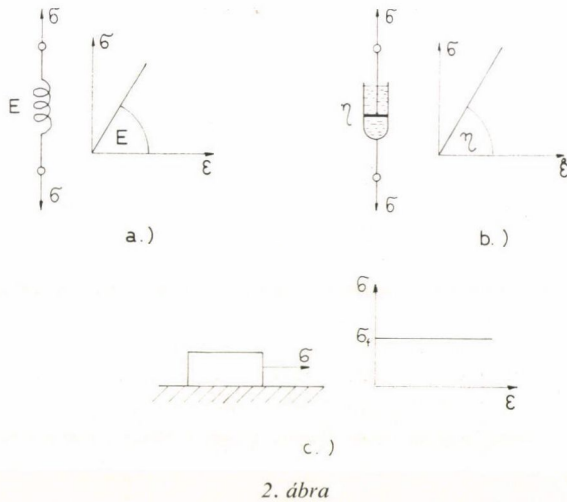
b) Ideális viszkózus folyadék (2b. ábra), amelyre

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma}{\eta}, \quad (2b)$$

ahol η = állandó, a belső súrlódási együttható.

c) Ideális plasztikus test (2c. ábra), amelyre létezik egy olyan σ_f határfeszültség, hogy

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= 0, & \text{ha } \sigma < \sigma_f \\ \text{és} & & \\ \dot{\varepsilon} &= \text{állandó}, & \text{ha } \sigma = \sigma_f. \end{aligned} \quad (2c)$$



2. ábra

1.4.3. A folyás elmélete

A folyás elmélete azon a feltevésen alapul, hogy állandó hőmérsékleten a feszültség és az idő egyértelműen meghatározza a kúszás sebességét, azaz

$$\dot{\varepsilon} = f(\sigma, t), \quad T = \text{állandó}. \quad (3)$$

Ezen elmélet hiányossága, hogy a (3) egyenlet a vizsgált rendszer struktúra változásaira valójában igen érzékeny, továbbá nem írja le a feszültségrelaxációs folyamatot. Ennek kiküszöbölésére (időben változó feszültség esetén) a (3) egyenlet helyett az

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{E} \dot{\sigma} + f(\sigma, t) \quad (3a)$$

típusú egyenletet szokták alkalmazni, ahol E a Young-modulusz. A gyakorlati

esetekben többnyire az alábbi

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{E} \dot{\sigma} + B(t) \sigma^m \quad (3b)$$

konkrét összefüggést használják. Ha pl. $m=1$ és $B(t)=\text{állandó}$, akkor a (3b) egyenlet a jól ismert Maxwell-féle test deformációját írja le.

1.4.4. Az öregedés elmélete

Az öregedés elmélete szerint állandó T hőmérsékleten a feszültség és az idő a kúszási deformációt határozza meg egyértelműen, azaz

$$\varepsilon = f(\sigma, t), \quad T = \text{állandó}. \quad (4)$$

Ha figyelembe vesszük most is a rugalmas deformációt, akkor (4) egyenlet helyett a

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \sigma + f(\sigma, t) \quad (4a)$$

egyenletet kapjuk. A gyakorlati esetek többségében felhasználják a kúszási görbék hasonlósági elméletét, mely szerint

$$f(\sigma, t) = \varphi(\sigma) \tau(t). \quad (5)$$

A kísérleti tapasztalatok alapján többnyire az alábbi függvénykapcsolatokat alkalmazzák

$$\varphi(\sigma) = \sigma^m, \quad \tau(t) = e^{-\alpha t}, \quad \text{vagy} \quad \tau(t) = at. \quad (6)$$

Itt m , a és α a vizsgált rendszer jellemző paraméterei. Ez az elmélet figyelembe veszi a vizsgált rendszer sajátosságainak időbeli változását. Innen származik az elmélet elnevezése. Megemlítjük, hogy a τ időskálában a (4a) egyenlet az (5) figyelembevételével a (3a) egyenlet alakjára hozható, azaz

$$\frac{d\varepsilon}{d\tau} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{d\tau} + \varphi(\sigma). \quad (7)$$

1.4.5. A keményedés elmélete

Ezen elmélet szerint a kúszás sebességét a pillanatnyi feszültség és deformáció szabja meg, azaz

$$\dot{\varepsilon} = f(\varepsilon, \sigma) = \varphi(\sigma)(\varepsilon^{-\alpha} + \beta), \quad (8)$$

ahol az α és β állandók a rendszerre jellemző adatok. A kísérleti adatok kiértékelésekor $\varphi(\sigma)$ -ra általában a következő speciális függvényeket használják

$$\varphi(\sigma) = k \left(2 \operatorname{sh} \frac{\sigma}{A} \right)^m, \quad (9)$$

$$\varphi(\sigma) = k e^{\frac{\sigma}{A}}, \quad (9a)$$

$$\varphi(\sigma) = B \sigma^m. \quad (9b)$$

ahol m , A , k és B kísérleti adatokból meghatározott paraméterek. Általában m és A a hőmérséklettől gyakorlatilag nem, míg B és k a

$$k = k_0 e^{-\frac{U}{RT}} \quad (10)$$

egyenlet szerint függ. Itt U a kúszási folyamat aktiválási energiája. Arról, hogy melyik függvény felel meg a legjobban a kísérleti adatok feldolgozásának, csak a folyamat előzetes elemzése adhat választ. Tisztán empirikus ismeretekre támaszkodva gyakran csak hosszadalmas próbálgatások után sikerül megfelelő függvénytípust kiválasztani. Az előzetes elméleti megfontolások, a matematikai modell ismerete alapján viszont mindig mód van arra, hogy a választható függvénytípusok széles skáláját jelentősen csökkentsük, és így az empirikus függvény meghatározásának műveletét meggyorsítsuk.

Az eddig tárgyalt kúszás függvényeket *Nádai* a következő függvénykapcsolat segítségével egyesítette [2]:

$$f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, \sigma, t) = 0. \quad (11)$$

Ebből σ kifejezhető, és megváltozása a következőképpen írható fel:

$$d\sigma = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} \right)_{\dot{\varepsilon}, t} d\varepsilon + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\varepsilon}} \right)_{\varepsilon, t} d\dot{\varepsilon} + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} \right)_{\varepsilon, \dot{\varepsilon}} dt. \quad (11a)$$

Ez az összefüggés a vizsgált rendszer keményedése és lágyulása különböző formái között állapít meg kapcsolatot. Ebből az alábbi speciális esetek származtathatók. Legyen

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} \right)_{\dot{\varepsilon}, t} = 0;$$

azaz a folyamat során nincs alakítási keményedés, akkor (11a) megoldásából (3a) adódik. Ha a feszültség nem függ a kúszás sebességétől, akkor

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\varepsilon}} \right)_{\varepsilon, t} = 0; \quad F(\varepsilon, \sigma, t) = 0,$$

végül, ha

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} \right)_{\varepsilon, \dot{\varepsilon}} = 0, \quad \text{akkor} \quad F(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, \sigma) = 0$$

adódik.

1.4.6. A Boltzmann—Volterra-elmélet [3]

Ez az elmélet a kúszási folyamat matematikai leírását a szuperpozíció elvére építi. Az elméletet újabban a válaszanalízis fogalmi rendszerével és általános törvényeivel értelmezik.

A válaszanalízis fenomenológiailag és matematikailag elemzi a vizsgált rendszer reakcióját adott külső kölcsönhatásra. Ha a hatást σ , a reakciót ε jelenti, akkor a vizsgálat során az

$$\varepsilon(t) = \varepsilon(\sigma(t')), \quad 0 \leq t' \leq t, \quad (12)$$

kapcsolatot kell megismerni. Ennek megfelelően a kúszási jelenség felfogható olyan folyamat-ábraként, ahol σ a bemenő, ε a kimenő jellemzőket jelenti. A bemeneti-kimeneti összefüggést szimbolikusan

$$\varepsilon(t) = \hat{L}\sigma(t) \quad (13)$$

alakban írhatjuk, ahol \hat{L} a vizsgált rendszert jellemző operátor, amely a rendszer strukturális elemeinek tulajdonságaitól és kölcsönhatásaitól függ. Az \hat{L} operátor függhet a σ feszültségtől, az ε deformációtól és a t időtől, ezenkívül differenciálási vagy integrálási műveleteket is magában foglalhat, vagy akár valószínűségi fogalmakkal is lehet adott. A (13) egyenlet csupán bizonyos oksági kapcsolatra kíván utalni. Ha az operátor nem függ sem a σ , sem az ε mennyiségtől, és a $p=d/dt$ differenciáloperátornak, illetve az $1/p$ integráloperátornak polinomja vagy törtfüggvénye, akkor lineáris operátorról beszélnek. A rendszer időben változatlan (invariáns), más szóval állandó paraméterű, ha a bemenő- és a kimenőjel kapcsolata független a kezdeti időpont megválasztásától. Ilyenkor ha $\sigma(t)$ hatására $\varepsilon(t)$, akkor a késleltetett $\sigma(t-\tau)$ bemenőfeszültség hatására $\varepsilon(t-\tau)$ kimenő deformáció keletkezik:

$$\varepsilon(t-\tau) = \hat{L}\sigma(t-\tau). \quad (14)$$

Ilyen rendszerekben a kimenőjelek nagysága és alakja független a bemenőjelek rákapcsolásának időpontjától. A Boltzmann—Volterra-elméletben a kúszási folyamatot leíró operátor:

$$\hat{L} = \frac{1}{E}\hat{G}, \quad (15)$$

ahol E a Young-modulusz, \hat{G} pedig egy olyan integráloperátor, amelynek hatása a $\sigma(t)$ függvényre:

$$\hat{G}\sigma(t) = \int_0^t G(t, \tau)\sigma(\tau) d\tau. \quad (16)$$

Az integrálegyenlet $G(t, \tau)$ magját szokás még a

$$G(t, \tau) = \delta(t-\tau) + K(t, \tau) \quad (17)$$

alakban írni, ahol $\delta(t-\tau)$ a Dirac δ függvény. Így a kúszási folyamatot leíró (13) egyenlet a Boltzmann—Volterra-elméletben az

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E} \left[\sigma(t) + \int_0^t K(t, \tau)\sigma(\tau) d\tau \right] \quad (18)$$

alakot veszi fel. A (18) integrálegyenlet $K(t, \tau)$ magja a vizsgált rendszer reológiai sajátosságait jellemzi. A $K(t, \tau)$ függvényt vagy elméletileg a mikrostruktúra elemzése alapján, vagy közvetlenül a kísérleti adatokból határozzák meg. Jelentése pedig: a $t=\tau$ időpontban bekövetkező egységimpulzusra a rendszer válasza, ezért sokszor ráhatás-, súly-, memória-függvénynek is szokás nevezni. A (18) egyenletben az integrál a $t=\tau$ időpontban fellépő $\sigma(\tau)$ nagyságú hatások szuperpozícióját fejezi ki, ha az egységimpulzusra kapott válasz $K(t, \tau)$. Abban az esetben, ha a rendszer tulajdonságai időben állandók, akkor

$$K(t, \tau) = K(t-\tau). \quad (19)$$

Állandó terhelés esetén a kúszás sebességére a (18) egyenlet alapján ekkor a következő kifejezést kapjuk

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma}{E} K(t). \quad (20)$$

Ez lehetőséget ad a $K(t-\tau)$ függvény egyszerű meghatározására a kúszási görbéből.

1.4.7. A *Rabotnov-elmélet* [4]

Igen jelentősek azok a vizsgálatok, amelyeket *Rabotnov* végzett a kúszási jelenségek fenomenologikus leírására és általános törvényszerűségeinek feltárására. A kúszási jelenségek leírására a (13) egyenlet helyett a

$$\varphi(\varepsilon) = \hat{G}\sigma \quad (21)$$

egyenletet javasolja. Itt $\varphi(\varepsilon)$ a deformációnak nemlineáris függvénye, \hat{G} pedig a (16) egyenlet által meghatározott integráloperátor. Így a kúszási jelenséget leíró nemlineáris integrálegyenlet:

$$\varphi(\varepsilon(t)) = \sigma(t) + \int_0^t K(t-\tau)\sigma(\tau) d\tau. \quad (21a)$$

A $\varphi(\varepsilon)$ függvény, amely a feszültség és a deformáció nemlineáris kapcsolatát fejezi ki, kísérletileg meghatározható. Ha a $\varphi(\varepsilon)$ és $K(t-\tau)$ függvényeket a kísérleti tapasztalatot helyesen tükröző analitikus függvénykapcsolattal adjuk meg, akkor a (21a) egyenlet a kúszásgörbét szerves egységben írja le a feszültségrelaxációval együtt. A mérési adatokból meghatározott analitikus összefüggést, a független és függő változók között, empirikus függvénynek nevezzük. A kísérleti eredmények kiértékelésére gyakran a

$$\varphi(\varepsilon) = a\varepsilon^\alpha, \quad K(t-\tau) = \frac{A}{(t-\tau)^\beta} \quad (22)$$

függvényekkel számolnak, ahol a , α , A és β a vizsgált rendszerre jellemző mennyiségek.

Ha csak a kúszásgörbe lineáris szakasza érdekel bennünket, akkor annak leírására a

$$\varphi(\varepsilon) = E\varepsilon \quad (23)$$

egyenlet felhasználásával az

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E} \left[\sigma(t) + \int_0^t K(t-\tau)\sigma(\tau) d\tau \right] \quad (24)$$

Boltzmann—Volterra-típusú egyenlet szolgál.

A kúszásgörbe általános fenomenologikus leírására a kísérleti eredmények általánosításaként a (21a) egyenletet is magában foglaló

$$\varepsilon E(\varepsilon) = \sigma(t) + \int_0^t K[t, \tau, t_r(\sigma)]\sigma(\tau) d\tau \quad (25)$$

integrálegyenlet alkalmazható. Ez az egyenlet figyelembe veszi a Young-modulusnak a deformáció fokától való függését. Az $E(\varepsilon)$ függvényt kísérletileg határozzák meg a $t=0$ időpillanatra extrapolálva. Ez a függvény a $\sigma = \varepsilon E(\varepsilon)$ görbének a Hooke-törvény által meghatározott egyenestől való eltérését jellemzi. A (25) integrálegyenlet magjának a

$$t_r(\sigma) = A_0 e^{\frac{U_0 - V\sigma}{kT}} \quad (26)$$

relaxációs időtől való függése azt a kísérleti tapasztalatot fejezi ki, hogy a kúszás-görbe jellege függ a feszültségtől és a T hőmérséklettől. A (26) egyenletben U_0 a kúszás aktiválási energiája, V az aktiválási térfogat, amely matematikailag a nem-linearitás mértékét jellemzi, A_0 pedig a rendszerre jellemző mennyiség.

A (25) egyenlet speciális kifejezéseiként a gyakorlatban a kúszásgörbék kiértékelésére az

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E} \sigma(t) + \int_0^t K[(t-\tau); \sigma] \sigma(\tau) d\tau \quad (25a)$$

vagy az

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E} \sigma(t) + \int_0^t K(t-\tau) F[\sigma(\varepsilon)] d\tau \quad (25b)$$

integrálegyenleteket használják. A műszaki gyakorlatban a kísérleti adatokhoz való illesztéshez gyakran az alábbi magokat választják. A (24) egyenletben:

$$K(t-\tau) = \alpha\beta \left(\frac{t-\tau}{T}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\tau}{T}\right)^\beta} \quad (27)$$

A (25b) egyenletben:

$$K(t-\tau) = v + \alpha e^{-\beta(t-\tau)} \quad (28)$$

A (21a) egyenletben:

$$K(t-\tau) = \kappa \frac{a}{(t-\tau)^\alpha} \quad (29)$$

végül a (25) egyenletben:

$$K[t, \tau, t_r(\sigma)] = \kappa (t-\tau)^{\alpha-1}, \quad (30)$$

ahol $0 < \alpha < 1$.

1.5. A nem izotermikus kúszás általános makroreológiai törvényei

A laboratóriumi kúszás vizsgálatokat különböző állandó hőmérsékleten végzik, ugyanakkor a tényleges üzemi kúszási igénybevétel során a hőmérséklet időben változik, legalábbis statisztikusan ingadozik. Ahhoz, hogy a ma már igen nagy számú, különböző állandó és időben változó hőmérsékleteken végzett kúszásvizsgálati adat információtartalmát a műszaki technológiai berendezések optimális méretezésénél megfelelően figyelembe lehessen venni, az izotermikus kúszás folyamat leírását ki kell terjeszteni a nem izotermikus kúszás folyamatainak egységes leírására.

1.5.1. A hőmérséklet-idő ekvivalencia elve

Tapasztalat szerint a különböző állandó hőmérsékleten mért kúszásgörbék logaritmikus időskálában azonos formával rendelkeznek és a logaritmikus idő-tengellyel párhuzamos, alkalmas eltolásokkal egyetlen egy görbét alkotnak. Matematikailag

$$K(\lg t, T) = K[\lg t + \psi(T)] = K(\lg \xi), \quad (31)$$

ahol

$$\xi = e^{\psi(T)} t = g(T) t \quad (32)$$

az úgynevezett redukált idő. A $\psi(T)$ függvény fejezi ki a T hőmérsékletéhez tartozó eltolás mértékét.

Legyen T_0 az a hőmérséklet, amelyhez tartozó $K_0(\xi)$ kúszásgörbére képezzük le a többi $T \neq T_0$ hőmérsékleten mért $K(t, T)$ kúszásgörbéket. Akkor a $\psi(T)$ függvény definíciója szerint:

$$\psi(T_0) = 0. \quad (33)$$

Ha valamely vizsgálatban a hőmérséklet az idő függvénye, akkor az ekvivalens redukált időt a

$$\xi(t) = \int_0^t g[T(\tau)] d\tau \quad (34)$$

egyenlet definiálja, amennyiben $\xi(0)=0$. A gyakorlatban a $\psi(T)$ függvényt a σ =konstans kísérleti kúszásgörbékéből határozzák meg. A T_0 -ra vonatkoztatott kúszásgörbét sokszor „mestergörbének” nevezik.

A hőmérséklet-idő ekvivalencia elve igen fontos szerepet játszik a kísérleti idő lényeges csökkentésében és a különböző állandó és időben változó hőmérsékleteken mért kúszási adatok komplex feldolgozásában.

1.6. A kúszás mikro modelljei

A következőkben azokat az eredményeket és elvi megfontolásokat foglaljuk vázlatosan össze, amelyek a kúszási jelenségek elméleteinek mikrofizikai megalapozásával kapcsolatosak. A kísérleti és elméleti eredmények összehasonlítása alapján azonban arra a következtetésre juthatunk, hogy ezen elméletek egyike sem tekinthető lezártnak, befejezettnek, ezért az összefoglalásnál teljességre nem törekedhetünk.

A fenomenologikus tárgyalásmód — mint láttuk —, megelégszik a szemlélet számára közvetlenül adott kúszási jelenségek matematikai leírásával, nem kutatja azonban, hogy ezek a jelenségek a vizsgált rendszer szerkezetével és a szerkezeti elemek tulajdonságaival, mozgásformáival milyen kapcsolatban állnak. E tárgyalásmódban a tekintetbe vett rendszer egy-egy térrészt folytonosan kitöltő anyagként jelenik meg, amelynek egy sor meghatározott adata, azaz kiterjedése, nyomása, hőmérséklete, entrópiája és még számos egyéb tulajdonsága van; a fenomenologikus szemlélet arra azonban nem ad választ, hogy ezek a tulajdonságok milyen viszonyban vannak a rendszer anyagszerkezeti felépítésében adott tulajdonságaival. Ezért a fenomenológiai módszer a különböző anyagi minőségű rendszerek különböző kúszási viselkedésének elméleti indokolására képtelen. A félreértések elkerülése végett megemlítjük, hogy a kúszás fenomenologikus tárgyalásmódja ennek ellenére

gyakorlati szempontból nemcsak megengedhető, hanem szükséges is. Ha a kúszási jelenségek alapvetőbb okai iránt érdeklődünk, ha a kúszási jelenségek mélyebb megértésére törekszünk, akkor tekintetbe kell vennünk a vizsgált rendszer anyagi felépítését, szerkezetét, a szerkezeti elemek alapvető tulajdonságait és kölcsönhatásait. E sajátságokat viszont a szerkezeti rendellenességek nagy mértékben befolyásolják. Ezért a jelenségeket lényegesen módosítja a vizsgált rendszer fizikai és kémiai előélete, tisztasági foka és az anyagi minősége is. A kúszási folyamatok szoros kapcsolatban vannak továbbá a vizsgált rendszer kristályhibáinak termikusan aktivált mozgásával.

A jelenségek nagy része diszlokációs mechanizmusra vezethető vissza, egyes esetekben azonban szemcsehatárok mozgásával, vagy diffúziós folyamatokkal magyarázhatók. A következőkben áttekintjük a legfontosabb diszlokációs mechanizmusokat.

2. A KÉPLÉKENY ALAKVÁLTOZÁS DISZLOKÁCIÓS MECHANIZMUSAI

2.1. Bevezetés

A kúszás jelenségével kapcsolatosan két alapvető kísérleti tapasztalatra támaszkodhatunk:

a) A σ = állandó, T = állandó feltételek mellett is végbemegy (végbemehet) folytonos plasztikus alakváltozás.

b) Az alakváltozás során $\dot{\epsilon}$ nagy mértékben függ a hőmérséklettől.

Ez utóbbi körülmény utal arra, hogy a kúszás termikusan aktivált folyamat. Ennek megfelelően a fenomenologikus elméletek ((26) egyenlet) az $\dot{\epsilon}$ kúszási sebességet többnyire az

$$\dot{\epsilon} = Ae^{-\frac{Q}{kT}} \quad (35)$$

alakban határozzák meg, ahol $\dot{\epsilon}$ a relatív megnyúlás változási sebessége, Q a folyamat látszólagos aktiválási energiája, A pedig egy többváltozós függvény.

A (35) fenomenologikus formula azonban csak akkor nyer mélyebb tartalmat, ha az adott vizsgálat esetén sikerül meghatároznunk azt a mikromechanizmust is, amely döntő mértékben befolyásolja az alakváltozást. A mechanizmus felismerése ugyanis lehetővé teszi mind az aktiválási energia, mind pedig az A függvény meghatározását, vagy legalábbis közelítő becslését.

2.2. Az aktiválási energia becslése

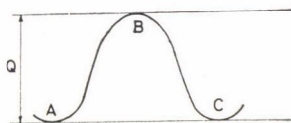
Tegyük fel, hogy a vizsgált alakváltozás a fémszerkezet valamilyen mikroméretű megváltozásának ismétlődése során következik be, például úgy, hogy kicsiny atomcsoportok elmozdulnak valamilyen irányban. (A termikus aktiválás miatt az egyszerre mozgó részek csak igen kevés atomot tartalmazhatnak, hiszen a hőmozgás véletlen jellegű.)

Az atomcsoportok elmozgását a fémszerkezet nyilvánvalóan akadályozza. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy ez az akadályozó hatás egy periodikus poten-

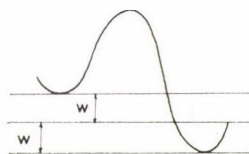
ciálgáttal vehető figyelembe. Amíg a fém nincs külső vagy belső forrásból származó σ feszültség hatása alatt, addig ez a potenciálgát szimmetrikus (3. ábra). Ily módon az atomcsoport a hőmozgás során azonos valószínűséggel kerülhet az A helyről a B helyre és vissza. Az ilyen ugrások időegységenkénti száma a statisztikus fizikából ismeretes:

$$v = v_0 e^{-\frac{Q}{kT}}, \quad (36)$$

ahol Q most a potenciálgát magassága, v_0 az úgynevezett atomi frekvencia (értéke $\sim 10^{12}$ nagyságrendű). Amennyiben σ feszültség hat a fémre, a fenti helyzet megváltozik. Az energiagát leküzdése során ugyanis az anyag megnyúlik, s így a külső feszültség munkát végez. Ennek megfelelően az energiagát az egyik irányban lecsökken (4. ábra). Amennyiben egyetlen atomi folyamat során a feszültség által



3. ábra



4. ábra

végzett munka w , akkor a (36) frekvencia az oda- és visszaugrásra más lesz. Az atomi folyamat — egy diszlokáció szakasz elmozdulása — nagyobb valószínűséggel megy végbe az egyik irányba, mint a másikba. A megnyúlási sebesség ezért arányos lesz ezzel a valószínűséggel, tehát

$$\dot{\epsilon} \sim v_1 - v_2 = v_0 \left[e^{-\frac{Q-w}{kT}} - e^{-\frac{Q+w}{kT}} \right], \quad (37)$$

vagy

$$\dot{\epsilon} \sim v_0 e^{-\frac{Q}{kT}} \operatorname{sh} \frac{w}{kT}. \quad (38)$$

A visszaugrás valószínűsége általában elhanyagolható és így:

$$\dot{\epsilon} \sim v_0 e^{-\frac{Q-w}{kT}}. \quad (39)$$

A kitevőben szereplő $(Q-w)$ mennyiség éppen a folyamat aktiválási energiája a σ feszültség mellett.

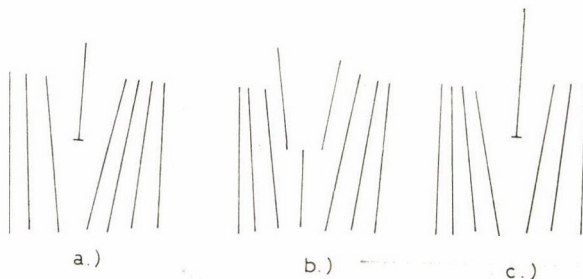
2.3. Diszlokációmozgást akadályozó hatások

2.3.1. Diszlokációforrások aktiválódása

Megfelelő külső hatás esetén még nem működő diszlokációforrások aktiválódhatnak. A termikus aktiválás ebben az esetben nem játszhat szerepet, mert a diszlokációforrás aktiválása túlságosan sok atom kollektív mozgását igényelné.

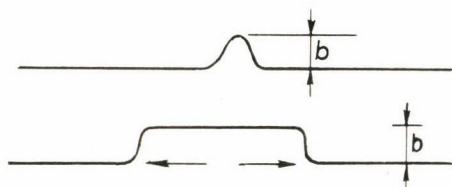
2.3.2. A Peierls-feszültség legyőzése

Peierls-feszültségnek nevezzük azt a feszültséget, amely az éldiszlókációk mozgásához szükséges. Az 5. ábrán éldiszlókáció mozgásának egy elemi lépését ábrázoltuk. Az ugrás során a diszlókáció egy rácssíkkal odébb lépett. A lépés során



5. ábra

tipikusan a 3. ábrán látható periodikus potenciálgátat kellett legyőzni. A hőmozgás természetesen nem aktiválhatja egy teljes éldiszlókáció egyszerre történő mozgását.

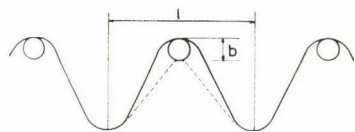


6. ábra

Az éldiszlókációk mozgása szakaszonként megy végbe úgy, hogy a diszlókáción először egy kis könyök (egy Burgers-vektorni kihajlás) képződik, majd ez a könyök a diszlókációvonal mentén kiterjed (6. ábra). Az éldiszlókációk a fémre ható húzófeszültség irányában mozognak a fémről kifelé, s az így keletkező megnyúlás sebessége a (39) formulával fejezhető ki.

2.3.3. Diszlókáció-metszés

A fémekben a diszlókációk általában többé-kevésbé szabályos elrendeződést vesznek fel, úgynevezett diszlókáció hálót alkotnak. Az alakváltozást létrehozó diszlókációk mozgásuk során találkoznak ezzel a nyugvó hálóval és átmetszik a háló elemeit. Az átmetszéshez energiabefektetés szükséges, így a diszlókációhálót is helyettesíthetjük a diszlókációmozgás szempontjából periodikus potenciálgáttal. A diszlókáció-metszés azért is fontos, mert a folyamat során a diszlókáción lépcsők (jog) képződnek s ezek mozgása is termikusan aktiválható. Feszültség hatására a diszlókációk mozgása könnyebbé válhat. Ugyanis a 7. ábra jelöléseit alkalmazva, és felhasználva, hogy a diszlókációs szakasz mozgása során a külső feszültség



7. ábra

$$W = \sigma b^2 l$$

munkát végez, a megnyúlási sebességre most az

$$\dot{\epsilon} \sim Ae^{-\frac{Q - \sigma b^2 l}{kT}} \quad (40)$$

összefüggés adódik.

A 7. ábrán egy metszési folyamat sémája látható. Körökkel a diszlokáció elemeit jelöltük. Látható, hogy egy metszésben a diszlokációvonalnak kb. l hosszúságú szakasza vesz részt.

2.3.4. Lépcsős diszlokációk mozgása

A lépcsőképződés hatása különösen csavardiszlokációk mozgásakor jelentős, mert ekkor a lépcső él irányítású. A lépcső a csavardiszlokáció mentén csúszással, a csavardiszlokáció után azonban csak kúszással (climb) mozoghat. A lépcső ez utóbbi mozgása ezért nem konzervatív, vagyis térfogatváltozással jár, ennek eredményeként vakanciákat vagy intersticiális atomokat hagy maga mögött. (Gyakoribb eset a vakanciakeletkezés.) Ezt a mozgást a termikus energia kétféle módon segítheti. Egyrészt elősegítheti a lépcső egy atomtávolsággal való ugrását, másrészt meggyorsíthatja a keletkezett vakancia tovadiffundálását. A lépcső egy előrelépése során keletkező vakancia ugyanis erős visszahúzó hatást fejt ki a lépcsőre, a további mozgás ily módon a vakanciadiffúzió bekövetkezéséig nem lehetséges. A lépcső mozgásához szükséges Q_L energia ezért

$$Q_L = Q_f + Q_m,$$

ahol Q_f a vakancia képződéshez, Q_m pedig a vakanciamozgáshoz szükséges energia. A kettő összege a fém öndiffúziós energiája.

A lépcső egy ugrásakor egy x hosszúságú diszlokációs szakasz a Burgers-vektorral előremozog. A külső feszültség által végzett munka ekkor

$$W = \sigma b^2 x,$$

amivel

$$\dot{\epsilon} \sim Ae^{-\frac{Q - \sigma b^2 x}{kT}}.$$

2.3.5. Diszlokációkúszás (climb)

A tapasztalat szerint magas hőmérsékleten a kúszás aktiválási energiája többnyire az öndiffúzió aktiválási energiájával egyenlő. Ez a megállapítás jó közelítéssel érvényes a diszlokációkúszás által szabályozott folyamatokra is.

A diszlokációkúszás legfontosabb hatása az, hogy a diszlokációt átsegítheti a csúszást akadályozó gátakon (például kiválások előtt való megtorpanásakor).

Weertmann [5] az akadályokon keresztül történő diszlokációkúszást használta fel a kúszás sebességének meghatározására. Feltételezve, hogy az alkalmazott feszültség kicsi, valamint, hogy a mozgást akadályozó gátak nyugvó diszlokációk, a kúszás sebességére a következő kifejezést kapta:

$$\dot{\epsilon} = A\sigma_n^m e^{-\frac{Q}{kT}},$$

ahol A és m állandók, σ_n pedig az alkalmazott feszültség normális komponense, Q az öndiffúzió aktiválási energiája. Amennyiben a σ feszültség növekszik, a fenti formula érvényét veszíti és jobb közelítést ad az

$$\dot{\epsilon} = Ae^{\beta\sigma_n} e^{-\frac{Q}{kT}} \quad (\beta = \text{állandó})$$

empirikus egyenlet.

2.3.6. Diszlokáció körüli szennyező atmoszféra mozgása

A rendkívül tiszta fémek kivételével, a diszlokációk körül szennyező atmoszféra képződik. Ez az atmoszféra a diszlokáció mozgását akadályozza, mert amikor a diszlokáció az atmoszféra centrumában fekszik, alacsonyabb energiaállapotban van, mint amikor elszakad az atmoszférától. Az atmoszférától való elszakadáshoz munkát kell végezni.

Tegyük fel, hogy a vizsgált mintára hirtelen feszültséget kapcsolunk, amely azonban túl kicsi ahhoz, hogy a diszlokáció elszakadjon az atmoszférától. Emiatt a diszlokáció maga után húzza a szennyező atomokat. Ha a hőmérséklet elég magas a szennyező atomok viszonylag gyors diffúziójához, akkor ezek visszakerülhetnek a diszlokáció mellett elfoglalt eredeti helyükre. Ez csökkenti a visszahúzó hatást és lehetővé teszi a diszlokáció előrehaladását. A folyamat ezután ismétlődik. A végső eredmény az, hogy a diszlokáció atmoszférájával együtt halad a kristályban. A nyúlási sebesség ekkor

$$\dot{\epsilon} \sim D \sim D_0 e^{-\frac{Q}{kT}},$$

ahol D az oldott atomok diffúziós együtthatója, D_0 és Q a diffúziós állandó és az aktiválási energia. Az aktiválási energia most nem az öndiffúzió aktiválási energiája. A szennyező atmoszférával rendelkező diszlokációk mozgása viszkózus csúszásként is felfogható. Ekkor a kúszás sebessége az

$$\dot{\epsilon} \sim \sigma_n D_0 e^{-\frac{Q}{kT}}$$

kifejezéssel írható le.

A viszkózus viselkedés azonban csak kis sebességek esetén valósul meg. Létezik ugyanis egy sebesség, amelynél a mozgó diszlokációk leszakadnak a szennyező atmoszféráról, s ekkor már pusztán a diszlokációmozgás irányítja a folyamatot.

Mohamed és Langdon [6] megállapították, hogy a viszkózus csúszás feltétele Al-3% Mg ötvözetekre

$$\frac{B\sigma^2}{k^2(1-\nu)} \frac{\gamma}{(Gb)^3} > \frac{T^2}{\eta_v^2 C b^6}$$

alakban írható fel, ahol $B = 8 \cdot 10^{12}$, σ a külső feszültség, ν a Poisson-szám, γ a rétegződési hibák energiája, G a nyírási modulus, b a Burgers-vektor, η_v az oldó és oldott atomok lineáris méretkülönbsége, C pedig az oldott atomok koncentrációja.

A további vizsgálatok során kiderült, hogy a fenti kritérium jó közelítéssel érvényes más ötvözetek viszkózus csúszás, illetve diszlokáció kúszás által szabályozott folyamatai közötti átmenet megállapítására is.

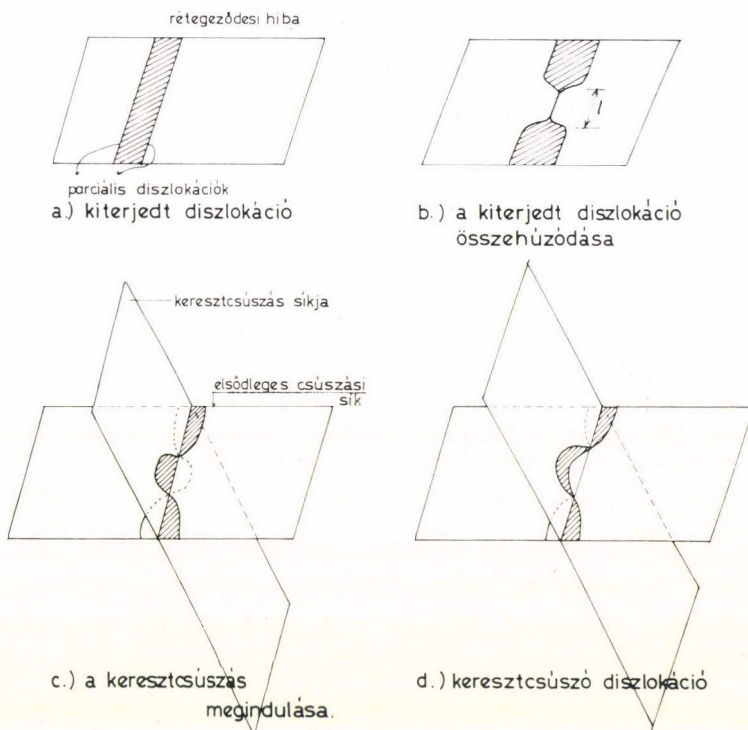
2.3.7. A keresztcsúszás

A csavardiszlokációk jellegzetes tulajdonsága, hogy nincs kitüntetett csúszási síkjuk. A pillanatnyi csúszási sík megváltozása vezet a keresztcsúszás jelenségéhez. Az f.c.c. fémekben a keresztcsúszás általában magában foglalja a csavarkomponens mozgását az $\{111\}$ síkpárok között.

A keresztcsúszási folyamat azért nem megy végbe tetszőleges megengedett csúszási síkok között statisztikus módon, mert a csavardiszlokációk általában két

parciális diszlokációra bomlanak. A két részdiszlokációt egy rétegződési hiba kapcsolja össze, s ez meggátolja a keresztcsúszásokat.

A keresztcsúszás létrejöttéhez ezért a kiterjedt diszlokáció egy részének először teljes diszlokációvá kell összehúzódnia. Az összehúzódtott diszlokáció szakasz ezután a keresztcsúszási síkon kiterjed és részdiszlokációkra esik szét (8. ábra), majd meghatározott nyírófeszültség jelenlétében a keresztcsúszó síkon csúszó mozgással továbbhalad.



8. ábra

A keresztcsúszás folyamatában a legfontosabb mozzanat az eredeti diszlokáció szakasz egy részének összeugrása. Ez az összeugrás termikusan aktiválható.

A keresztcsúszó síkra átkerült diszlokáció szakasz csak akkor stabil, ha hossza egy kritikus értéknél nagyobb. Ez alatt az érték alatt a diszlokáció nem stabil, ezért összehúzódhat, majd eredeti síkjába térhet vissza. A kritikus hossz a keresztcsúszási síkban működő feszültségtől függ. Nagyobb feszültség esetén a kritikus hossz kisebb, ekkor a keresztcsúszás aktiválási energiája is kisebb. A keresztcsúszás aktiválási energiáját Schoeck és Seeger [8] azzal az energiával azonosította, amely a keresztcsúszási síkban egy Frank—Read-forrás működtetéséhez szükséges. A keresztcsúszó diszlokáció ugyanis éppen Frank—Read-forrásként működik, ha a két parciális diszlokáció megfelelő hosszúságú szakasza a primer csúszási síkban összehúzódnak. Elméletük alapján a kísérleti eredményekkel [8] jól egyező aktiválási energia adó-

dott. *Friedel* szerint azonban a keresztcsúszás úgy megy végbe, hogy a kiterjedt diszlokáció összehúzódott szakasza a keresztcsúszási síkban azonnal két parciális diszlokációra esik szét [9]. A keresztcsúszás aktiválási energiája *Stroh* számításai szerint [10]

$$U_{cs} \simeq \frac{\mu b^2 d}{15} \ln \left(\frac{d}{b} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (41)$$

Így (3) értelmében

$$v = \frac{v_0 b}{4L} e^{-\frac{2U_{cs}}{kT}}, \quad (42)$$

ahol v_0 a Debye-frekvencia, b pedig a Burgers-vektor.

Az $N = \frac{L}{4d}$ mennyiséggel megbecsülhetjük a keresztcsúszási helyek térfogat-egységenkénti számát. Itt L a csavardiszlokációk összhosszúsága térfogategységenként, d pedig *Eshelby*, *Nabarro* és *Frank* szerint [11]:

$$d = \frac{\sqrt{2}b}{4n} \left(\frac{2\pi G}{\sigma} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \frac{b}{n} \left(\frac{\pi G}{\sigma} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (43)$$

Itt n a feltorlódott diszlokációk átlagos száma. (41), (42) és (43) felhasználásával a kúszás sebessége:

$$\dot{\epsilon} = \alpha N A b v' = \frac{\alpha L A b^2 v_0}{16d} e^{-\frac{2U_{cs}}{kT}}. \quad (44)$$

A (41) és (44) formulák alapján számított értékek ismét jó egyezést mutatnak *Jaffe* és *Dorn* [7] kísérletileg meghatározott adataival.

2.4. Egyéb mechanizmusok

Magas hőmérsékleten (az olvadáspont közelében) a kúszást egyéb, nagyobb atomcsoportok mozgásával végbemenő mechanizmusok is irányíthatják.

a) *Nabarro—Herring mechanizmus* [12]

A folyamat során az alkalmazott feszültséggel azonos irányú szemcsehatárokból vakanciák diffundálnak, a feszültségre merőleges határokból pedig vakanciák vándorolnak ki. Ily módon a szemcse a feszültség irányába megnyúlik.

b) *Szemcsehatárnyírás*

A jelenségről elég keveset tudunk. Az anyag megnyúlása egész szemcsék egymáshoz viszonyított mozgása során következik be.

2.5. A stacionárius kúszás sebességének feszültség függése

Állandó hőmérsékleten a stacionárius kúszási folyamatot két ellentétes hatású folyamat együttesen alakítja ki. A kúszás során fellépő alakítási keményedés csökkenti a kúszás sebességét, az egyidejűleg lejátszódó megújulási folyamat pedig növeli. A két folyamat dinamikus egyensúlya alakítja ki általában a stacionárius kú-

szást. Ennek alapján *Gasca-Nehri*, *Ahlquist* és *Nix* [13, 14, 15] modellt dolgoztak ki a stacionárius kúszás értelmezésére. Újabban pedig *Gittus* a stacionárius kúszás sebességének feszültség függésére az alábbi elméleti összefüggést kapta [16]:

$$\dot{\epsilon}_s = (8\pi^3 C_j) \frac{D_v \mu b}{kT} \left(\frac{\sigma}{\mu} \right)^3, \quad (45)$$

ahol C_j a térfogategységben levő lépcsők száma, D_v az öndiffúziós együttható, μ a nyírási modulusz, b a Burgers vektor, σ az alkalmazott feszültség. Az egyenlet jó egyezést mutat az Ashby által meghatározott empirikus összefüggéssel, mely szerint [17]:

$$\dot{\epsilon}_s = A \frac{D_v \mu b}{kT} \left(\frac{\sigma}{\mu} \right)^n \quad (46)$$

ahol A , n anyagi állandók. *Ashby* megállapításai szerint általában $n > 3$, *Gittus* szerint a (45) formula Al esetén viszonylag jó eredményre vezet.

A megújulási és keményedési folyamatok kialakulásában szerepe van a belső feszültségeknek is. Ugyanis az alakváltozáskor a diszlokációkat mozgató effektív feszültség

$$\sigma_{\text{eff}} = \sigma - \sigma_b \quad (47)$$

ahol σ a külső feszültség, σ_b pedig a már meglevő diszlokációktól származó belső feszültség. Az alakváltozás során az alakítási keményedés következtében a belső feszültség folyamatosan nő. A belső feszültség növekedése miatt azonban a diszlokációmozgás csökkenni kezd, hiszen az effektív feszültség is csökken. Másrészt azonban a belső feszültség növekedése egyre jobban gerjeszti a megújulási folyamatokat, mivel a diszlokációk közötti rugalmas erők éppen a diszlokációk megsemmisülését és újrendeződését segítik elő. Ennek megfelelően a megújulást leíró összefüggésekben a σ külső feszültség helyett a σ_b belső feszültséget kell használni. Ezeket a megfontolásokat az újabb elméletekben figyelembe veszik [13, 14, 15, 18].

3. TERMÍKUSAN AKTIVÁLT DISZLOKÁCIó MOZGÁSSAL KAPCSOLATOS FOLYAMATOK LEÍRÁSA

Legyen valamely pontjában (pl. egy lépcső vagy egy szennyező atom által) rögzített l hosszúságú diszlokáció szakasz elmozdulásának aktiválási energiája U_0 . Ha a lokális effektív csúsztató feszültség σ , akkor ennek ΔL munkája a diszlokáció szakasz Δx elmozdulásakor

$$\Delta L = F \Delta x l,$$

ahol

$$F = \sigma b, \quad (48)$$

a hosszegységre ható erő. Ezzel

$$\Delta L = (\sigma b) l \cdot \Delta x = \sigma V, \quad (49)$$

ahol V az úgynevezett aktiválási térfogat. Általában $\Delta L < U_0$, ezért $U_0 - \Delta L = U_0 - \sigma V$ energia szükséges a diszlokáció szakasz elmozdulásának aktiválásához. Ha ez ter-

mikus hatásokból fedeződik, akkor az aktiváláshoz, azaz a Δx elmozduláshoz szükséges átlagos várakozási idő:

$$\Delta t = \tau_0 e^{\frac{U_0 - V\sigma}{kT}}, \quad (50)$$

ahol τ_0 állandó. Ezzel a diszlokáció mozgás sebessége:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = v_0 e^{-\frac{U_0 - V\sigma}{kT}}. \quad (51)$$

A deformáció sebessége az Orován összefüggés szerint:

$$\dot{\epsilon} = Nb v = \dot{\epsilon}_0 e^{-\frac{U_0 - V\sigma}{kT}}, \quad (52)$$

ahol N a diszlokáció sűrűség. Ha az alakváltozás mértéke kicsiny, akkor N , és ezzel $\dot{\epsilon}_0$ is, állandó.

3.1. Általános alakváltozás

Ha állandó hőmérsékleten dt idő alatt $d\epsilon$ -nal növeljük az alakváltozást, akkor az ezzel együttjáró feszültségnövekmény a következő kifejezéssel adható meg:

$$d\sigma = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} \right)_{t,T} d\epsilon + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} \right)_{\epsilon,T} dt. \quad (53)$$

Az itt szereplő parciális deriváltak fontos fizikai tartalommal rendelkeznek. A

$$\chi = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} \right)_{t,T} \quad (54)$$

paraméter az alakítási keményedést jellemzi adott hőmérsékleten és adott alakítási sebesség esetén. A

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} \right)_{T,\epsilon}$$

mennyiség pedig, az adott hőmérséklet és alakváltozás esetén lejátszódó feszültség-relaxációt jellemzi.

3.2. Kúszás

A kúszásra az jellemző, hogy $d\sigma = 0$, azaz az alakváltozás állandó feszültségen megy végbe. Ekkor (53)-ból az alakváltozás sebessége:

$$\dot{\epsilon} = \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial t} \right)_{T,\sigma} = - \frac{\left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} \right)_{T,\epsilon}}{\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} \right)_{T,t}}. \quad (55)$$

6.2.1. Tranziens kúszás

A kúszás átmeneti tartományában az alakváltozás olyan kismértékű, hogy az (54) alakítási keményedés állandónak vehető, azaz (55)-ből most

$$\dot{\epsilon} = -\frac{1}{\chi} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} \right)_{T, \epsilon}; \quad \chi = \text{áll.} \quad (56)$$

A tranziens kúszás sebessége tehát arányos a feszültség relaxáció sebességével.

6.2.2. Stacionárius kúszás

Stacionárius kúszás esetén az alakváltozás sebessége állandó. Ez azt jelenti, hogy az (52) összefüggésben a σ effektív feszültség a kúszás során nem változik. Fizikailag ez annak következménye, hogy a $\Delta \epsilon$ alakváltozással bekövetkező keményedést az egyidejűleg fellépő megújulás (lágyulás) folytonosan, kicsiny Δt időközönként éppen kiegyenlíti. Ezen kicsiny Δt időközökben mind az alakítási keményedés α sebessége, mind a megújulás β sebessége állandónak vehető, azaz az effektív feszültség megváltozása

$$\Delta \sigma_{\text{eff}} = \alpha \Delta \epsilon - \beta \Delta t = 0.$$

Ebből az alakváltozás sebessége

$$\dot{\epsilon} = \frac{\Delta \epsilon}{\Delta t} = \frac{\beta}{\alpha} = \text{állandó.} \quad (57)$$

3.3. Feszültségrelaxáció

Tiszta feszültségrelaxáció akkor jön létre, ha az alakítás folyamatát megszakítjuk, azaz az alakítás sebességét nullává tesszük. Ekkor azonban csak a teljes alakváltozási sebesség lesz nulla, amely két ellentétes előjelű tag összege, azaz

$$\dot{\epsilon}_{\text{teljes}} = \dot{\epsilon} + \dot{\epsilon}_{\text{rug}} = 0. \quad (58)$$

Itt a második tag az előzetes alakításkor a próbatesten kialakult rugalmas deformációkat adja meg. A feszültségrelaxáció lényegében ezen rugalmas deformációk, s ezen keresztül a belső feszültségek részleges megszűnését jelenti. Ezek megszűnése ugyanis szintén termikusan aktivált diszlokáció mozgással történik, amelyeket most ugyanezen belső feszültségek könnyítenek meg. A rugalmas deformációk eltűnését eredményező diszlokációs mozgás viszont a képlékeny alakváltozás továbbfolyását okozza, s ezt írja le (58) első tagja. Ezt kifejezve (58)-ból és figyelembe véve a Hooke-törvényt

$$\dot{\epsilon} = -\dot{\epsilon}_{\text{rug}} = -\frac{\dot{\sigma}}{E}, \quad (59)$$

ahol E a minta Young modulusza.

Felhasználva az (52) összefüggést a σ feszültségre az alábbi differenciál egyenlet adódik:

$$\frac{d\sigma}{dt} = -Ae^{-\frac{U_0 - V\sigma}{kT}}, \quad (60)$$

ahol $A = E\dot{\varepsilon}_0$. Integrálva az egyenletet a $t=0$, $\sigma=\sigma_0$ kezdeti feltétel mellett kapjuk, hogy

$$\frac{kT}{V} e^{\frac{U_0 - V\sigma}{kT}} = A(t + t_0), \quad (61)$$

ahol t_0 integrációs állandó és értéke

$$t_0 = \frac{kT}{AV} e^{\frac{U_0 - V\sigma_0}{kT}}. \quad (62)$$

(61)-ből a feszültség t időpillanatban:

$$\sigma = \sigma_0 - \frac{kT}{V} \ln \left(1 + \frac{t}{t_0} \right). \quad (63)$$

t_0 általában néhány sec nagyságrendű, ezért σ -t $\log t$ függvényében ábrázolva jó közelítéssel egyenest kell kapnunk. Ha ez teljesül, akkor ez azt jelenti, hogy a diszlokáció sebességét valóban az (51) összefüggés írja le.

Ez az esetek többségében teljesül is. Bizonyos esetekben azonban eltérés is tapasztalható. Ilyenkor a jelenség leírására pontos elméleti modell nem adható. A tapasztalat szerint a diszlokáció sebesség-feszültség összefüggés ilyenkor a

$$v = B\sigma^m, \quad m \neq 1, \quad B = \text{áll.} \quad (64)$$

empirikus formulával adható meg. Ezt felhasználva a feszültséget leíró differenciál egyenlet (59) és (52) első egyenletének felhasználásával:

$$\frac{d\sigma}{dt} = -B_0\sigma^m, \quad (65)$$

ahol $B_0 = ENbB$. Ezt integrálva

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{\left(1 + \frac{t}{t_0} \right)^{\frac{1}{m-1}}}; \quad t_0 = \frac{(m-1)B_0}{\sigma_0^{m-1}} \quad (66)$$

adódik. Ebből

$$\ln \sigma = \ln \sigma_0 - \frac{1}{m-1} \ln \left(1 + \frac{t}{t_0} \right), \quad (67)$$

azaz ilyenkor a log-log ábrázolás vezet egyenes (lineáris) összefüggésre.

3.4. A feszültségrelaxáció és tranziens kúszás közötti összefüggés

A feszültségrelaxáció időfüggésének ismeretében a tranziens kúszás időbeni lefolyása is explicite megadható. Behelyettesítve ugyanis a (63) kifejezést (56)-ba, integrálás után a következő összefüggésre jutunk:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{kT}{\chi V} \ln \left(1 + \frac{t}{t_0} \right), \quad t_0 = \frac{kT}{AV} e^{\frac{U_0 - V\sigma_0}{kT}},$$

ha a kezdeti feltétel $t=0$, $\varepsilon=\varepsilon_0$. Ez utóbbi kifejezésben σ_0 most a — tranziens kúszás alatt gyakorlatilag állandó — belső feszültséget jelenti. *A tranziens kúszás és a feszültségrelaxáció vizsgálata tehát egyenértékű eredményre vezet.*

IRODALOM

1. *F. R. Eirich*, Rheology Vol. 1. 2. 3. New York, Academic Press Inc. 1956.
2. *A. Nadai*, Theory of Flow and Fracture of Solids, New York, McGraw-Hill, 1954.
3. *V. Volterra*, Theory of Functional and Integral and Integrodifferential Equations, London 1931.
4. *Ju. N. Rabatov*, Pulzucsészty elementov konsztrukcij, Moszkva, Izd. Nauka 1966.
5. *J. Weertmann*, Journ. Appl. Phys. 26, 1213, 1955.
6. *F. A. Mohamed, T. G. Langdon*, Acta Met. 22, 779, 1974.
7. *N. Jaffe, J. E. Dorn*, Trans. Met. Soc. AIME 224, 1167, 1962.
8. *G. Schoeck, A. Seeger*, Conf. on Defects in Cryst. Solids, Bristol, 1955 p. 340.
9. *J. Friedel*, Dislocations, London, Pergamon Press, 1964.
10. *A. N. Stroh*, Proc. Phys. Soc. B. 67, 427, 1954.
11. *J. P. Eshelby, R. C. Frank, F. R. N. Nabarro*, Phil. Mag. 42, 351, 1951.
12. *W. A. Wood*, The Study of Metal Structures and their Mechanical Properties, London, Pergamon Press p. 336, 1971.
13. *R. Gasca-Neri, C. N. Ahlquist and W. D. Nix*, Acta Met. 18, 655, 1970.
14. *R. Gasca-Neri, C. N. Ahlquist and W. D. Nix*, Acta Met. 18, 663, 1970.
15. *C. N. Ahlquist and W. D. Nix*, Acta Met. 19, 373, 1971.
16. *J. H. Gittus*, Acta Met. 22, 789, 1974.
17. *M. F. Ashby*, Acta Met. 20, 887, 1972.
18. *K. Kucharova, J. Saxl, J. Čadek*, Acta Met. 22, 465, 1974.

KÖNYVISMERTETÉS

R. N. West: Positron Studies of Condensed Matter

Taylor and Francis LTD, London 1974.

A pozitron annihiláció, mint alkalmazott magfizikai módszer még messze nem érte el lehetőségeinek határait. Bár a pozitron létét Dirac már 1930-ban megjósolta, a szisztematikus pozitron annihilációs vizsgálatok, mégis csak egy évtizedes múltra tekinthetnek vissza.

A módszer igen sokoldalú. Legfontosabb alkalmazási területe a szilárdtestfizika, de kémiai és biológiai határterületeken is értékes információkat nyújt.

R. N. West a terület kiváló ismerője, számos figyelmet érdemlő cikk szerzője, ebben a monográfiájában a pozitron annihilációs mérések elvének és irodalmának teljes áttekintésére törekszik. Foglalkozik az annihiláció folyamatával, a mérési technikával, a pozitronok lehetséges kölcsönhatásaival a kondenzált anyagokban, és a különböző alkalmazási lehetőségekkel, illetve ezek eddigi irodalmával. Talán éppen ez a teljességre törekvés eredményezte, hogy a munka kicsit lexikonszerűvé vált, és az egymásnak sokszor ellentmondó kísérleti eredmények felsorolása közben elvész a fizikai koncepció, hiszen a pozitron annihiláció irodalma igen gazdag és sokrétű.

Ennek ellenére a könyv igen érdekes és hasznos olvasmány mind a terület kutatói, mind a pozitron annihilációval most ismerkedők számára. (B. Á.)

Dynamical Systems, Theory and Applications. Edited by J. Moser

(Lecture Notes in Physics. Nr. 38.)

Springer—Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1975.

A rövid idő alatt népszerűvé vált „Lecture Notes in Physics” sorozat 38. kötete az előadásokat (illetve azon előadások nagyobb részét) tartalmazza, amelyek a Seattleban, hasonló címen tartott konferencián hangzottak el. A konferencia (vagyis a könyv anyagának) témája: különböző dinamikai rendszerek időbeli fejlődésének a vizsgálata. A téma a dinamikai rendszerek széles skáláját öleli át: véges számú részecskéből álló klasszikus rendszerek, a statisztikus mechanika végtelen szabadsági fokú rendszerei, nem-lineáris hullámjelenségek.

A könyv anyaga három fejezetre oszlik: (I) statisztikus mechanika (4 dolgozat), (II) ergodelmélet (4 dolgozat), (III) nem-lineáris differenciálegyenletek (11 dolgozat). Az egyes témakörök az alábbi főelőadások vezették be: Oscar E. Lanford III: Time Evolution of Large Classical Systems; Donald S. Ornstein: What Does it Mean for a Mechanical System to be Isomorphic to the Bernoulli Flow; Martin Kruskal: Nonlinear Wave Equations.

Nyilvánvaló, hogy a különböző dinamikai rendszerek viselkedésében számos hasonlóság állapítható meg, és hogy egy dinamikai rendszer leírására használt fizikai és matematikai módszer — mutatis mutandis — más területen is alkalmazható. A konferencia szervező bizottsága azt a célt tűzte maga elé, hogy a különböző dinamikai rendszerek elméletével foglalkozó fizikusok és matematikusok szakmai találkozásánál ezeket a párhuzamokat jobban feltárják, a különböző matematikai módszerek alkalmazási területét kiszélesítsék. Ragyogó példát mutatott be erre Kruskal, Newell és Flaschka: szignifikáns példát dolgoztak ki *végtelen* szabadsági fokú, integrálható Hamilton-rendszerekre. Módszerük érdekes módon alkalmazható a spektrálméletben és a szóráselméletben.

(Szabó János)

**Lecture Notes in Physics. Vol. 39. International Symposium on
Mathematical Problems in Theoretical Physics, ed.:
H. Araki. Springer. 1975. pp. 562.**

A kötet az 1975. január 23. és 29. között Kyotóban (Japán) rendezett konferencia anyagát tartalmazza. A szimpózium egy tervezett sorozatban másodikként került sorra, a moszkvai Sztjeklov Matematikai Intézetben 1972 decemberében tartott „International Conference on Mathematical Problems in Quantum Field Theory and Quantum Statistics”-t követően. E konferenciák szimbóluma: $M \cap \Phi$, amely a matematika és a fizika metszetét szándékozik jelölni, s egyben a konferenciák interdiszciplináris jellegére utal. A résztvevők, s így e kötet szerzői között matematikusok és elméleti fizikusok egyaránt szerepelnek, a jellemző témák a következők: elemi részek elmélete, kvantum mező elmélet, statisztikus mechanika, valószínűségelmélet, operátor algebrák, hiperfüggvények elmélete, szóródás (scattering)-elmélet, lineáris és nemlineáris differenciálegyenletek. A kötet tartalmazza mind az egyórás, egy-egy témát áttekintő előadások, mind a szekcióüléseken tartott, rövidebb, a szerzők legfrissebb eredményeit ismertető beszámolók anyagát. Talán könnyebb képet alkotni a kötetről, ha felsoroljuk az áttekintő előadások szerzőit: Jagolnitzer, M. Sato, Glimm-Jaffe, Kikkawa, Nishijama, Szlavnov, Doplicher, R. Kubo, Lions, Lebowitz, Ruelle, Ikebe. A rövidebb előadások szerzői között voltak: K. Ito, Vlagyimirov, D. W. Robinson, Jona-Lasinio, J. T. Lewis, B. Simon.

(Sz. D.)

**Proceedings of the Fourth International Conference on Numerical
Methods in Fluid Dynamics. Edited by Robert D. Richtmayer.
(Lecture Notes in Physics. Nr. 35 Springer—Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1975.)**

A Lecture Notes in Physics sorozat 35. kötete a Colorado Egyetemen 1974. június 24. és 28. között rendezett konferencián elhangzott előadások anyagát tartalmazza. Az előadók megoszlása országok szerint: Amerikai Egyesült Államok (48), Szovjetunió (14), Német Szövetségi Köztársaság (10), Franciaország (8), Hollandia (4), Olaszország (4), Anglia (3), Japán (3), Ausztrália (2), Izrael (2), Argentína (1), Kanada (1), Lengyelország (1).

A konferencián két bevezető, ún. nagyelőadás hangzott el: H. B. Keller: Some Computational Problems in Boundary — Layer Flows és H. Kreiss: Initial Boundary Value Problems for Hyperbolic Partial Differential Equations.

Az előadások témája rendkívül szerteágazó, s így nehezen csoportosítható. Néhány témacsoport: turbulencia, gázdinamika, határréteg-problémák, magnetohidrodinamika, turbogenerátorok, lökéshullámok, forgó csillagok numerikus modellje stb. E szerteágazó témakört azonban jól egybefűzi a használt matematikai módszerek rokonsága: differenciálegyenletek numerikus megoldása.

A könyv matematikusoknak, fizikusoknak és mérnököknek ajánlható.

(Szabó János)

Technikai szerkesztő Turchányi György
A kiadásért felelős az Akadémiai Kiadó igazgatója — Műszaki szerkesztő: Agócs András
A kézirat beérkezett: 1975. május 2. — Terjedelem: 6,65 (A/5) ív
75-2236 — Szegedi Nyomda

A MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI TUDOMÁNYOK
OSZTÁLYÁNAK

KÖZLEMÉNYEI

Matematikai, fizikai, csillagászati dolgozatokat, referátumokat, könyvismertetéseket, a Tudományos Minősítő Bizottságnak a III. Osztályra vonatkozó híreit s a III. Osztály híreit közli. Évenként egy kötet (kb. 40 ív) jelenik meg (négy szám alkot egy kötetet).

A Közlemények előfizetési ára kötetenként, azaz évenként 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, 1363 Budapest V., Alkotmány u. 21. Pénzforgalmi jelzőszámunk 215-11 488, külföldi megrendelések a „Kultúra”

Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat,
1011 Budapest I., Fő utca 32.

Pénzforgalmi jelzőszám: 218-10 990 útján eszközölhetők.

TARTALOM

<i>Fái György</i> : Az ^{16}O atommag paritássértő alfa-bomlása	393
<i>Brájer László, Kovács István és Tasnádi Péter</i> : Kúszás és feszültségrelaxáció fémekben	441

KÖNYVISMERTETÉS

<i>R. N. West</i> : Positron Studies of Condensed Matter (<i>B. Á.</i>)	465
<i>J. Moser</i> (ed.): Dynamical Systems, Theory and Applications (<i>Szabó János</i>)	465
<i>H. Araki</i> (ed.): Mathematical Problems in Theoretical Physics (<i>Sz. D.</i>)	466
<i>Robert D. Richtmayer</i> (ed.): Proceedings of the Fourth International Conference on Numerical Method in Fluid Dynamics. (<i>Szabó János</i>)	466



MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

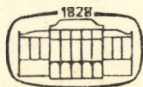
A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

GÁSPÁR REZSŐ, KOVÁCS ISTVÁN, NAGY ELEMÉR,
PÁL LÉNÁRD ÉS SZALAY SÁNDOR
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI
JÁNOSSY LAJOS

XXIII. KÖTET

6. FÜZET



AKADÉMIAI KIADÓ
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST 1975

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: 1363 BUDAPEST V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat a magyar fizikus kutatók lapja. A lap célja a magyar fizikai kutatás korszerű szinten való támogatása, elsősorban összefoglaló jellegű cikkek, tanulmányok stb. közlése által. Ilyen dolgozatok megjelentetésével a lap tájékoztatást kíván nyújtani a fizika különböző kutatási területeinek jelenlegi eredményeiről, problémáiról, további célkitűzéseiről. A lap „A klasszikus irodalomból” című rovatában rendszeresen közöl egy-egy téma köré csoportosított, immár klasszikussá vált cikkeket, amelyek a témakör befejezése, átlagosan 10–10 dolgozat megjelenése után a folyóiratfüzetekről leválasztva, az alsó lapszámozás szerint összekötve, önálló köteteket képeznek. A folyóiratban évenként egy kötet jelenik meg hat füzetben, füzetenként átlag 6 iv terjedelemben.

A kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus
1121 Budapest XII., Konkoly Thege út
Központi Fizikai Kutató Intézet

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőkhöz, de felelősséget a beküldött, el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként 48 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, 1363 Budapest V., Alkotmány utca 21. (pénzforgalmi jelzőszámunk 215-11 488), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, 1389 Budapest I., Fő utca 32. (pénzforgalmi jelzőszám: 218-10 990) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. A dolgozat elé rövid tartalmú ismertetőt írjanak.
2. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közöljék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség azt külön fogja kérni.
3. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettős sorközzel készítsék el.
4. Az ábrákat ceruzával, sima fehér papírra rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a Kiadó vállalja.
5. Az ábrák alá rövid magyarázószöveget írjanak.
6. A kéziratban az érvényben levő kiadói előírások szerint adjanak szedési útmutatásokat.
7. A szövegben az irodalmi utalásokat szögletes zárójelbe tegyék. Az irodalmi adatok megadásakor a folyóiratban kialakult formát használják.

KÖNNYŰ MAGOK KOLLEKTÍV TULAJDONSÁGAINAK VIZSGÁLATA 60–90 MeV ENERGIAJÚ DEUTERONOK INELASZTIKUS SZÓRÁSÁVAL*

KISS ÁDÁM

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Atomfizikai Tanszék

1. A DISSZERTÁCIÓ CÉLKITŰZÉSE

1.1. Bevezetés

A deuteronokkal keltett reakciók vizsgálata az utóbbi két évtizedben a mag-szerkezet-kutatás egyik igen hatásos eszközének bizonyult. Az analizált reakciók között első helyen szerepeltek a stripping folyamatok, melyek lényeges tulajdonságainak elméleti értelmezése már e reakciók vizsgálatának korai szakaszában sikerrel járt. A deuteronok inelasztikus szóródásával azonban egészen az 1960-as évek közepéig csupán néhány rendszerező munka foglalkozott [1]. 30 MeV-nél nagyobb bombázó energiákra vonatkozó kísérleti adatok még manapság is igen ritkák [2], [3].

A kísérleti adatok hiánya két fő okra vezethető vissza. Az első gyakorlati jellegű: a deuteron inelasztikus kísérletek meglehetősen nehezen végrehajthatók. Elkerülhetetlen egy valóban hatásos részecskeidentifikáló rendszer alkalmazása. A kísérleti munkát viszonylag magas neutron-proton-gamma háttérben kell végezni, nem is beszélve arról, hogy csupán néhány gyorsító működik a világon, mely alkalmas elegendően intenzív és megfelelően kicsiny energiaszórású deuteronnyalábok előállítására a 30–100 MeV energiatartományban. Másrésről a kísérleti adatok elméleti analízise is komoly problémákat vet fel. A deuteron elasztikus és inelasztikus szórási folyamatok mechanizmusa kevésbé ismert, és mindaddig, amíg a targetnek választott mag szerkezetét sem ismerjük jól, meglehetősen reménytelen feladat az eredmények rendszeres analízisét célul kitűzni.

A deuteron inelasztikus szórási folyamatok megértésének fő és legizgalmasabb problémája az, hogy a deuteron bonyolult belső szerkezete milyen módon vesz részt a reakciómechanizmus kialakításában. A nagyméretű és gyengén kötött deuteron hullámfüggvénye nem-szferikus komponenst is tartalmaz. Egyáltalán nem könnyű előre látni, hogy ezek a tulajdonságok, a spin, vagy a deuteron lehetséges Coulomb-polarizációja milyen módon befolyásolják a szórási folyamatokat.

Másrésről viszont, ha sikerül olyan modellt találnunk, mely lehetővé teszi a deuteron inelasztikus szórási adatok egyszerű parametrizálását, a (d, d') folyamatok vizsgálata hatásos módszerré válhat a magszerkezet-kutatás, elsősorban a magok deuteronok által igen intenzíven gerjesztett kollektív állapotai vizsgálata területén (l. 2. fejezet). Példákat lehetne felhozni magállapotokra, melyeket az eddigi szórás-kísérletek szerint a deuteronok erősebben gerjesztenek, mint a protonok, vagy alfa részecskék [1] és olyan esetek is találhatók, melyekben a (d, d') hatáskeresztmetszetek jellemzőbb szerkezetet mutatnak, mint más részecskékkel való vizsgálatkor [4]. Fontos megemlíteni azt a lehetőséget, hogy a deuteron inelasztikus szórásvizsgálatok más, elsősorban az (α, α') és (p, p') kísérletekből levont következtetések hatásos ellenőrző módszerévé válhatnak. Ugyanis elképzelhető, hogy a jelenségek legmar-

* Kandidátusi disszertáció kismértékben módosított változata.

kánsabb tulajdonságainak tisztázása után a deuteronok esetében tisztább, áttekinthetőbb képet kaphatunk a szórás folyamat mechanizmusáról, mint ahogy az más bombázó részek esetében kialakult. Például a compound reakciómechanizmus felléptével kb. 10 MeV-nél nagyobb deuteron energiáknál biztonsággal nem kell számolnunk, míg vannak szerzők, akik alfa részecskékkal való bombázáskor még 20 MeV körüli energiákon is kizárólagos szerepet tulajdonítanak a compound mechanizmusnak (pl. [5]), és így erősen kétségessé teszik az azonos energiatartományban végrehajtott hasonló kísérletek tisztán direkt reakció mechanizmusok alapján elvégzett analiziséből levont következtetéseket (pl. [6]).*

A nagyenergiájú elasztikus és inelasztikus folyamatok mechanizmusának megértése másrésről közvetlen fontosságú minden olyan reakció tanulmányozása esetében is, melynél vagy a bemenő, vagy a kimenő csatornában deuteron van jelen. Így például a deuteron optikai potenciálok megbízható ismerete elengedhetetlen az ezeken az energiákon (≥ 50 MeV) végrehajtható (d , ^3He) kísérleteknél, melyek a magok belső zárt héjai szerkezetének közvetlen vizsgálatát teszik lehetővé (pl. [7]).

Az 1970-es évek elejére a kísérleti berendezések technikai színvonalának nagymértvű fejlődése és az atommagok egy részének szerkezetére vonatkozó elméleti ismeretek felhalmozódása éretté tette a helyzetet arra, hogy a kísérletek történjenek a deuteron inelasztikus szórás folyamatok 30 MeV-nél nagyobb bombázó energiák melletti rendszeres vizsgálatára. A jelen munka célja az, hogy beszámoljon a szerző és munkatársai által 60–90 MeV energiájú deuteronokkal elvégzett inelasztikus differenciális hatáskeresztmetszet mérésekről, melyek a disszertáció megírásának időpontjában egyedülállóak voltak.

1.2. A disszertáció célkitűzése

A kutatómunka megírásakor kettős célt tűztünk ki magunk elé:

— *Egyrésről*

Képet kívántunk alkotni az eddig még más kísérletekben kevésbé vizsgált 60–90 MeV bombázóenergiákon végbemenő deuteron elasztikus és inelasztikus szórás folyamatok fő jellemzőiről, azok konzisztens parametrizálásának lehetőségeiről. Az analizis során választ vártunk azokra a kérdésekre, hogy miként értelmezhető a deuteron inelasztikus szórás ezeken az energiákon, milyen mértékben játszanak szerepet a deuteron tulajdonságai és szerkezete, milyen hatása van a targetmag sajátosságainak a hatáskeresztmetszet szögeloszlások kialakítására. A bombázóenergia függés analizálásával módszerünk belső konzisztenciáját kívánjuk vizsgálni, nagymértékben csökkentve egy esetleges véletlen parametrizáció sikerének lehetőségét. Fontosnak tartjuk, hogy az említett energiatartományban szisztematikus mérési sorozatot más laboratóriumban még nem hajtottak végre. Méréseink az első olyan vizsgálatok, melyet széles energiatartományban azonos körülmények között végeztek el, melyek így lehetővé teszik a kísérleti eredmények átfogó analizisét.

— *Másrésről*

A deuteron inelasztikus szórás eredmények analizisével a vizsgált targetmagokra vonatkozó magszerkezeti információkhoz kívántunk jutni, elsősorban azok kollektív tulajdonságaival kapcsolatban. Választ vártunk arra a kérdésre, hogy milyen hatá-

* A vizsgált reakció a $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha')$ folyamat volt 20, ill. 28 MeV energiáknál.

sosan lehet a 60—90 MeV energiájú deuteronok inelasztikus szórása segítségével magszerkezeti információkhoz jutni, milyen jellegűek ezek, és hogyan kapcsolódnak a más részecskékkal végrehajtott szóráskísérletek eredményeihez. A kutatási program végrehajtása során gyűjtött adatok analízisével új információkat reméltünk kapni, melyek lényegesen hozzájárulnak a vizsgált magok szerkezetének megértésére irányuló erőfeszítésekhez.

A disszertációban ismertetett kísérleteket a jülichi kutatócentrum (Kernforschungsanlage Jülich- NSZK) Magfizikai Intézetének változtatható energiájú izokron ciklotronján, a munka méreteiből természetesen következő módon munkacsoportban végeztem. E munkacsoportban elvégzett méréseink eredményeinek egy részét képezi az a nagymennyiségű kísérleti adat, melynek kiértékelése, elméleti értelmezésére tett javaslat és annak kidolgozása túlnyomó részben a szerző munkája és amely a jelen dolgozat anyagát képezi. E munka nagyobb részét az említett intézetben végeztem 1971—72-ben és részben az Eötvös Loránd Tudományegyetem Atomfizikai tanszékén fejeztem be 1973-ban.

1.3. A targetmagok kiválasztása

A fentiekben kifejtett elsődleges kutatási cél reményteljes megközelítése szempontjából elsődrendűen fontos a targetmagok gondos kiválasztása. E targetmagoknak több különböző követelményt kell kielégíteniük.

Egyrésről a kiválasztott magnak az alacsonyenergiájú tartományban nagy (legalább néhány száz keV) átlagos nívó-sűrűségűnek kell lennie, hogy a ciklotron deuteronnyalábja adott energiaszórása (3%, l. 3. fejezet) mellett a különböző nívókon történt inelasztikus szóráshoz tartozó deuteroncsoportok jól felbonthatók legyenek a mért spektrumokban. Ez a nagy nívótávolság követelmény gyakorlatilag a könnyű magok tartományára korlátozzák választási lehetőségünket.

Másik szempontunk az, hogy a kiválasztott mag szerkezete jól ismert legyen. Ugyanakkor azonban kívánatos az is, hogy a targetmag tömegszáma ne legyen túl alacsony ahhoz, hogy a szóráskísérlettel kapcsolatos problémáknak triviális megoldásuk legyen egyszerű kiválasztási szabályok alapján.

Harmadrésről pedig a már elvégzett deuteron inelasztikus szórási kísérletek eredményei megmutatták (l. 2. fejezet), hogy a (d, d') folyamatokban elsősorban olyan nívók gerjesztődnek erősen, melyek más vizsgálatokból következő értelmezések szerint kollektív természetűek [1], [2]. Mutasson tehát targetmagunk kollektív tulajdonságokat, mint ahogy várhatjuk, hogy a (d, d') kísérletek elsősorban a targetmag kollektív tulajdonságai területén adhatnak új információkat.

A fenti fő szempontok alapos mérlegelése után targetként a ^{24}Mg , ^{12}C és ^{27}Al magokat választottuk.

Kutatási programunk végrehajtása szempontjából a ^{24}Mg magon végzett méréseinket tartjuk a legfontosabbaknak. E magnál ugyanis a targetmag kívánatos tulajdonságaival kapcsolatos csaknem valamennyi szempontunk optimálisan látszott teljesülni. A ^{24}Mg nívóinak átlagos távolsága kb. 7 MeV gerjesztési energiáig elegendően nagy (néhány száz keV, vagy nagyobb — l. 17. ábra) ahhoz, hogy a ciklotron deuteronnyalábja adott energiaszórása mellett (l. később) a különböző állapotokon történt inelasztikus szóráshoz tartozó deuteroncsoportok jól felbonthatók

legyenek a mérendő spektrumokban. Másrészről a ^{24}Mg szerkezete meglehetősen jól ismert (pl. [8]). Ez a $2s-1d$ héjhoz tartozó mag jellegzetes kollektív tulajdonságokat mutat az alacsonyenergiájú tartományban. A ^{24}Mg alapállapotában erősen deformált és az alapállapot rotációs sáv elemeit annak 8^+ spin-paritású tagjaig azonosították. Más vizsgálatok további, vibrációs állapotokra épülő rotációs létezését mutatták meg. Az előbbi tulajdonságai mellett a ^{24}Mg azonos számú protont és neutronot tartalmazó önadjungált mag, mely az alfa részecske (cluster) modellben hat alfa részecskéből összetettnek tekinthető. Mindez a különböző elméleti modellek kiváló próbaterületévé teszi kiválasztott magunkat, és szempontunkból külön előnyt jelent, hogy több sikeres elméleti munka foglalkozik szerkezetével.

A másik két targetmag, a ^{12}C és a ^{27}Al magok kiválasztásánál fontos szerepet játszott az, hogy újabb érveket reméltünk találni ezen két mag sokat vitatott és ellentmondásosan értelmezett szerkezetéről folytatott vitához.* (Ezeket a problémákat a 7. és 8. pontban fejtjük ki részleteiben.) Másrészről ezek a mérések ki óhajtották egészíteni a ^{24}Mg magon végzett kísérletek analízisekor a szórási folyamatok jellegzetességeiről kialakított képet.

1.4. A kísérleti eredmények analízisének módszere

A targetmagok kérdése mellett igen fontos a megfelelő vizsgálati módszer megválasztása. Úgy gondoltuk, hogy itt a legcélszerűbben akkor járunk el, ha kísérleti eredményeinket a kollektív magállapotokon történt inelasztikus szórási folyamatokra kidolgozott és más bombázó részecskék esetében széles bombázóenergia tartományban számos alkalommal sikerrel felhasznált képpel hasonlítjuk össze. Ez a modell a kollektív tulajdonságokat mutató targetmagot a szórás szempontjából sztatikusan, vagy dinamikusan deformált potenciálgödörként kezeli, miközben a bombázó részecskét pontszerűnek és szerkezetnélkülinek tekinti.

A deuteron szerkezetének hatására és a szórási mechanizmus minkéntjére vonatkozó következtetéseinket — kitűzött céljainknak megfelelően — a fenti modell által adott eredményeknek a kísérleti adatokból való eltéréséből kívánjuk levonni. E program utólagos kételyeket nagymértékben kizáró módon való végigvitele nyilvánvalóan megköveteli, hogy a szokásos kollektív szórási modellen belül a bombázó és bombázott nukleáris részecske közötti kölcsönhatást a lehető legpontosabban kezeljük.

A jelen dolgozatban a kísérleti eredmények analízisét a kollektív szórási modell csatorna-csatolások módszerével végeztük. A módszer bizonyos általános egyszerűsítések után (l. [9]) a kölcsönhatást egzaktul kezeli. A csatornák csatolása segítségével a targetmag-bombázó részecske kölcsönhatásban a magasabb rendű tagokat (többlépéses gerjesztéseket) is figyelembe vehetünk, melyek ilyen nagy bombázó energiák mellett erősen deformált magok esetén a differenciális szögeloszlások kialakításának fontos tényezői (l. pl. [10]).

A kollektív tulajdonságú magokon elvégzett rugalmatlan szórás kísérleteknek a csatolt csatornák módszerével történő vizsgálata numerikus matematikai-technikai szempontból nem egyszerű feladat. A bármely bombázó részecskével végrehajtott

* A targetmagok tulajdonságait a későbbiek során részleteiben tárgyaljuk.

mérések számához képest csekély azon esetek száma, melyet evvel, az adott fizikai képen belül legpontosabbnak tekinthető módszerrel analizáltak. Megjegyezzük, hogy 30 MeV-nél nagyobb energiájú deuteronok inelasztikus szórásának értelmezésére a csatolt csatornák módszere az e dolgozatban közölt kísérleteknél került először alkalmazásra.

2. A 30—100 MeV DEUTERONOK INELASZTIKUS SZÓRÁSÁRA VONATKOZÓ IRODALOM ÁTTEKINTÉSE

A deuteronok elasztikus és inelasztikus szórási folyamatainak vizsgálata más könnyű részecskékkel (p, n, α) végrehajtott hasonló jellegű kutatásokhoz képest, mind kísérletileg, mind elméletileg lényegesen nehezebb. Kísérletileg a megfelelő paraméterekkel rendelkező részecskenyalábot szolgáltató gyorsító mellett szükség van hatásos részecskeazonosító berendezés alkalmazására is. Elméletileg viszont a deuteron bonyolult szerkezete hatásának az elasztikus és inelasztikus szórás folyamatokban való esetleges jelentkezése jelent nehezen kezelhető problémát.

Ezt a helyzetet tükrözi az a tény, hogy a ténylegesen végrehajtott deuteron elasztikus és inelasztikus szórás-kísérletek száma csupán töredéke az azonos bombázó-energia-tartományban elvégzett nukleonokat, ill. alfa részecskéket alkalmazó hasonló mérésekhez képest. A (d, d') szórás-kísérletek túlnyomó többségénél a bombázó deuteron energia 30 MeV alatt volt. A szórási folyamatok jellegére vonatkozó ismeretek többségét ilyen kísérletekből nyerték.

A deuteron inelasztikus szórás-kísérletek eredményének legáltalánosabb vonásait az alábbiakban foglalhatjuk össze. (Pl. [1], [2], [3], [4], [11]):

- A differenciális hatáskeresztmetszetek szögelosztása egyértelműen arra utal, hogy a direkt reakciómechanizmus dominál a (d, d') folyamatokban. A compound reakciómechanizmus részaránya a legtöbb vizsgálat szerint elhanyagolható. Ez egyenes következménye annak, hogy a compound mag kialakítása után az összetett deuteron távozásának valószínűsége feltehetően kicsiny a nukleon párolgáshoz képest.
- Az inelasztikus szórás-kísérletekben elsősorban azon nívók erős gerjedését figyelték meg, melyek kollektív voltát már más vizsgálatokban (pl. elektromágneses átmenetek és elágazási arányok mérése, más részecskékkel (pl.: p, α) végrehajtott inelasztikus szórás-kísérletek) kimutatták. Általában igaz az, hogy azok a nívók, melyek erősen gerjednek az $E \gtrsim 20$ MeV (p, p') és (α, α') kísérletekben, erősen gerjednek a (d, d') szórásfolyamatokban is.
- Az összes erősen gerjedő nívó differenciális hatáskeresztmetszetének szögeloszlása erősen előreirányuló, kivéve néhány könnyű magon alacsony bombázó energián végrehajtott kísérlet eredményét. Ez a jelleg nagyobb bombázó energiákon fokozottabb mértékben jelentkezik. A hatáskeresztmetszetek értéke növekvő mérési szöggel gyorsan csökken.
- A (d, d') hatáskeresztmetszet szögeloszlások a más részecskékkel végzett kísérletekhez hasonlóan oszcillációs jelleget mutatnak. Általában igaz rájuk, hogy kevésbé definiált minimumokkal és maximumokkal rendelkeznek, mint a hasonló bombázó energián nyert (α, α') szögeloszlások.

A kísérleti eredmények elméleti leírása már az alapfeltevéseknél jelentős nehézségeket vet fel. Figyelembe kellene ugyanis venni, hogy a deuteron a neutron és

proton lazán kötött egysége és belső szerkezete várhatóan nem elhanyagolható hatása. Így még abban az esetben is, ha a targetmagot egyetlen részecskének tekintjük, már a legegyszerűbb deuteronreakció, az elasztikus szórás is háromrészecskés folyamat. Ráadásul a deuteron spinje egységnyi és a tenzor kölcsönhatást is figyelembe kell venni a neutron-proton kötésnél a belső szerkezet helyes leírásához. Várható, hogy a deuteron reakciók spinfüggését ez nagyon bonyolulttá teszi.

Másrészről, mint említettük, az elasztikus deuteronaszórás hatáskeresztmetszet szögeloszlások jellegzetes difrakciós tulajdonságokat mutattak. Viszont a hasonló (p, p) , (n, n) és (α, α) differenciális hatáskeresztmetszetek nagyon jól leírhatók voltak a két részecske optikai potenciállal. Így felmerült a gondolat, hogy a deuteronaszórások is esetleg tárgyalhatók ezen a teljesen fenomenologikus úton. ([4] és hivatkozásai.)

A deuteron elasztikus szóráskísérleteknek a fenomenologikus kétrészecskepotenciállal való leírása minden előzetes várakozást felülmúlóan sikeresnek bizonyult, a megfelelő optikai potenciálokkal jól leírhatók voltak az eredmények. Ez arra utalt, hogy a deuteron belső szerkezete valószínűleg csak az optikai potenciálpármeterek konkrét értékeiben játszik szerepet [4], [12]. Úgy látszik, hogy még a (d, d) polarizációs kísérletek eredményét is parametrizálni lehet egyszerű spinfüggő tagok figyelembevételével, bár ilyen vizsgálatok kiterjedt elemzésére a kísérleti adatok hiánya miatt még nem kerülhetett sor [4], [13], [14].

A deuteron optikai meghatározására az elasztikus szóráskísérleteket használták fel. Ezen szóráskísérletek leírására a fenomenologikus kétrészecskepotenciál gyakorlatilag minden esetben sikeres volt ([3], [4], [12], [14] és hivatkozásai). Nem sikerült azonban a magok és a bombázó energiák széles tartományára (a nukleon és alfa szórásokhoz hasonló) általában érvényes képet kialakítani. A helyzetet nehezíti, hogy 30 MeV bombázóenergia felett csupán néhány elvégzett kísérlet eredménye ismeretes [3], [12], [15].

Az inelasztikus szórás kísérleteket az elasztikus hatáskeresztmetszetek optikai potenciál segítségével való sikeres leírásának nyilvánvaló következményeként kezdték hasonló fizikai gondolatot tartalmazó képpel analízálni.

Az eddig elvégzett vizsgálatok többségénél a torzított hullámú Born-közelítést (DWBA — I. [9]) alkalmazták. Ez a megközelítés várhatóan csak akkor sikeres, ha az elasztikus csatornák között kicsi a csatolás. Az analizált esetek nagy részében ez a feltétel teljesült és a kísérleti adatokat általában jól illesztették a számított görbék a deformációs paraméterre kapott fizikailag elfogadható értékek mellett.

Ilyen módon analizálták pl. *R. K. Jolly* [16] (15 MeV-es deuteronok szórása ^{60}Ni , ^{92}Zr és ^{120}Sn magokon), *J. K. Dickens és társai* [17] (8 és 15 MeV deuteronok szórása ^{60}Ni és ^{114}Cd magokon) és *D. Dehnhard és társa* [18] (15 MeV deuteronok szórása ^{19}F magon) kísérleti eredményeiket. Mindannyian a kollektív állapotok erős gerjedését észlelték.

Ha az elasztikus és inelasztikus csatornák között erős a csatolás, akkor a DWBA közelítés nem kielégítő. Ez az eset akkor lép fel, midőn a targetmag deformációja nagy, és a mag kollektív nivói erősen gerjednek. Ilyenkor jelent nyilvánvaló előnyt a csatolt csatornák módszere, mely az elasztikus és inelasztikus csatornák közötti csatolást explicit módon veszi figyelembe (I. [9]).

Az utóbbi években a magok kollektív állapotain szóródó részecskék leírására kidolgozott csatolt csatornás módszert néhány esetben alkalmazták deuteron inelasztikus szórás eredmények vizsgálatára is. Evvel a módszerrel analizálta *T. Tamura*

és R. K. Jolly [19] 14,8 MeV deuteronok ^{60}Ni vibrációs állapotain való szóródását. H. R. E. Tjin és társai [20] 26 MeV deuteron energián a ^{24}Mg , ^{26}Mg , ^{40}Ca , ^{56}Fe , ^{58}Ni , Zn , ^{140}Ce magokon végrehajtott (d , d') kísérleteiket sikerrel leírták a kollektív nívókon történt inelasztikus szórás csatorna-csatolósos módszerével. R. C. Brown és társai [14] polarizált 12,1 MeV bombázó energiájú deuteronokat szórattak ^{24}Mg -on; eredményeiket mind a DWBA, mind a csatolt csatornák módszerével vizsgálták és mind a két képben jó egyezést kaptak az elméleti és kísérleti görbék között.

30 MeV bombázó deuteron energia felett inelasztikus szórásfolyamatok vizsgálatára eddig két mérést hajtottak végre. Mindkét mérésre jellemző, hogy elvégzőik kísérleti lehetőségeiknek megfelelően egy meghatározott (52 MeV, ill. 80 MeV) energián mérhettek csupán.

F. Hintenberger és társai [2] a karlsruhei izokron ciklotron 52 MeV deuteron nyalábja felhasználásával végeztek inelasztikus szórás-kísérleteket. Targetmagjaik: ^{12}C , ^{14}N , ^{20}Ne , ^{22}Ne , ^{27}Al , ^{28}Si , ^{32}S , ^{40}Ar , ^{48}Ti , ^{54}Fe , ^{53}Ni , ^{64}Ni , ^{208}Pb és ^{209}Bi voltak. A 10° és 80° közötti szögekre mért differenciális hatáskeresztmetszet eloszlásaikat a DWBA módszerrel írták le, felhasználva az elasztikus szórási eredményeik illesztésével meghatározott deuteron optikai potenciálokat. Sikeresnek nevezhető kísérletet tettek deuteron inelasztikus szórás-kísérletek mikroszkopikus megközelítésben való leírására is.

G. Duhamel és társai [3] az Orsay-i szinkrociklotron 80 MeV-es deuteron nyalábjával végezték elasztikus és inelasztikus szórási kísérleteiket. A ^{12}C , ^{58}Ni , ^{68}Zn és ^{120}Sn targetmagok esetében az elasztikus adatok mellett az első 2^+ nívón rugalmatlanul szóródott deuteronok szögeloszlását is mérték (10° és 50° között); a ^{12}C esetében a 9,64 MeV 3^- nívó gerjedését is megfigyelték. Mérési adataikat a DWBA közelítésben sikerült jól illeszteniük.

3. A MÉRÉSI MÓDSZER ÉS A KÍSÉRLETEK EREDMÉNYEI

3.1. A kísérleti elrendezés

3.1.1. A deuteron nyaláb

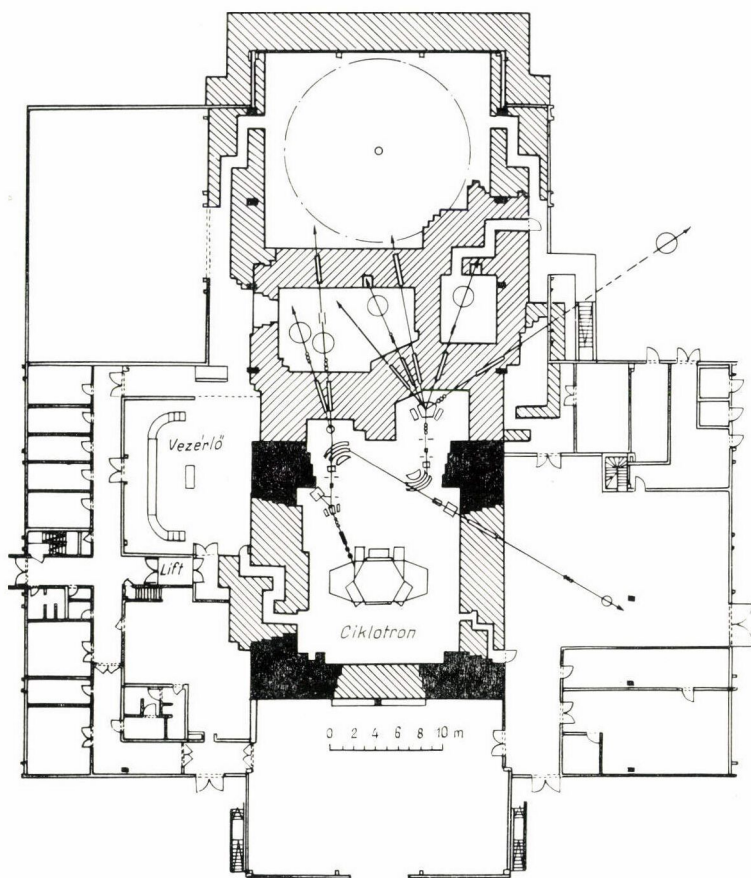
A méréseket a jülichi KFA Magfizikai Intézetének izokron ciklotronján (JULIC) végeztük. A ciklotront részletesen [21], [22], [23] és [24] ismertetik; főbb műszaki jellemzőit az I. táblázatban foglaltuk össze.

Az 1. ábra vázlatosan mutatja a ciklotron és környezete elrendezését, nyalábkezelő rendszerét. A deuteron elasztikus és inelasztikus szórási kísérleteket a JULIC analízatlan nyalábjaival a D mérési ponton hajtottuk végre.

A bombázó deuteronok energiáját 60 és 90 MeV között változtattuk. A külső nyaláb energiaszórása $30/_{00}$ körül volt (60 MeV-re ~ 200 keV, 90 MeV-re ~ 250 – 300 keV). A deuteronokat az 1. ábrán bemutatott inoptikai rendszer vezette és fókuszálta a D mérőponton felállított szórókamrában elhelyezett targetre. A nyaláb átmérője a targeten 2 mm volt.

A nyaláb axiális és radiális emittanciáját a kihúzó rendszer után felállított emittanciamérő berendezés segítségével optimalizálták és határozták meg a különböző energiájú deuteronokra [25]. A külső deuteronnyaláb fázisprofilja a mérések

szerint gyengén függ az energiától; a nyaláb 80 % intenzitásra vonatkoztatott fázistérfogata axiálisan 20 mm mrad, radiálisan 10–20 mm mrad az emittanciamérő rendszerénél.



1. ábra.

A JULIC vázlatos elrendezési képe. Az inelasztikus szórási kísérleteket a *D* mérőhelyen felállított szórókamrával végeztük. *M*: mérőhelység; *B*, *C*, *D*, *E*, *F*: mérőhelyek; *AM*: analízáló mágnes; *AQ* és *Q*: kvadrupól lencsék (kvadrupólszinglet ill. kvadrupóldublett); *BK*: besugárzási kamra; *SM*: kapcsolómágnes; *VM* nyalábeltoló mágnes; *SX*: sextupól lencse; *EMA*: emittanciamérő berendezés; *SV*: nyalábvezető csatlakozás).



rögzített betonárnyékolás



mozgatható betonárnyékolás

A *D* mérőhelyen a nyaláb emittanciáját a TRANSPORT ionoptikai computer kóddal határozták meg [26]. A program bemenőadatait az ELLIPSE nevű kód szolgáltatta, mely a nyalábvezető ionoptikai rendszerbe beeső nyaláb axiális és radiális legkisebb burkoló fázisellipsziseit az emittanciamérések adataiból határozta

meg. A számítások azt mutatták [27], hogy targetünk helyén a deuteronnyaláb ionoptikai tulajdonságai nem tértek el lényegesen az emittanciamérő berendezésnél kísérletileg meghatározott értékektől. Ez félértékben $\sim 0,6^\circ$ radiális nyalábdivergenciának felelt meg a target helyén.

A nyalábnak a targetra való pontos irányítása és stabil ott-tartása különleges technikai feladatot jelentett. Ilyen nagy energiájú nyaláb esetén ugyanis az alacsonyabb energiájú nyalábok vezetésénél bevált blenderendszerek intenzív másodlagos sugárforrásként szerepelnének és így nem alkalmazhatók. A nyalábvezetésre itt csupán elektromágneses tereket lehet használni, ami nagymérvű stabilitást követel e tereket előállító berendezésektől. A deuteron nyaláb mérés alatti stabilitását egy, a szórókamrába való belépés előtt elhelyezett négynegyedes szénblende áramával ellenőriztük.

A nyalábot a szórókamrán való áthaladás után egy kvadrupöldublett fókuszálta az áram és töltésmérésre hitelesített Faraday-kalitrkába. A mérések során az integrális áramot mindig ezen berendezés segítségével határoztuk meg. A nyaláb intenzitását a targetvastagság és a szórási szög függvényében 5nA és 1 μ A között változtattuk.

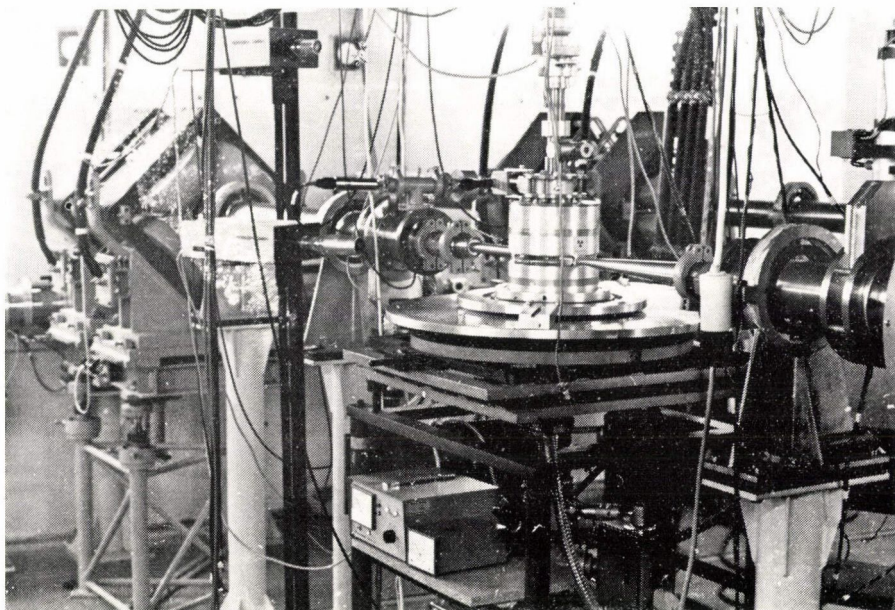
Az integrált áram mérésének pontossága központi fontosságú a mért határkeresztmetszetek abszolút értéke megadása szempontjából. Problémát itt a nyalábból való kiszóródás és a mérőberendezés holtidejére való korrigálatlanság jelentett. Az árammérés abszolút pontosságát ezeket figyelembe véve becsüljük $\sim 5\%$ -ra.

3.1.2. A szórókamra

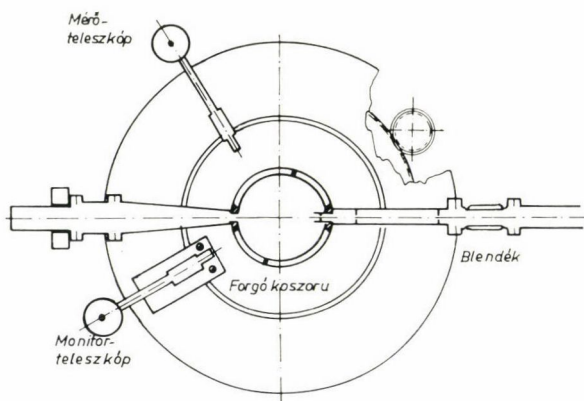
Az inelasztikus deuteronaszórás-kísérletekben felhasznált szórókamra egy 17 cm magas és 17 cm átmérőjű alumíniumhenger volt, amelyen a nyaláb magasságában 2 cm széles, 7,5 μ m vastag hostaphon fóliával vákuumtömített rés biztosította a szórt deuteronok kijutását [28]. A vágatnak a mechanikai stabilitás érdekében elkerülhetetlen áthidalásai az egyik oldalon 80° -nál, a másikon 100° -nál voltak, így biztosítva a szögelosztás $10\text{--}160^\circ$ -ig való szögkihagyás nélküli mérésének lehetőségét (2. ábra).

A szórókamra tengelyében helyezkedett el a targettartó rendszer, mely egyszerre négy különböző targetfólia és a nyaláb beállításánál használt fluoreszkáló ernyő behelyezését tette lehetővé. A különböző targetfóliák, ill. nyalábfelügyelő ernyő közötti választás lehetőségéről távvezérelt függőleges mozdatóberendezés gondoskodott. A nyaláb helyzetének és a helyes fóliaválasztásnak ellenőrzésére ipari televíziókészülék szolgált. A targettartó rendszer konstrukciója a targetfóliák síkjának tetszőleges szöghelyzetét engedte meg.

A szórókamra szimmetriatengelyét koncentrikusan elhelyezett két, egymástól függetlenül mozgatható forgókoszorú tartotta a mérésnél felhasznált teleszkópokat (3. ábra). A teleszkópoknak pontosan a megkövetelt geometriai helyzetben (nyalábmagasságban, tengelyirányban stb.) való elhelyezéséről a forgókoszorúkon levő precíziósan kiképzett szegmensek gondoskodtak. A detektorok helyzetének reprodukálhatóságát a szegmensekben levő, a teleszkópok mechanikájához illeszkedő csavarok nagy pontossággal biztosították. Amennyiben ugyanarra a forgókoszorúra montírozott teleszkópokkal dolgoztunk, ezeket (geometriai méreteik miatt) egymáshoz legközelebb 20° -nyira, minden második szegmensbe lehetett elhelyezni. A forgókoszorún lehetőség volt a teleszkópok különböző (diszkrét) távolságokba való be-



2. ábra.
A mérőhely fényképe



3. ábra.
A szórókamra és a detektortartó rendszer felülnézeti vázlata

állítására. A teleszkópok szöghelyzetének (a szórési szögnek) beállítása ipari televízióval ellenőrzött távvezérléssel történt $\sim 0,1^\circ$ pontossággal.

A szórókamra helyes jusztirozását és a szögmérés alapbeállításának pontosságát jobb-bal oldali hatáskeresztmetszet szimmetria méréssel ellenőriztük. A szögmérés ilyen módon való alapbeállításának pontossága $0,1^\circ$ körül volt.

3.1.3. A targetek

A II. táblázat áttekinti a mérésekben felhasznált targetek tulajdonságait.

A targetszennyeződés elkerülésére a nyalábvezető rendszert rejtett tömítésű turbomolekuláris pumpával szívták 10^{-6} torr tartományba. A targetek kismértékű szennyeződése (elsősorban szénnel és oxigénnel) valószínűleg az olajdiffúziós pumpával szívott gyorsítótérből származott.

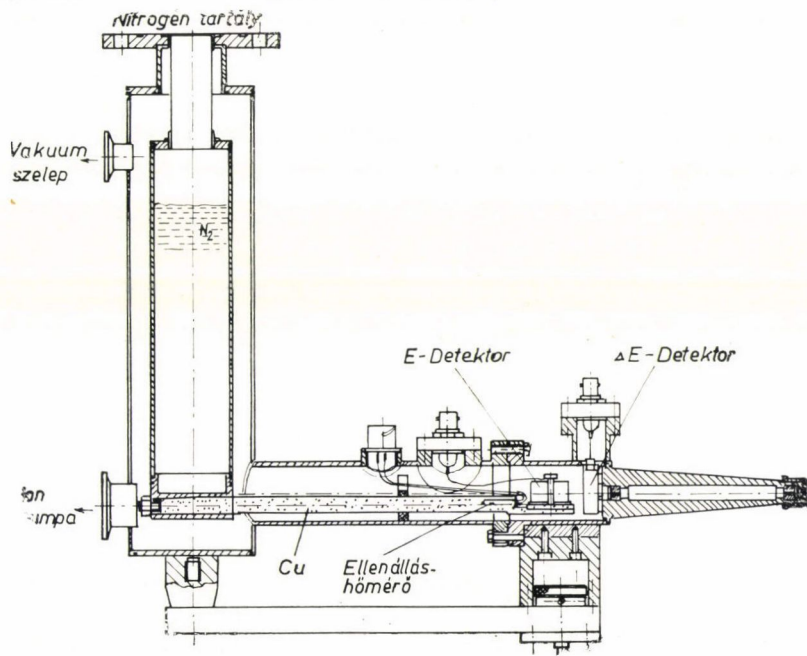
3.1.4. A detektorok

A szórt deuteronok észlelésére egy $dE-E$ típusú, teleszkóp rendszerű, speciálisan nagy hatótávolságú ($E > 30$ MeV) töltött részecskék esetére kifejlesztett detektort használtunk fel.

A dE jelet egy 0,5 mm vastag ORTEC típusú Si felületi záróréteges detektor adta. E detektorként egy, a jülichi Magfizikai Intézet Detektor Laboratóriumában kifejlesztett 24 mm hosszú side entry típusú Ge(Li) dióda szolgált, amelynek szélessége és kompenzált tartománya egyaránt 8 mm volt [29].

A teleszkóp felépítését a 4. ábra mutatja. A rendszer 2 mm átmérőjű belépő ablakát 2 μ m vastag Havar fólia zárta légmentesen. A teleszkópban elért vákuum, mely igen fontos szerepet játszik abban, hogy a Ge(Li) diódán minél kevesebb maradék gáz adszorbeálódhasson, 10^{-7} torr volt.

A teleszkóp saját energiafelbontását a JULIC monokromatizált nyalábján határozták meg [30]. Ennek értéke 60 MeV bombázó deuteron energiára ~ 60 keV volt sugárzási ártalomnak még ki nem tett Ge(Li) dióda esetén.

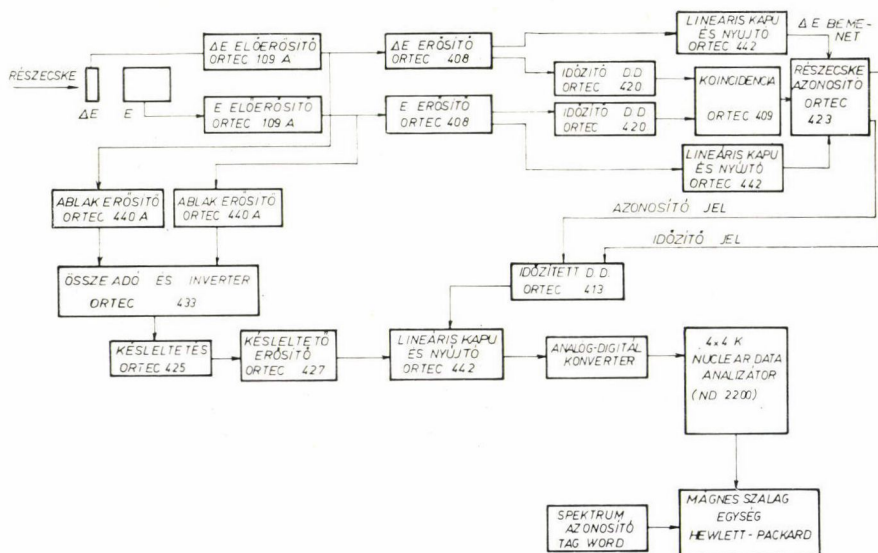


4. ábra.

A teleszkóprendszerű detektorok vázlata

A deuteron szórási kísérletekben nagy háttér sugárzásnak* kitett teleszkópok energiafelbontása bizonyos integrált dózis után jelentősen leromlott és ez lényeges csúcskiszélesedésben jelentkezett. Kísérleteink körülményei között a Ge(Li) diódák regenerálására (újradriftelésére) néhány napos üzemeltetés után volt szükség.**

A hatáskeresztmetszetek abszolút értéke meghatározásánál központi feladat volt a teleszkópok hatásfokának korrekt megadása. A probléma egyrészt magában foglalja a csúcsalak és a háttér problematikáját, melyre később visszatérünk. Másrészt ilyen nagy energiájú bombázó részecskék esetén egy korrekciót kell figyelembe venni, amelynek oka az, hogy a teleszkóp érzékeny térfogatában lejátszódó magreakciók nem elhanyagolható arányban akadályoznak meg detektálendő részecskéket abban, hogy az ismert atomfizikai jelenségláncon keresztül megfelelő jelet kelthessenek. Ezen „nuclear-reactionale” effektus nagyságát egy, a germániumra végrehajtott optikai modell számítással becsültük meg. (A becslő számítás paramétereit [12] által javasolt formula segítségével extrapolált adatokat használtuk.) A szükséges korrekció relatív nagysága nőtt az energiával, értéke $\sim 4,5\%$ (60,6 MeV-re) és $\sim 8,3\%$ (90,0 MeV-re) között volt. A számítás becslés jellegénél fogva ezen korrekció egy bombázó energiánál különböző mérőszögekben (de azonos detektorral és mérőelektronika beállításnál) felvett ^{12}C spektrumok ana-



5. ábra.

A mérőelektronika blokkvázlata

* Elsősorban gyorsneutron háttérrel van szó. Becslések szerint mérőhelyünkön dózisa kb. négyszer nagyobb volt, mint a gamma háttér. (Ri 71 a)

** A mérések során összesen kilenc ilyen teleszkóp állt rendelkezésünkre. Ez biztosította, hogy mindig alkalmunk volt a leromlott felbontású teleszkópokat megelőzőre cserélni.

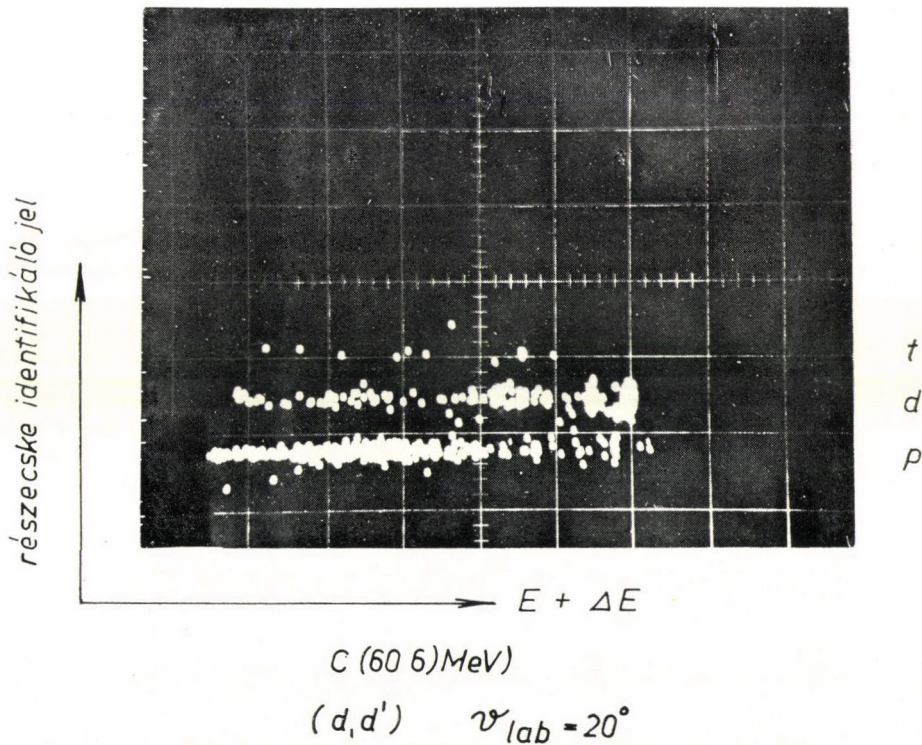
lízis módszerével arra az eredményre jutottunk, hogy a csúcshelyek nemlinearitásból származó eltérése sehol nem lehetett nagyobb, mint ~ 10 keV (1.3.2. fejezet energiahisztogramjait).

A mérések relatív pontosságának folyamatos ellenőrzésére a mérődetektorokkal azonos felépítésű monitor teleszkópot használtunk, melynek szög helyzetét nem változtattuk. A mérések kiértékelésénél csak olyan spektrumokat vettünk figyelembe, melyeknél a hozzájuk tartozó monitorspektrum indokolatlan változást nem mutatott.

3.1.5. A mérőelektronika és adatrögzítés

A mérőelektronika blokkvázlatát az 5. ábra mutatja; értelmezése a kapcsolási séma alapján kézenfekvő.

A deuteron szórási kísérletekben központi szerepet játszó részecskeidentifikáló



6. ábra.

A részecskeidentifikálás helyes beállítását ellenőrző tárolóoszilloszkóp tipikus ábrája

egység a Goulding-elven működött* [31]. A szokásosabb multiplikációs elv felhasználásával megalkotott részecskeidentifikáló rendszerekkel szemben a Goulding módszernek komoly előnye az, hogy itt nem szükséges igen vékony dE detektorokra (kis dE energiaveszteségekre) szorítkoznunk, ami a rendszer lényegesen nagyobb dinamikus energiatartományban való működését teszi lehetővé.

A 6. ábra a részecskeazonosító egység helyes beállításának ellenőrzésére felhasznált tárolóoszilloszkóp ernyőjéről készült felvételt mutat; az ábrán bemutatott viszonyok jellemzőeknek tekinthetők.

A deuteronok jelspektrumát egy Nuclear Data (ND 2200 típusú) analízátor-rendszerrel dolgoztuk fel, egy-egy spektrumot $4k$ memóriarészben tárolva. A megfelelő statisztikus pontosságú beütésszám összegyűlte után a spektrumokat mágnesszalagokra rögzítettük.

3.2. A mérési adatok feldolgozása

A deuteron inelasztikus szórási program gyakorlati elvégzésében központi szerep jutott az adatfeldolgozó rendszer kidolgozásának és megvalósításának. A mágnesszalagra gyorsan gyűlő (egy-egy spektrumot tipikusan 1–10 perc mérési idő alatt vettünk fel) komplex spektrumok kiértékelése lehetetlen lett volna egy tényleg hatásos és gyors adatfeldolgozó rendszer nélkül.**

A mért spektrumok rögzítésére több számítógépi programból álló programcsaládot dolgoztunk ki a Magfizikai Intézet PDP 15/30 és a jülichi KFA központi IBM 370/165 számítógépeire. Ez a programrendszer kiértékeli az egyes spektrumokat, meghatározza a hatáskeresztmetszeteket, lehetőséget ad az azonos targethez tartozó spektrumokban jelentkező elasztikus és inelasztikus csúcsok szisztematikus vizsgálatára és előkészíti az eredményeket azoknak magfizikai szórászámításokkal (l. később) való tanulmányozására. Végül lehetőséget nyújt ez utóbbi számítások közül a legjobb illesztések kiválogatására, azoknak a kísérleti adatokkal (vagy külön-külön) bármilyen léptékű kirajzoltatására és táblázatok készítésére. Ezen komplex adatfeldolgozó rendszer vázlatát a 7. ábra mutatja*** [32].

* A részecskeidentifikálás Goulding-féle módszere a könnyű részecskékre nagy energiatartományban igaz $R = a \cdot E^b$ hatótávolság (R) = energia (E) összefüggést használja fel. Itt a jellemző a bejövő részecskére, míg b a részecsketípustól első közelítésben nem függő konstans, empirikus érték 1,73. Ha most T a dE detektor vastagsága, akkor:

$$R1 = T + R2 = a \cdot E_{ked}^{1,73}; \quad R2 = a \cdot E_2^{1,73}$$

ahol E_2 az E detektorral mért maradék energiaérték. Az előzőekből:

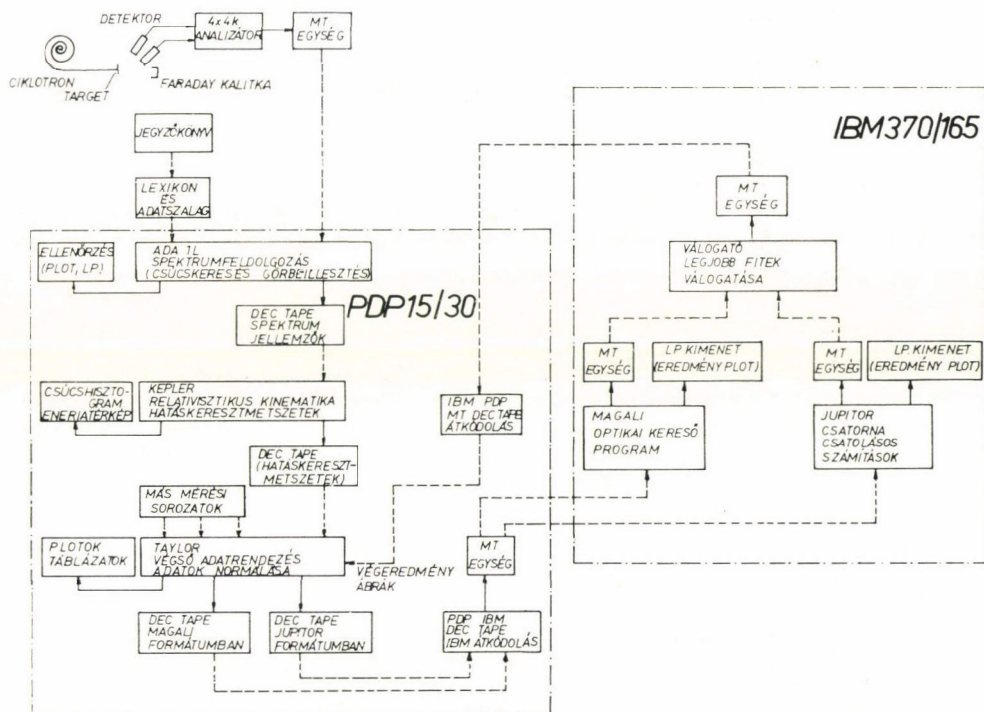
$$\frac{T}{a} = E_{ked}^{1,73} - E_2^{1,73} = (E_2 + dE)^{1,73} - E_2^{1,73}$$

ami elektronikusan képezhető, és minden részecskére más értékű.

** Ebben a disszertációban közölt eredményekhez mintegy ezer komplex spektrumot értékeltem ki, ami több ezer meghatározott hatáskeresztmetszet pontnak felelt meg.

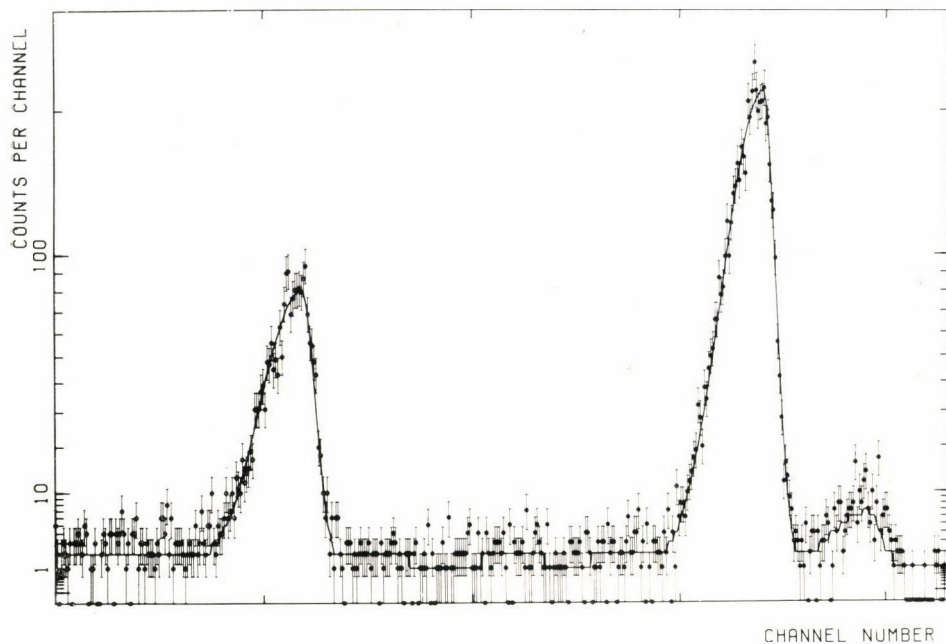
*** Az itt leírt adatfeldolgozó rendszer PDP 15/30 computert felhasználó programjait egyedül *Seres Zoltán* kollégám írta. Szerepem az adatfeldolgozó rendszer struktúrájának kidolgozásánál volt, ahol mint az egyes programok első és egy darabig egyetlen felhasználója *Seres Zoltán* kollégámmal szoros munkakapcsolatban értékeltük ki a szerzett tapasztalatokat, és vizsgáltuk meg a programok kialakításának és összefűzésének a felhasználó szempontjából optimális lehetőségeit. Az IBM központi computeren jelzett minden feladatot egyedül oldottam meg.

Az ADA1L jelű program értékelte ki az egyes spektrumokat. A számításokban felhasznált módszer feltételezi, hogy a spektrumokban csúcsok szuperponálódnak egy sima háttérre. A csúcsok helyzetét a program a mért spektrumoknak egy közelítő csúcsalakkal (mint kereső függvénnyel) képezett keresztkorrelációs függvényéből határozta meg [33]. A csúcs alakját a számítási mód egy aszimmetrikus Gauss-görbével közelíti, melyhez az alacsonyenergiájú tartományban egy exponenciális farkot illeszt [34]. A csúcsforma paramétereit a spektrum egy izolált intenzív csúcsából (általában az elasztikus csúcsból) határozta meg a program. A csúcsok helyeinek és formájának ismeretében a kód a legkisebb négyzetek módszerével meghatározza a többi csúcs amplitúdóját és a háttér paramétereit, miközben a csúcsalak paramétereit energiafüggetlennek tekinti és a háttér egy másodfokú polinommal közelíti. Ezek a feltételek spektrumok minket érdeklő — hozzávetőleg 10 MeV-es — energia-tartományában a szerzett tapasztalatok szerint általában nagyon jól teljesülnek. Az ADA1L program a feldolgozott spektrumok fontos adatait (a csúcsok helyét, amplitúdóit, statisztikus hibáit stb.) mágneses (DEC) szalagokra gyűjtötte, melyek a további számítások bemenő adatai lehetnek. A spektrumok dekompozíciójának ellenőrzésére rendszeresen felhasználtuk a róluk készíthető computer ábrákat, melyeket a PDP 15/30 számítógéphez illeszkedő (GALCOMP) plotter rajzolt meg. A program lehetőséget nyújtott részletes kontrollszámítások elvégzésére is.



7. ábra.

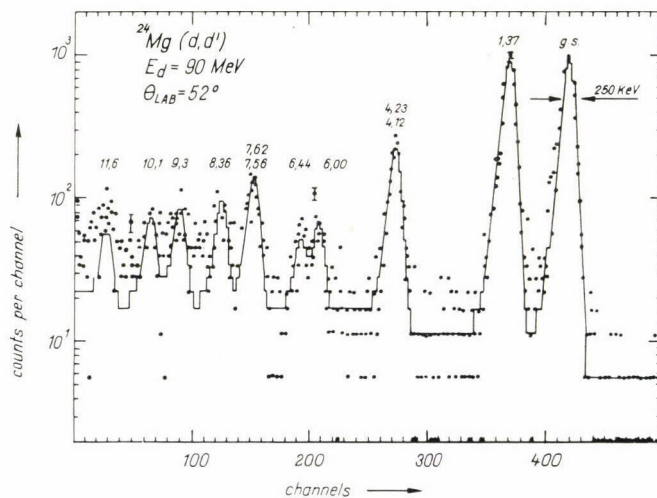
Az adatfeldolgozó programrendszer vázlata



C-12(D, D)C-12

8. ábra.

Tipikus $^{12}\text{C}(d, d')$ spektrum a hozzátartozó illesztett görbével. A két nagyobb csúcs a O^+ alap és 2^+ ^{12}C alapállapotán szóródott deutronok hozzájárulása. (Computer ábra)

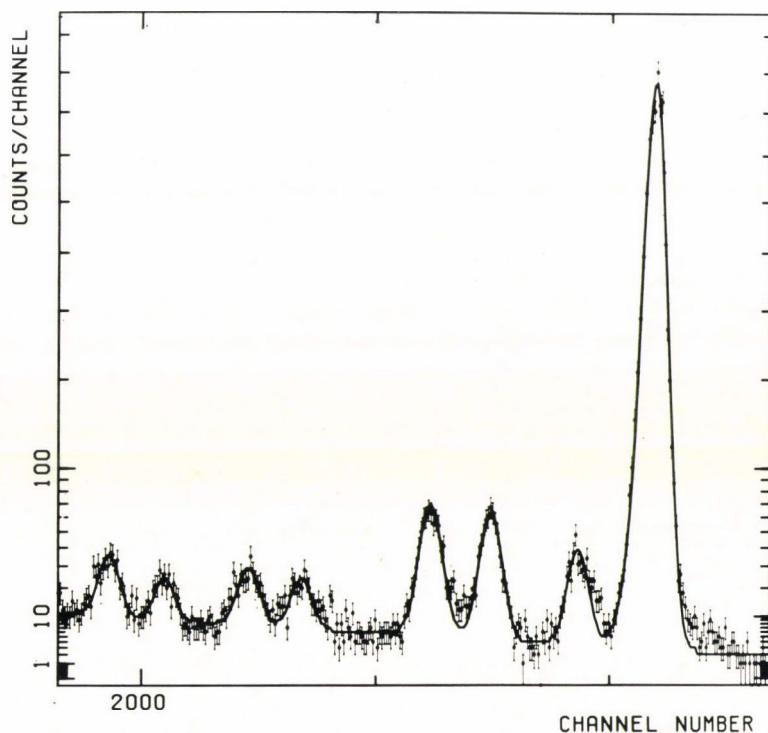


9. ábra.

Tipikus $^{24}\text{Mg}(d, d')$ spektrum a hozzátartozó illesztett görbével

A 8., 9. és 10. ábrák a három vizsgált magra vonatkozó tipikus spektrumokat mutatnak, az ezekhez az előbbi programmal meghatározott illesztésekkel együtt. A csúcsforma és a háttér illesztésének jobb tanulmányozására a 8. ábrán a ^{12}C megfelelő spektrumát csupán az alacsonyenergiájú kb. a rugalmas csúcs előtti ~ 1 MeV-től számított összesen ~ 7 MeV tartományban mutatjuk be, a csatornánkénti beütésszámot jelentő ordinátát is az eltéréseket jobban hangsúlyozó módon a beütésszámok négyzetgyöke szerint skáláztuk. A 9. és 10. ábrák ezzel szemben egy-egy teljes kiértékelt ^{24}Mg , ill. ^{27}Al spektrumot ábrázolnak a megfelelő illesztésekkel együtt (logaritmikus, ill. négyzetgyökös ordinátaskálázással).

A KEPLER nevű kód fizikailag összetartozó, már az ADAIL programmal kiértékelt spektrumsorozatok vizsgálatát teszi lehetővé. A KEPLER energiakalibrációt hajt végre, vagy kiválasztott spektrumban megadott két csúcs helyzetéből, vagy (és ez a lehetőség elsősorban könnyű magoknál fontos) kinematikai effektusok miatt fellépő csúcshelyváltozásból. A program kiszámítja a gerjesztési energiákat és a hatáskeresztmetszeteket a statisztikus hibákkal együtt. A reakciókinematikai számításoknál (laborszög-tömegközépponti szög átszámítás, energiakalibráció,



AL-27(D,D)AL-27

LAB. ANGLE: 50.0

BOMBARDING ENERGY: 77.3

MT: KRK31

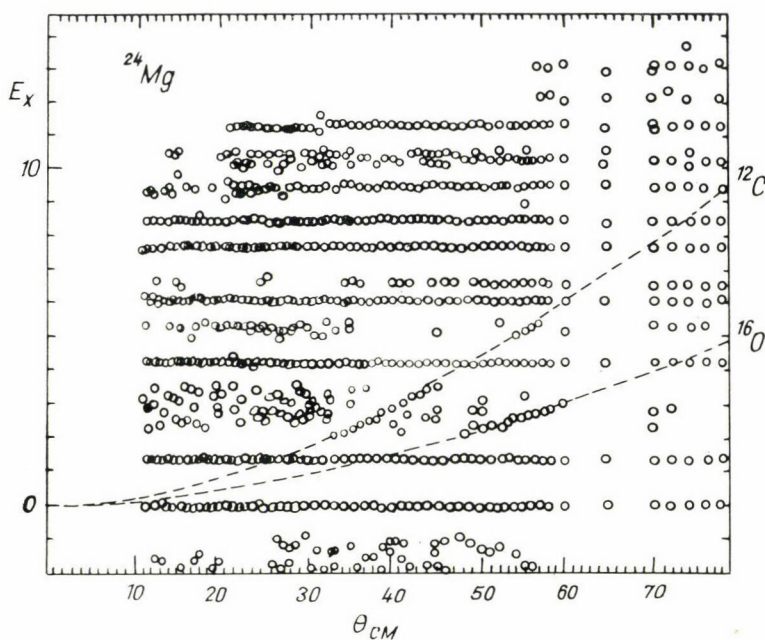
NTAG: 58

10. ábra.

Tipikus ^{27}Al (d, d') spektrum a hozzá tartozó illesztett görbével. (Kiértékelési tartomány ~ 8 MeV gerjesztési energiáig. Az ordinátát a beütésszám négyzetgyöke szerint skáláztuk.) Computer ábra

gerjesztési energia számítás) relativisztikus formulákat alkalmaztunk [35]*, melyek a mi energiatartományunkban néhány százalékos korrekciót jelentenek a nem-relativisztikus számításokhoz képest.

A KEPLER lehetőséget nyújt a gerjesztett mag egy meghatározott gerjesztési energiájához tartozó csúcsok kiválogatására, kirajzoltatására és táblázat készítésére. A nagyszámú spektrumban az ADA1L által talált csúcsok közötti kapcsolat megállapítása, annak eldöntése, hogy az adott inelasztikus szórás kísérletben mely nívók gerjednek szisztematikusan, a spektrumokban való tájékozódás talán legfon-

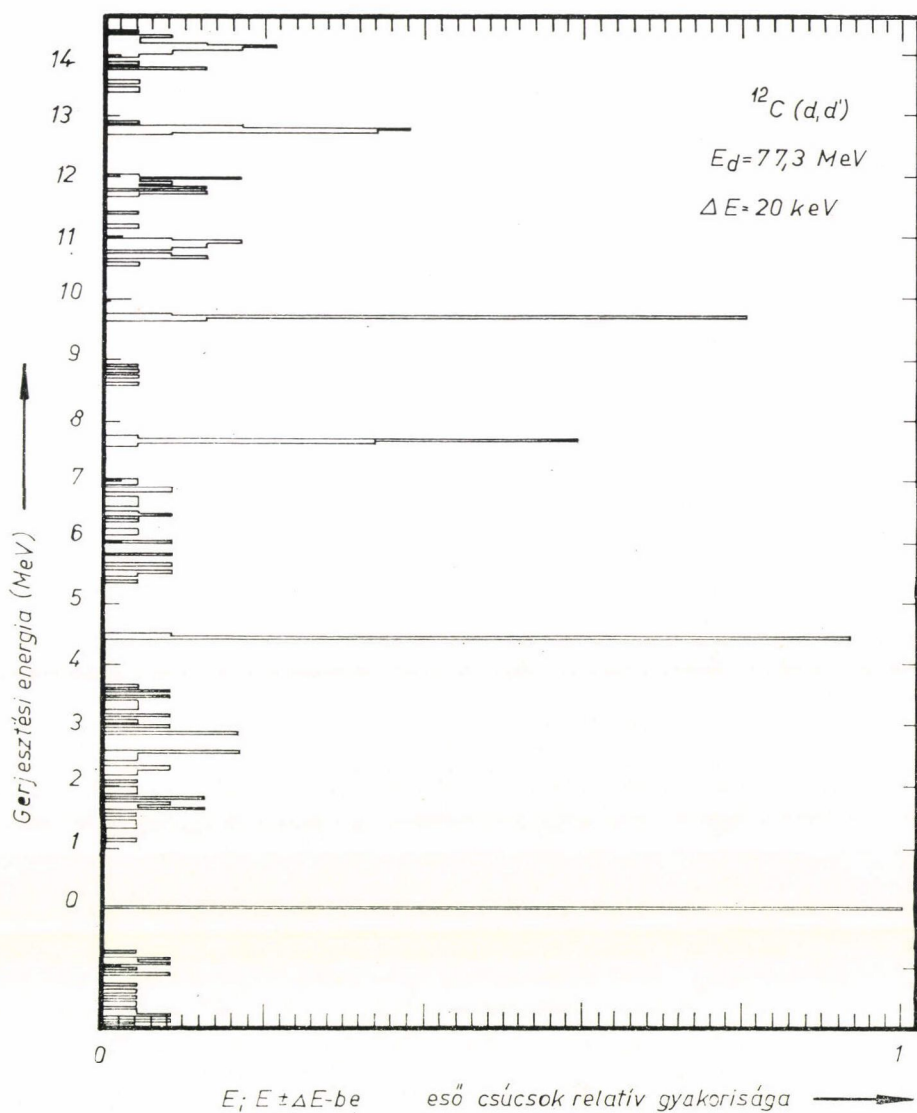


11. ábra.

Energiatérkép egy ^{24}Mg -n végrehajtott mérési sorozat spektrumairól. Ebben minden mérési szöghőzfelrajzoltuk a megfelelő spektrumban talált csúcsokat annak megfelelően, hogy azokhoz a ^{24}Mg milyen gerjesztési energiája tartozik. ($E_d = 60,6$ MeV; az ordinátán a ^{24}Mg gerjesztési energiáját mértük fel MeV-ben). Egy-egy magon és bombázó energián több ehhez hasonló mérési sorozatból állítottuk össze a közölt végeredményeket

tosabb feladata volt. A program ezt vagy a 11. ábrán bemutatott ún. energiatérkép rajzolásával, vagy a csúcsok az $E, E+dE$ energiatartományban való relatív előfordulásáról készített hisztogrammal végezte el (12. és 13. ábrák). Az energiatérképek és hisztogramok nagy segítségek nyújtottak a szisztematikusan gerjedő, de az alacsony beütésszámok miatt egy-egy spektrumban nem mindig egyértelműen

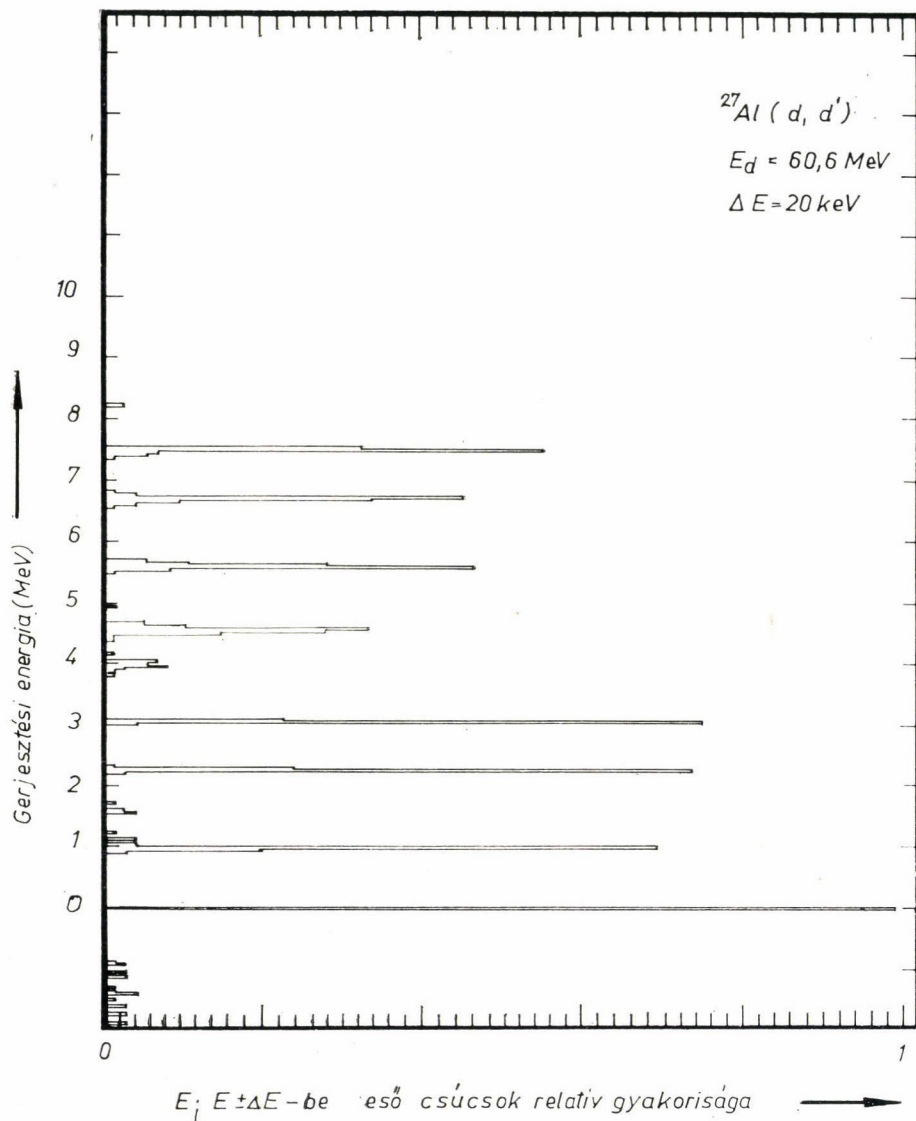
* A távozó könnyű rész energiájának számításához [25]-től eltérő formulát alkalmaztunk egy, a kifejezésben felismert hiba (nyomdahiba, elírás) miatt [32].



12. ábra.

Egy ^{12}C -n elvégzett mérési sorozat csúcsgyakoriság hisztogramja. A gerjesztett állapotokhoz tartozó csúcsoknak az alapállapotnál kisebb gyakorisága azt jelenti, hogy néhány spektrumban a kiválasztott csúcsot nem az E_x ; $E_x + dE$ tartományba eső energiájúnak határozta meg a program. A relatív gyakoriságokat a csúcs kis környezetében integrálva (pl. nagyobb dE -t választva) a gyakoriságok (az erősen gerjedő, tehát minden spektrumban megtalált csúcsoknál) azonosnak adódnak. Másrészt az automatikus kiértékelő program a szisztematikusan gerjedő csúcsok közötti beütésszámok statisztikus ingadozásának megfelelően véletlenszerűen talál kis amplitúdójú csúcsokat is

jelentkező kis hatáskeresztmetszetű csúcsok azonosításában, ill. a szennyeződések felismerésében. Az energiatérképek jól kijelölik azokat a szögtartományokat, ahol a mért hatáskeresztmetszetek értékeit a csúcsokon kinematikai okból átvonuló szennyeződések (leggyakrabban ^{12}C és ^{16}O és ezek első gerjesztett állapotai) hibássá teszik (l. 11. ábra). A program számításai egyúttal a bombázó energia értékének



13. ábra.

Egy ^{27}Al -n elvégzett mérési sorozat csúcsgyakoriság hisztrogramja. (l. 12. ábra megjegyzését)

jó kontrollját is jelentették; a bombázó energiák továbbiakban közölt bizonytalanságát éppen ezekből a számításokból becsülve adjuk meg.

A TAYLOR program különböző mérési sorozatokból származó hatáskeresztmetszetek összefűzését, esetleges összenormálását végezte automatikusan, a differenciális hatáskeresztmetszet-adatokat tabellázta és felrajzolta.

3.3. A mérési eredmények

A ^{24}Mg , ^{12}C és ^{27}Al magok alap- és gerjesztett állapotai 60–90 MeV deuteron-energiához tartozó differenciális hatáskeresztmetszet-eloszlásait mértük. Eredményeinket a 3.3.1.; 3.3.2. és 3.3.3. alfejezetekben külön részletezzük.

A mérési eredmények nem statisztikus szórásból származó bizonytalanságának fő forrásai az e fejezetben érintett mérés technikai bizonytalanságok voltak. A mérési hiba fő összetevői: az áramintegrálásnál elkövetett hiba (figyelembe nem vett korrekció a mérőrendszer holtidejére, a nyaláb tökéletlen begyűjtése az integrátorba), teleszkópok hatásfoka meghatározásának esetleges hibái (bizonytalanságok a „nuclear reaction tale” effektus hatásának becslésekor, esetleges „vak” foltok a dE detektoron), a teleszkópok mechanikai jusztírozásának esetleges hibái, a céltetek lehetséges inhomogenitása, esetleges targetrongálódás és a spektrum kiértékelésénél használt módszer tökéletlenségei. Ezen hibák pontos meghatározása igen nehéz feladat, csupán azt tudjuk, hogy egyik sem lehet nagy (\sim néhány százalék). Becsléseink szerint az előbbi jelenségek összességükben az abszolút hatáskeresztmetszetek 10% körüli bizonytalanságát eredményezték.

3.3.1. Mérések ^{24}Mg targetmaggal

A ^{24}Mg targettel végzett (d , d') kísérleteket primer nyaláb energiamérési szög szempontjából a III. táblázat foglalja össze.

A kapott spektrumok analízálása során a 0–12 MeV gerjesztési energiatartományban 11 db szisztematikusan gerjedő nívót találtunk. A gerjesztett állapotokhoz tartozó energiát az elasztikus csúcsra és a kísérletekben erősen gerjedő, más közeli nívóktól nem zavart 6,01 MeV 4^{+} -os nívóra kalibrálva határoztuk meg* (^{24}Mg nívósémáját l. 17. ábra). A gerjesztési energiák (MeV-ban) rendre 0, (kalibrációs alappont), $1,37 \pm 0,03$; $4,19 \pm 0,05$; $5,22 \pm 0,05$; 6,01 (kalibrációs alappont); $6,44 \pm 0,05$; $7,60 \pm 0,05$; $8,4 \pm 0,1$; $9,5 \pm 0,1$; $10,1 \pm 0,2$; $11,5 \pm 0,2$ **.

Az első hat csúcs azonosítása egyszerű, azok spinparitása azonnal adódik a ^{24}Mg ismert alacsonyenergiájú nívórendszerből (l. 17. ábra). A talált deuteroncsoportok ezek szerint sorban a 0^{+} , 2^{+} , 4^{+} — 2^{+} (felbontatlan nívók), 3^{+} , 4^{+} , 0^{+} spin-paritású állapotokon bekövetkezett szórásnak felelnek meg. A 7,60 MeV-nél talált csúcs nyilván a 7,56 MeV 1^{-} és a 7,62 MeV 3^{-} nívóktól származik. Nem ilyen egyszerű a 8,4 MeV-nél erősen és a 9,5 MeV-nél közepesen gerjedő csúcsok azono-

* Az első, 1,369 MeV 2^{+} nívó energiáját ugyan többször és pontosabban meghatározták, mint a mi általunk kalibrációs alappontként választott állapotét, de nehézséget okozna a két legalsó nívó kis energiakülönbsége. Az első gerjesztett állapothoz tartozó csúcs helyének kis mérvű hibája is jelentősen befolyásolná a magasabb gerjesztéseknél jelentkező deuteroncsoportok energiájának meghatározását.

** A csúcsok helyének meghatározása természetesen lényegesen pontosabban történhet, mint amennyi az energiafelbontás értéke (kb. 250–300 keV).

sítása. Erre a problémára és egy lehetséges értelmezési javaslatra a dolgozat 6.2. pontjában részletesen visszatérünk. A két magasabban gerjedő csúcs értelmezésére kísérletet sem tettünk.

3.3.2. Mérések a ^{12}C targetmaggal

A ^{12}C targetmaggal elvégzett mérésekről a IV. táblázat ad áttekintést.

A 0—15 MeV kiértékelési tartományban 5 darab egyértelműen gerjedő csúcsot találtunk (l. 12. ábra). Ezek energiái (MeV-ban) rendre 0. (kalibrációs alappont); $4,43 \pm 0,03$; $7,60 \pm 0,04$; 9,64 (kalibrációs alappont) és $12,8 \pm 0,1$ voltak. Néhány mérési sorozatban indikációkat találtunk 10,8, 11,8 és 14,1 MeV energiákon is szisztematikusan jelentkező deuteroncsoportokra (pl. a 12. ábrán bemutatott hisztogram is sejtet szisztematikus gerjedést az említett energiákon).

A talált csúcsoknak a ^{12}C állapotaihoz való hozzárendelése a mag ismert nívósémája (l. 30. ábra) alapján kézenfekvő. A megfelelő spin-paritás értékek rendre: 0^+ , 2^+ , 0^+ , 3^- és 1^+ (12,7 MeV-nél).

3.3.3. Mérések az ^{27}Al targetmaggal

Az V. táblázat tájékoztatást nyújt az ^{27}Al targetmaggal elvégzett mérésekről.

A 0—9 MeV kiértékelési tartományban összesen 8 darab szisztematikusan gerjedő nívót találtunk (l. 13. ábra). Az ezekhez tartozó energiákat az elasztikus és a 2,209 MeV-nél gerjedő (más deuteroncsoportoktól nem zavart) csúcsokat felhasználó kalibrációból határoztuk meg. A gerjesztési energiák értékei sorban 0,0 (kalibrációs alappont), $0,94 \pm 0,06$; 2,209 (kalibrációs alappont); $3,0 \pm 0,06$; $4,5 \pm 0,1$; $5,5 \pm 0,1$; $6,7 \pm 0,2$; $7,4 \pm 0,2$ MeV-nek adódtak. Észrevehető lényeges kiszélesedést egyik csúcs sem mutatott.

Az ^{27}Al nívósémáját csupán az alacsonyenergiájú tartományban (3—4 MeV-ig) ismerjük jól (l. 34. ábra). Az első négy deuteroncsoporthoz megfeleltethető állapotok az 5^+ (alapállapot), $\frac{1}{2}^+$ 0,84 MeV és $\frac{3}{2}^+$ 1,01 MeV felbontatlan, $\frac{7}{2}^+$ 2,209 MeV, $\frac{9}{2}^+$ 3,00 MeV és $\frac{3}{2}^+$ 2,98 MeV felbontatlan nívók. A következő két deuteroncsúcs értelmezésére javaslatot adunk a disszertáció 8. fejezetében. A két magasan és erősen gerjedő állapot azonosítása reménytelen.

4. MEGJEGYZÉSEK A KOLLEKTÍV MAGÁLLAPOTOKON TÖRTÉNT DEUTERON RUGALMATLAN SZÓRÁSI EREDMÉNYEKNEK A CSATOLT CSATORNÁK MÓDSZERÉVEL VALÓ ANALÍZISÉVEL KAPCSOLATBAN*

Kísérleti eredményeinket a [9]-ben röviden vázolt gondolatmenetnek megfelelően a csatolt csatornák módszerével analizáltuk. A hatalmas mennyiségű numerikus számítást T. Tamura JUPITOR—1 nevű programjának [36] módosított változatával végeztük el.

* A csatolt csatornák módszerét és az azzal kapcsolatos kérdéseket [9] dolgozatunkban részleteiben ismertetjük.

A számítógépi kódban felhasznált numerikus módszer lényegét, a csatolt egyenletek integrálásának technikáját, a [9], [59] szórási amplitúdó kifejezésében szereplő C -mátrix elemeit ismeretlenként tartalmazó közönséges egyenletrendszer megoldásának részleteit [36] függelékében részletezi; azzal külön nem foglalkozunk. Most csupán azt jegyezzük meg, hogy a program [9] dolgozatban részletezett módon végzi a numerikus számításokat; a vibrációs modellben az optikai potenciál Taylor sorfejtését a másodrendig hajtja végre, míg a rotációs modellben a Legendre-kifejtéssel számol. Ez utóbbi eljárás előnyeire (minden rendben korrekt) [9] 3. alfejezetében külön kitértünk.

Az óriásprogramot eredetileg publikált formájához képest a karlsruhei Ciklotron Laboratórium munkacsoportja módosította [37]. Ennek során egyrésről a [9], [27]. Legendre-polinomok szerinti kifejtést az eredeti $\lambda=4$ helyett $\lambda=8$ -ig kiterjesztették.* Másrésről a Coulomb-kölcsönhatást deformált tagok esetén a [9], [34] sorfejtés szerint vették figyelembe. Végül egy χ^2 -et minimalizáló kereső rutint építettek be a programba, amelynek segítségével kiválasztott paraméterek értékei optimalizálhatók.

A karlsruhei munkacsoport által a programba beépített minimalizálandó kifejezés**:

$$(1) \quad \chi^2 = \sum_{i,n} \left[\frac{\sigma_{\text{kísérleti}}^{(n)}(\vartheta_i) - \sigma_{\text{elméleti}}^{(n)}(\vartheta_i)}{\Delta\sigma_{\text{kísérleti}}^{(n)}(\vartheta_i)} \right]^2$$

$\Delta\sigma_{\text{kísérleti}}^{(n)}(\vartheta_i)$ -nek megfelelő relatív hibát a módosítás automatikusan 10%-nak tekinti. (A fenti összegben i index a szöghelyzetet, n a különböző hatáskeresztmetszet-görbék sorszámát jelenti.)

A JUPITOR—1 karlsruhei változata által adott eredményeket az oxfordi CCPI és INCH csatornacsatolások kódok és az ECIS 70 nevű program számításai-val hasonlították össze, és a „megvizsgált esetekben” azonos eredményeket kaptak [37], [38].

A JUPITOR—1 karlsruhei változatát adaptáltam a jülichi magfizikai kutatócentrum központi IBM 370/165 számítógépére.*** A programot a számítógépek közötti különbségekből adódó programozástechnikai változtatásokon túlmenően több helyen átalakítottuk****.

A változtatások egy része a bemenő és kijövő adatok kezelésének módszerét modernizálja. A program a bemenő adatokat az IBM 370/165 központi batch computerhez kapcsolt IBM 360/67 által vezérelt terminálokról kapta. Ezen központi computer-rendszerre kifejlesztett TSS (Time Sharing System) felhasználásával a gyorselérésű diskmemóriára felvitt kísérleti adatok segítségével nagymértékben leegyszerűsítettük a különben fáradságos bemenő adatrendszerek összeállítását. A program a mi változatunkban kimenőadatait megfelelően kódolva mágnesszalagra

* Így egy $0_0^+ - 2_0^+ - 4_0^+$ csatolási sémában minden lehetséges járulék egzaktul figyelembe van véve.

** Polarizáció nélküli (tehát általunk is használt) esetben.

*** A programot a Karlsruhéban használt formában 1971. decemberében bocsátotta a KFA Karlsruhe Ciklotron Laboratóriuma a KFA Jülich Magfizikai Intézete rendelkezésére.

**** A program futási prioritását nagymértékben megnöveltük a kidolgozott és jól sikerült overlay rendszerrel, mellyel a program által lefoglalt aktív memóriát közel felére csökkentettük.

írja. A legjobbnak talált illesztéseket erről a szalagról egy további programmal válogattuk ki (1. adatfeldolgozó rendszer vázlata 7. ábra).

Másrészről, a program hibátlan működésének ellenőrzésekor (a minőségileg különböző esetekben a számítási eredményeket többnyire a karlsruhei számításokkal vetettük össze) néhány programozási hibát vettünk észre és javítottunk ki. A módosított néhány utasítás a páratlan magokra vonatkozó számításokkal volt kapcsolatos, a program karlsruhei változatában ezen számításokra (programozási hiba miatt) helytelen eredményeket adott. (A publikált [37] egyetlen ilyen számítás elvégzésére sem utal.) A hibás utasítások viszont a program olyan részében szerepeltek, hogy kijavításuk után a páros magokra elvégzett számítások helyességének bizonyítása feleslegessé tette a páratlan magokra vonatkozó hasonló jellegű kontrollszámítást. (Erre — olyan formában, ahogy azt Karlsruhéban tették [más csatorna-csatolásos számításokkal való összehasonlítás útján] — nem is lett volna alkalmunk.)

5. A DEUTERON INELASZTIKUS SZÓRÁSI KÍSÉRLETEK EREDMÉNYEI ÉRTELMEZÉSE LEHETŐSÉGÉNEK ÉS A LEÍRÁS KONZISZTENCIÁJÁNAK VIZSGÁLATA A KOLLEKTÍV SZÓRÁSI MODELLBEN

5.1. A kollektív szórás modell alkalmazhatósága a (d, d') folyamatok leírására

[9]-ben (és az előző, negyedik fejezetben) ismertettük az elméleti modellt, melyet kísérleti eredményeinkkel összehasonlítottunk. Mielőtt azonban eme összevetés részleteire rátérnénk, szükségesnek tartjuk kiemelni azokat a problémákat, melyekre itt választ várunk.

A legelső, lényegében legfontosabb kérdés az, hogy miként értelmezhető a deuteron inelasztikus szórás ezeken az energiákon, milyen mértékben játszanak szerepet a deuteron tulajdonságai és szerkezete, milyen hatása van a targetmag struktúrájának a hatáskeresztmetszet eloszlások kialakulására.

A következő alapvető probléma az energiafüggés szerepének tisztázása. Elképzelhető volna ugyanis, hogy a mérési adatok az adott modellben egy-egy energián véletlenül parametrizálhatók, de a különböző energiájú bombázó részecskékre vonatkozó eredmények egymás között nem mutatnak konzisztenciát. Nyilvánvaló, hogy a mérési adatok ilyen nem konzisztens parametrizálása erős kételyeket vetne fel a követett eljárásra vonatkozóan.

A fenti kérdésekre a választ a ^{24}Mg alacsonyenergiájú nívóira vonatkozó adataink analízisével keressük.

Már a dolgozat bevezetésében rámutattunk arra, hogy a ^{24}Mg magot éppen azért választottuk targetnek, mert annak szerkezetét az alacsonyenergiájú tartományban jól ismertnek tekinthetjük, az első néhány nívó tulajdonságai az axiálszimmetrikusan deformált magok kollektív modellje keretén belül jól leírhatók (1. még 6.1. fejezet).

Kísérleti eredményeinket a kollektív szórás modell csatorna csatolásos módszerével kívánjuk értelmezni. A csatorna csatolásos módszer, mint ahogy azt már az előzőekben kiemeltük, néhány egyszerű elhanyagolás után egzaktul kezeli a szórás-

problémát, és ezen a téren kizárja a további kételyeket. A kölcsönhatásnak a modell keretein belül való pontos figyelembevétele azért látszik fontosnak, mert a ^{24}Mg erősen deformált mag és így az alapállapotú rotációs sáv nívói (elsősorban annak első két eleme) között erős a csatolás. Másrészt az általunk használt nagy (60–90 MeV) bombázó energiák mellett már könnyű magok esetén is nagy az impulzusmomentumátadás, ami a többlelépéses folyamatok alacsonyabb energiákhoz képesti relatív valószínűség-növekedésével jár [39]. A választott modell mellett szól, hogy ezeken az energiákon a statisztikus folyamatok részaránya már bizonyosan kicsiny (pl. [40]), és így a statisztikus fluktuációk nem teszik bizonytalanná az analízist.

Problémát jelent viszont, hogy ebben a modellben a deuteron spinje gyakorlati okok miatt explicite nem vehető figyelembe, ti. ez nagymértékben (még a legegyszerűbb $0^+ \rightarrow 2^+$ csatolás esetén is egy nagyságrenddel) megnöveli a számítási időt. Ugyanakkor jó utalások vannak arra, hogy a deuteron spinjének hatása könnyű magokra beolvasztható (abszorbeálható) a többi optikai paraméter értékebe és azokkal le nem írható struktúrát nem hoz a hatáskeresztmetszetek szögeloszlásába [3], [12], [41]. Másrészt az is igaz, hogy a spinpálya potenciál legegyszerűbb figyelembevétele is további szabad paramétereket hoz az analízisbe és így az illesztés minőségét az feltehetően nem rontja.

Első célunk az volt, hogy a ^{24}Mg mag legerősebben csatolt alsó két 0^+ és 2^+ nívóra vonatkozó mérési eredmények egységes kép szerinti parametrizálására tegyünk kísérletet a kollektív szórási modellen belül a csatolt csatornák módszerével.

Mindenekelőtt a csatorna-csatolós analízis kiinduló adatait kellett meghatározni. Ehhez először csupán az elasztikus adatok optikai analízisét végeztük el, az így kapott eredmények szolgáltak kezdőértékeként a későbbi csatorna-csatolós számításokhoz.

Az elasztikus adatok parametrizálását a MAGALI nevű optikai kereső kóddal hajtottuk végre [42], mely a [9], [25] Woods—Saxon-potenciál paramétereit határozza meg az elméleti görbéknek az elasztikus kísérleti adatokhoz való optimális illesztésével. E program bemenő adatait [12] formuláiból számítva állítottuk össze. Az ott közölt következtetéseket elfogadva a térfogati abszorpciótól eltekintünk és hat paraméteres analízist hajtottunk végre (V , W_D , r_0 , \bar{r}_0 , a , \bar{a} , ahol V és W_D a valós és képzetes potenciálmélységeket, r -ek a magsugárparamétereket, a -k a diffúziósokat jelentik).

Az elasztikus szórás-kísérletek optikai analízisének közismert problémát okoz, hogy az optikai modell paraméterek között korrelációk vannak, melyek a paraméterek választásának többértelműségéhez vezetnek [4]. A legismertebb kapcsolat az optikai potenciál valós részének mélysége és sugara között van. Ezen többértelműség oka az, hogy az elasztikus szórási hatáskeresztmetszetet egyedül a hullámfüggvény aszimptotikus része határozza meg, és erős abszorpció esetében a potenciál belső része erősen le van árnyékolva. Azokban az esetekben midőn a hullámfüggvény a kölcsönhatási tartományon kívül nagyságában és deriváltjában azonos értékeket vesz fel, a hatáskeresztmetszetek azonosnak adódnak. Az említett többértelműség gyakorlatilag úgy jelentkezik, hogy ha $V R^n$ változatlan marad, akkor V bizonyos határokon belüli értékére az illesztés minősége sem változik (itt n értéke 2, vagy 3 [4]).

[12] a többértelműség elkerülésére r_0 rögzítését javasolja. Ugyanakkor elméleti megfontolásokra hivatkozva a kölcsönhatási potenciál reális része mélységére

az $U_n + U_p$ körüli érték látszik fizikailag a legindokoltabbnak.* (Itt U_n a neutron-szórás, míg U_p a protonszórás kísérletekből adódó potenciálmélységet jelenti.) Analízisünkben r_0 -at rögzítettük, értéke minden esetben

$$r_0 = 1,25 \text{ fermi}$$

volt, V értékét ~ 55 – 80 MeV között fogadtuk el. (A Coulomb-kölcsönhatás sugarát sem változtattuk: $r_c = 1,3$ fermi.)

A MAGALI kód segítségével megkeresett adatok voltak az először 60 és 90 MeV bombázó deuteron energiához tartozó 0_0^+ alap, és 2_0^+ első gerjesztett állapotra vonatkozó kísérleti eredmények illesztését célul tűző csatorna-csatolások számítások kiinduló paraméterei.** Az analízis arra mutatott, hogy az alkalmazott modellben kiváló illesztéseket érhetünk el. Az optikai paraméterek az energia változásával 15%-on belül változtak csupán, a mag alakját leíró deformációs paraméter pedig változatlan maradt.

A 60 és 90 MeV energiákra vonatkozó eredmények ismeretében a 77,3 MeV-es adatok illesztésénél csupán a potenciál imaginárius részének mélységét, és a deformációs paraméter optimális értékét kerestük,** a többi paramétert egyszerűen interpoláltuk az előzőleg kapott adatokból.

A 60, 77,3 és 90 MeV bombázó energiákon a 0^+ alap és 2^+ első gerjesztett állapotokra vonatkozó kísérleti differenciális hatáskeresztmetszet szögeloszlások fent leírt analízisekor kapott legjobb illesztéseket a 14. és 21. ábrák mutatják, elméleti görbék számításánál felhasznált, már optimalizált paramétereket a VI. táblázat foglalja össze.****

* Hat paraméteres optikai analízissorozatot végeztünk a 60 MeV-es ^{24}Mg (d, d) elasztikus adatokkal. Az elvégzett számításokban csak a potenciál reális részének mélységét változtattuk lépésenként, a többi paramétert minden lépésben optimalizáltuk. Az illesztések kvalitását leíró χ^2 értékek ~ 45 – 90 MeV és ~ 140 – 190 MeV potenciál mélységek mellett egymástól nem lényegesen különbözően kicsik voltak.

** A legjobb illesztések megtalálásánál igen hasznosnak bizonyult az az eljárás, melyben először, a többi adat változatlanul hagyása mellett a V valós potenciált, a W_D imaginárius potenciált és a β_2 deformációs paramétert kerestük, majd az így kapott legjobb adatokat rögzítve a potenciál imaginárius részének sugarát r_0 -t és az a , \bar{a} diffúziókat kerestük. Harmadik lépésként újabb keresést hajtottunk végre V , W_D és β_2 searchben hagyásával.

*** A potenciál imaginárius része ad átlagosan számot az explicit módon figyelembe nem vett csatornákról, és így várható W_D és β_2 szorosabb korrelációja. [43]

**** Már most ki kell térnünk egy számunkra fontos részletkérdésre. Azt kell ugyanis tisztáznunk, hogy a számolt hatáskeresztmetszet-görbék további nívók figyelembevétele milyen mértékben befolyásolja. T. Tamura [6], [43] azt találta, hogy egy deformált mag rotációs sávjaihoz tartozó nívók hatáskeresztmetszeteinek számításakor a csatolási sémában még figyelembe vett legnagyobb spinű állapotra vonatkozó inelasztikus szórás hatáskeresztmetszet eloszlás jelentősen megváltozott egy újabb csatolási sémában a következő nívó hozzácsatolása esetén, míg az alacsonyabban fekvő nívókon való szórásra előzőleg kapott eredményeket az új számolás változatlanul hagyta. (Tehát a $0_0^+ - 2_0^+ - 4_0^+ - 6_0^+ - 8_0^+$ csatolási sémák szerint végrehajtott számításokban a 0_0^+ , 2_0^+ , 4_0^+ hatáskeresztmetszetek azonosnak, a 6_0^+ -ra vonatkozó eredményeket lényegesen különbözőnek találta.) Másrésztől viszont H. Rebel [38] 104 MeV-es alfa részecskéknél a $2s$ – $1d$ héj magjain való inelasztikus szóródásának analízisekor arra a következtetésre jutott, hogy további nívók hozzácsatolása gyakorlatilag nem változtatta meg a legerősebben összezsúfolt állapotokra kapott számított eredményeket. (Pl. a ^{24}Mg -re végrehajtott $0_0^+ - 2_0^+ - 4_0^+$ számolás közel azonos eredményeket adott a vizsgált nívókra, mint a $0_0^+ - 2_0^+ - 4_0^+ - 6_0^+$ és a $0_0^+ -$

A kísérleti eredményeket az elméleti számítások mind a három energián kiválóan leírják. Az egyetlen illesztetlenség a 2_0^+ hatáskeresztmetszetek első minimumában van. Ennek oka viszont egy spektrumkiértékelési bizonytalanság is lehet. Ezeknél a szögeknél ugyanis az inelasztikus hatáskeresztmetszeteknél egy nagyságrenddel is nagyobbak az elasztikus hatáskeresztmetszetcélok; az elasztikus szögeloszlás itt (a Blair-féle fázisszabálynak megfelelően [39]) maximumot mutat. Az inelasztikus csúcs a nálánál lényegesen nagyobb elasztikus csúcs farkán helyezkedik el, mely összemérhető vele, és nem teljesen korrektt csúcsanalizáló forma esetén kétségbe vonható a spektrumdekomponálás eredménye.

Az illesztések sikerességéből több érdekes következtetést vonhatunk le. Mindekenélőtt nyilvánvaló, hogy felvetett legfontosabb kérdésünkre pozitív választ adhatunk. A kísérleti eredményeket jól parametrizálhatjuk a kollektív szórási modell segítségével. Ez azt is jelenti, hogy a deuteron belső szerkezetének a szórási folyamatra gyakorolt hatását a mérési és illesztési pontosságon belül az optikai potenciáladatok átlagosan figyelembe veszik. A hatáskeresztmetszetek szögeloszlásai semmiféle olyan struktúrát nem mutatnak, mely a deuteron szerkezete hatásának volna tulajdonítható. Megállapíthatjuk, hogy a deuteron inelasztikus szórási folyamatokban ezeken az energiákon a deuteron valószínűleg mint intakt egység vesz részt, egyes nukleonjai nem játszanak különleges szerepet, és nincsen domináló hatása valamely bonyolultabb, pl. (d-n-d), vagy (d-p-d) mechanizmusnak [1].

A deuteron spinjének hatását abszorbeálják más optikai paraméterek. Ez az eredmény alátámasztja azt a már [12] által felismert tényt, hogy a spinnek nincsen különleges szerepe az 50–100 MeV-es polarizálatlan deuteronok könnyű magokon való inelasztikus szórásában. A spinnel kapcsolatos további kérdések tisztázására polarizációs mérések elvégzésére van szükség (l. pl. [14]).

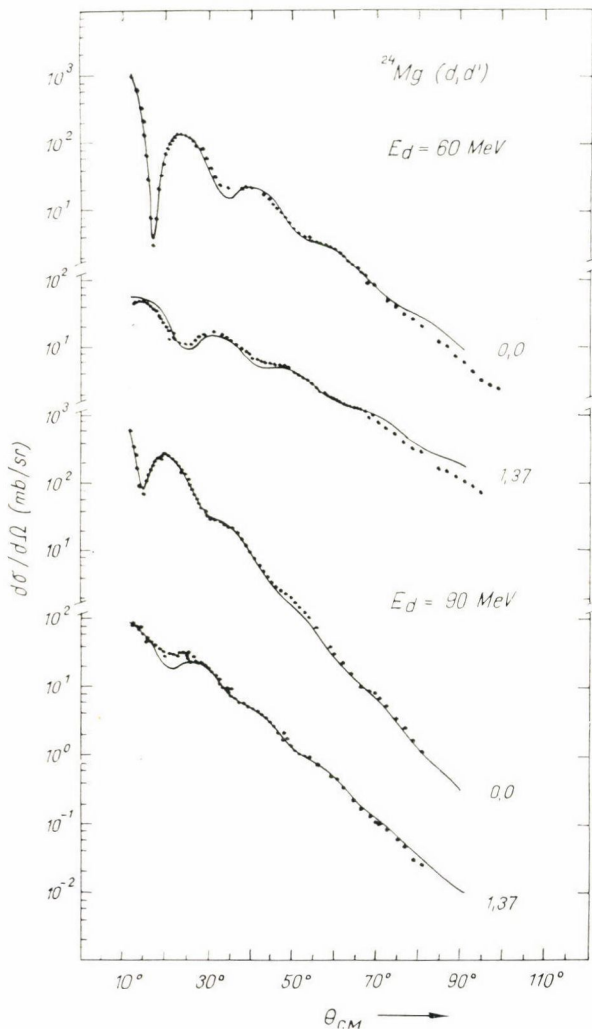
Rendkívül figyelemreméltó, hogy a deformációs paraméter, mely érzékeny függvénye a 2_0^+ inelasztikus hatáskeresztmetszetnek, mindhárom energián pontosan azonosnak adódik. Ez erős támasza a mérési eredmények értelmezése konzisztenciájá-

$-2_0^+ - 4_0^+ - 2_2^+$ csatolási sémák szerint elvégzett kalkulációk (a csatolási sémák részletes magyarázatát l. később). Mi a magunk részéről szintén kiterjedt számításokat végeztünk annak eldöntésére, hogy a figyelembe nem vett nívkoknak milyen hatásuk van az egyszerűbb csatolási sémában meghatározott hatáskeresztmetszetekre. Eredményeink *H. Rebel* tapasztalatát támasztották alá: újabb, gyengén csatolt nívók explicit figyelembevétele gyakorlatilag nem változtatta meg az egyszerűbb csatolással kapott eredményeket.

A diszkrepancia oka szerintünk két momentumban keresendő, *T. Tamura* valós csatolási formafaktorokkal számolt, míg mind *H. Rebel*, mind mi számításainkban imaginárius csatolási formafaktorokat is figyelembe vettünk. Ez (a közönséges optikai potenciál imaginárius részéhez hasonlóan) átlagosan tekintetbe vesz olyan többlépéses folyamatokat, melyeknél a részecske az explicit módon figyelembe vett csatornákból az első, vagy néhányadik lépés után szóródik csak ki. Így egy magasabban fekvő, közvetlenül figyelembe nem vett csatorna szerepe ténylegesen nincsen elhanyagolva. Másrészt *T. Tamura* lényegesen alacsonyabb bombázó energiákra végezte számításait, ahol energetikailag sokkal kevesebb reakciócsatorna van nyitva. Egy újabb csatorna explicit figyelembevétele esetén várható, hogy a potenciál imaginárius részének mélységét avval egyidejűleg változtatni (nyilvánvalóan csökkenteni) kellene, hiszen a reakcióhatás-keresztmetszetnek lényeges részét teheti ki az új csatorna hatáskeresztmetszete. Nagy energiákon ez a jelenség várhatóan egyre kisebb szerepet játszik.

Előző fejtegetéseinktől függetlenül számításainkban, ahol azt a még igénybe vehető számítógépidő megengedte, igyekeztünk alkalmazni a „még a következő nívót is” elvet. Jelentős korrekciót egyetlen eset kivételével (erre még később visszatérünk) nem találtunk, de eredményeinket ennek megfelelően kell értelmezni.

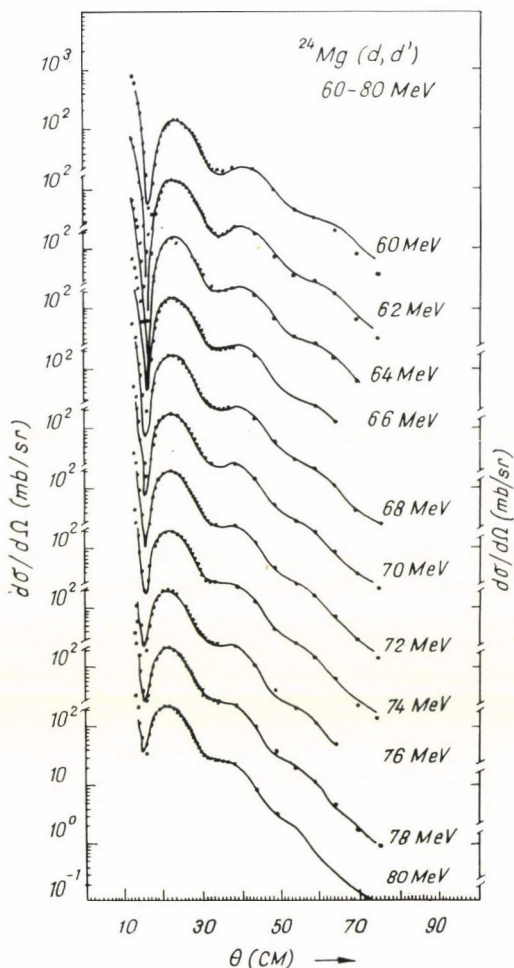
nak, és annak, hogy nem a kísérleti eredmények véletlenszerű parametrizálásáról van szó. Másrésztől érdekes abból a szempontból is, hogy a deuteron a magot minden energián ugyanolyan alakúnak találja, tehát a mag „keménysége” nem változik lényegesen a vizsgált deuteron bombázó energiatartományban, mint ahogy azt más kísérleti eredmények összevetésekor néha feltételezik. A könnyen felhasadó deuteronok a magak érzékeny letapogatói.



14. ábra.

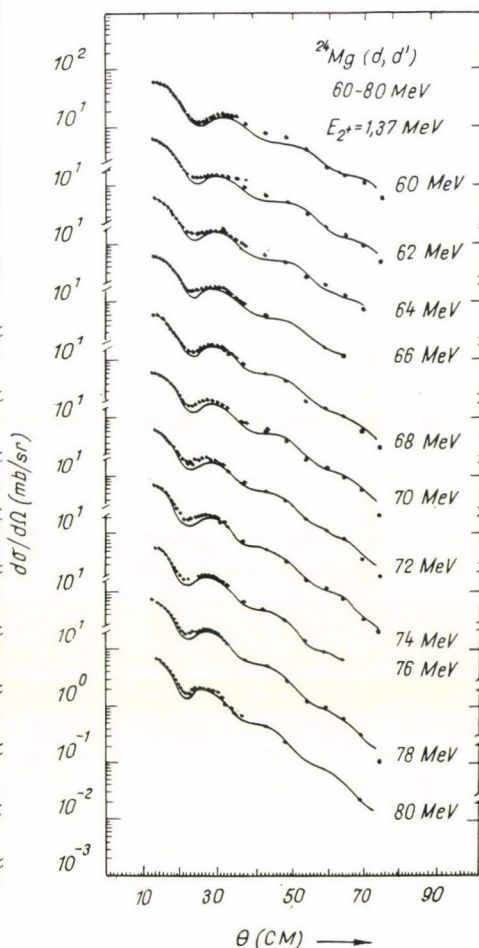
A $^{24}\text{Mg}(d, d')$ $E_d = 60,6$ és 90 MeV kísérletekben az első két (0^+ alap és 2^+ $1,37$ MeV) nivóra kapott kísérleti differenciális hatáskeresztmetszet-szögeloszlásokat az azokat legjobban illesztő elméleti görbékkel

Bár elméleti megfontolások alapján sem látszik valószínűnek, mégis felmerülhet annak lehetősége, hogy a hatáskeresztmetszetek nem modellünknek megfelelően, hanem valamely nem várt módon változnak az eddig vizsgált három, egymástól meglehetősen távol eső bombázóenergia-érték között. Ennek a kérdésnek a vizsgálata céljából hajtottunk végre további mérőssorozatot a ^{24}Mg targetmagon; 60–80 MeV energiatartományban 2 MeV-es lépésekkel, összesen 11 különböző bombázóenergiánál mértük meg az elasztikusan és inelasztikusan szórt deuteronok szögeloszlását.



15. ábra.

A $^{24}\text{Mg} (d, d')$ $E_d = 60\text{--}80$ MeV mérésekben az alapállapotra vonatkozó differenciális hatáskeresztmetszet szögeloszlások eredményei és az azokat illesztő elméleti görbék. A görbék mellett a bombázó deuteronenergiákat tüntettük fel



16. ábra.

A $^{24}\text{Mg} (d, d')$ $E_d = 60\text{--}80$ MeV mérésekben a 2_0^+ 1,37 MeV első gerjesztett állapotra vonatkozó differenciális hatáskeresztmetszet szögeloszlás mérések eredményei és az azokat illesztő görbék

Az első két állapotra vonatkozó kísérleti eredmények analizését a 77,3 MeV-es adatok vizsgálatánál már leírt egyszerű módszerrel hajtottuk végre. Itt is a számításokban szereplő paraméterek közül csupán a potenciál imaginárius részének mélységét és a kollektív paraméter értékét optimalizáltuk.

A 15. és 16. ábrák ezen $0_0^+ - 2_0^+$ csatolási sémával végrehajtott számolások eredményeit mutatják, a felhasznált paramétereket pedig a VII. táblázat foglalja össze. A kísérleti és elméleti görbék egyezése ismét kiváló, használt modellünk minden további feltételezés nélkül parametrizálja a nagyszámú összetartozó mérési adatot.

A VIII. táblázat tartalmazza a 60–80 MeV energiákon végzett $^{24}\text{Mg}(d, d')$ kísérletekben gerjesztett nivókhoz tartozó integrált hatáskeresztmetszeteket. Az integrációt az egyes energiákon olyan egymásnak megfelelő szögtartományokban végeztük el, melyekre az impulzusátadás és a reakció sugar szorzata azonos. Ilyenkor ugyanis a Blair-féle [39] erős abszorpciós modell közelítésében az így integrált hatáskeresztmetszetek energiafüggetlenek volnának. Bár a Blair-féle formulák legegyszerűbb formájukban nem minden általunk gerjesztett nivóra értelmezettek, az egyöntetűség kedvéért egy adott bombázóenergián az összes állapotnál azonos szögtartományban integráltunk.

A VIII. táblázat jól mutatja, hogy egyik hatáskeresztmetszet sem mutat váratlan viselkedést, az integrált hatáskeresztmetszetek a bombázó energia sima függvényei. Ez a tapasztalat valószínűvé teszi várakozásunkat, hogy a ^{24}Mg magon történt deuteron szórás eredményei a vizsgált bombázó energi tartományban egységes kép alapján parametrizálhatók.

5.2. A hatáskeresztmetszetek abszolút értékének (normalizációjának) szerepe a deuteronok kollektív szórási modellje következtetéseiben

Analízist végeztünk arra vonatkozólag, hogy a kísérleti eredmények normálása milyen hatással van a kollektív szórási modell keretein belül levonható következtetésekre. Elsősorban arra fordítottuk figyelmünket, hogy a közvetlen fizikai tartalommal bíró β_2 deformációs paraméter hogyan függ a hatáskeresztmetszetek abszolút értékétől.

A problémát az teszi különlegesen fontossá, hogy egyetlen ilyen jellegű mérés eredménye sem mentes további bizonytalanságoktól, melyek forrása elsősorban a targetek inhomogenitása és vastagságuk nem kielégítően pontos ismerete, a detektorhatásfok meghatározásának bizonytalansága és a nyaláb target utáni összegyűjtésével kapcsolatban fellépő kétségek. Egyetlen eddig elvégzett mérés eredményét (beleértve a miénket) sem tekinthetjük abszolút értékben 10–20%-nál pontosabbnak [33], [12].*

Ilyen körülmények között nyilvánvaló, hogy ha kiderülne, hogy az analízis során kapható paraméterek és így a vizsgálatból levont következtetések érzékeny függvényei a hatáskeresztmetszetek normalizációjának, minden ilyen módon kapott eredményt erős fenntartással kellene kezelnünk.

* Az azonos mérésekben különböző nivókra kapott hatáskeresztmetszetek relatív pontossága ennél lényegesen jobb, itt problémát elsősorban a spektrumok helytelen dekomponálása jelent. Méréseinkben a hatáskeresztmetszetek relatív pontosságát (a jól működő spektrumanalizáló módszer miatt) gyakorlatilag a statisztikus bizonytalanság adta meg.

A deformált magok alapállapotú rotációs sávja első két, 0_{0+}^+ , 2_{0+}^+ elemére vonatkozó hatáskeresztmetszetek számításának legegyszerűbb, diffrakciós modelljében a 2_{0+}^+ hatáskeresztmetszet abszolút értéke a B_2 deformációs paraméterrel egyértelműen meg van határozva [39]. A DWBA közelítésben azonos optikai paraméterekre az csupán β_2^2 -től függ [41]; nem világos azonban, hogy hogyan függ β_2 értéke a normalizációtól, mikor olyan problémáról van szó, ahol mind az alapállapotú, mind az első gerjesztett nívóra vonatkozó hatáskeresztmetszet egy normálási faktorról arányosan egyszerre változik.

A csatolt csatornás formalizmusban a hatáskeresztmetszetek a paraméterek bonyolult függvényei, egyszerű megfontolásokkal meglehetősen nehéz áttekinteni, hogy hogyan változnak az optimálisan illesztő görbék paraméterei a hatáskeresztmetszetek másképpen való normalizációjakor. Járható út viszont a számítások tényleges elvégzése különböző szimulált esetekben.

Számításokat az ^{24}Mg (d , d') hatáskeresztmetszetekre $E_d = 60$ és 90 MeV esetekben végeztünk úgy, hogy a ténylegesen a 0_{0+}^+ és 2_{0+}^+ nívókra kapott kísérleti eredmények normálását $0,8$, $0,9$, $1,1$ és $1,2$ faktorokkal való szorzással rendre megváltoztattuk. (Tehát pl. első esetben minden hatáskeresztmetszetet $0,8$ -del szoroztunk meg.) Ismét a 0_{0+}^+ és a 2_{0+}^+ nívókat csatoltuk össze; az optimálisan illesztő görbék paramétereit az 5.1. fejezetben ismertetett módszerrel kerestük meg.

A számítások eredményeit a IX. táblázat foglalja össze. Az illesztések minősége minden esetben gyakorlatilag azonos volt.

Igen figyelemreméltó, hogy amíg a legjobb illesztést adó paramétersor többi nem geometriai eleme egyszerre változik a normalizáció megváltoztatásával, addig a kollektív paraméter értéke változatlan marad. E számítások eredményeit a mag kollektív tulajdonságaira vonatkozó, inelasztikus szórás kísérletekből levonható következtetések helyessége valószínűsítésének tekintjük.*

Az 5.1. és 5.2. fejezetekben kifejtett eredményeink természetesen csak a ^{24}Mg magra vonatkoznak, de azok mindenképpen erős indítékot jelentenek arra, hogy más közeli magokon végrehajtott deuteron szórás kísérletek azonos módszerrel való parametrizálásának sikerességét reméljük. Másrészt a nagyenergiájú deuteron inelasztikus szórás kísérletek várhatóan a kollektív szórás modell csatornacsatolós módszerével kiértékelhető magszerkezeti információkat tartalmaznak és a magstruktúra vizsgálatok hatékony eszközei lehetnek. A dolgozat következő fejezeteinek az lesz a céljuk, hogy éppen az előző vizsgálatok sikerességét kihasználva következtetéseket vonjunk le a targetmagok szerkezetére vonatkozólag.

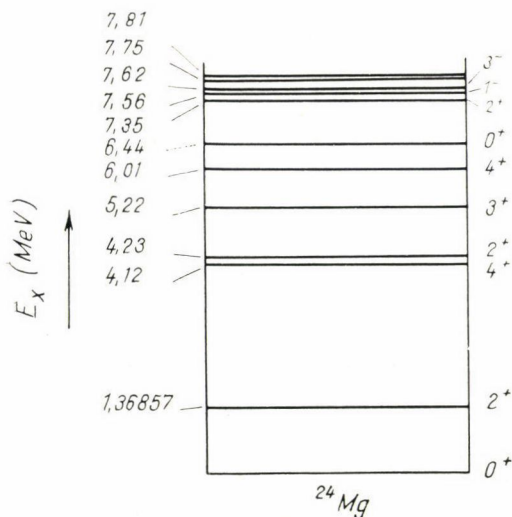
6. A ^{24}Mg SZERKEZETE

6.1. A ^{24}Mg szerkezetére vonatkozó irodalom rövid áttekintése

A ^{24}Mg alacsony energiájú nívószerkezete (17. ábra) erős kollektív tulajdonságokat mutat. A kis nívósűrűségű öntükrözött (önkonjugált) mag sajátosságainak vizsgálata, és szerkezetének tisztázása mind elméletileg, mind kísérletileg az érdeklődés középpontjában áll.

* K. A. Eberhardt és D. Robson [44] érdekes eredményre jutottak, amikor az (α, α') optikai potenciál fázisokvivalens sokértelműségét csatolt csatornás számításokkal próbálták feloldani. Az ^{24}Mg (α, α'); $E_d = 17$ MeV esetben elvégzett számításaikban a deformációs paraméter értéke érzéketlennek bizonyult a különböző fázisokvivalens potenciálparamétersorok választására.

A ^{24}Mg első 1,37 MeV 2^+ és második 4,12 MeV 4^+ nívója a mag deformált alapállapotára épülő rotációs sáv második és harmadik elemeként értelmezhető. Az alapállapot rotációs sáv létezésének legerősebb bizonyítékait a gamma átmeneti valószínűségek kísérleti vizsgálatánál kapott eredmények adják. Ezek az átmenetek



17. ábra.
Az ^{24}Mg nívósémája

sokszorosan (tipikusan 20-szor) nagyobbak adódtak, mint a megfelelő Weisskopf-egységek (pl. [8] és hivatkozásai).

További bizonyítékokat szolgáltatott a ^{24}Mg alacsony energiájú nívói kollektív jellegére az utóbbi évtizedben gyakran tanulmányozott szórási folyamatok is, melyek eredményeit a fenomenologikus kollektív modell keretein belül általában sikerrel értelmezték (pl. [3], [10] és hivatkozásai stb.).

Az alapállapotú rotációs sáv magasabban fekvő tagjait a $^{12}\text{C}/^{16}\text{O}$, $\alpha_c/^{24}\text{Mg}$, $^{25}\text{Mg}/^3\text{He}$, $\alpha_c/^{24}\text{Mg}$ és a $^{23}\text{Na}/p$, $\zeta/^{24}\text{Mg}$ kísérletekben azonosították [8], [45]. A megfigyelt 13,21 MeV nívó négy elemű gamma kaskáddal bomlott a 8,12 MeV, 4,12 MeV és az 1,37 MeV állapotok érintésével. Az elvégzett szögkorrelációs

kísérletek konzisztensek voltak avval a feltételezéssel, hogy a 13,21 MeV és 8,12 MeV nívók spinparitása 8^+ , ill. 6^+ . *D. Branford és társai* [8] átmeneti valószínűség, elágazási arány és közepes élettartam mérései általános egyezésben voltak e nívóknak az alapállapotú rotációs sáv tagjaiként való értelmezésével.

Néhány vizsgálat következtetése szerint a ^{24}Mg mag alapállapota megnyúlt, pozitív (prolate) deformációjú. Erre az eredményre *H. Rebel és társai* [10], [38] 104 MeV-es alfa részek inelasztikus szórásának csatorna csatolásos analízisével jutottak. Következtetésüket szépen megerősítik *R. C. Brown és társai* [14] 12,1 MeV polarizált deuteronokkal végrehajtott szórás-kísérletei, melyek értelmezésére végrehajtott csatornacsatolásos számításai rendkívül érzékeny függvényei voltak a deformációs paraméter előjelének (l. még XI. táblázat).

A ^{24}Mg hexadekapól deformációja, ha van is, rendkívül kicsi. Erre az egybehangzó eredményre [10], [38] (α , α'), [91], (p , p') és [47] (e , e') kísérletei vezettek (l. XI. táblázat).

A 4,23 MeV 2^+ , 5,22 MeV 3^+ és a 6,01 MeV 4^+ nívókat a $K^\pi=2^+$ gamma vibrációra épülő sáv első három elemének tekintik. A $K^\pi=2^+$ rotációs sáv egzisztenciájának bizonyítékait elsősorban a $K=2$ és $K=0$ -val specifikált nívók közötti elektromágneses átmenetek $E2/M1$ keveredési arányainak mérési eredményei szolgáltatják. Az említett átmenetek főleg $E2$ természetűnek mutatkoztak, megegyezésben a sávok tagjai közötti átmenetekre vonatkozó K kiválasztási szabályokkal.

A $K^\pi=2^+$ sáv magasabb spin-paritású állapotai azonosítására *R. W. Ollerhead és társai* [48] és *D. Bradford és társai* [8] tettek javaslatot. Következtetéseiket gamma

elágazási arányokra és nívóélettartamokra vonatkozó méréseikből, valamint paritás-megtontolásokból vonták le. E szerint a 7,81 MeV, a 9,52 MeV és a 14,14 MeV lennének rendre a $K^\pi=2^+$ sáv 5^+ , 6^+ és 8^+ spin-paritású tagjai. A sáv 7^+ elemét még nem sikerült egyértelműen identifikálni. Indítékok vannak arra, hogy a 12,35 MeV nívó a sorozat hiányzó állapota [8].

A legegyszerűbb rotációs modell szerint egy sávban levő nívók energiái $J(J+1)$ -gyel arányosak, ahol J a nívók spinjét jelenti. A megfelelő analízis elvégzése megmutatta, hogy a ^{24}Mg tárgyalt két sávjára vonatkozó pontok a $J(J+1)$ -diagramon megközelítőleg két párhuzamos egyenesen fekszenek, jó egyezésben a modellel [8]. Meg kell azonban jegyezni, hogy a $K=0$ alapállapotú rotációs sávra vonatkozó görbe meredeksége a növekvő spinnel csökken, a $K^\pi=2^+$ sáv pontjai pedig egy sima görbe mentén oszcillálnak.

D. Branford és társai [8] analízise szerint az alapállapotú rotációs sáv és a $K^\pi=2^+$ gamma vibrációs sáv közötti keveredés (band—mixing) igen kicsiny, kisebb, mint 2%. (L. még [10].)

A ^{24}Mg nívóinak elhelyezkedése, azoknak spinje és paritása 6 MeV és 12 MeV között is többnyire ismert [49]. E nívók közül néhány, inelasztikus szórás kísérletek tanúsága szerint ([20], [50], [51] stb.) szintén erős kollektív tulajdonságokat mutat.

A ^{24}Mg magasban fekvő nívói kollektív tulajdonságainak értelmezésére igen kevés kísérlet történt. Ebben elsősorban az játszhat szerepet, hogy ezen állapotok kísérletileg sokkal nehezebben vizsgálhatók, mint az alapállapotra és a gamma vibrációra épülő rotációs sávok alacsonyabb energiájú, egymástól jól elváló első néhány nívója.

A 6,44 MeV 0^+ nívót leggyakrabban a béta vibrációra épülő rotációs sáv első tagjaként értelmezik; a béta vibrációs sáv következő tagja a 7,35 MeV 2^+ állapot lehet (pl. [50]).

A magasabban fekvő, kollektív tulajdonságokat mutató ^{24}Mg nívók értelmezésével kapcsolatban igen érdekes javaslatot tettek *D. Branford, N. Gardner és I. F. Wright* [52]. Az általuk analizált $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, \alpha)^{24}\text{Mg}$ reakcióban gerjesztett ^{24}Mg nívók tanulmányozásánál evidenciákat találtak a $K^\pi=0^-$ és a $K^\pi=3^-$ negatív paritású rotációs sávok létezésére. Következtetéseiket energia és spin megfontolásokból, élettartamokra, elágazási arányokra és átmeneti valószínűségekre vonatkozó mérési adatok vizsgálatából vonták le. Javaslatuk szerint a 7,55 MeV 1^- és a 7,62 MeV 3^- nívók lennének a $K^\pi=0^-$ és a $K^\pi=3^-$ negatív paritású rotációs sávok fejei, míg a rotációs sorozatok következő elemei a $K^\pi=0^-$ sávban a 8,36 MeV 3^- , 10,03 MeV 5^- , 12,45 MeV 7^- , illetve a $K^\pi=3^-$ sávban a 9,30 MeV 4^- , 11,59 MeV 5^- nívók lennének. (26. ábra.)

A ^{24}Mg nívói elhelyezkedésére, az átmeneti valószínűségekre és az elágazási arányokra vonatkozó kísérleti adatok elméleti modellekkel való összehasonlítására sok próbálkozás történt. A szerzők az eredmények értelmezésére a deformált magok kollektív leírása különböző variánsai keretében tettek kísérletet (pl. [53]). E lehetőségek közül a kísérletek az axiálszimmetrikusan deformált mag rotációs-vibrációs modelljét látszanak leginkább alátámasztani, szemben az axiálszimmetrikus értelmezésekkel. Az előbb már említett gamma átmeneti valószínűségekre és elágazási arányokra vonatkozó méréseken kívül ezen modellkép helyességére utalnak az inelasztikus szórás kísérletek sikeres leírása mellett a ^{25}Mg nívóstruktúrája megmagyarázásánál és a $^{25}\text{Mg}(d, p)^{24}\text{Mg}$ stripping reakcióban adódó spektroszkópiái

faktorok értelmezésénél az axiálszimmetrikus képben fellépő inkonzekvenciák és nehézségek [38], valamint a ^{23}Na (d, n) ^{24}Mg kísérletek analízise is [54].

A ^{24}Mg kollektív viselkedésének mikroszkopikus szempontból való elméleti vizsgálata fontos szerepet játszik a magok szerkezetének jobb megértésére tett erőfeszítések között. Ezt jelzi azon elméleti munkák nagy száma, melyeket erre vonatkozólag elsősorban Hartree—Fock-elmélet keretein belül végeztek el. *G. Ripka* [55] ezekről adott áttekintő dolgozatában megmutatta, hogy bár a különböző számítások eredményei több lényeges kérdésben megegyeznek, a mikroszkopikus feltevések néhány alapkérdése eldöntéséhez további kutatásra van szükség. Ezen problémák megoldásához szolgáltatnak szempontokat, illetve újabb Hartree—Fock és Hartree—Fock—Bogoliubov (HFB) számítások eredményeit találhatjuk meg az [56], [57], [58], [59], [60], [61] és [62] munkákban.

^{24}Mg (d, d') mérési eredményeink most következő analizisénél elfogadjuk, hogy a mag szimmetrikus rotátor modellje a ^{24}Mg szerkezetének leglényegesebb vonásait helyesen írja le. Elfogadjuk, hogy az alapállapot rotációs sáv mellett más, vibrációra épülő rotációs sávok is kialakulnak a vizsgált magban. Ugyancsak nincs okunk feltételezni, hogy [83] mérési eredménye, mely szerint az alapállapot sáv és a $K^\pi = 2^+$ gamma vibrációs sáv közötti keveredés (band-mixing) igen kicsiny (kisebb, mint 2%), helytelen lenne.

6.2. Az ^{24}Mg (d, d') szórás-kísérletek diszkussziója

6.2.1. A ^{24}Mg kvadrupól deformációjának vizsgálata

Kísérleti adataink analizálását az alapállapotú rotációs sávra vonatkozó eredmények vizsgálatával kezdjük. Az egymáshoz, a tanulmányozott ^{24}Mg mag nagy deformációja miatt erősen csatolt 0_0^+ és 2_0^+ nivókra vonatkozó eredményeinket már a disszertáció 5. fejezetében részletesen bemutattuk (számítási módszerünkről is előzőleg beszéltünk részletesen). Ott a mérési eredmények sikeres illesztésének tényéből az eddig még ilyen energiákon nem vizsgált deuteron inelasztikus szórás folyamatokra vontunk le következtetéseket. A most következőkben a mért adatokat a ^{24}Mg mag szempontjából kívánjuk értelmezni, más jellegű vizsgálatok megfelelő eredményeivel fogjuk azokat összevetni.

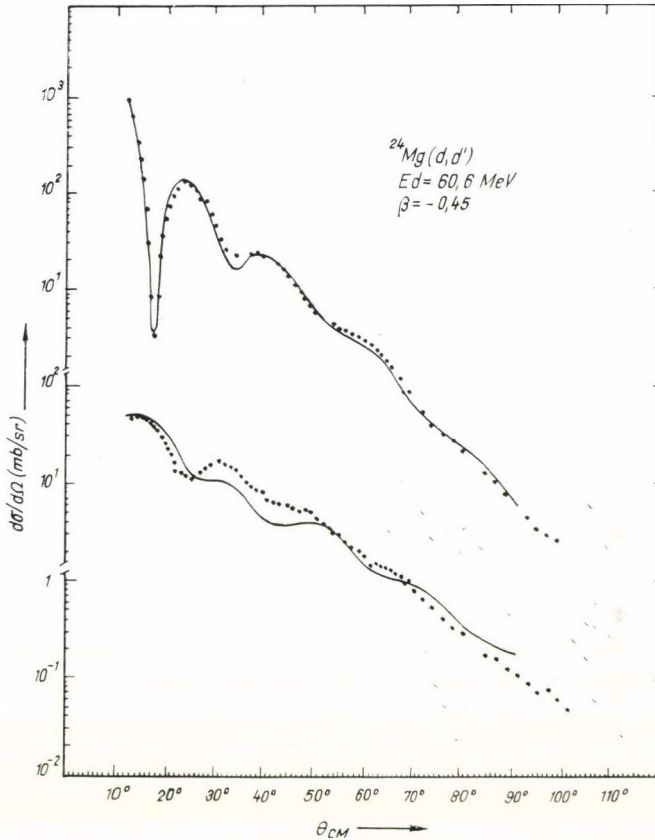
A ^{24}Mg magra vonatkozó eddigi eredményeink közül kétségtelenül az a legfigyelemreméltóbb, hogy a β_2 deformációs paraméterre a különböző bombázó energiákon elvégzett illesztéseinkben következetesen ugyanazt a $\beta_2 = 0,40 \pm 0,1$ értéket kaptuk vissza. Vizsgáljuk most meg, hogy kísérleti adataink tartalmaznak-e ezen deformáció előjelére kiértékelhető információkat!

A β_2 deformációs paraméter előjele a magalakra tartalmaz fontos és értékes ismeretet; a magszerkezetre vonatkozó elméleti modellek teljesítőképességének is lényeges részlete a belső kvadrupólmomentum helyes előjelének leírása. A magok megnyúlt (prolate) (pozitív előjelű β_2 : szivar alakú mag) és lapított (oblate) (negatív β_2 : diszkosz alakú mag) deformációja között azonban kísérletileg igen nehéz dönteni.

H. Rebel [38] 104 MeV-es alfa részecskék inelasztikus szórásának analizisekor rámutatott arra, hogy az első és magasabb rendű szórás folyamatok interferenciája függ a deformációs paraméter előjelétől. Mivel ezek az interferenciák befolyásolják a kísérletileg kapott szórás képet, az azokat explicit módon figyelembe vevő, csatorna-

csatolások számítások dönthetnek, illetve valószínűsíthetnek a csatolási paraméter előjelének kérdésében.*

A ^{24}Mg 60,6 és 77,3 MeV bombázó deuteron energiákra vonatkozó elasztikus és első ízben inelasztikus hatáskeresztmetszetének analizését a már ismertetett módszer



18. ábra.

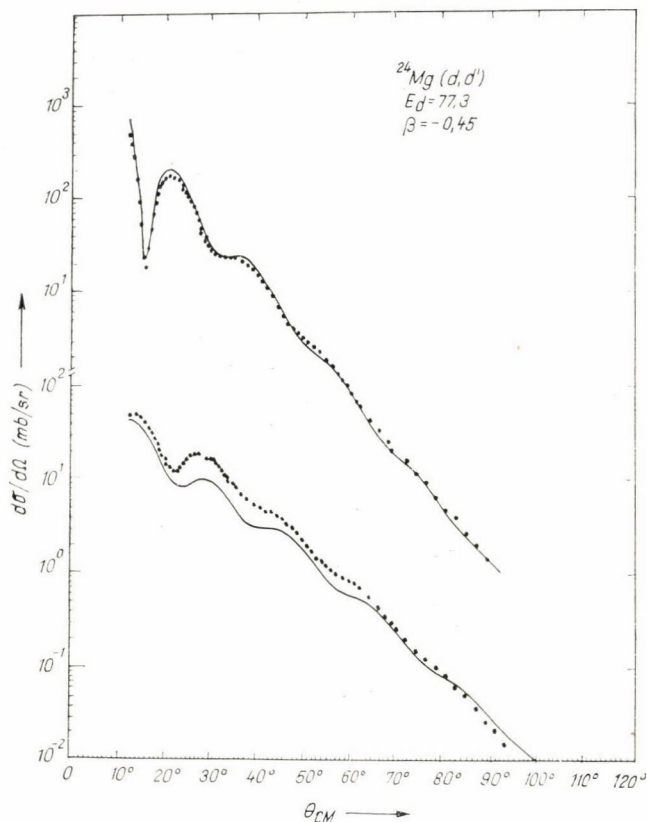
Az ^{24}Mg negatív deformációja feltételezésével kapható legjobb illesztés. ($^{24}\text{Mg}(d, d')$ $E_d = 60,6$ MeV, $0_{0+}^+ - 2_{0+}^+$ csatolás.) A felső görbe az alapállapotra, az alsó 2_{0+}^+ első gerjesztett állapotra vonatkozik

* H. Rebel [63] az egyszerű Blair-féle [39] közelítésből kiindulva megmutatta, hogy a deformációs paraméter előjele a differenciális hatáskeresztmetszetekben a következő közvetlenül megfigyelhető változásokat okozza páros mag $0^+ \rightarrow 2^+$ alapállapotú rotációs sávja nívóin történt szórás-kor:

1. A 2_{0+}^+ differenciális hatáskeresztmetszet első maximuma eltolódik az elasztikus hatáskeresztmetszet első minimumához képest, prolate deformáció esetén a kisebb szögek felé.
2. Az inelasztikus hatáskeresztmetszet oszcillációs periódusa megváltozik, pozitív deformációra növekszik.

A hatáskeresztmetszet maximumának eltolódása elsősorban könnyű magok esetén fontos, mert ilyenkor a gyengébb oszcilláció miatt a második effektus nehezen követhető.

szerint végeztük el a 0_{0+} és 2_{0+} csatornák összecsatolásával, de most a deformációs paraméter kiindulási adatát negatívnak, $-0,4$ -nek választottuk. Az analízis eredményét a X. táblázat foglalja össze, a közölt paraméterekhez tartozó legjobb, negatív deformációval elért fitteket a 18. és 19. ábrák mutatják.



19. ábra.

Az ^{24}Mg negatív deformációja feltételezésével kapható legjobb illesztés. ($^{24}\text{Mg}(d, d')$ $E_d = 77,3$ MeV, $0_{0+} - 2_{0+}$ csatolás.) A felső görbe az alapállapotra, az alsó a 2_{0+} első gerjesztett állapotra vonatkozik

A számítások eredménye mindkét megvizsgált esetben egyértelműen a deformációs paraméter pozitív értékét részesíti előnyben. Szembetűnő, hogy milyen rosszul illesztettek a 2_{0+} -os nivóra vonatkozó hatáskeresztmetszetek a $\sim 20^\circ - 50^\circ$ szögtartományban. Az illeszketlenségek elsősorban abból adódnak, hogy a mért kísérleti és a számolt elméleti görbék egyes szakaszai nincsenek azonos fázisban.

A deformációs paraméter előjelére vonatkozó végső következtetésünk megfogalmazásánál esetleg kételyek merülhetnek fel az analízis során tett (de a megfelelő helyen hangsúlyozott) közelítések hatásának nem ismerete miatt. Mindazon-

által eredményeink erősen valószínűsítik a ^{24}Mg mag megnyúlt (prolate) deformációját.

Térjünk most át következtetéseinknek más kísérleti vizsgálatokkal való összehasonlítására!

A ^{24}Mg mag deformációjára kapott eredményünket a legközvetlenebbül más szórás kísérletekkel hasonlíthatjuk össze, ezek közül is elsősorban azokkal, melyek a kérdésfelvetés és módszer szempontjából a miénkhez hasonlóak.

A XI. táblázat a témakörben publikált nagyszámú mérés közül néhány, az utóbbi években elvégzett inelasztikus szórás kísérlet eredményét is tartalmazza. A β_2 deformációs paraméterre kapott értékeinknek más eredményekkel való egyezését jónak mondhatjuk. Külön figyelmet érdemel, hogy kapott deformációs paraméterünk kiválóan egyezik a mi méréseinkhez és analízisükhöz metodikailag közel álló kísérletekben (pl. [10], [20]) meghatározott hasonló értékekkel.*

A mag alakjára vonatkozó információk forrásának másik családját jelentik azok a következtetések, melyeket a mag nívói közötti elektromágneses átmenetek mért valószínűségeiből lehet származtatni.

Az alapállapotú rotációs sáv elemei közötti átmenetek $B(E2)$ valószínűségei kapcsolatban vannak a mag Q_0 belső kvadrupólmomentumának értékével (l. pl. [8]):

$$(2) \quad B(E2, J_{K0+} \rightarrow J_{V0+}) = \frac{5}{16\pi} \cdot e^2 \cdot Q_0^2 \langle J_K, 0, 2, 0 | J_V, 0 \rangle^2$$

A $B(E2; J_{K0+} \rightarrow J_{V0+})$ -t meghatározó kísérletekkel való összehasonlítás alapját az képezi, hogy a Q_0 belső kvadrupólmomentumot egyszerű modellfeltevéssel megkaphatjuk szórás kísérleteinkből adódó eredményeinkből is. Ha feltételezzük ugyanis, hogy az $R(\vartheta) = R_0(1 + \beta_2 Y_{20} + \beta_4 Y_{40})$ felület által határolt mag egyenletes töltéeloszlású, akkor a Q_0 kvadrupólmomentumot a [47]

$$(3) \quad Q_0 = Z \sqrt{\frac{5}{\pi}} \cdot \frac{\langle r^2 \rangle}{1 + \frac{17}{8\pi} (\beta_2^2 + \beta_4^2)} (\beta_2 + 36\beta_2^2 + 0,328\beta_4^2 + 967\beta_2\beta_4)$$

összefüggés alapján lehet megbecsülni. (Itt $\langle r^2 \rangle$ a mag rms (root mean square) sugarának négyzetét jelenti; a képlet kvadrupól és esetleges hexadekapól deformációt vesz figyelembe.)

A ^{24}Mg β_4 hexadekapól deformációjának értékére kísérleteinkből következtetni nem lehet. Eddigi analízisünkben (és a továbbiakban is) feltételezzük, hogy [10], [38], [47] és ezek megfelelő hivatkozásában közölt kísérleti eredmények helyesek, és a ^{24}Mg hexadekapól deformációja, ha van is, nagyon kicsi.

* Megjegyezzük, hogy a különböző elméleti számítási módszerekkel kapott legjobb fittek paraméterei (így pl. a DWBA és a coupledchannel számításoké) nem vethetők minden további nélkül össze. Az egyes kalkulációk alapjául szolgáló modellek a paramétereket nem teljesen azonos módon definiálják. Másrészt a különböző bombázó részecskékel végrehajtott szórás kísérletek összehasonlítása is nehézségeket vet fel. Austern és Blair szerint [64] ilyen kísérletek összevetésénél helyesebb, ha a deformációs paraméterek helyett a $\delta_i = \beta_i \cdot R_i$ deformációs hosszakat hasonlítjuk össze, mivel az elasztikus és inelasztikus szórás szimultán analízisének β_i mellett az effektív potenciál kiterjedését avval egyszerre rögzítjük. (A XI. Táblázat a megfelelő helyeken a deformációs hosszak értékeit is tartalmazza.)

A XI. táblázatban szerepel néhány szórás kísérletről (3) szerint származtatott Q_0 belső kvadrupólmomentum értéke is. Kiszámításuknál a β_4 hexadecapól deformációt zérusnak vettük, ha a hivatkozásnál szereplő publikációban értéke explicite nem szerepelt. A ^{24}Mg rms sugarára az $\langle\langle r^2 \rangle\rangle^{\frac{1}{2}} = 3,03 \text{ g}$ [38], [61] elektronszórás kísérletekből meghatározott értéket fogadtuk el.*

A XI. táblázat tartalmazza néhány elméleti számítás eredményét is, elsősorban olyanokat, melyeknél az idézett munkák alapján a kísérleti eredményekkel egyértelmű és korrekt módon való összehasonlítás lehetségesnek tűnt.** Az összevetés kvalitatíve tükrözi a jelenlegi elméleti modellek teljesítőképességét, melyek egyik fontos próbaköve a magdeformáció előjelének és nagyságának helyes leírása.

6.2.2. A $K^\pi=2^+$ gamma vibrációra épülő rotációs nívók tulajdonságai

Fordítsuk figyelmünket a magasabb energiájú állapotokhoz tartozó inelasztikus deuteron csoportok szögeloszlásának vizsgálatára!

A 4,18 MeV-nél észlelt csúcsot nyilvánvalóan a 4,12 MeV 4^+ és a 4,23 MeV 2^+ nívókon szóródott, kísérletileg egymástól el nem különített deuteronok együttesen hozzák létre. Az előbbi nívót, mint ahogy azt már e fejezet bevezetésében részleteztük, az alapállapotra épült rotációs sáv tagjának tekintjük, míg az utóbbi magállapotot az axiálszimmetrikusan deformált mag axiálszimmetrikus vibrációjaként értelmezhetjük. Ugyancsak megemlítettük, hogy arra érzékeny kísérletek eredményei szerint a ^{24}Mg mag alapállapotú hexadecapól deformációja eltűnik és a mag $K^\pi=0^+$ és a gamma vibrációra épülő $K^\pi=2^+$ rotációs sávjai keveredése igen kicsiny ($<2\%$).

Első lépésben számítást hajtottunk végre a $0_0^+ - 2_0^+ - 4_0^+$ nívók összecsatolásával, melynek paraméterei a $0_0^+ - 2_0^+$ csatolásokkal kapott legjobb illesztések paraméterei voltak. Az alapállapotra és az első gerjesztett nívóra vonatkozó hatás keresztmetszet görbéket a harmadik, modellünkben az eltűnő hexadecapól deformáció miatt csak többlépéses folyamatokban gerjedő állapot hozzácsatolása nem befolyásolta lényegesen.***

Következő lépésként az így meghatározott 4^+ 4,12 MeV hatás keresztmetszet és a kísérletileg kapott szögeloszlás különbségét próbáltuk illeszteni a $0_0^+ - 2_0^+ - 2_2^+$ nívók csatolásával úgy, hogy ezt a különbséget a 2_2^+ 4,23 MeV gamma vibrációs

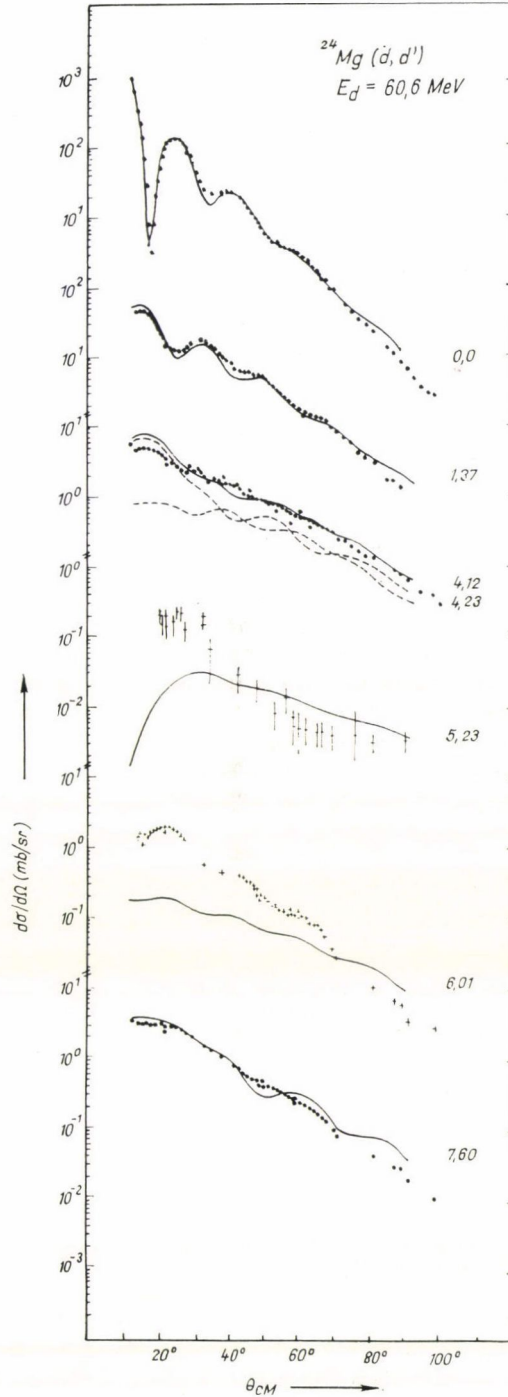
* Megmutatható, hogy ha a homogén töltéseloszlás helyett egy deformált Woods—Saxon eloszlásra térünk át, akkor a belső kvadrupólmomentum fentiek szerint származtatott értéke csak kevéssé változik, feltéve, hogy a magsugar és a diffúziós paraméter értékét oly módon választjuk, hogy azok a kísérletileg meghatározott rms sugarakat visszadják [38].

** Az elméleti számítások eredményeinek a kísérletileg meghatározott adatokkal való összevetésénél nehézséget okoz az, hogy az elméleti munkák a deformációs paramétert gyakran a

$$(4) \quad \beta_L = \frac{\sqrt{2(L+2)\pi}}{Z(L+3)} \cdot \frac{Q_{L0}}{\langle r^L \rangle}$$

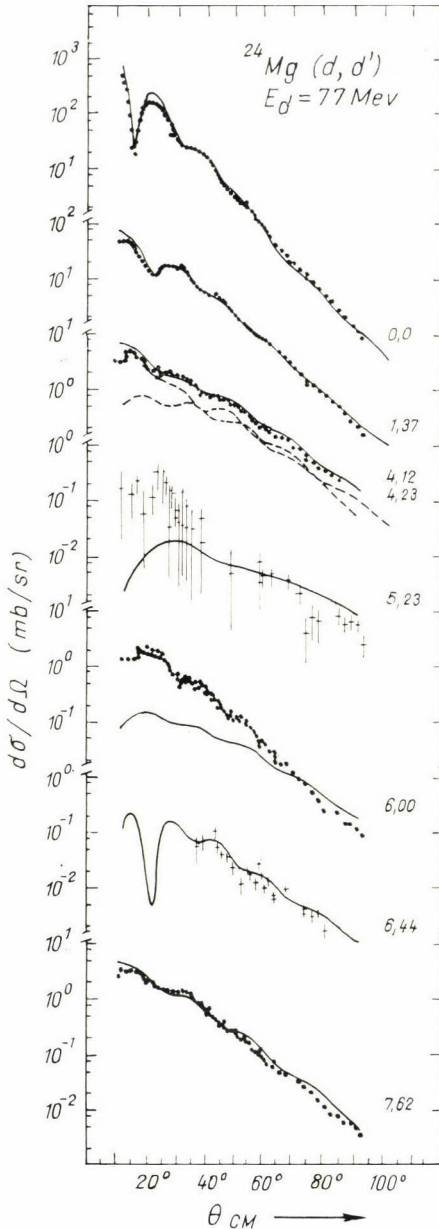
összefüggés szerint határozzák meg, ami csak első közelítésben egyezik meg az általában definiált deformációs paraméterrel. Nyilvánvaló, hogy adott Q_{L0} mellett a kísérleti és elméleti eredmények egyezésének eldöntéséhez $\langle r^L \rangle$ felhasznált értékét is ismernünk kellene, melyet sajnos nem minden esetben adnak meg a szerzők.

*** Elvégeztük a $0_0^+ - 2_0^+ - 4_0^+ - 6_0^+$ számítást is, melynek az első három nívóra vonatkozó eredménye gyakorlatilag megegyezett a fent kapottakkal.



20. ábra.

Az $^{24}\text{Mg}(d, d')$ $E_d = 60,6$ MeV mérésekben kapott inelasztikus hatáskeresztmetszet szögeloszlások a megfelelő elméleti görbékkel ($E_d = 7,6$ MeV gerjesztési energiáig). A 4^+ 4,12 MeV és 2^+ 4,23 MeV állapothoz tartozó kísérletileg fel nem bontott deuteroncsoport szögeloszlását a folytonosan kihúzott összeggörbével hasonlítottuk össze. A két összegezett görbét szaggatott vonallal feltüntettük; a kis szögekben nagyobb tartozik a 4,23 MeV nivåhoz. A kísérleti eredményekhez tartozó statisztikus hibákat azoknál a hatáskeresztmetszet-pontoknál jelöltük, ahol elegendően nagyok voltak ahhoz, hogy rajzolástechnikai okokból jelölni lehetett.



21. ábra.

Az $^{24}\text{Mg}(d, d')$ $E_d = 77,3$ MeV mérésekben kapott inelasztikus hatáskeresztmetszet szögeloszlások ($E_x = 7,6$ MeV gerjesztési energiákig) az azokat illesztő elméleti görbékkel. (l. 20. ábra megjegyzését.)

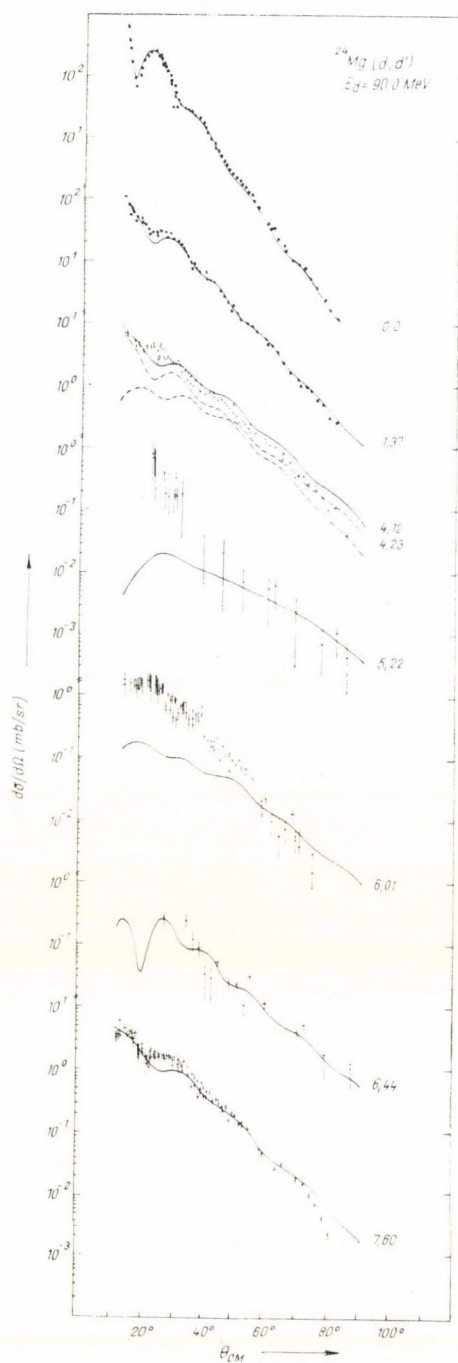
nívó kísérleti hatáskeresztmetszet-görbéjének tekintettük. A 20., 21. és 22. ábrákon feltüntetett megfelelő görbék már a $0_0^+ - 2_0^+ - 4_0^+ - 2_2^+$ csatolási sémával végrehajtott kalkulációk eredményét mutatják.

A kísérleti eredmények a számított görbékkel való általános egyezése igen jó, a 0_0^+ és a 2_0^+ nivókra előzőleg kapott illesztések minősége sem változott az újabb nivók hozzácsatolásával. Különös figyelmet érdemel az a tény, hogy a gamma vibrációs állapot figyelembevételével fellépő újabb kollektív paraméter, β_{22} értéke ismét független volt az energiától, mind 60,6, 77,3 és 90 MeV-re azonosnak adódott.

Az általunk kapott β_{22} paraméter értéke jó egyezésben van *T. Tamura* [6] által talált eredménnyel; ($\varepsilon_0 = 35^\circ$, szemben a mi adatunkból a $\beta_{22} = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_2 \sin \varepsilon_0$ összefüggés alapján adódó $\varepsilon_0 = 37^\circ$ -kal).

A ^{24}Mg következő, 5,22 MeV 3^+ nem-természetes spinparitású nivójára vonatkozó hatáskeresztmetszet vizsgálata a reakciómechanizmus szempontjából rendkívül érdekes. Itt ugyanis reményünk lehet a bombázó deuteron spinjével kapcsolatos olyan reakciómechanizmus (pl. spin-flip) esetleges indikálására, mely a dolgok jellege miatt semmilyen körülmények között sem abszorbeálódik a számítások többi paraméterébe.

Ismeretes, hogy spin nélküli részecskék páros magokon való szóródásakor nem-természetes spin-paritású állapotok ($\pi = -$) $-(J+1)$ nem gerjedhetnek olyan egy lépéses folyamatokban, melyek a nukleáris koordináták és a részecske közötti lokális kölcsönhatáson keresztül zajlanak le [6], [41]. Mindazonáltal a spin nélküli alfa részecskék 0^+ alapállapotú magokon való szórásánál többször megfigyelték ilyen állapotok gerjedését (pl. [6], [40] stb.). Elméleti megfontolások megmutatták, hogy elképzelhetők olyan mechanizmusok, melyek spin nélküli bombázó részecs-



22. ábra.

Az $^{24}\text{Mg}(d, d')$ $E_d = 90,0$ MeV mérésekben kapott inelasztikus hatáskeresztmetszet szögeloszlások az azokat legjobban illesztő elméleti görbékkel ($E_x = 7,6$ MeV gerjesztési energiáig). (l. 20. ábra megjegyzését.)

kék esetén is gerjeszthetik ezen állapotokat. Ilyenek a compound mechanizmus, a bombázó részecske és a targetnukleonok spin-pálya kölcsönhatása, kicserélődési folyamatok (knock-out, heavy particle stripping), vagy többlépéses folyamatok. Az alfa bombázó részecskékre vonatkozó ilyen jellegű kísérleti eredményeket többen sikerrel leírták csupán a legutóbb említett többlépéses folyamatok figyelembevételével (pl. [6], [40], [65]), és érveket hoztak fel a többi lehetséges mechanizmus domináló volta ellen.*

Spinnel bíró részecskékkel való bombázás esetén természetesen lehetséges olyan folyamat, melynek során a részecske egyszerű direkt mechanizmussal gerjeszti a kérdéses nemtermészetes spin-paritású állapotot és spinje állásának megváltoztatásával (spin-flippel) biztosítja az impulzusmomentum és paritás megmaradásának teljesülését. Ezekre a folyamatokra analízisünkben alkalmazott deformált kölcsönhatási potenciál modelljében elvileg lehetséges leírást jelenthet, hogy ha a potenciál tartalmaz valamely spinfüggő tagot (pl. spin-pálya tagot), és feltételezzük, hogy a maggal együtt ez is deformálódik; az így fellépő csatolási tagok adnak majd számot a spin-flip amplitúdóról. Ezen, az inelasztikus kölcsönhatásban fellépő tagok matematikai kezelése nem egyszerű [41].

Felmerül a kérdés, hogy vajon a deuteronok inelasztikus szórása esetén a nem természetes spin-paritású 3_2^+ nívó gerjesztésében mely reakciómechanizmus játszik lényeges szerepet, a többlépéses folyamatok dominálnak-e, vagy a nívó valamely spin-flip mechanizmussal gerjed.

Modellünkben a kérdést a fenti komplex módon vizsgálni nem tudjuk. Kérdezhetjük azonban azt, hogy a spin nélkülinek tekintett deuteron többlépéses folyamatok figyelembevételével adódó hatáskeresztmetszete leírja-e a kísérleti eredményeket, és ha nem, milyen eltéréseket találunk a két szögeloszlás között.**

A $0_0^+ - 2_0^+ - 2_2^+ - 3_2^+$ csatolási séma szerint hajtottunk végre számításokat úgy, hogy semmiféle újabb paramétert nem vezettünk be. A 3_2^+ nívó hozzácsatolása

* [5] 20 MeV-es alfa részecskéknél a ^{24}Mg 3^+ 5,22 MeV nívóján való inelasztikus szórását jól leírta compound reakciómechanizmus feltételezésével. Magasabb energiákon azonban a compound járulék feltehetően csökken és jelentéktelenné válik.

** Igen tanulságos röviden foglalkoznunk a 3^+ nívó gerjesztésének mechanizmusával. A $K^\pi = 2^+$ vibrációra épülő sáv 3^+ 5,22 MeV tagja a fenti modellben kétlépéses folyamatban két különböző úton gerjedhet. Egyrészt lehetséges, hogy a részecske először kölcsönhat az alapállapotú rotációs sáv axiálszimmetrikus kvadrupól terével, és ezt a lépést követi a gamma vibrációt gerjesztő axiálaszimmetrikus kvadrupól térrel való kölcsönhatás. A másik út az lehet, hogy a részecske kölcsönhat a nem axiálszimmetrikus térrel, melyet a $K^\pi = 2^+$ sáv axiálszimmetrikus kvadrupólterével való kölcsönhatás követ. Az első esetben a ^{24}Mg első 2^+ 1,37 MeV nívója, a második esetben a 2^+ 4,23 MeV nívó szerepel mint közbeeső állapot (23. ábra).

A 3_2^+ állapotra vonatkozó hatáskeresztmetszetekre T. Tamura [6] megmutatta, hogy eltűnnének akkor, ha a 2_0^+ és 2_2^+ állapotok degeneráltak lennének és a kvadrupól terek radiális alakja azonos lenne. Ilyenkor egyszerűen belátható, hogy az említett két különböző útra vonatkozó amplitúdók egyenlő nagyságúak és ellenkező előjelűek; a kétszeres szórási amplitúdó eltűnik.

Ezt az érdekes esetet, amikor egy közbeeső nívónak a csatolási sémából való kihagyása jelentősen megváltoztatja bizonyos tulajdonságú állapotokra vonatkozó hatáskeresztmetszet számolt értékét, illusztrálja a 24. ábrán bemutatott, $E_a = 60,6$ MeV energia esetén a $0_0^+ - 2_0^+ - 3_2^+$, ill. a $0_0^+ - 2_2^+ - 3_2^+$ csatolás szerint végrehajtott számítások eredménye. A 24. ábra mutatja a mindkét gerjesztési út figyelembevételével adódó eredményt is, mely lényegesen kisebbnek adódott az előző számításokban kapottaknál. A példa kiválóan érzékelteti a destruktív interferencia szerepét többlépéses folyamatok esetén.

lényegtelen módon hatott vissza a többi csatolt állapotra vonatkozó hatáske- resztmetszetekre. A kapott elméleti görbék a 20., 21. és 22. ábrák ha- sonlítják össze a kísérleti eredmények- kel.

Sajnos, a kísérleti hatáske- resztmet- szetek statisztikus hibája meglehetősen nagy az alacsony beütésszámok miatt. Így a kísérleti eredmények és az elmé- leti görbék összevetéséből messzemenő következtetéseket levonni nem lehet. Ennek ellenére figyelemreméltó, hogy a számítások mind a három energiára a mért nagyságrendben adják a hatás- keresztmetszeteket, és a kísérleti görbék meredekségét is jól leírják. Bár a nagy hibák miatt egyértelmű kijelentést ten- ni nem lehet, mégis úgy tűnik, hogy (különösen a 77,3 és 90,0 MeV bom- bázó energiára vonatkozó hatáske- resztmet- szetek esetén) a kísérleti adatok kis szögekben szisztematikusan az elméleti gör- bék fölé esnek. Felmerülhet a gondolat, hogy az említett eltéréseket a deuteron spinje hatására utaló jelként értelmezhetjük. Néhány DWBA számítás, mely spin- flip folyamatokat figyelembe vett [66] kvalitatíve arra utalt, hogy ilyen mechaniz- mustól elsősorban kis szögeknél várhatunk járulékot.

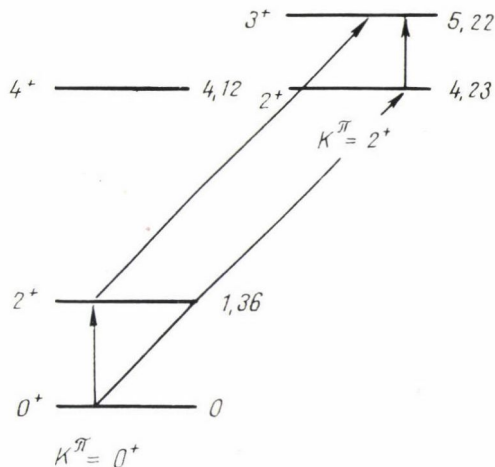
Végeredményben megállapíthatjuk, hogy elméleti modellünk a nívó gerjeszté- sére olyan eredményt adott, mely nincs ellentétben a kísérleti adatokkal, és való- színű, hogy más mechanizmusok (beleértve a spin-flip gerjesztéseket) szerepe kicsiny a 3^+ nem természetes spin-paritású nívóra vezető szórési folyamatokban.

A $K^\pi = 2^+$ gamma vibrációra épülő rotációs sáv harmadik tagja a 4^+ 6,01 MeV nívó. Rotációs-vibrációs modellünkben a nívó gerjesztése csak többlépéses folya- matokon keresztül mehet végbe; a lehetséges kétlépéses gerjesztés utak $0_0^+ - 2_0^+ - 4_2^+$ és a $0_0^+ - 2_2^+ - 4_2^+$.

A számítási idő nagymérvű megnövekedésének elkerülésére a $0_0^+ - 2_0^+ - 2_2^+ - 4_2^+$ csatolási séma szerinti kalkulációt hajtottuk végre a nem említett gyen- gen csatolt nívók elhagyásával. A számításokban az előzőleg rögzített paraméter- sort nem változtattuk. A 20., 21. és 22. ábrákon a 6,01 MeV nívóra ezen számítások eredményei szerepelnek.

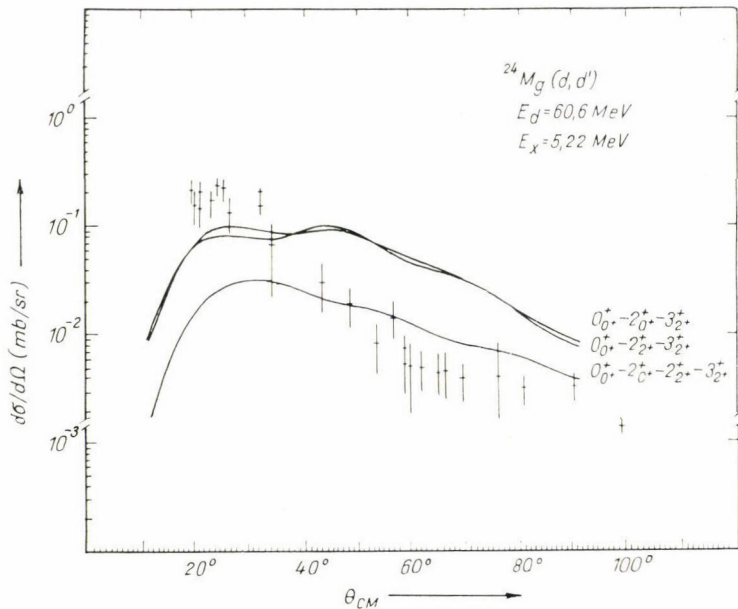
Az elméletileg kapott görbék durván eltérnek a meglehetősen nagy értékűnek mért hatáske- resztmetszetektől. Az eltérés (különösen kis szögeknél) olyan nagy mértékű, hogy eltűnése semmiképpen nem remélhető a tapasztalat szerint a leg- több esetben nem túl nagy változásokat hozó csatolási séma javításától, mely további, már legalább háromlépéses gerjesztések explicit figyelembevételét tenné lehetővé.

Nagy energiájú alfa részecskéknek (pl. [40] $E_\alpha = 50 - 120$ MeV, [50] $E_\alpha = 42$ MeV), protonoknak (pl. [67] $E_p = 17,5$ MeV, [51] $E_p = 49,5$ MeV, [68] $E_p = 185$ MeV), valamint ^3He részecskéknek ([69] $E_{\text{He}^3} = 29$ MeV) a vizsgált 4^+ nívón való szórátása- kor hozzánk hasonlóan az állapot erős, direkt folyamatokra valló gerjedését tapaszt-



23. ábra.

A ^{24}Mg 3^+ nem-természetes spinparitású állapota lehetséges gerjesztési útjai



24. ábra.

A különböző csatolási sémákkal számított elméleti görbék a ^{24}Mg 3^+ 5,22 MeV természetellenes spin-paritású nívón történt szórás leírására

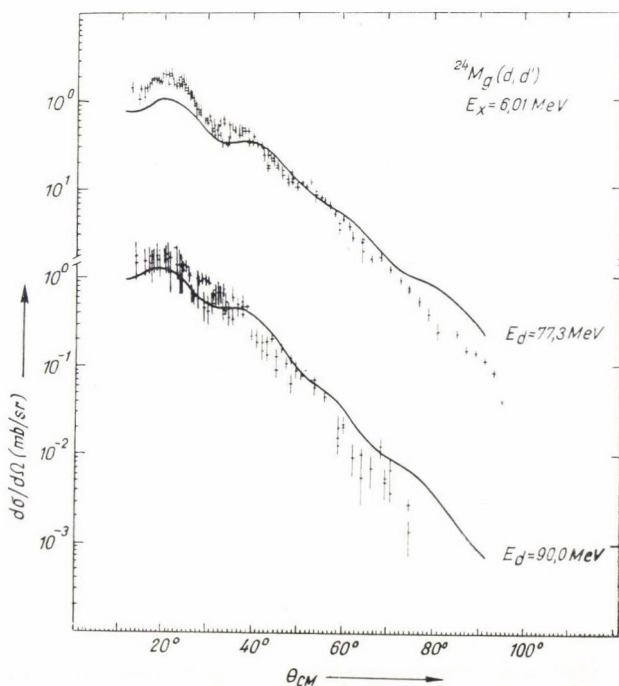
talták. A $4_{2^+}^+$ 6,01 MeV nívó anomális viselkedése az elektromágneses élettartam és elágazási arány mérésekben is jelentkezik [8]. Ezek a tények egyértelműen arra utalnak, hogy itt a nívó egyszerű rotációs-vibrációs modellen belüli értelmezésének nem kielégítő voltáról és nem valamely deuteronokkal kapcsolatos bonyolult reakciómechanizmus jelentkezéséről van szó.

Egyszerű magyarázat lehet [8], hogy a $K^\pi = 2^+$ sáv magasabb gerjesztési energiájú nívókkal keveredik és a $4_{2^+}^+$ 6,01 MeV nívó erősebben kevert, mint a sáv többi tagja. Ez a kevésbé fenomenologikus interpretáció kvalitatív módon számot ad a megnövelt hatáskeresztmetszetekről, a mért anomális elektromágneses átmenetek erősségéről, valamint arról, hogy a nívó az $E - J(J+1)$ diagramon a sáv többi eleme által meghatározott, közelítőleg egyenes alá eső pontot jelöl ki.

A 25. ábra egy olyan számolás eredményét mutatja, melyben modellünk módosításával a mag alapállapotát szferikusnak tekintettük, és a 6,01 MeV 4^+ nívó direkt gerjesztését is megengedtük, úgy, hogy a nívót egy $\lambda=4$ fononállapotnak tekintettük. A jó egyezés a direkt gerjesztési mechanizmus domináns voltát bizonyítja.

6.2.3. A ^{24}Mg 6 MeV-nél magasabban fekvő kollektív nívói

Kísérleti spektrumainkban (ahogy azt a disszertáció 3. fejezetében már részleteztük) a 6,44, 7,59, 8,4, 9,4, 10,1 és 11,5 MeV gerjesztési energiáknál is találtunk szisztematikusan jelentkező deuteroncsoportokat.



25. ábra.

A ^{24}Mg 6,01 MeV 4^+ nivóján történt szórás leírása a nivó vibrációs karakterének feltételezésével

A ^{24}Mg nivószerkezete 6 és 12 MeV között is többnyire ismert, sok magállapot spinjét és paritását is meghatározták [49]. E szerint a fenti inelasztikus deuteron-csoportokhoz tartozó nivók energiája, spinje és paritása rendre: 6,44 MeV 0^+ ; 7,56 MeV 1^- és/vagy 7,62 MeV 3^- ; 8,36 MeV 3^- és/vagy 8,44 MeV 4^- ; 9,3 MeV 4^- és/vagy 9,46 MeV és/vagy 9,52 MeV (ismeretlen spin-paritású nivók). A 10,1 MeV és a 11,5 MeV deuteroncsúcsokhoz tartozó állapotokat már a ^{24}Mg nivósémája alapján azonosítani nem lehet.

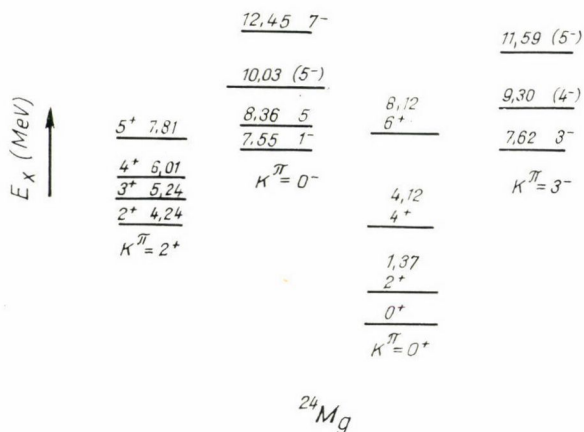
Az első négy, itt tárgyalt nivó gerjedését más szórás kísérletekben is észlelték, függetlenül a bombázó részecske fajtájától ([20], [50], [51], [67], [68] stb.). A nivók mért, viszonylag nagy hatáskeresztmetszete a megfelelő magállapotok kollektív tulajdonságaira utal.

A 6,44 MeV 0^+ nivót leggyakrabban a béta vibrációra épülő rotációs sáv első tagjaként értelmezik; a béta vibrációs sáv következő tagja a 7,35 MeV 2^+ állapot lehet (pl. [50]).

Evvel a feltételezéssel végeztünk számításokat a $0_0^+ - 2_0^+ - 2_2^+ - 0_\beta^+ - 2_\beta^+$ csatolási séma segítségével. A 6,44 MeV nivóra vonatkozó számított illesztő görbék a 21. és 22. ábrákon szerepelnek a kísérleti adatokkal együtt. Bár a 6,44 MeV-es nivóra vonatkozó hatáskeresztmetszetek meglehetősen kicsiny volta miatt a kis beütésszámokból származó statisztikus bizonytalanság nagy, az elméleti eredmények a kísérleti hatáskeresztmetszet görbéknek mind nagyságrendjét, mind meredekségét

jól visszaadják. Sajnos a sáv második tagjának gerjedését a kis hatáskeresztmetszet miatt (mely szintén következik a számításokból) kísérletileg nem figyelhettük meg. A nívó értelmezésének helyességét valószínűsíti, hogy a legjobb illesztéseket adó kollektív paraméter értéke mindhárom energián ismét azonos volt.

A 6.1. fejezetben idéztük *D. Branford és társai* [52] érdekes javaslatát a ^{24}Mg magasabban fekvő, kollektív tulajdonságokat mutató nívói értelmezésére. Javaslatauk szerint a 7,55 MeV 1^- és a 762 MeV 3^- nívók lennének a $K^\pi=0^-$ és a $K^\pi=3^-$ negatív paritású rotációssávok fejei, míg a rotációs sorozatok következő elemei a $K^\pi=0^-$ sávban a 8,36 MeV 3^- , 10,03 MeV 5^- , 12,45 MeV 7^- , illetve a $K^\pi=3^-$ sávban a 9,30 MeV 4^- , 11,59 MeV 5^- nívók lennének (26. ábra).



26. ábra.

A ^{24}Mg javasolt negatív paritású rotációs sávjai. [52]

Izgalmas kérdés megvizsgálni, vajon összefér-e a fenti javaslat az inelasztikus szórás kísérletekből levonható következtetésekkel.

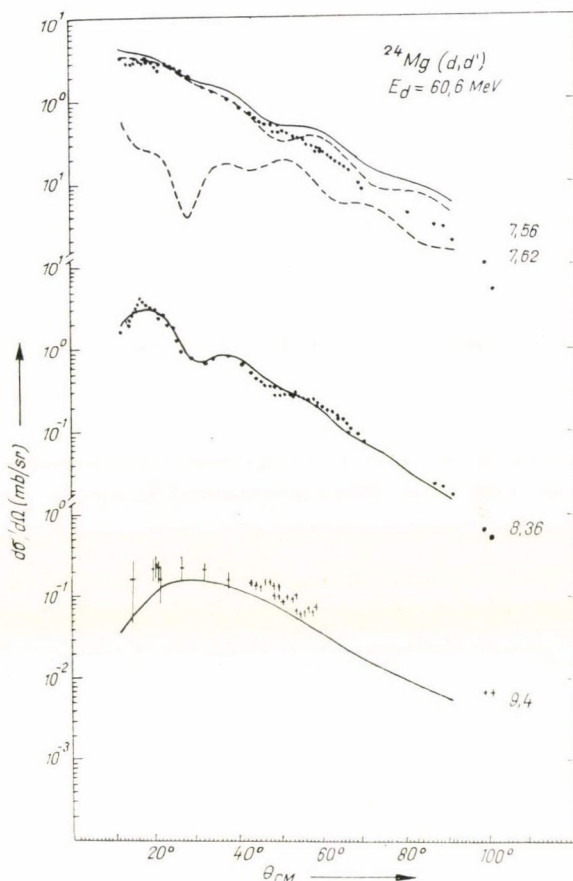
Hangsúlyoztuk, hogy a magasabb gerjesztési energiájú nívóknak a deuteron-csúcsokhoz való hozzárendelése nem egyértelmű. Figyelemre méltó azonban, hogy mind a 8,4 MeV-nél, mind a 9,4 MeV-nél jelentkező csúcs gerjesztési energiája közel van a Branfordék által javasolt két rotációs sáv második elemeihez. Ezért feltételeztük, hogy a 8,4 MeV körül kísérletileg talált intenzív csúcsok csupán a $K^\pi=0^-$ sáv második tagjának proponált 9,36 MeV 3^- állapoton, és a 9,4 MeV-nél jelentkező csúcsok pedig csak a 9,30 MeV 4^- nívón történt szóródásból származnak.

A $0_{0^+} - 2_{0^+} - 1_{0^+} - 3_{0^+}$ és a $0_{0^+} - 2_{0^+} - 3_{3^-} - 4_{3^-}$ csatolási sémák segítségével végeztünk kiterjedt számításokat. A 27., 28. és 29. ábrák már a $0_{0^+} - 2_{0^+} - 1_{0^-} - 3_{0^-} - 3_{3^-} - 4_{3^-}$ csatolás alapján végrehajtott végső számítás eredményét mutatják.

A 7,59 MeV energiához tartozó kísérleti hatáskeresztmetszetet kis szögekre a számítások eredménye jól írja le, mint az 1_{0^-} és 3_{3^-} állapotokhoz tartozó elméleti görbék összegét. Nagyobb szögekre az egyezés nem ilyen megnyugtató, bár a két görbe mindvégig fázisban marad.

A 8,4 MeV-nél erősen gerjedő csúcs szögfüggésének leírása kiváló. Hasonlóan jó a 9,4 MeV gerjesztéshez tartozó görbe illesztése a tett feltevésekkel. Ismét fontos részeredmény a bevezetett két paraméter energiatoleranciájának ténye.

Érdekes megemlíteni azt a tapasztalatot, hogy $K^\pi=0^-$ rotációs sáv feje sokkal gyengébben gerjed, mint a sáv második nivója, és erről a számítások számot is adnak. Kisebb szögekre a 7,6 MeV-hez tartozó hatáskeresztmetszet csaknem teljesen a 7,62 MeV 3^- nivótól származik. Az 1^- állapot gerjesztésében igen fontos szerepet játszik a 3^- 8,36 MeV nivónak a csatolási sémába való bevétele, mint ahogy azt a $0_{0^+}^+ - 2_{0^+}^+ - 1_{0^-}^-$ és a $0_{0^+}^+ - 2_{0^+}^+ - 1_{0^-}^- - 3_{0^-}^-$ számítások eredményének összehason-

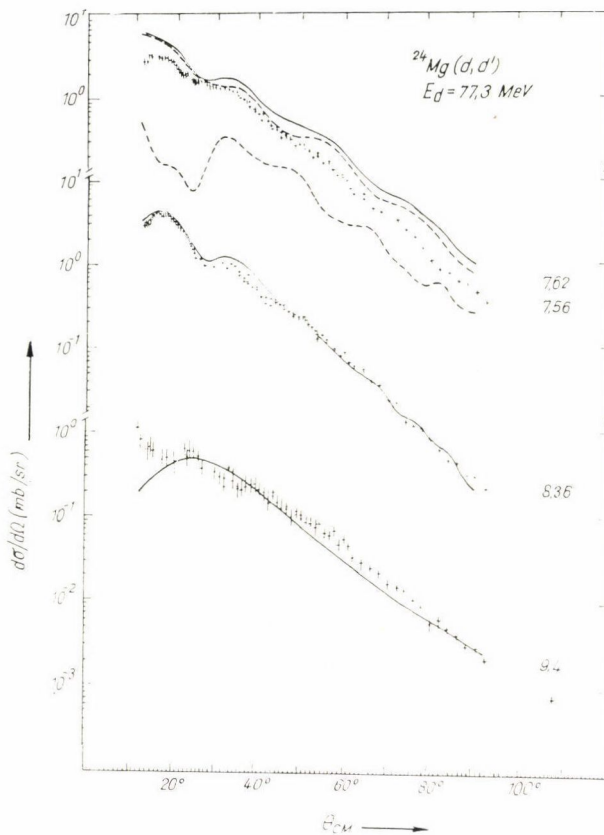


27. ábra.

Eredmények a ^{24}Mg feltételezett magasan fekvő negatív spinű rotációs sávjaira. ($E_d=60,6$ MeV). A legfelső kihúzott görbe a 7,56 MeV 1^- és 7,63 MeV 3^- állapotokra számolt szaggatott vonallal jelzett görbék összege. (Az alsó szaggatott görbe tartozik az 1^- állapothoz.)

lítása mutatta. Lehetségesnek látszik, hogy a csatolási séma további pontosítása csökkentené a 7,6 MeV-hez tartozó görbék eltérését.

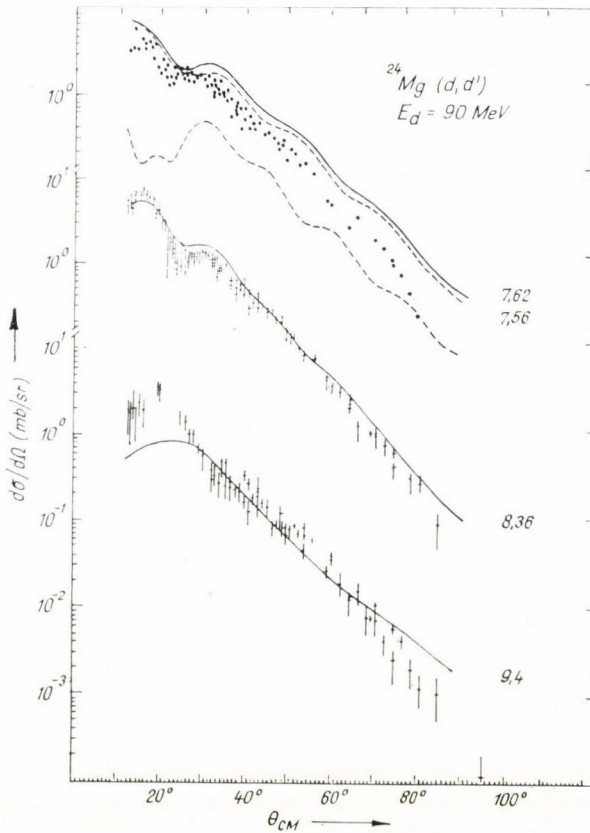
A fenti eredmény a kísérleti adatokkal való összehasonlítás minden gyengesége ellenére a problémát más szempontból megközelítő kísérletként szolgáltat evidenciát a ^{24}Mg negatív paritású rotációs sávjai egzisztenciájára.* Igen értékes új momentumot szolgáltatna a többi publikált (α, α') , (p, p') , $(^3\text{He}, ^3\text{He}')$ stb. inelasztikus szórási kísérletek megfelelő adatainak, melyek értelmezésével a szerzők eddig nem foglalkoztak, hasonló számításokkal való összevetése.



28. ábra.

Eredmények a ^{24}Mg feltételezett magasan fekvő negatív spinű rotációs sávjaira. ($E_d = 77,3$ MeV). (l. 27. ábra magyarázó megjegyzését.)

* Érdemes megjegyezni, hogy az általunk kísérletileg megtalált további két csúcs gerjesztési energiája (10,1 MeV és 11,5 MeV) közel van a két sáv javasolt következő elemeihez (26. ábra).



29. ábra.

Eredmények a ^{24}Mg feltételezett magasan fekvő negatív spinű rotációs sávjaira. ($E_d=90\text{ MeV}$). (l. 27. ábra magyarázó megjegyzését.)

7. A ^{12}C SZERKEZETE

7.1. A ^{12}C szerkezetére vonatkozó irodalom rövid áttekintése

A ^{12}C szerkezetének (nívószerkezetét l. 30. ábra) megértése igen sok elméleti és kísérleti erőfeszítés tárgya volt az utóbbi években. Valóban, ez az önkonjugált könnyű mag egy sor érdekes tulajdonságot mutat, melyek felderítése és elméleti értelmezése igen fontos a különböző elméleti modellek pl. alfa részecske (cluster) modell, vagy az alapvető Hartree—Fock-elmélet különböző variánsa teljesítő-képességének megítélése szempontjából.

A ^{12}C legmeglepőbb tulajdonsága, hogy a kollektív viselkedés néhány tipikus vonását mutatja [55]. Az inelasztikus szórási kísérletek eredményei, mind pedig

az elektromágneses átmeneti valószínűségek mért értékei viszonylag jól értelmezhetők a deformált magok fenomenologikus kollektív modelljében [70], [71], [72], [73].

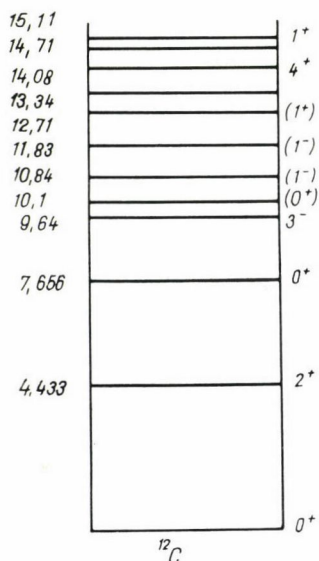
A legtöbb vizsgálat szerint a ^{12}C alapállapota erősen deformált. Az alapállapotra épülő rotációs sáv második és harmadik eleme a 2^+ 4,43 MeV első gerjesztett és a 4^+ 14,08 MeV nivók lehetnek. Ez az értelmezés mind a nivók helyzetével, mind egyéb mért tulajdonságaikkal összeférőnek látszik [74].

Távolról sem egyértelmű a ^{12}C harmadik, 7,65 MeV 0^+ állapotának értelmezése. Az alfa-cluster modellben a nivónak néhány szerző ([75] és hivatkozásai) érdekes szerkezetet tulajdonít. E szerint itt a három alfa részecske lineáris láncot alkotna. Erre az erősen deformált állapotra [75] szerint azért nem épül fel rotációs sáv, mert annak következő elemei már instabilak a $^8\text{Be} + \alpha$ felbomlással szemben. Mások [76] e sávot megtalálni vélik, tagjai a 11,16 MeV 2^+ és a 19,4 MeV 4^+ állapotok lennének.

N. De Takacsy és S. Das Gupta [77] szerint a lineáris lánc értelmezés nem tartható, a nivó szerkezete nagyon messze van e képtől. A nivó spinje és paritása megengedi a béta vibrációs állapotként való értelmezést is.

A harmadik gerjesztett állapot a 9,64 MeV 3^- nivó oktupól vibrációs tulajdonságokat mutat az inelasztikus szórási kísérletekben (pl. [72]). Arra azonban, hogy eme állapotra felépülő sáv elemei melyek lehetnek, nem történt javaslat. Megjegyezzük, hogy az első 4^- spin-paritású állapot 18 MeV gerjesztési energia körül van.

Másrészről a könnyű magok tulajdonságainak a kollektív modell keretén belüli értelmezése sokszor kételyeket felvető koncepció. A problémák forrása elsősorban az, hogy míg a nehéz magoknál lehetőség nyílik egész sor kollektív nivó tulajdonságainak rendszeres vizsgálatára, addig könnyű magok esetében a nagyobb nivótávolságok miatt a sokat vizsgált alacsonyenergiájú tartományba kevesebb magállapot tartozik, következtetéseinket csupán néhány nivóra vonatkozó adatokból

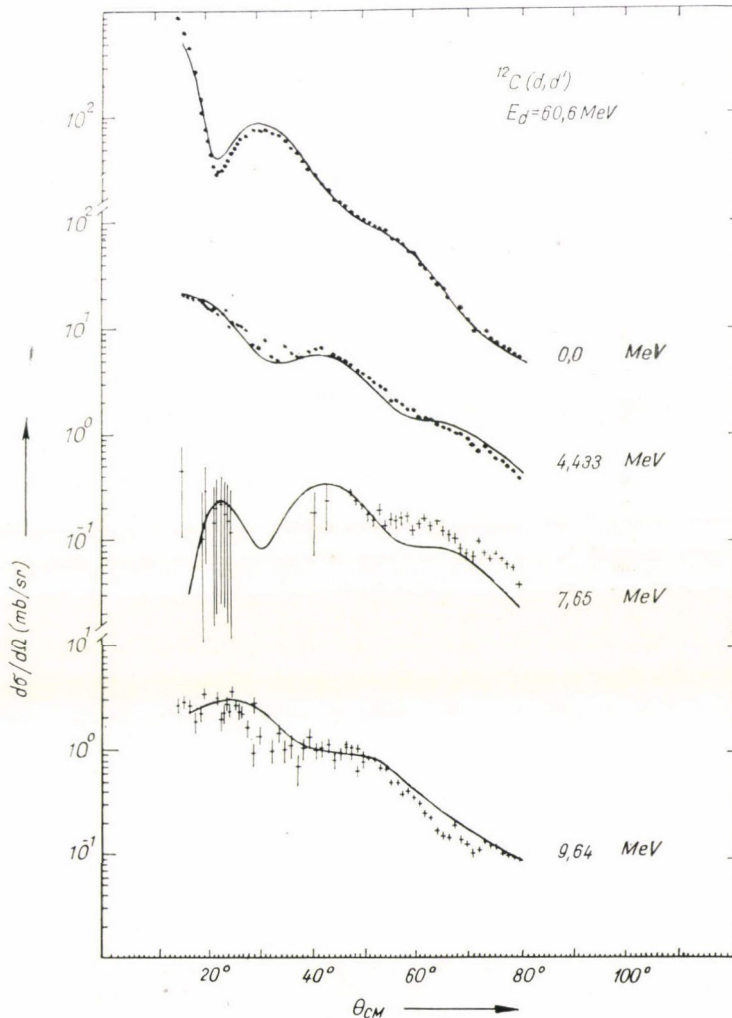


30. ábra.
A ^{12}C nivósémája. [49]

vonjuk le. Nehéz deformált magok esetén nem ritka például, hogy az alapállapotú rotációs sáv 9–12 elemét is sikerül azonosítani, melyek tulajdonságai, a nivók elhelyezkedése, az állapotok közötti elektromágneses átmeneti valószínűségek kísérletileg meghatározott értékei nem sok bizonytalanságot hagynak afelől, hogy ezek a nivók a kvantummechanikai soktestrendszer tényleges rotációjának felelnek meg. Minél könnyebb magokról van azonban szó, annál kevesebb összetartozó kísérleti adat áll rendelkezésünkre. Így például, amíg biztosnak vehetjük, hogy a $2s-1d$ héj bizonyos magjai (pl. ^{20}Ne , ^{22}Ne , ^{24}Mg stb.) szerkezetének leglényegesebb vonása a deformált alapállapotra felépülő rotációs sáv egzisztenciája, távolról sem látszik bizonyítotttnak, hogy a még könnyebb magokra (az $1p$ héj elemeire) vonatkozó kísérleti adatokból következtethetünk e magok állapotainak kollektív tulajdonságaira.

Ebben a helyzetben minden a magnívókra vonatkozó újabb adat fontos járulékot szolgáltathat a kérdések tisztázásához. Az egyes nivókra vonatkozó különböző jellegű kísérleti evidenciák egységes értelme-

zése nagy támasza lehet egyik, vagy másik modellnek. Másrésről, ezek a vizsgálatok segítséget nyújthatnak a magot minél pontosabban leíró hullámfüggvények (pl. a Hartree—Fock-elmélet valamely változatában) megalkotásában, mely függvények későbbi analizisével esetleg eldönthető, hogy a hullámfüggvénynek a kollektív tulajdonságok definíciójának tekinthető belső és kollektív mozgások szerinti faktorizálása elvégezhető-e, vagy sem [78].



31. ábra.

A $^{12}\text{C}(d, d')$ $E_d = 60,6$ MeV mérésekben kapott elasztikus és inelasztikus hatáskeresztmetszet szögeloszlások az azokat illesztő elméleti görbékkel

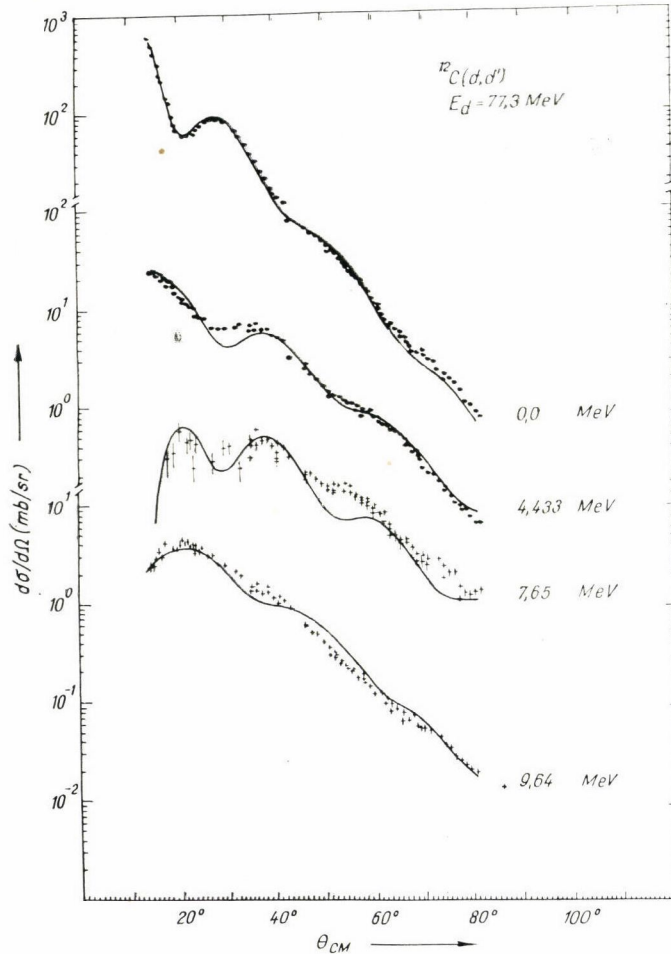
7.2. A ^{12}C (d, d') szórás kísérletek diszkussziója

Kísérleti eredményeinket a kollektív nívókon történt inelasztikus szórási modell keretén belül próbáltuk parametrizálni.

A 0^+ alap és 2^+ első gerjesztett állapotra vonatkozó szögeloszlásokat a sztatikusan deformált mag rotációs modelljében analizáltuk, feltételezve, hogy e két nívó az alapállapotú rotációs sáv első két elemének tekinthető. A követett illesztési eljárás teljesen hasonló volt a ^{24}Mg esetében leírtakkal.

Az illesztések eredményeit a 31., 32. és 33. ábrák mutatják, a számításokban talált legjobban illesztő görbék paramétereit a XII. táblázat foglalja össze.

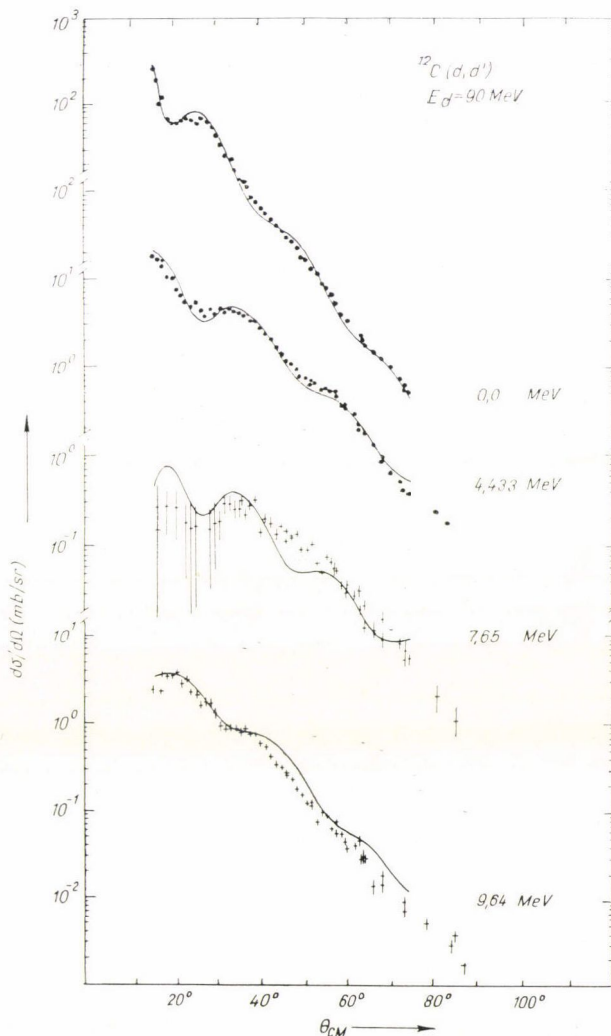
A kevésbé strukturált hatáskeresztmetszetek most nem tették lehetővé a deformáció előjelére való következtetést.



32. ábra.

A ^{12}C (d, d') $E_d = 77,3$ MeV mérésben kapott elasztikus és inelasztikus hatáskeresztmetszet szögeloszlások az azokat illesztő elméleti görbékkel

Az alapállapotú rotációs sáv feltételezett harmadik elemén szóródott deuteron-csoportot csupán néhány spektrumban figyeltük meg (12. ábra), így a hatáskeresztmetszet szögeloszlásának meghatározásáról nem lehetett szó. Meghatároztuk azonban a hatáskeresztmetszet nagyságát az említett pontokban és ezeket összevetettük $0_0^+ - 2_0^+ - 4_0^+$ számításokkal. A kísérletek adta hatáskeresztmetszetértékek mindenütt összefértek a fenti számítások eredményével. A 4_0^+ nivó hozzacsatolása lényegében nem változtatott a $0_0^+ - 2_0^+$ csatolással kapott görbéken.



33. ábra.

A $^{12}\text{C}(d, d')$ $E_d=90$ MeV mérésekben kapott elasztikus és inelasztikus hatáskeresztmetszet szögeloszlások az azokat illesztő elméleti görbékkel

Az előbbi rotációs modellbeli leírással párhuzamosan kísérletet tettünk az első két nívóra kapott hatáskeresztmetszeteknek a sferikus alapállapotú mag vibrációs modelljében való leírására. Bár a kapott illesztések azonos minőségűek voltak, mint amilyeneket a rotációs modell keretén belül kaptunk, az illesztéshez szükséges csatolási paraméter értéke (0,65) olyan nagyra adódott, mely messze fölötté van a fizikailag még elfogadható értéknek ($\sim 0,2-0,3$). Ilyen értelemben analízisünk határozott előnyben részesíti a ^{12}C rotációs értelmezést.

A 31., 32. és 33. ábrák tartalmazzák azokat az elméleti görbéket is a megfelelő kísérleti adatokkal együtt, melyek a $0_0^+ - 2_0^+ - 0_2^+ - 3_3^-$ csatolás szerint elvégzett számítások közül a mért hatáskeresztmetszeteket a legjobban illesztették. E számításoknál a 0^+ 7,56 MeV nívót béta vibrációs, a 3^- 9,64 MeV nívót pedig oktapól-vibrációs állapotnak tekintettük. Ezen egyszerű feltevések mellett kapott legjobb illesztések a 7,56 MeV nívóra nincsenek fázisban a kísérleti adatokkal és így nem tekinthetők jónak.

Érdekes effektust találtunk a 9,64 MeV nívó illesztésekor. A kísérleti görbéket sokkal jobban fittelte az alapállapotú deformáció negatív előjelével számolt görbe, mint az, melynél β_2 ($\beta_2 = +0,47$) előjelét pozitívnak választottuk (ismét a $0_0^+ - 2_0^+ - 0_2^+ - 3_3^-$ séma szerint végeztük a számításokat). Az első három nívóra vonatkozó hatáskeresztmetszetek gyakorlatilag érzéketlenek voltak a sztatikus deformáció előjelválasztására.

Összefoglalva megállapíthatjuk, hogy a ^{12}C 0^+ alap és 2^+ első gerjesztett állapotához tartozó (d, d') kísérleti hatáskeresztmetszet szögeloszlások a bombázó deuteron energia széles tartományában (60–90 MeV) konzisztens módon leírhatók a sztatikus deformációval rendelkező mag rotációs modelljében a csatolt csatornák módszerével. Indítékokat találtunk arra, hogy a 4^+ 14,08 MeV nívó az alapállapotú rotációs sáv harmadik eleme lehet.

Az általunk talált deformációs paraméter értéke ($|\beta_2| = 0,47 \pm 0,05$) jó egyezésben van a $B(E2)$ átmeneti valószínűségből és az elektronszórási kísérletekből meghatározottal, azonban J. Specht és munkatársai [71] nagyenergiájú (104 MeV) alfa részek inelasztikus szórásából a minénkhöz teljesen hasonló analízisben ennél kisebb ($\beta_2 = 0,29 \pm 0,02$) deformációt határoztak meg. A XIII. táblázat a ^{12}C deformációjára és kvadrupólmomentumára néhány kísérletileg származtatott és elméletileg kapott eredményt vet össze a mi általunk meghatározott értékkel. A deformáció lapított voltára vonatkozó megállapításunk egyezésben van [71] eredményével és a táblázatban idézett Hartree—Fock-számításokkal is. Eredményeink a sztatikus deformációval rendelkező mag képét előnyben részesítik a tisztán vibrációs leírással szemben.

A 7,65 MeV 0^+ nívó szerkezete nyilvánvalóan bonyolultabb, mint hogy egyszerűen béta vibrációs állapotnak tekinthessük, de az erősen gerjedő 9,64 MeV 3^- nívó szerkezet közel állhat az oktapól vibrációhoz.

8. AZ ^{27}Al SZERKEZETE

8.1. Az ^{27}Al szerkezetére vonatkozó irodalom rövid áttekintése

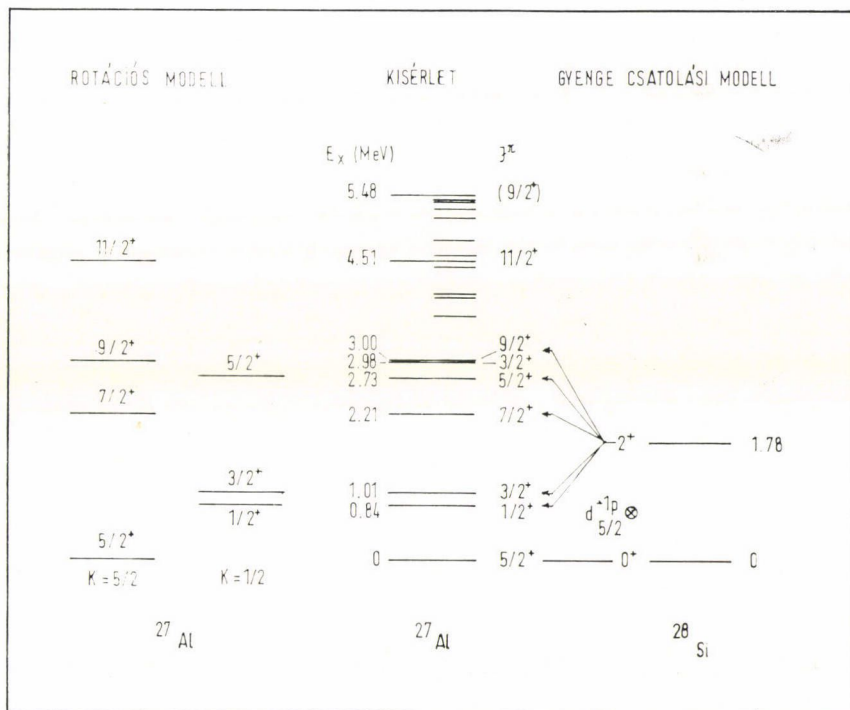
A páratlan rendszámú ^{27}Al mag a szerkezetével kapcsolatos problémák miatt a könnyű deformált magok tartományának talán egyik legérdekesebb eleme. A nála eggyel alacsonyabb rendszámú ^{26}Mg és a tartomány könnyebb magjainak defor-

mációja pozitív (prolate), míg az eggyel magasabb rendszámú ^{28}Si -től kezdve a magok negatív (oblate) deformációjának adódtak. Ezért foglal el a könnyű deformált magok problémaköre megértése szempontjából különleges helyzetet a kétségtelenül átmeneti jellegű ^{29}Al mag.

Az ^{27}Al mag szerkezetének tisztázására már eddig is sok erőfeszítés történt. Több, egymástól alapgondolatban jelentősen eltérő modellt állítottak fel, de ezen modellek közötti döntés nem egyszerű feladat. A gyenge csatolási (Weak coupling), az erős csatolási (strong coupling) és a rotációs-vibrációs modellek mindegyike sikereket könyvelhet el az ^{27}Al -ra vonatkozó egyes kísérleti eredmények értelmezésében, de még további kiterjedt munkára van szükség annak eldöntésére, hogy az ^{27}Al szerkezetét leíró egységes kép mely modell alapgondolatára épülve alakulhat ki.

Az ^{27}Al magra vonatkozó információk fő forrásai a könnyű részecskékkel különböző energiákon végrehajtott inelasztikus szórás kísérletek eredményei, a nukleon transzfer reakciókból származtatott spektroszkópiai faktorok, a mag alacsonyenergiájú nívószerkezetének vizsgálata és az egyes nívók bomlásának kísérleti vizsgálatakor kapott átmeneti valószínűségek és elágazási arányok.

Az ^{27}Al mag szerkezetének értelmezésére alkotott képek közül a legegyszerűbb a gyenge csatolási (weak coupling) modell. Ez a megközelítés az ^{27}Al mag alacsonyan fekvő állapotait a $d\ 5/2$ proton lyuknak a ^{28}Si alap és első gerjesztett állapotaihoz való gyenge csatolásával generálja. Ily módon áll elő a ^{28}Si 0^+ alap és 2^+ első gerjesztett



34. ábra.

Az ^{27}Al kísérleti nívósémája és annak értelmezése a gyenge-csatolási (Weak coupling) és erős-csatolási (strong-coupling) modellekben

jesztett állapotához való csatolódással az ^{27}Al $\frac{5^+}{2}$ alapállapota és az öt alacsonyan gerjesztett nívó $\frac{1^+}{2}$; $\frac{3^+}{2}$; $\frac{7^+}{2}$; $\frac{5^+}{2}$ és $\frac{9^+}{2}$ spin-paritással (34. ábra).

A weak-coupling modellben a különböző J_v spinű állapotra vezető inelasztikus szórási hatáskeresztmetszetek egyszerűen $(2J_v + 1)$ -gyel arányosak. A modellnek ezt a kijelentését néhány korábban elvégzett szórás kísérlet eredménye az $\frac{1^+}{2}$; $\frac{3^+}{2}$; $\frac{7^+}{2}$ és $\frac{9^+}{2}$ állapotokra közelítőleg igazolta [67], [79], de az $\frac{5^+}{2}$ 2,73 MeV nivóra vonatkozó hatáskeresztmetszetek általában a vártnál kisebbnek adódtak. Ez a diszkrepancia részben korrigálható annak feltételezésével, hogy a vizsgált nívó keveredik az azonos spinnel és paritással rendelkező alapállapottal [80].

A weak-coupling modell másrésről sikeresen reprodukálja a legtöbb elektromágneses átmeneti valószínűséget is, ugyanakkor azonban nem tud számot adni az egy nukleon transzfer reakcióra vonatkozó spektroszkópiai faktorokról ([81] 11. táblázat). Hasonlóan, az alacsonyan fekvő $\frac{11^+}{2}$ nívó felfedezése, bomlása elágazási arányai és a mért átmeneti valószínűségek nem kompatibilisak a weak-coupling modellel [82], [83].

Az előző nehézségeket részben feloldja az ^{27}Al erős csatolási (strong-coupling) modellje [84], mely a magot sztatikus prolate deformációval rendelkezőnek tekinti. E modell szerint az ^{27}Al alacsonyan fekvő nívói a $K^\pi = \frac{5^+}{2}$ alapállapoti rotációs és a $K^\pi = \frac{1^+}{2}$ sávokhoz tartoznak. Prolate deformációt feltételezve a strong-coupling kép jónak mondhatóan leírja a mag kísérletileg megállapított nívósémáját és a legtöbb elektromágneses átmeneti valószínűséget, beleértve az alacsonyan fekvő $\frac{11^+}{2}$ állapotra vonatkozó újabb ismereteket. Másrésről viszont nehézségek merülnek fel az első és második gerjesztett nívó és az alapállapot közötti erős $E2$ átmenetek értelmezésénél.

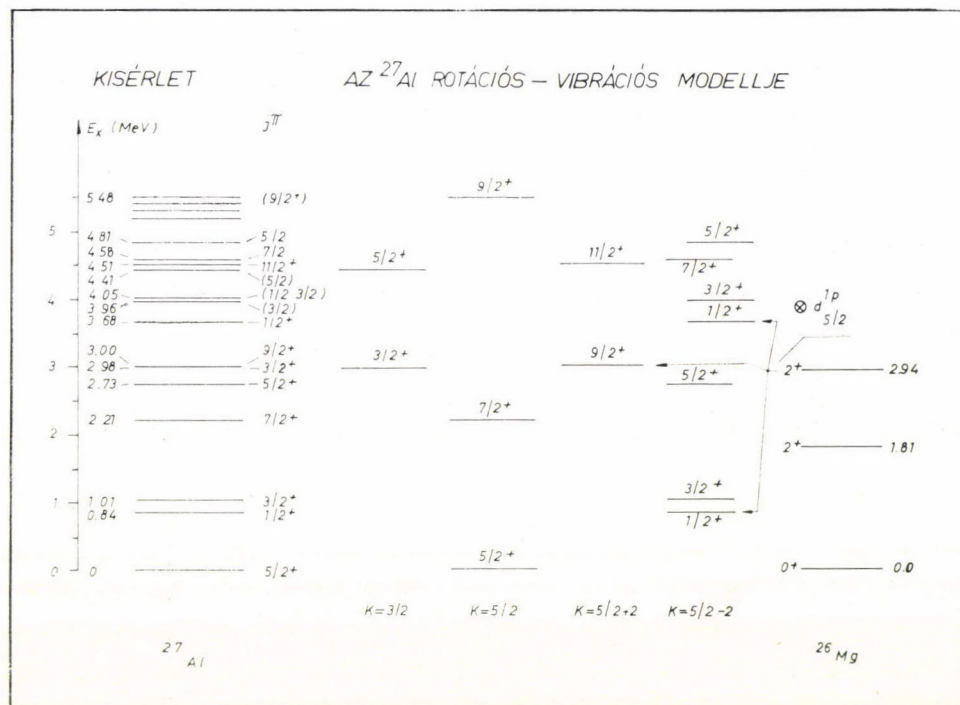
D. Dehnhard [85] prolate helyett oblate deformációt feltételezve megmutatta, hogy a strong-coupling modell a Coriolis sávkeveredés explicit figyelembevételével a nívóséma közel helyes reprodukálása mellett jól ad számot az ^{27}Al nívók közötti erős $B(E2)$ valószínűségekről és a ^{28}Si nukleon pick-up reakciók spektroszkópiai faktorairól. Mindazonáltal a strong-coupling modell eddig kidolgozott egyik variánsa sem képes helyesen leírni az inelasztikus szórási hatáskeresztmetszeteket és a $K^\pi = \frac{5^+}{2}$ sávhoz tartozónak vélt $\frac{9^+}{2}$ 3,0 MeV nívó tulajdonságait.

H. Röpke és munkatársai [86] mutattak rá, hogy nem véletlen az, hogy az előbbi két modellben komplementáris területeken mutatkoznak sikerek, ill. lépnek fel nehézségek. Az általuk javasolt modellben olyan alacsonyan fekvő rotációs sávok egzisztenciáját tételezik fel, melyek az ^{27}Al gammavibrációs belső állapotaira épülnek.

A modell szerint ezen állapotok kialakulásánál a $K^\pi = \frac{5^+}{2}$ egy proton állapot csatlódik a ^{26}Mg második 2^+ 2,94 MeV nivójához, melyet általában gamma-vibrációs

állapotként értelmeznek. Az így fellépő rotációs sávok javasolt elemeit a 35. ábra foglalja össze.*

Az előbbi rotációs-vibrációs csatolási séma jól ad számot az ^{27}Al -ra vonatkozó legtöbb kísérleti eredményről [86]. A modell sikerrel értelmezi a ^{27}Al nívérendszerét, az $E2$ átmeneti valószínűségeket és az alacsony gerjesztési energiájú nívókra vonatkozó inelasztikus szórási hatáskeresztmetszeteket. Másrészről viszont problémák lépnek fel az $M1$ átmenetek leírásánál és a nukleon transzfer reakciók spektroszkópiai faktorainak származtatásánál. Ezek a nehézségek azonban nincsenek szük-



35. ábra.

Az ^{27}Al rotációs-vibrációs modellje

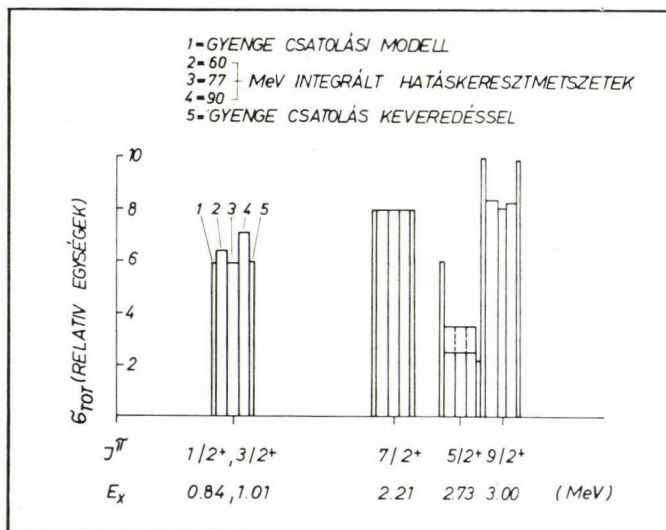
* A rotációs-vibrációs kölcsönhatás fel nem lépte, vagy kicsiny volta esetén ebben a magtartományban várható egy $K=\Omega-2=\frac{1}{2}$ gamma-vibrációs sáv és egy $K=\Omega=\frac{1}{2}$ sáv kialakulása. Ez utóbbi a 9. Nilsson pályán levő egy-részecskeállapotra épül [86]. Ha azonban figyelembe vesszük, hogy az ^{27}Al meglehetősen lágy mag (erre elsősorban a vibrációs nívók energiáinak az ^{25}Al és ^{23}Na magokkal való összehasonlítása utal), akkor a rotációs-vibrációs kölcsönhatás olyan fontossá válhat, hogy a $K=\frac{1}{2}$ nívóknak nem tulajdoníthatunk egyértelműen sem tiszta egyrészecske, sem tiszta vibrációs karaktert. Ezt jelöljük a 35. ábrán, midőn $K=\Omega-2$ szerint karakterizáltuk mindkét $J^\pi=\frac{1}{2}^+$ nívót. Az ábrán szereplő $K=\frac{3}{2}$ sáv a 8. Nilsson pályára épül az erős csatolási képnek megfelelően. (Itt Ω a páratlan nukleon impulzusmomentumának vetülete a mag szimmetriatengelyére.)

ségszerűen kapcsolatban az ^{27}Al rotációs-vibrációs modelljének elvi hiányosságaival, mivel mind az $M1$ átmenetek erősségére, mind a spektroszkópiai faktorokra kapott becslések meglehetősen érzékenyek arra, hogy a számítások milyen módon adnak számot a kollektív és egyrészecske mozgás kölcsönhatásáról (szemben az $E2$ átmeneti valószínűségekkel és inelasztikus szórási hatáskeresztmetszetekkel, melyek főleg a kollektív mozgástól függenek). A modell keretein belül eddig elvégzett számítások ezeket a szempontokat figyelmen kívül hagyták.

8.2. Az ^{27}Al (d, d') szórás kísérletek diszkussziója

Az előbbi rövid áttekintésben láttuk, hogy mindhárom javasolt modell egyaránt mutat fel sikereket, ill. küzd nehézségekkel az ^{27}Al -l kapcsolatos kísérleti eredmények egységes értelmezésével kapcsolatban. A következőkben, midőn az általunk mért hatáskeresztmetszet eloszlásokat fogjuk diszkutálni, sorra kitérünk mind a három kép szempontjaira és megvizsgáljuk, hogy eredményeink azok közül melyiket milyen mértékben támasztják alá, ill. vannak ellentmondásban velük.

A weak-coupling modell szerint (mint ahogy arra már utaltunk) az ^{27}Al öt alacsonyabban gerjesztett állapota, az $\frac{1^+}{2}$ 0,84 MeV, a $\frac{3^+}{2}$ 1,01 MeV, a $\frac{7^+}{2}$ 2,21 MeV, az $\frac{5^+}{2}$ 2,73 MeV és a $\frac{9^+}{2}$ 3,0 MeV nívók a d $\frac{5}{2}$ proton lyuknak ugyanahhoz a törzshöz, a ^{28}Si 2^+ első gerjesztett állapotához való gyenge csatolódásával áll elő. Ily módon az integrált inelasztikus hatáskeresztmetszeteknek rendre 2:4:4:6:10 szerint kellene aránylaniuk egymáshoz.



36. ábra.

Az ^{27}Al (d, d') eredmények analízise a gyenge csatolási modellben

A 36. ábra ezen analízis eredményét mutatja.* Az ábrán szereplő integrális kísérleti hatáskeresztmetszeteket az $E_d=60,6$ és $77,3$ MeV deuteronenergiához tartozó szögeloszlásoknak 15° és 90° közötti integrálásával kaptuk. (Tekintettel arra, hogy az első és második gerjesztett állapotot kísérletileg felbontani nem tudtuk, értelemszerűen ezek összegét vettük figyelembe.)

Az egyszerű összehasonlítás (a $2,21$ MeV nivóra kapott eredményt viszonyítási alapul véve) azt mutatja, hogy az $\frac{1^+}{2}$, $\frac{3^+}{2}$, $\frac{7^+}{2}$ és $\frac{9^+}{2}$ állapotokra vonatkozó hatáskeresztmetszetek arányai viszonylag jó egyezésben vannak a gyenge csatolási modell jóslatával, bár a $\frac{9^+}{2}$ $3,0$ MeV állapotra kapott hatáskeresztmetszetek mintegy 15% -kal szisztematikusan kisebbnek tűnnek a vártnál. Az $\frac{5^+}{2}$ $2,73$ MeV állapothoz tartozó deuteroncsoportot egyetlen mért spektrumban sem találtuk meg, nagyságára csupán felső becslést adhatunk. Spektrumkiértékelési módszerünkkel mesterségesen előállított próbaspektrumokon végrehajtott analíziseink alapján úgy becsüljük, hogy a mérések során begyűjtött beütésszámok mellett az említett nivó hatáskeresztmetszete legfeljebb $5/8$ -ad része a $3,0$ MeV állapotra mért értéknek. Ez az eredmény a weak-coupling modell által jóslott értéknek csupán töredéke.

A fentiek arra utalnak, hogy a weak-coupling kép eredeti formájában, annak további kiegészítése nélkül kísérleti adatainkkal még ebben a részletekre ki nem térő eredményeiben sem fér össze. Figyelembe véve, hogy a gyenge-csatolási modell igazi sikerterülete éppen az inelasztikus szórási intenzitásarányok származtatása lenne, az itt fellépő diszcrepanciák arra utalnak, hogy a weak-coupling kép alap gondolata nem hordozza a tényleges viszonyok leglényegesebb vonásait. Ezt néhány, az utóbbi időben elvégzett mikroszkopikus számolás eredménye is alátámasztani látszik [87]**.

A strong-coupling modell interpretációja szerint az ^{27}Al alapállapotú rotációs sávjának első három eleme az $\frac{5^+}{2}$ alap, a $\frac{7^+}{2}$ $2,21$ MeV és a $\frac{9^+}{2}$ $3,0$ MeV állapotok lennének. Ennek a feltételezésnek a helyességét a kollektív állapotban történő inelasztikus szórási folyamatok tanulmányozása módszerével vizsgáltuk meg.

A számításokat ismét a JUPITOR—1 computer programmal végeztük el. A deuteronok spinjének figyelembevételével részben a ^{24}Mg részletes analízisekor, részben az ^{27}Al -re vonatkozó elasztikus hatáskeresztmetszetek optikai vizsgálatok szerzett tapasztalatok alapján újra eltekintettünk. Módszerünk az volt, hogy a

* Most és a következők során feltételezzük, hogy a $3,0$ MeV energiához tartozó deuteroncsoportban elhanyagolható az egyrészesce tulajdonságokat mutató $2,98$ MeV $3/2^+$ nivón szóródott deuteronok aránya a kollektív tulajdonságokat mutató $3,0$ MeV $9/2^+$ állapothoz tartozókhöz képest.

** A gyenge-csatolási modell és a kísérleti eredmények közötti egyezés bizonyos további feltételek alapján javítható. K. T. Knöpfle munkatársam a fenti problémával foglalkozva megmutatta, hogy az azonos spinű és paritással rendelkező nivók keveredésének feltételezésével (l. még [80]) a $2,73$ MeV $5/2^+$ állapothoz tartozó hatáskeresztmetszet értéke jelentősen csökken, miközben a többi hatáskeresztmetszet gyakorlatilag nem változik. Azt találta, hogy proton inelasztikus szórásvizsgálatoknál korábban kapott $A=0,23$ keveredési paraméter értéket [88] elfogadva, a várt hatáskeresztmetszet nagysága mintegy hármas faktorral csökkent [89]. A 36. ábrán ezen analízis eredményét is feltüntettük. Bár az eredmény figyelemremélően megjavítja az elméleti és a kísérlet egyezését, nem hisszük, hogy ezzel olyan új helyzet teremthető volna, mely a weak-coupling modell teljesítő-képességéről alkotott általános képünket megváltoztathatná.

MAGALI optikai kereső programmal az elasztikus adatokból meghatározott paramétereket a csatolt-csatornás számítások bemenőadatainak tekintettük.

Először az $\frac{5^+}{2}$ alap és $\frac{7^+}{2}$ 2,21 MeV állapotokat próbáltuk egyszerre illeszteni.

A paraméter kereső eljárásról a magas magállapotspinek miatt jelentősen megnövekedett számítógépi időre való tekintettel nem lehetett szó. Helyette (a ^{24}Mg -nél szerzett tapasztalatok alapján) a geometriai paraméterek kezdőértékének változatlanul hagyása mellett a potenciálmélységek és a β_2 deformációs paraméter értéke lépésekben történő változtatásának módszerét követtük. A rotációs sáv első két elemére elért jó illesztés után, most már minden paramétert rögzítve csatoltuk a feltételezett harmadik $\frac{9^+}{2}$ 3,0 MeV tagot.

A fenti eljárással mindkét energiára vonatkozó adatok esetén sikerült jó illesztést elérnünk a feltételezett alapállapotú sáv első két nívójára vezető szórási hatáskeresztmetszetekre.* Semmilyen határozottan jelentkező prolate-oblate effektust nem találtunk; egy ilyen jelentkezésének értékét különben is erősen csökkentenék az analízisnél felmerülő egyéb fontos kérdések (ilyen pl.: más gerjedő csatornák, spin stb. figyelembe nem vétele). Az alapállapotú rotációs sáv első két eleméhez tartozó szögeloszlásokat illesztő görbék paraméterei lényegében megegyeznek a XIV. táblázatban közöltekkel.

A $\frac{9^+}{2}$ 3,0 MeV nívónak, mint az alapállapotú rotációs sáv harmadik elemének illesztése nem járt sikerrel. A számított hatáskeresztmetszetek minden esetben legalább egy hármassal kisebbnek adódtak a mért értékeknél. Sem β_2 előjelének megváltoztatása, sem járulékos hexadekapól deformáció bevezetése nem változtatta meg lényegesen a nívóra számított hatáskeresztmetszetek nagyságát, mint ahogyan további nívóknak a modell keretén belüli figyelembevétele sem okozhat ilyen lényeges változást.

Az előbbi eredmények alátámasztják azokat a már előző vizsgálatokból leszűrt tapasztalatokat ([90], [88]), hogy a strong-coupling modell tiszta alapállapotú rotációs sávot feltételezve nem képes jól számot adni az inelasztikus szórási eredményekről. Nyitva marad ugyanakkor a kérdés, hogy az erős-csatolási modell alapgondolatát megtartva olyan számításokkal, melyek sávkeveredést is megengednek, a kísérletek és az elmélet által adott eredmények numerikus egyezése javítható-e jelentősen.

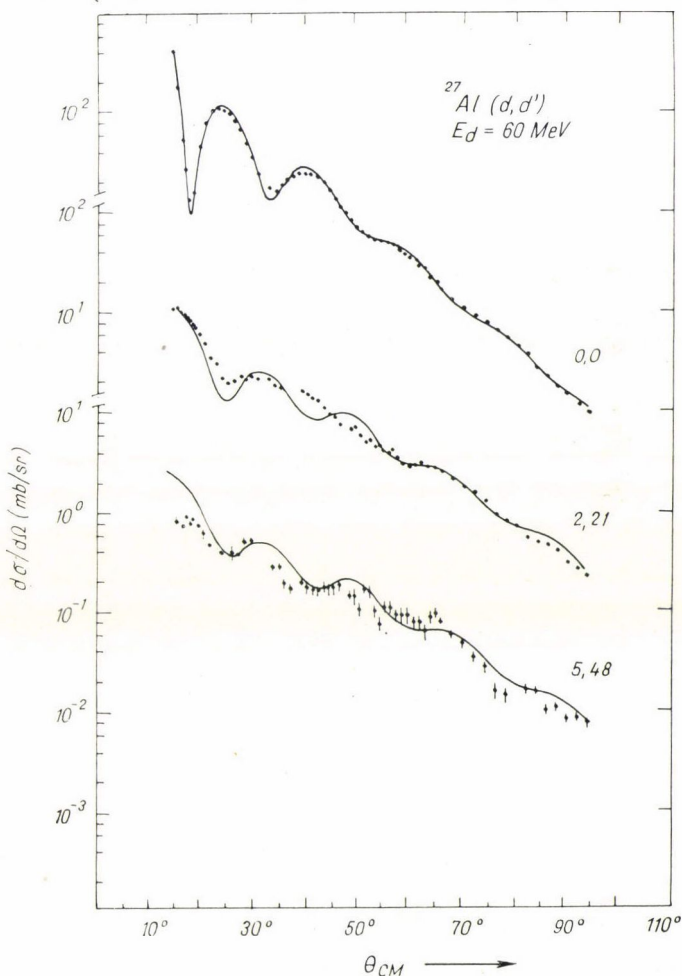
A rotációs-vibrációs modellben (35. ábra) a $\frac{9^+}{2}$ 3 MeV nívót a $K^\pi = \frac{9^+}{2}$ gamma-vibrációs állapotra épülő rotációs sáv fejének tekintik, míg az alapállapotú sáv harmadik eleme az 5,5 MeV gerjesztési energia körüli $\frac{9^+}{2}$ nívó lenne [86]. Erre a nívóra közelítőleg teljesül a $J(J+1)$ törvény.

Kísérleti spektrumainkban mindenütt egyértelműen jelentkező 5,5 MeV gerjesztési energiánál deuteron csoport. Ha most figyelembe vesszük, hogy a deuteron

* Itt jegyzem meg, hogy a 90 MeV bombázóenergiára vonatkozó ^{27}Al adatokat jülichi tartózkodásom lejártával előállott időhiány miatt nem én, hanem munkatársam K. T. Knöpfle értékelte ki teljesen hasonló gondolatmenet alapján. Ezeket az eredményeket a disszertációba nem vettem bele. A kapott eredmények mindenben megerősítették az általunk más energiákon találtakat, és a ^{24}Mg esetében tárgyaláshoz hasonló egységes kép megalkotásához vezettek [89].

inelasztikus szórás kísérletekben ilyen bombázó energiákon tapasztalat szerint általában kollektív tulajdonságokat mutató nívók gerjednek erősen, logikusnak tűnik azt javasolni, hogy az említett deuteronszoportot az alapállapotú rotációs sáv $\frac{9^+}{2}$ harmadik elemén történt szórásból származónak értelmezzük.

Csatorna-csatolások számításokat végeztünk az $\frac{5^+}{2}$ alap, a $\frac{7^+}{2}$ 2,21 MeV és a $\frac{9^+}{2}$ 5,5 MeV állapotok összecsatolásával. A számításokat az $\frac{5^+}{2} - \frac{7^+}{2}$ illesztésekben kapott paraméterekkel végeztük, azok semmilyen további szabad paramétert nem tartalmaztak. (A potenciál komplex részének mélységét változtattuk csupán



37. ábra.

Az $^{27}\text{Al}(d, d')$ $E_d = 60,6$ MeV eredmények és azok leírása a rotációs-vibrációs modellben

minimális mértékben ($\sim 0,1$ MeV), hogy elkerüljük a kevesebb állapot csatolásával kapott illesztések minőségének az újabb állapot hozzácsatolásával a dolgok természetéből következő romlását.) A kapott illesztéseket a 37. és 38. ábrák mutatják, a számítások paramétereit a XIV. táblázat foglalja össze.

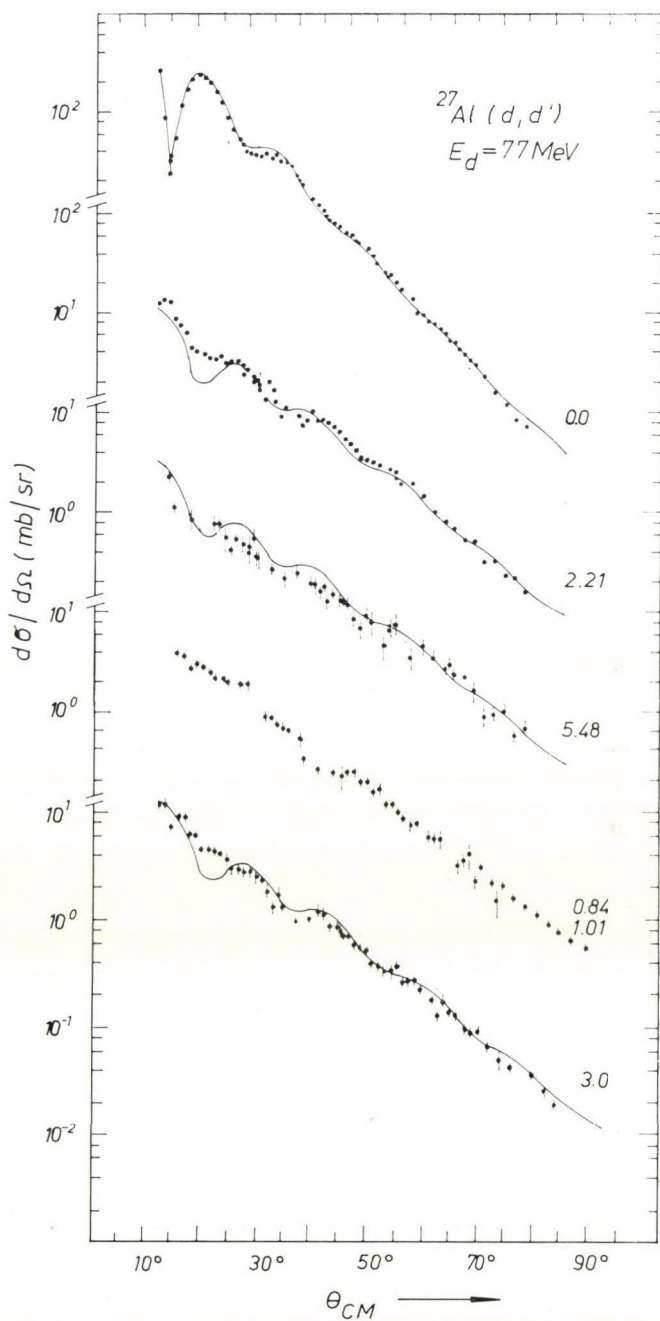
A számított görbék a mért hatáskeresztmetszet szögeloszlásokat jól leírják. (Az $E_d=60,6$ MeV bombázó energiánál a $2,21$ MeV nívó esetén $30-40^\circ$ között fellépő illesztetlenség oka az, hogy a target oxigén szennyeződésén elasztikusan szóródott deuteroncsúcs itt vonul át a szögeloszlásgörbén.) Az $5,5$ MeV-es deuteroncsoporthoz tartozó hatáskeresztmetszet görbe mind nagyságát tekintve, mind struktúrája szempontjából jól illesztett. Ez alátámasztja kiindulási hipotézisünket a nívó spinjére, paritására és értelmezésére vonatkozólag.

A deformációs paraméter értékére $|\beta_2|=0,22\pm 0,02$ -t kaptuk. Ez valamivel kisebb, mint az előzőleg más vizsgálatokból adódott $|\beta_2|=0,27\pm 0,03$ érték [85], [86]. β_2 előjelével kapcsolatos effektust most sem találtunk. Ez valószínűleg a deformáció kis értékével (a magasabb rendű folyamatok részaránya kicsi) és a kísérleti hatáskeresztmetszetek kevéssé strukturált voltaival magyarázható.

A számításokból következő legjobb illesztő paraméterek ismét konzisztenciát mutatnak a különböző bombázó energiákon, a deformációs paraméter értéke pedig energiafüggetlennek adódott. Ezek az eredmények ismét az analízis nem véletlen-szerű sikerét valószínűsítik.

A $\frac{9^+}{2}$ $3,0$ MeV nívó a rotációs-vibrációs modellben a $K=2+\frac{5}{2}$ rotációs sáv feje. Bár a rendelkezésünkre álló JUPITOR—1 coupled-channel kódban nincs lehetőség a páratlan magok vibrációs nívóit az alapállapot rotációs sávval egyidejűleg figyelembe venni, mégis a modellfeltevés helyességének valószínűsítésére elvégezhettünk egy egyszerű számolást. Tudva ugyanis, hogy a vizsgált mag deformációja kicsi, feltehetőleg nincsen a többlépéses folyamatoknak olyan lényeges szerepük, mint az erősen deformált ^{24}Mg esetében volt. Ezért remélhetjük, hogy a $\frac{9^+}{2}$ $3,0$ MeV nívóra vonatkozó hatáskeresztmetszetre jó közelítést kaphatunk akkor is, ha az alapállapot deformációjától a számítások végrehajthatósága kedvéért eltekintünk. A 38. ábra ilyen számítás eredményét mutatja a szóban forgó állapotra. A görbék jól illesztik a kísérletileg mért elosztásokat és a $\beta_3 = 0,3$ csatolási paraméter ugyanannak adódott minden energián.

Az előbbi tapasztalatok, és az a tény, hogy $4,5$ MeV gerjesztési energiánál jól elkülönülő deuteroncsoportot találtunk, szervesen illeszkednek a rotációs-vibrációs modellbe. Ez a $4,5$ MeV energiánál gerjedő nívó lenne ugyanis a $K^\pi=\frac{9^+}{2}$ gamma vibrációs sáv második, $\frac{11^+}{2}$ spin-paritású eleme. Sajnos a második vibrációnak tekintett sávról, a $0,84$ MeV és az $1,01$ MeV nívók kísérleteinkben való felbontatlansága miatt semmilyen kijelentést nem tehetünk. E sáv harmadik elemének gondolt $\frac{5^+}{2}$ $2,71$ MeV állapothoz tartozó deuteroncsoportot (mint azt már részleteztük) spektrumainkban nem találtuk meg, egyezéskben a rotációs-vibrációs modellből kvalitatíve következő ténnyel, mely szerint ezen az állapoton való szórásnál a többlépéses folyamatoknak jutna a főszerep.



38. ábra.

Az $^{27}\text{Al} (d, d')$ $E_d = 77,3 \text{ MeV}$ eredmények és azok leírása a rotációs-vibrációs modellben

Mérési eredményeink előbbi analízise a ^{27}Al magra javasolt három modell közül egyértelműen előnyben részesíti a mag szerkezetének a rotációs-vibrációs kép alapján való megközelítését. A modell keretén belül az alapállapotú rotációs sáv három elemére vonatkozó hatáskeresztmetszet-elosztásokat jól leírtuk, feltételezve, hogy az 5,5 MeV gerjesztési energiánál talált deuteroncsoport e sáv harmadik $\frac{9+}{2}$ nívóján szóródott részecskékből áll. Bár nem volt módunkban a többi kísérletileg kapott hatáskeresztmetszet-görbének a modell keretén belüli számításokkal való szigorú ellenőrzése, az eredmények jellege sehol sincs ellentmondásban az e kép alapján várttal.

Köszönetnyilvánítás

A disszertáció megírásának lehetőségéért elsősorban *C. Mayer-Böricke* professzor úrnak, a Jülich-i KFA Magfizikai Intézete vezetőjének és *Marx György* akadémikusnak tartozom köszönettel. *Hrehuss Gyula* kandidátus és *Seres Zoltán* fizikus kollégáimnak a szoros és eredményes munkatársi kapcsolatot köszönöm.

I. TÁBLÁZAT

A jülich-i izokrón ciklotron (JULIC) főbb jellemzői

1. A ciklotron

Mágnes: pólusméret (átmérő): 330 cm; $R_{\text{külső}} = 154$ cm;
 pólustávolság: min.: 8,4 cm; Max. térerősség: 19,2 kG;
 max.: 24 cm; Max. térerősség: 7 kG;
 átlagos térerősség R_{max} -nál; 13 kG;
 mágnesáram relatív stabilitása: $\pm 10^{-5}$;
 súlya: 712 tonna;
 teljesítmény: 62 kW; vízhűtés;
 Ionforrás: Livingstone típusú;
 Gyorsító rendszer:
 gyorsító elektróda: 3 db; szélessége: 40° ;
 nyalábnyílás: 2,4 cm;
 hangolás: durván mágneses pólusokkal;
 finoman korrekciós tekercsekkel;
 oszcillátor frekvencia: 20–30 MHz; stabilitás: $8,10^{-6}$
 pályafrekvencia: 3,3–10 MHz;
 energianyereség/fordulat: 200–240 kV/fordulat;
 RF teljesítmény (max.): 60 kW;
 nyalábkihúzó rendszer: egyenáramú elektrosztatikus deflektor, teljesen
 árnyékoló koaxiális vas csatorna (aktív kompenzáció); fókuszáló
 mágneses csatorna a tér szélén.

2. Külső nyaláb

A külső nyaláb energiája és max. intenzitása:
 proton 22,5–45 MeV $> 5 \mu\text{A}$
 deuteron 45,0–90 MeV $> 10 \mu\text{A}$
 ^3He 67,0–135 MeV $> 5 \mu\text{A}$
 ^4He 90,0–180 MeV $> 5 \mu\text{A}$
 Energia szórás: 0,3 %
 Energia szórás: 0,3 %
 Emittancia (80 % intenzitásra)
 axiális: 20 mm, mrad;
 radiális: 10–20 mm, mrad;

II. TÁBLÁZAT

A mérésekben felhasznált targetek tulajdonságai

Izotóp	Vastagság	Izotóparány	Megjegyzés
^{24}Mg	$0,81 \frac{\text{mg}}{\text{cm}^2}$	99,9% (dúsított)	Önhordó fólia: rápárolgatás után távolították el a hátlapot. Előállító: Oak Ridge National Lab. (ORNL)
^{24}Mg	$3,48 \frac{\text{mg}}{\text{cm}^2}$	99,9% (dúsított)	Hengerelt fém fólia; Előállító: ORNL
^{27}Al	$1,80 \frac{\text{mg}}{\text{cm}^2}$	100% (természetes)	Hengerelt fém fólia
^{12}C	$3,21 \frac{\text{mg}}{\text{cm}^2}$	98,6% (természetes)	Önhordó tömörített fólia

III. TÁBLÁZAT

Mérések az ^{24}Mg targetmagon

Bombázó deuteron energia (MeV)	Mérési szögtartomány (laborszög)	Szög lépésköz
$60,6 \pm 0,4$	$\vartheta = (11^\circ - 100^\circ)$	$(11^\circ - 35^\circ); \Delta\vartheta = 0,5^\circ$ $(35^\circ - 70^\circ); \Delta\vartheta = 1^\circ$ $(70^\circ - 100^\circ); \Delta\vartheta = 2^\circ - 5^\circ$
$77,3 \pm 0,4$	$\vartheta = (11^\circ - 100^\circ)$	$(11^\circ - 35^\circ); \Delta\vartheta = 0,5^\circ$ $(35^\circ - 70^\circ); \Delta\vartheta = 1^\circ$ $(70^\circ - 100^\circ); \Delta\vartheta = 2^\circ - 5^\circ$
$90,0 \pm 0,5$	$\vartheta = (11^\circ - 100^\circ)$	$(11^\circ - 35^\circ); \Delta\vartheta = 0,5^\circ$ $(35^\circ - 70^\circ); \Delta\vartheta = 1^\circ$ $(70^\circ - 100^\circ); \Delta\vartheta = 2^\circ - 5^\circ$
60	$\vartheta = (11^\circ - 75^\circ)$	
62	$= (11^\circ - 75^\circ)$	
64	$= (11^\circ - 75^\circ)$	
66	$= (11^\circ - 64^\circ)$	$(11^\circ - 35^\circ); \Delta\vartheta = 0,5^\circ$
68	$= (11^\circ - 75^\circ)$	
70	$= (11^\circ - 75^\circ)$	$(35^\circ - 75^\circ); \Delta\vartheta = 5^\circ$
72	$= (11^\circ - 75^\circ)$	
74	$= (11^\circ - 75^\circ)$	
76	$= (11^\circ - 65^\circ)$	
78	$= (11^\circ - 75^\circ)$	
80	$= (11^\circ - 75^\circ)$	

IV. TÁBLÁZAT

Mérések a ^{12}C magon

Bombázó deuteron energia (MeV)	Mérési szögtartomány (laborszög)	Szög lépésköz
$60,6 \pm 0,4$	$\vartheta = (11^\circ - 80^\circ)$	
$77,3 \pm 0,4$	$(11^\circ - 85^\circ)$	$(11^\circ - 30^\circ); \Delta\vartheta = 0,5^\circ$
$90,0 \pm 0,5$	$(11^\circ - 85^\circ)$	$(30^\circ - 85^\circ); \Delta\vartheta = 1^\circ$

V. TÁBLÁZAT

Mérések az ^{27}Al targetmagon

Bombázó deuteron energia (MeV)	Mérési szögtartomány (laborszög)	Szög lépésköz
$60,6 \pm 0,4$ $77,3 \pm 0,4$	$\vartheta = (11^\circ - 100^\circ)$ $\vartheta = (11^\circ - 100^\circ)$	$\vartheta = (11^\circ - 35^\circ); \Delta\vartheta = 0,5^\circ$ $\vartheta = (35^\circ - 70^\circ); \Delta\vartheta = 1^\circ$ $\vartheta = (70^\circ - 100^\circ); \Delta\vartheta = 2^\circ$

VI. TÁBLÁZAT

Az $E_d = 66,6, 77,3$ és 90 MeV ^{24}Mg (d, d') kísérleti eredményeket csatornacsatolásokkal legjobban illesztő görbék paraméterei

E_d (MeV)	V (MeV)	r_0 (fm)	a (fm)	W_d (MeV)	\bar{r}_0 (fm)	\bar{a} (fm)	r_c (fm)	β_2
60,6	66,13	1,25	0,63	11,21	1,18	0,83	1,3	$0,41 \pm 0,1$
77,3	63,21	1,25	0,66	12,42	1,13	0,82	1,3	$0,40 \pm 0,1$
90,0	61,07	1,25	0,69	11,89	1,10	0,82	1,3	$0,40 \pm 0,1$

Csatolási paraméterek a K^π sávban ($\pm 0,1$)

	2^+	0^+	0^-	3^-
60,6	0,17	0,10	0,14	0,20
77,3	0,16	0,10	0,14	0,18
90,0	0,17	0,10	0,14	0,17

VII. TÁBLÁZAT

Az $E_d = 60 - 80$ MeV ^{24}Mg (d, d') 0_0^+ és 2_0^+ mérési eredményeket illesztő csatorna-csatolásokkal kapott görbék paraméterei

E_d (MeV)	V (MeV)	W_D (MeV)	a (fm)	\bar{a} (fm)	r_0 (fm)	\bar{r}_0 (fm)	r_c (fm)	β_2
60	66,23	10,77	0,63	0,83	1,25	1,18	1,3	0,40
62	65,89	11,28	0,63	0,83	1,25	1,18	1,3	0,40
64	65,54	11,39	0,64	0,83	1,25	1,17	1,3	0,40
66	65,20	11,25	0,64	0,83	1,25	1,17	1,3	0,40
68	64,85	11,58	0,64	0,83	1,25	1,16	1,3	0,40
70	64,51	11,56	0,65	0,83	1,25	1,16	1,3	0,40
72	64,17	11,91	0,65	0,83	1,25	1,15	1,3	0,40
74	63,82	11,84	0,66	0,82	1,25	1,14	1,3	0,40
76	65,48	12,39	0,66	0,82	1,25	1,14	1,3	0,40
78	63,13	12,03	0,67	0,82	1,25	1,14	1,3	0,40
80	62,79	12,29	0,67	0,82	1,25	1,13	1,3	0,40

XI. TÁBLÁZAT

A ^{24}Mg deformációjára a különböző módszerekkel kapott eredmények összehasonlítása

β_2	β_4	$\delta_2(\beta_2 R)$	$Q_{20}(\text{fm}^2)$	Módszer	Ref.
,40 \pm ,01		1,44	57,4	(d, d') $E_d=60,6, 77,3, 90$ MeV coupled-channel; AS;	jelen munka
,39 \pm ,01	-,015 \pm \pm ,015	1,36	56,8	(α , α') $E_\alpha=104$ MeV; coupled-channel; AS;	[10]
,34		1,72	49,2	(α , α') $E_\alpha=17,5$ MeV; coupled-channel; AS;	[6]
,39	0,0	1,55		(α , α') $E_\alpha=50-119$ MeV; coupled-channel; AA;	[40]
,35		1,68	50,6	(α , α') $E_\alpha=42$ MeV; DWBA	[50]
,40	0,05	1,80	57,4	(α , α') $E_\alpha=15,4-19,1$ MeV; coupled-channel; AS;	[44]
,42		1,34	60,0	(d, d') $E_d=26$ MeV; coupled-channel; AS;	[20]
,47	-,50 \pm ,08	1,65	63,7	(p, p') $E_D=17,5$ MeV; coupled-channel; AS;	[91]
,37		1,17		(p, p') $E_p=49,5$ MeV; coupled-channel; AA;	[51]
,42		1,33		(p, p') $E_p=49,5$ MeV; coupled-channel; AS;	[51]
,53 \pm ,05			73,7	(n, n') $E_n=14$ MeV; coupled-channel; AS;	[92]
,45	-,06		60,7	(c, c') $E_c=183,250$ MeV	[47]
,40 \pm ,02		1,32		(^3He , $^3\text{He}'$) $E_{\text{He}^3}=29$ MeV; DWBA;	[69]
			64,0	B(E2, 0 $^+$ \rightarrow 2 $^+$) gamma átmenetek;	[8]
			84,0	Q(2 $_0^+$)	[93]
,433				(d, d') polarizált deuteron, $E_d=12,1$ MeV; coupled-channel; AS;	[14]
,36	0,16			(α , α') $E_\alpha=16,65$ MeV; DWBA + Hauser-Feshbach;	[94]
,36	0,08			AS; coupled-channel; + Hauser-Feshbach;	
			55,0	HF; imp. mom. projected; AS;	[95]
,33			75,0	HF; imp. mom. projected; AS;	[46]
			66,5	HF;	[96]
			61,3	HF;	[62]
,255			35,5	HFB;	[60]

AS: axiálszimmetrikus; AA: axiálszimmetrikus; HF; Hartree-Fock; HFB: HF-Bogoliubov;

XIII. TÁBLÁZAT

A ^{12}C deformációjára különböző módszerekkel kapott eredmények összehasonlítása

Módszer (d, d'); CC; $E_d=60,6$ 77,3 MeV 90,	β_2 $-0,47 \pm 0,02$	Q_{20} (fm 2) $-20,8 \pm 0,6$	Ref. jelen uunka
$B(E, 2)$	0,46 $B(E, 2)$		[70]
(e, e'); $E_e=183,250$ MeV	-0,5		[74]
(p, p'); $E_p=40$ MeV	0,60		[97]
(p, p'); DWBA; $E_p=46$ MeV	0,61		[98]
(d, d'); DWBA; $E_d=52$ MeV	0,57		[2]
(d, d'); DWBA; $E_d=80$ MeV	0,47		[3]
(d, d'); $E_d=70$ MeV	0,47		[99]
($^3\text{He}, ^3\text{He}$); DWBA; $E_{^3\text{He}}=100$ MeV	0,51		[100]
(α, α'); CC; $E_\alpha=104$ MeV	$-0,29 \pm 0,02$	$-12,7 \pm 0,5$	[71]
(α, α'); DWBA; $E_\alpha=139$ MeV	0,46		[73]
Hartree—Fock	-0,38	-15,6	[98]
Hartree—Fock	-0,38	-17,3	[101]
Hartree—Fock	-0,33	-16,5	[102]
Hartree—Fock	-0,38	-20,4	[96]
alfa—cluster modell	-0,83	-43,0	[103]

VIII. TÁBLÁZAT

Az $E_d=60\text{--}80$ MeV ^{24}Mg (d, d') kísérletekben kapott integrált hatáskeresztmetszetek

Bombázó energia	Integrálási CM szögtartomány	Integrált hatáskeresztmetszetek az E_x deuteronsoporra (mbarn)						
		E_x (MeV)=0,0 $\times 10^3$	1,37 $\times 10^3$	4,18 $\times 10^2$	5,22* $\times 10$	6,01 $\times 10$	7,60 $\times 10^2$	8,4 $\times 10^2$
60	18°—66°	4,71	1,71	2,69	18°—47° 1,93	8,95	1,50	1,19
62	17°—65°	4,46	1,58	2,40	17°—46° 2,37	8,76	1,44	1,29
64	17°—64°	4,52	1,52	2,40	17°—45° 2,43	8,38	1,24	1,18
66	17°—63°	4,80	1,49	2,21	17°—44° 2,02	8,87	1,28	1,14
68	16°—62°	4,86	1,48	2,32	16°—44° 1,84	7,76	1,22	1,21
70	16°—61°	5,08	1,54	2,25	16°—43° 1,58	8,01	1,20	1,22
72	16°—60°	5,03	1,47	2,12	16°—42° 2,12	8,18	1,17	1,15
74	16°—59°	5,21	1,48	2,10	16°—42° 2,01	8,17	1,15	1,14
76	15°—58°	5,12	1,42	2,00	15°—41° 1,45	7,53	1,10	1,11
78	15°—57°	5,36	1,46	2,10	15°—40° 1,65	7,90	1,24	1,16
80	15°—55°	5,40	1,39	2,00	15°—40° 1,82	7,51	1,13	1,25
Statistikus hiba		0,1%	0,2%	0,5%	1%	1%	4%	1%

* Az 5,22 MeV energiához tartozó hatáskeresztmetszeteket a nagyobb szögekben fellépő nagy statisztikus hiba miatt a jelzett kisebb szögtartományra integráltuk csupán.

IX. TÁBLÁZAT

A mérési eredmények normalizációjának szerpe a kollektív szórási modell csatornacsatolós módszerével analizált kísérletekből levont következtetésekből.

($E_d = 60,6$ és $90,0$ MeV ^{24}Mg (d, d') $0_0^+ \rightarrow 2_0^+$ csatolási séma szerint végrehajtott számítások eredményei.)

E_d (MeV)	Norm.	V (MeV)	W_d (MeV)	a (fm)	\bar{a} (fm)	r_0 (fm)	\bar{r}_0 (fm)	β_2	χ^2/F
60,6	0,8	66,85	12,26	0,63	0,83	1,25	1,18	0,406	5,5
	0,9	66,57	11,74	0,63	0,83	1,25	1,18	0,407	3,8
	1,0	66,13	11,21	0,63	0,83	1,25	1,18	0,408	3,4
	1,1	65,42	10,68	0,63	0,83	1,25	1,18	0,410	3,1
	1,2	63,45	9,98	0,63	0,83	1,25	1,18	0,412	3,8
90,0	0,8	63,03	13,56	0,69	0,82	1,25	1,10	0,400	2,9
	0,9	62,11	12,70	0,69	0,82	1,25	1,10	0,399	2,1
	1,0	61,10	11,90	0,69	0,82	1,25	1,10	0,402	3,1
	1,1	60,65	11,16	0,69	0,82	1,25	1,10	0,400	2,5
	1,2	60,02	105,7	0,69	0,82	1,25	1,10	0,400	3,2

X. TÁBLÁZAT

Az ^{24}Mg (d, d') $E_d = 60,6$ és $77,3$ MeV $0_0^+, 2_0^+$ nivókra vonatkozó eredményeket negatív sztatikus kvadrupóldeformáció feltételezésével legjobban illesztő görbék paraméterei

E_d (MeV)	V (MeV)	W_d (MeV)	a (fm)	\bar{a} (fm)	r_0 (fm)	\bar{r}_0 (fm)	r_c (fm)	β_2
60,6	64,36	10,97	0,63	0,83	1,25	1,18	1,3	-0,45
77,3	63,21	12,42	0,66	0,82	1,25	1,13	1,3	-0,40

XII. TÁBLÁZAT

Az $E_d = 60,6$ MeV, $77,3$ MeV és $90,0$ MeV ^{12}C (d, d') kísérleti eredményeket a csatorna-csatolós számításokkal legjobban leíró görbék paraméterei

E_d (MeV)	V (MeV)	W_D (MeV)	a (fm)	\bar{a} (fm)	r_0 (fm)	\bar{r}_0 (fm)	β_2 ($\pm 0,01$)	β_{0+} ($\pm 0,02$)	β_3 ($\pm 0,01$)
60,6	66,52	12,80	0,64	0,65	1,25	1,16	-0,47	0,26	0,2
77,3	66,12	13,97	0,63	0,65	1,25	1,17	-0,47	0,28	0,2
90,0 ($r_c = 1,3$ fm)	64,55	16,02	0,64	0,70	1,25	1,11	-0,46	0,28	0,2

XIV. TÁBLÁZAT

Az ^{27}Al (d, d') $E_d = 60,6$ és $77,3$ MeV eredményeket legjobban illesztő görbék paraméterei

E_d (MeV)	V (MeV)	W_D (MeV)	a (fm)	\bar{a} (fm)	r_0 (fm)	\bar{r}_0 (fm)	β_2	$\beta_{\text{vib}}\left(\frac{9}{2}^+; 3 \text{ MeV}\right)$
60,6	70,65	16,74	0,65	0,71	1,25	1,14	0,22	0,33
77,3 ($r = 1,3$ fm)	67,54	16,27	0,73	0,77	1,25	1,08	0,22	0,30

IRODALOM

1. E. W. Hamburger, Nucl. Phys. 50 66, (1964).
2. F. Hinterberger, G. Mairle, U. Schmidt-Rohr, and G. J. Wagner and P. Turek, Nucl. Phys. A 115, 570, (1968).
3. G. Duhamel, L. Marcus, H. Langevin-Joliot, J. P. Didelez, P. Nareoni, et C. Stephan, Nucl. Phys. A 174 485, (1971).
4. P. E. Hodgson, Advan. Phys. 15, 329, (1966).
5. A. G. Drentje and J. D. A. Roeders, Phys. Lett. 32 B 356, (1970).
6. T. Tamura, Nucl. Phys. 73 241—255, (1965).
7. C. J. Wagner, G. Mairle, and U. Schmidt-Rohr, Nucl. Phys. A 125 80, (1969).
8. D. Branford, A. C. Mo Gough and I. F. Wright: Lifetime and Branching Ratio Measurements on the $K^\pi=0^+$ and $K^\pi=2^+$ ^{24}Mg Rotational Levels (to be published in Nucl. Phys. and Preprint of Manchester University).
9. D. Branford and I. F. Wright, Nucl. Instr. and Meth. 106, 437—443, (1973).
9. Kiss Ádám és Deák Ferenc: A csatornacsatolások módszer alkalmazása kollektív magállapotokon történő részecskeszórásra. Magyar Fizikai Folyóirat, 23, 1975.
10. H. Rebel, G. W. Schweimer, G. Schatz, J. Specht, R. Lökken, G. Hauser, D. Habs and H. Klewe-Nebénius, Nucl. Phys. A 182 145—173, (1972).
11. C. Ling, D. Bodansky, J. R. Calarao and J. M. Cameron, Phys. Rev. C 1622, (1972).
12. F. Hinterberger, G. Mairle, U. Schmidt-Rohr, G. J. Wagner and P. Turek, Nucl. Phys. A 111, 165, (1968).
13. G. Heil, G. Klier and H. Wilsch, Nucl. Phys. A, 191 489, (1972).
14. R. C. Brown, J. A. R. Griffith, O. Karban, S. Roman and J. Singh, Nucl. Phys. A 191, 663, (1972).
15. E. G. Auld, D. G. Crabb and J. C. Mo Ewen, and L. Bird, C. Whitehead and E. Wood, Nucl. Phys. A 101, 65—80, (1967).
16. R. K. Jolly, Phys. Rev. 139B 318, (1965).
17. J. K. Dickens, F. G. Perey and G. P. Satchler, Nucl. Phys. 73, 529—538, (1965).
18. D. Dehnhard and Norton M. Hintz, Phys. Rev. C1 p. 460. (1970).
19. T. Tamura and R. K. Jolly, Phys. Lett. 18 295, (1965).
20. H. R. E. Tjin, A. Djie, K. Nulder, F. Udo, A. Groenevald, L. A. Ch. Koerts, A. D. Hill and P. E. Hodgson, Nucl. Phys. A 106 85, (1968).
21. H. Timel, Kerntechnik 12 663, 1968.
22. H. Timel, P. Wucherer, Proc. Fifth Int. Cycl. Conf., Oxford, 1969. p. 100.
23. W. Kuhlmann, J. Bojowald, C. Mayer-Böricke and J. Reich. Proc. Fifth Int. Cycl. Conf., Oxford, 1969. p. 348.
24. C. Mayer-Böricke, Jülich isochronous cyclotron (JULIC) Isochronous cyclotrons—1969, compiled by F. T. Howard, Oak Ridge National Laboratory.
25. C. Mayer-Böricke, Jül.-Report—665—KP—(1970).
26. J. Reich, C. Mayer-Böricke, KFA Jülich, Institut für Kernphysik, Jahresbericht 1969 s. 14—15.
27. J. Reich, privát konzultáció.
28. B. Duelli, G. Mairle, U. Schmidt-Rohr, P. Turek und G. Wagner, Zeitschrift für Naturforschung 21, 969, (1966).
29. G. Riepe and D. Protič, Nucl. Instr. and Met. 101, 55—60 és 77—83, (1972).
30. G. Riepe privát konzultáció.
31. A. H. Rosenfeld Rev. Mod. Phys. 39, 1, (1967).
31. F. S. Goulding, D. A. Landis, J. Cerny and R. H. Pehl, IEEE Trans. on Nuclear Science, Ns—11(3):388, June 164.
32. Z. Seres and A. Kiss: Automatic Analysis of Charged Particle Amplitude Spectra (Közlés alatt: Nuclear Instruments and Methods).
33. A. L. Connelly and H. W. Black, Nucl. Instr. and Meth. 82, 141—148, (1970).
34. J. T. Routti and S. G. Prussin, Nucl. Instr. and Meth. 72, 125 (1969).
35. H. E. Gove in Nuclear Reactions, P. M. Endt and M. Demeur, eds., North Holland, Amsterdam and Interscience, New York, 1959. Vol. 1, p. 259.
36. T. Tamura, Computer program JUPITOR—1 for coupled-channel calculation ORNL—4152.
37. H. Rebel and G. W. Schweimer, KFK-Report 1333.
38. H. Rebel: Habilitationsschrift, KFK-Report 1397.
39. J. S. Blair, Lectures in Theoretical Physics, Vol. VIII. c. (Boulder 1965), Colorado Press (p. 343—443).

40. *M. Read*, Thesis, University of California, UCRL—18 414.
41. *G. R. Satchler*, Lectures in Theoretical Physics, Vol. VIII o. (Boulder 1965), Colorado Press, p. 73—175.
42. *J. Raynal*, Cen-Saclay Boite Postale No 2, 91 GIF—SUR—YVETTE, France Optical Model Program „MAGALI”, unpublished.
43. *T. Tamura*, Rev. Mod. Phys. 37 679—708, (1965).
44. *K. A. Eberhard and D. Robson*, Phys. Rev. C3 149, (1971).
45. *A. Kuehner and E. Almquist*, Bull. Am. Phys. Soc. 10 37, (1965).
46. *P. U. Sauer, A. Faessler, H. H. Wolter and M. M. Stingl*, Nucl. Phys. A 125 257—266, (1969).
47. *Y. Horikawa, Y. Torizuka, A. Nakada, S. Mitsunobu, Y. Kojima and M. Kimura*, Phys. Lett. 36B 9, (1971).
48. *R. W. Ollerhead, J. A. Kuchner, R. J. A. Levesque and E. W. Blackmore*, Can. J. Phys. 46, 1381—1401, 1968.
49. *P. M. Endt and C. Van Der Leun*, Nucl. Phys. A 105, 1, (1967).
50. *I. M. Naquib and J. S. Blair*, Phys. Rev. 165, 1250, (1968).
51. *A. A. Rush and N. K. Ganguly*, Nucl. Phys. A 117, 101, (1968).
52. *D. Branford, N. Gardner and I. F. Wright*, Phys. Lett. 36B 456, (1971).
53. *S. W. Robinson and R. D. Bent*, Phys. Rev. 168, 1266, (1968).
54. *B. Lawergren and I. J. Taylor*, and *M. Nessim*, Phys. Rev. C1 991, (1970).
55. *G. Ripka*, Advances in Nuclear Physics, Vol. I. edited by *M. Baranger and E. Voigt* (Plenum Press, Inc., New York, 1968).
56. *M. K. Banerjee, C. A. Levinson and G. J. Stephenson*, Phys. Rev. 178, 1709—1714, (1969).
57. *B. Castel and J. C. Parikh*, Phys. Rev. C1 990, 1970.
58. *B. Castel, I. P. Johnstone, B. P. Singh and J. C. Parikh*, Nucl. Phys. A1 57 137—144, (1970).
59. *I. Kelson*, Phys. Rev. Lett 26 1386, 1971.
60. *K. Goetze and Armand Faessler and H. H. Wolter*, Nucl. Phys. A 183 352—370, (1972).
61. *W. F. Ford and R. C. Braley and J. Bar-Tow*, Phys. Rev. C4 2099, (1971).
62. *R. R. Whitehead and A. Watt*, Phys. Lett. 35B 189, (1971).
63. *H. Rebel*, Nucl. Phys. A180 332—336, (1972).
64. *N. Austern and J. S. Blair*, Annals of Physics 33 15, (1965).
65. *P. P. Singh, M. D. High, R. E. Melmin and D. W. Devins*, Nucl. Phys. A163 289, (1971).
66. *K. T. Knöpfle*, privát konzultáció.
67. *G. M. Crawley and G. T. Carvey*, Phys. Rev. 160, 981—996, (1967).
68. *S. Dahlgren, D. Hasselgren, B. Höistad, A. Ingemarsson, A. Johansson, P. U. Renberg, O. Sundberg and G. Tibell*, Nucl. Phys. A90 673—695, (1967).
69. *R. J. Griffiths*, Nucl. Phys. A102, 329—336, 1967.
70. *P. H. Stelson and L. Grodzins*, Nucl. Data A1, 21, (1965).
71. *J. Specht, G. W. Schweimer, H. Rebel and G. Schatz and R. Löhken and G. Hauser*, Nucl. Phys. A171 65—72, (1971).
72. *P. D. Creaves, V. Hnizdo, J. Lowe and O. Karban*, Nucl. Phys. A179, 1—22, (1972).
73. *S. M. Smith, G. Tibell, A. A. Cowley, D. A. Goldberg, H. G. Pugh, W. Reichart and N. S. Wall*, Nucl. Phys. A207 273—289, (1973).
74. *A. Nakada and Y. Torizuka and Y. Horikawa*, Phys. Rev. Lett. 27, 745, (1971).
75. *H. Friedrich, L. Satpathy and A. Weiguny*, Phys. Lett. 36B 189, (1971).
76. *G. M. Reynolds, D. E. Rundquist and R. M. Pochar*, Phys. Rev. C3 442, (1971).
77. *N. De Takacsy and S. Das Gupta*, Phys. Lett. 33B 556, (1970).
78. *M. Bouten, M. C. Bouten and B. Caurier*, Nucl. Phys. A193 49—59, (1972).
79. *H. Niewodniczanski, J. Nurzynski, A. Strolkowski, J. Wilczyński, J. R. Rook and P. E. Hodgson*, Nucl. Phys. 55, 386—396, (1964).
80. *A. G. Blair, C. Classhauser and R. De Swiniarski, J. Gouderguess, R. Lombard, B. Mayer and J. Thirion and P. Vagomov*, Phys. Rev. C1 444, (1970).
81. *W. Bohne, H. Fuchs, K. Grabish, N. Hagen, H. Homeyer, U. Janetzky, H. Lettau, K. H. Maier, H. Morgenstern, H. Pietrzyk, G. Röscher and J. A. Scheer*, Nucl. Phys. A131, 273—304, (1969).
82. *P. J. M. Smulders, C. Broude and J. F. Scharpey-Schafer*, Can. J. Phys. 46 261, (1968).
83. *O. Hausser, D. Pelte and J. F. Scharpey-Schafer*, Can. J. Phys. 46, 1145, (1968).
84. *F. B. Malik and W. Scholz*: Nuclear Structure. North-Holland. 1967. p. 34.
85. *D. Dahnhard*, Phys. Lett. 38B 389, (1972).
86. *H. Röpke, V. Glattes and G. Hammel*, Nucl. Phys., A156, 477—488, (1970).
87. *B. H. Wildenthal and J. B. Mc Grory*, Phys. Rev. C7 714, (1973).
88. *G. M. Crawley and G. T. Garvey*, Phys. Rev. 167, 1070, (1968).

89. *K. T. Knöpfle, Á. Kiss, M. Rogge, U. Schwinn, P. Turek, C. Mayer-Böricke*, Proceedings of the International Conference on Nuclear Physics, Munich, Aug. 27.—sept. 1. 1973. Vol. 1. Contributed Papers, p. 138.
90. *K. T. Knöpfle, Á. Kiss, M. Rogge, U. Schwinn, P. Turek, C. Mayer-Böricke*: (Publikálás alatt).
90. *G. M. Crawley and G. T. Garvey*, Phys. Lett. 19, 228, (1965).
91. *R. de Swinarsky, C. Glashauser, D. L. Hendria, J. Sherman, A. D. Bacher and E. A. Mc Clatchie*, Phys. Rev. Lett. 23, 317, (1969).
92. *P. H. Stelson, R. L. Robinson, H. J. Kim, J. Rapaport and G. R. Satchler*, Nucl. Phys. 68, 97—140, (1965).
93. *O. Häusser, B. W. Hooten, D. Pelte, T. K. Alexander and H. C. Evans*, Can. J. Phys. 48, 35, (1970).
94. *Gregory S. McNeilly, W. J. Thompson, W. I. Van Rij and N. P. Heydenburg*, Nucl. Phys. A204, 321, (1973).
95. *J. C. Parikh*, Phys. Lett. 25B 181, (1967).
96. *J. Žofka and G. Ripka*, Phys. Lett. 34B 10, (1971).
97. *M. P. Fricke and G. R. Satchler*, Phys. Rev. 139, B 567, (1965).
98. *P. U. Sauer*, Proc. Int. School of Physics, Enrico Fermi, Course XL Academic Press, New York, 1967.
99. *G. H. Harrison*, thesis, University of Maryland, 1973. nem közölt és privát konzultáció.
100. *D. A. Goldberg, S. M. Smith and H. D. Holmgren*, Bull. Am. Phys. Soc. 17, 896, (1972).
101. *S. J. Krieger*, Phys. Rev. C1 76, (1970).
102. *J. Eichler and A. Faessler*, Nucl. Phys. A157, 166—176. (1970).
103. *D. M. Brink, H. Friedrich, A. Weiguny and C. W. Wong*, Phys. Lett. 33B 143, (1970).

A SZEKUNDER IONEMISSZIÓ ALKALMAZÁSA A SZILÁRD TESTEK KÉMIAI ANALIZISÉBEN*

RIEDEL MIKLÓS
ELTE, Radiológiai Tanszék

TARTALOM

1. Bevezetés (A szilárd test tömegspektrometria problémái, a SIMS előnyei, hátrányai).....	539
2. A szekunder ionemisszió (ion porlasztás, a porlasztott részek ionizációjának jellemzése, a szekunder ionizációt leíró elméletek)	540
3. A SIMS készülékek felépítése (típusok, sputtering ionforrás, tömeganalizátorok)	544
4. Kvantitatív és kvalitatív analitikai alkalmazások	546
4.1. Kvalitatív analízis (anyagok azonosítása a SIMS spektrum alapján)	546
4.2. Az ionmikroszkópia (a két dimenziós tömegszeparált ionképek előállítása)	546
4.3. Kvantitatív analízis (a felület állapotának stabilizálása, matrixhatás, analitikai módszerek, érzékenység, példák)	549
4.4. A mélységi analízis (jelentősége, mélységi feloldás, példák)	550
4.5. A felület analízis (lehetőség a felület regenerálására, a statikus SIMS alkalmazhatósága)	555

1. BEVEZETÉS

Az utóbbi évek ugrásszerű fejlődése a szilárd testek kutatása és ipari alkalmazása területén mind érzékenyebb és többféle feladatra használható kémiai analitikai eszközök kifejlesztését kívánta (pl. elektronmikropróba, neutronaktivációs analízis, Mössbauer-spektroszkópia stb.). Ezek közül a tömegspektrométer (a továbbiakban MS) látszik az egyik legtöbb igényt kielégítő módszernek.

A tömegspektrométeres szilárd test analízis alapvető problémája a mintavétel és az ionkeltés módja, amely nem egyszerű feladat, különösen ha a szilárd test eredeti szerkezetének felderítése, az „in situ” analízis is feladat. Számos módszer ismert [1, 2]:

- termikus ionizáció,
- kemencés elpárolgatás és elektronbombázásos ionizáció,
- laser-, elektronbombázásos elpárolgatás és ionizáció,
- szikra ionforrásos ionkeltés (amely kétségtelenül a legáltalánosabban alkalmazott, kvantitatív, nagy érzékenységű módszer),
- és végül az utóbbi években egyre szélesebb körben előretörő ionbombázásos ionkeltést alkalmazó szekunder ion tömegspektrometria, (az irodalomban használatos elnevezései: ionmicroprobe, secondary ion mass spectrometry, sputtering mass spectrometry, ion-induced-ion mass spectrometry, ion bombardment mass spectrometry), továbbiakban SIMS [3, 4, 5, 6, 7, 8].

A módszer lényege a következő: a vizsgálandó szilárd testet 1—20 KeV energiájú ionokkal bombázzuk, aminek hatására az fokozatosan elporlódik (sputtering) és a keletkezett szekunder részek részben ionos állapotban távoznak. Az ionok alkal-

* Érkezett 1975. márc. 6.

(Összefoglaló előadás, elhangzott a Magyar Kémikusok Egyesülete által rendezett Analitikai Napok keretében. 1974. december 9. Budapest)

masak tömegspektrometriás tömeg/töltés szerinti analízisre és így a szilárd minta mikroméretű kémiai jellemzésére, analízisére. Általában egy teljes tömegspektrum kapható a minta mintegy $1\text{ }\mu\text{m}$ átmérőjű pontjának $50\text{ }\text{\AA}$ vastag felületi rétegéből.

Elöljáróban felsorolnánk a SIMS módszer azon előnyeit és hátrányait, amelyek más módszerekkel szemben jellemzőek:

Előnyök:

- kis anyagfelhasználás (10^{-15} g),
- esetenként nagy érzékenység (ezred, tízezred % koncentrációjú szennyezés mérhető),
- mélységi anyagvizsgálat végezhető kb. $50\text{ }\text{\AA}$ -ös szeletelési pontossággal,
- a felület kétdimenziós tömeganalizált képe állítható elő,
- minden elem detektálható (hidrogéntől urániumig),
- egyszerű készülékfelépítés (egyszeres fókuszálású mágneses vagy kvadrupól MS),
- elvégezhető a szilárd test lokális analízise,
- felületi monomolekuláris réteg vizsgálható.

Hátrányok:

- elemenként változó érzékenység,
- erős matrixhatás,
- a felület állapotának stabilizálása döntő,
- a kvantitatív alkalmazás korlátozott,
- a vegyületek azonosítása nehézkes.

A továbbiakban röviden összefoglaljuk:

- a szekunder ionizáció mechanizmusát,
- a készülékek felépítését, típusait,
- ismertetjük a SIMS alkalmazási területeit.

2. A SZEKUNDER IONEMISSZIÓ

Ha ionok kellően nagy energiával ($E > 60\text{--}80\text{ eV}$) szilárd testbe ütköznek, a következő alapvető jelenségek játszódnak le [9] (*l. ábra*):

- az ionok vagy visszaszóródnak a felületről (scattering);
- vagy behatolnak az anyagba és ott lefékeződnek (implantáció);
- behatolás során energiájuk egy része a felszín irányába adódik át sorozatos ütközéssel, aminek hatására egy bizonyos felszíni rétegből (kb. $10\text{ }\text{\AA}$) részecskék ütköznek ki a szilárd testekből (sputtering);
- a porlasztott anyag egy része (kb. $10^{-2}\text{--}1\%$) ionos állapotban távozik (szekunder ionizáció).

A folyamatok kvantitatív jellemzésére definiálják a porlasztási koefficiens:

$$S = \frac{\text{szekunder részek száma}}{\text{primer ionok száma}} \quad (1)$$

az ionizációs hatásfokot:

$$\alpha^+ = \frac{\text{szekunder ionok száma}}{\text{szekunder semleges részek száma}} \quad (2)$$

valamint a szekunder ionhozamot:

$$S^+ = \frac{\text{szekunder ionok száma}}{\text{primer ionok száma}} \quad (3)$$

Figyelembe véve, hogy a szekunder részek ionizált hányada általában igen kicsi, írható, hogy:

$$S^+ = \alpha^+ S. \quad (4)$$

A SIMS analízis alapegyenlete a szekunder ionáram (I_s) és a szilárd testben levő vizsgált anyag koncentrációja (c) között [10]:

$$I_s = A c S \alpha^+ I_p, \quad (5)$$

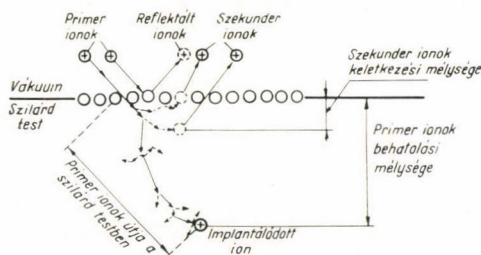
(ahol A — az MS transzmissziója, I_p — a primer ionáram). Az ionporlasztás jelensége [9, 13] maga többé-kevésbé tisztázottnak tekinthető *Rol* [11], vagy *Sigmund* [12] direkt momentumátadás elmélete és tárgyalása e beszámoló keretein túlmenne. Megjegyezzük csupán, hogy a különböző anyagok porlasztási koefficiense viszonylag szűk határok között változik ($S=1-10$).

A szekunder ionizáció jelenségének ismerete és α^+ kvantitatív leírása azonban a SIMS alkalmazása szempontjából alapvető fontosságú és — sajnos — még ma is csak részben megoldott kérdés. E problémákat és eredményeket most részletesebben vázoljuk.

A szekunder ionizációs hatásfok intenzíven (4—5 nagyságrenden belül) függ számos paramétertől.

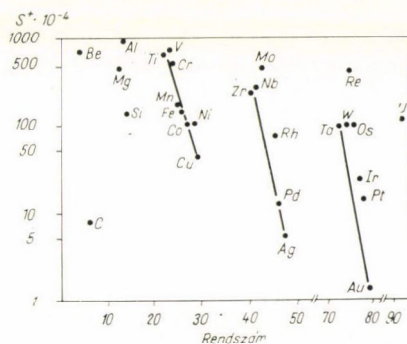
Ezek közül a jellemzőbbek:

— α^+ periodikusan függ az elem kémiai rendszámától, hasonlóan mint a termikus ionizáció esetén, de annál jóval nagyobb mértékben [23, 59], (2. ábra). Ez a tény a hatásfoknak az anyag ionizációs munkájával (eI) való kapcsolatát jelzi. — α^+ függ a felület kilépési munkájától ($e\Phi$), amit a háttér gázzal vagy a primer ionokkal való kölcsönhatás szab meg [14, 15, 16]. Ábráink a növekvő parciális oxigénnyomás ionemisszió-növelő hatását mutatják néhány fém esetén (3a. ábra). Az ionizáció a tiszta oxid fémion emisszió értékéig nőhet (3b. ábra). Másrészt mérési ered-



1. ábra

Nagy energiájú primer ionok és a szilárd test kölcsönhatásának vázlatos rajza.

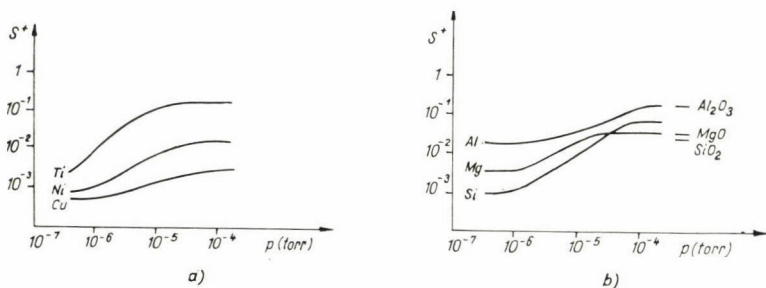


2. ábra

A szekunder ionhozam (S^+) az elemek kémiai rendszámától való periodikus függése Beske nyomán [59].

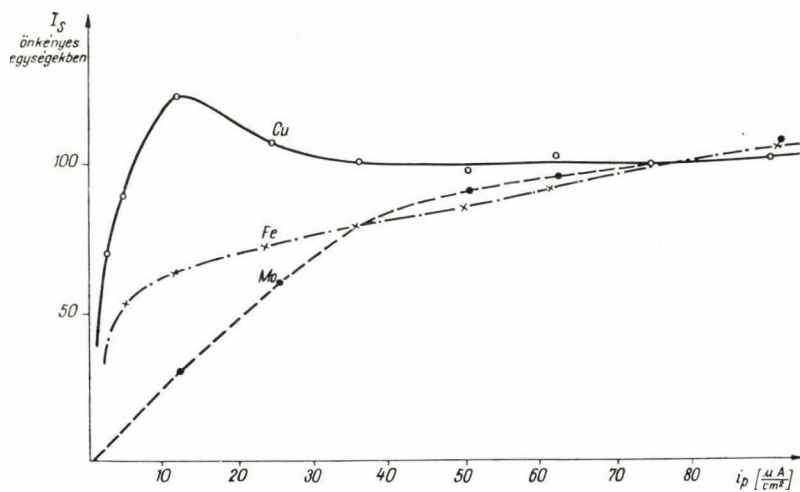
ményeink — I_s és i_p nem lineáris összefüggése — arra utalnak, hogy az intenzívebb bombázás csökkenti α^+ -t, a felület oxidációs állapotának csökkentésével (4. ábra) [17].

A szekunder ionizációs folyamat bonyolult voltára utal, hogy még az egyszerű anyagok SIMS spektrumában is nagyszámú csúcs jelenik meg, így többszörösen töltött és cluster ionok [18, 19, 20, 21, 22]. Az emittált ionok energiaspektruma az ionok eredetére utal. A kis energiájú (0–10 eV) nagy intenzitással megjelenő ter-



3. ábra

- a) A szekunder ionhozam (S^+) függése a minta gázterének oxigén nyomásától Ti, Ni, Cu target esetén ($I_p = 200 \mu A/cm^2$)
 b) Nagy oxigén nyomásnál a tiszta fémek ionemissziója oxidjaik emissziójához közelít. (Slodzian, Hennequin [15])



4. ábra

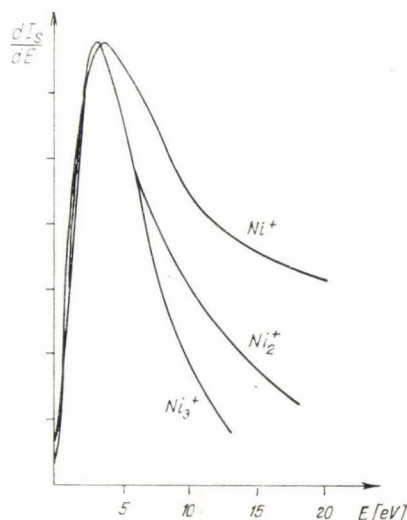
A szekunder ionáram (I_s önkényes egységekben) primer ionáramsűrűség (i_p) függése 10^{-6} torr állandó háttérgáz nyomásnál [17]. A lineáristól eltérő változás oka α^+ csökkenése i_p növekedésével

mikus ionokon kívül egészen a bombázó ionok energiájáig terjedő nagyenergiájú ionok is keletkeznek [19, 23, 24, 25, 26]. A molekuláris, ill. a molekulák hasadásából keletkező ionok energiaszórása általában közel áll a termikus energiákhoz (5. ábra) [25].

A szekunder ionok energiaszórása eltér a porlasztott semleges részek energia eloszlásától: nagyobb energiák esetén az ionos hányad számottevően nagyobb [23, 27]. Ez a jelenség indokolja, hogy miért nem vezetnek eredményre azok az első törekvések [13, 28], amelyek a szekunder ionizációt az egyensúlyi termikus ionizációra érvényes Saha—Langmuir egyenlettel kívánták leírni.

A szekunder ionizáció magyarázatára az utóbbi időben számos eltérő elméletet publikáltak, amelyek valószínűen az emisszió más-más részfolyamatára érvényesek [29]. *Casting, Hennequin és Joyes* [30, 31, 32] két alapvető folyamatot ír le. Az ún. kinetikus emisszió teljesen tiszta felületű fémeknél várható. A primer ionok közvetlen energiaátadás hatására a bombázott mintából az atomok ionizálódva távoznak. Ezek élettartama rövid, mert a vezetési sávban levő lényegesen gyorsabb elektronok által semlegesítődnek és gerjesztett állapotban nagy energiával emittálódnak. A felülethez közel a gerjesztett állapot Auger-elektron emisszióval megszűnik és a részecske ionként haladhat tovább. Ezzel szemben viszont elektronegatív anyagokkal borított felületen a vezető sávban levő elektronok száma kicsi. Ilyen esetben a szilárd testből az ion visszasemlegesítődés nélkül képes távozni, az előző esethez képest jóval intenzívebb ionemissziót okozva. Az emissziónak ez utóbbi mechanizmusát „kémiai”-nak nevezik, mert vegyületek, felületi oxidok okozzák a szabad elektronok számának csökkenését. Ez a kombinált modell főleg a nagyenergiájú szekunder ionok keletkezésére látszik érvényesnek, de sikerrel írja le az ötvözetek emisszióját is [33, 34]. Általában a sohasem teljesen tiszta vákuumrendszerben bekövetkező adszorpció miatt megnövekedett α^+ érték miatt a gyakorlatban a kémiai emisszió többé kevésbé elfedi a kinetikusát. És éppen ez a nem jól definiált átmenet a kétféle emissziótípus (és egyben különböző α^+ érték) között teszi esetenként nehezzé a kvantitatív SIMS analízist.

Újabban publikált elméletében *Andersen* [16, 37, 38, 39] a kémiai modell egy változatát dolgozta ki az ionemisszió leírására. E szerint a primer ionok a becsapódás néhány tíz angströmnyi körzetében sűrű, magas hőmérsékletű (10 000 K°) plazmát képeznek a targetból, amelyben egyensúlyt feltételezve, a Saha—Eggert-egyenlet alapján α^+ számolható. Ezzel szemben *Veksler* [40, 41] és *Jurela* [27] nem egyensúlyi termikus ionizációt tételez fel és a Saha—Langmuir-egyenlet egy módosított változatával számol, végül *Schroerer* [35, 36] kvantummechanikailag írja le az elektron átmenetet a távozó semleges porlasztott atom és a szilárd test között.

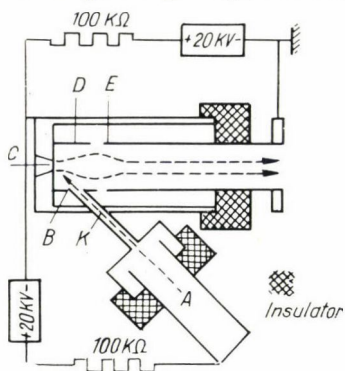


5. ábra

A Ni targetból kilépő atomos (Ni^+) és molekulás (Ni_2^+ és Ni_3^+) szekunder ionok energia eloszlása (a maximumra normálva) (*Baise, Slodzian* [25]).

3. A SIMS KÉSZÜLÉKEK FELÉPÍTÉSE

Az ionbombázással kiváltott szekunder ionemisszió tehát lehetőséget ad olyan ionforrás építésére, melyet MS-hez csatlakoztatva a szilárd test analízise elvégezhető. Bár a jelenség maga évtizedek óta ismert és tömegspektrometriás alkalmazását



6. ábra
Herzog és Viehbock [42] által publikált első szekunder ionemissziós ionforrás eredeti ábrája

Herzog és Viehbock már 1949-ben javasolta [42] (6. ábra), SIMS készülékeket csak a legutóbbi években építenek és alkalmaznak a kutatásban [4].

Werner [44] a tulajdonságok és felhasználás szerint a SIMS 4 típusát különbözteti meg:

1. DSIMS (dinamikus SIMS). A mintát folyamatosan bombázza nagy ionáramúsággal ($i_p = 10 - 10^4 \mu\text{A}/\text{cm}^2$), aránylag nagy felületen ($F = 1 - 100 \text{ mm}^2$), a háttérgáz nyomása közepes ($p = 10^{-6} - 10^{-7} \text{ torr}$).

2. SSIMS (sztatikus SIMS, $i_p = 10^{-3} \mu\text{A}/\text{cm}^2$, $F = 100 \text{ mm}^2$, $p = 10^{-10} \text{ torr}$). Felületi monomolekuláris réteg analízisére használható.

3. SIIMS (ion-mikropróba MS, $i_p = 10^4 \mu\text{A}/\text{cm}^2$, $F = 10^{-6} \text{ mm}^2$, $p = 10^{-7} \text{ torr}$). A primer sugár végigpásztázva letapogatja a minta felületét, a szekunder ionok a szinkron kapcsolt oszcilloszkópon a felület kétdimenziós tömeganalizált képét rajzolják ki.

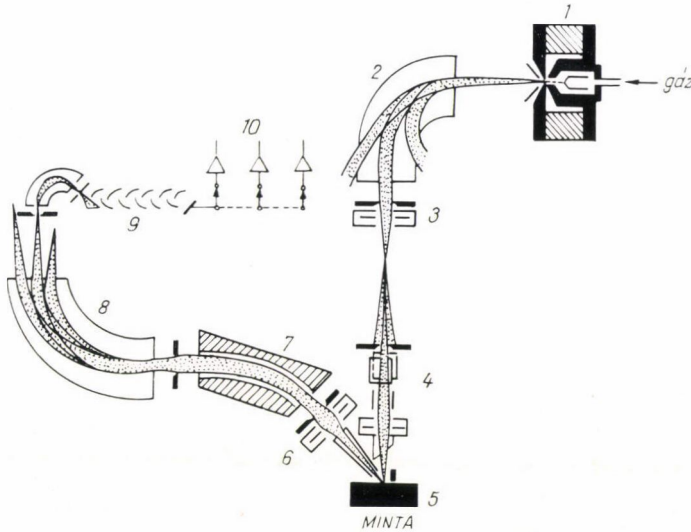
4. SIIMS (ionmikroszkóp MS, $i_p = 10 - 10^4 \mu\text{A}/\text{cm}^2$, $F = 0,1 \text{ mm}^2$, $p = 10^{-7} \text{ torr}$). A szekunder ionoptika az egyenletesen bombázott felület torzításmentes kétdimenziós tömeganalizált képét egyszerre adja egy képernyőn.

A SIMS készülékek általános felépítését a 7. ábrán mutatjuk be [43], alapvető egységét a szekunder ionemissziós (sputtering) ionforrást a 8. ábrán, a Boris Kidrič Intézetben (Belgrád) épített készülékünk vázlatán [45]. Lényege az igen nagy ionáramot előállító plazmagenerátor. A primer ionoptika feladata keresztmetszetében nagyon homogén és kis átmérőjű ionnyaláb előállítására. Igényes készülékek primer tömegszeparátort is alkalmaznak az egynemű bombázó ionok előállítására. A SIMS készülékek XY eltérítővel is el vannak látva, ez lehetővé teszi az $1 \mu\text{m}$ átmérőjű túlhégyes ionnyaláb futtatását a minta egy kb. $500 \times 500 \mu\text{m}$ felületén. Egyes készülékeknél lehetőség adódik a vizsgálandó szilárd minta forgatására, esetleges fűtésére, hűtésére. Külön problémát jelent a mintatartó szerkesztésénél a szigetelők analízise [7]. Ez esetben a felület pozitív feltöltődésének elkerülésére különböző megoldásokkal próbálkoznak (elektronemitter alkalmazása, fémrácsnak a targetra helyezése, negatív ionokkal való bombázás stb.).

A szekunder ionok energiaszórása, mint azt az előzőekben is már említettük, nagy ($\Delta E > 10 \text{ eV}$), ezért az analízisükre használt MS-el szemben a követelmények elég nagyok. Durva közelítéssel mondhatjuk, hogy egy MS tömeg felbontóképessége kb. tizedrésze szekunder ionemissziós ionforrással, mint a termikus energiájú ionokat létrehozó forrásokkal. Az egyszerűbb analitikai igényeket egyszeres fókuszálású mágneses készülékek kielégítik ugyan, de az igényes mikropróba készülékek kettősfókuszálású MS-eket alkalmaznak [4]. Az utóbbi egy-két évben terjednek a kvadrupól MS-el felszerelt SIMS készülékek [46, 47, 48]. A kvadrupól tömeg-

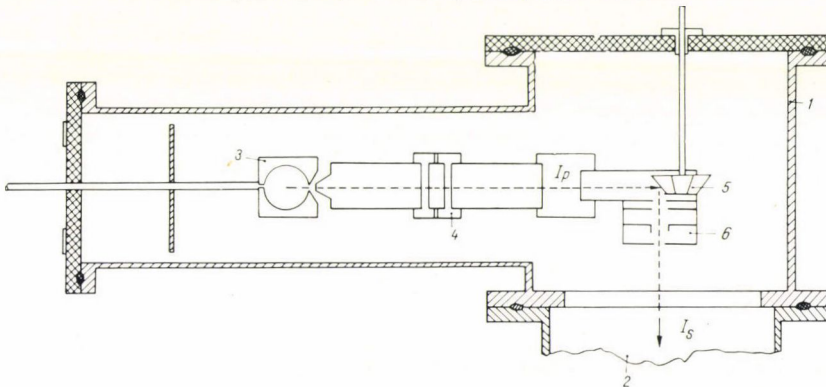
szűrő ugyanis számos olyan tulajdonsággal rendelkezik, amely a szekunder ionok analízisének igen előnyös [49]:

- nagy a transzmissziós együtthatója,
- nagy szög (10°) és energiaszórású (10 eV) ionokat is átenged,
- üzemeltetése kényelmes, olcsó,
- már egyszerű energiaszűrő alkalmazásával is elegendően nagy a felbontóképessége.



7. ábra

Egy SIMS készülék felépítése [43]. 1. plazmagenerátor, 2. primer tömegszeperator, 3. primer ion optika, 4. XY irányú primer ioneltérítő rendszer, 5. minta, 6. szekunder optika, 7. energia szeperator, 8. tömeganalizátor, 9. detektor, 10. kijelző rendszerek



8. ábra

Szekunder ionemissziós (sputtering) ionforrás [45]. 1. vákuumkamra, 2. tömegspektrométer, 3. plazmagenerátor, 4. primer ionoptika, 5. mintatartó, 6. MS ionoptika

Különleges ionoptikai problémát jelent a SIIMS készülékeknél a bombázott felületről kilépő szekunder ionok torzításmentes kétdimenziós leképezése a tömeganalízissel együtt egy fluoreszcens kollektorra [50, 51], amely célra mágneses szektortér — elektrostatikus tükör — mágneses szektortér rendszert alkalmaznak.

4. KVANTITATÍV ÉS KVALITATÍV ANALITIKAI ALKALMAZÁSOK

E részben a SIMS kvalitatív és kvantitatív alkalmazási lehetőségeit, problémáit ismertetjük, bemutatva példaként számos konkrét vizsgálatot a legújabban publikált irodalomból —, valamint néhány saját, SIMS kísérleteinkhez kapcsolódó eredményt.

4.1. Kvalitatív analízis

Az elemek, ill. vegyületek kvalitatív felismerése SIMS segítségével általában kisebb jelentőségű feladatot jelent, azonban néhány más alkalmazási terület (mélységi analízis, ionmikroszkópia stb.) felveti a kérdést, a tömegspektrum mely csúcsai alapján azonosítható a szilárd minta egy-egy összetevője.

Tekintve, hogy a szekunder ionképződés mechanizmusa még nem teljesen tisztázott — mint azt az előzőekben vázoltuk — és különösen kevés az ismeretünk az összetett (cluster) ionok kiszakadásának és képződésének mechanizmusáról, többnyire az azonosítás nehézségekbe ütközik. Például meglehetősen bonyolult SIMS spektrumot ad már egy négy komponensű (In, As, Ga, P) félvezető is (9. ábra) [52]. A kvalitatív azonosítást néhány lehetőség azonban megkönnyíti:

— A molekula ionok energiája általában jóval kisebb, mint az egyatomos ionoké, így energiaszűrővel különválaszthatók.

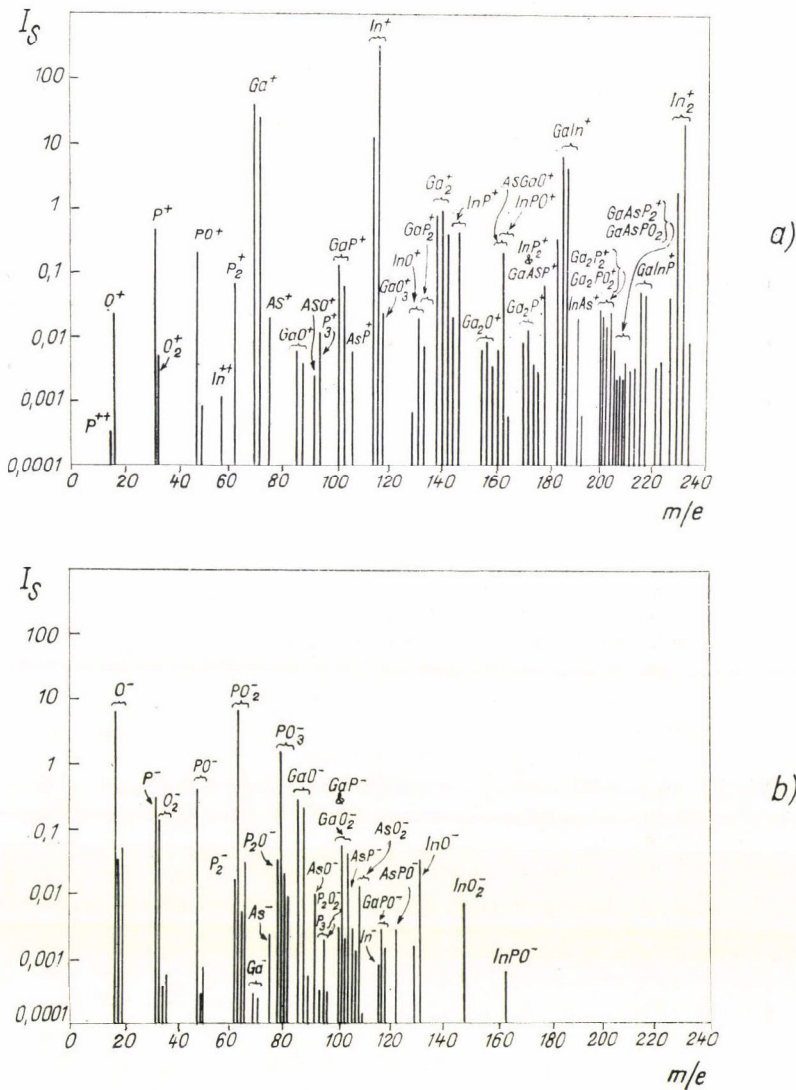
— Bizonyos (elektronegatív) anyagok negatív SIMS spektruma egyszerűbb és áttekinthetőbb (9b. ábra) [39, 53, 54, 55].

— Zavaró interferenciát okozhatnak a bombázó ion és a targetanyag ugyanazon tömegszámnál megjelenő reakció termékei. Ez esetenként csökkenthető a bombázó ion minőségének változtatásával [52].

— Végül megemlítjük Werner és munkatársai [20] azon legújabb eredményeit, melyeknél összetett rendszerek egyes vegyületeit, a szerves MS analitikában szokásos módon, a karakterisztikus tömegspektrumok alapján azonosították és analízálták kvantitatívan is.

4.2. Az ionmikroszkópia

A SIMS készüléktípusok ismertetésénél vázolt kétfajta berendezés a SIMMS (Liebl és Herzog [56]) és a SIIMS (Casting [50, 51]) kétségkívül egyedülálló lehetőséget adja a szilárdtest vizsgálatoknak. Ezek a készülékek egy tetszésszerű elem eloszlását adják a kijelző képernyőn az egész bombázott felületen mintegy $2-300\times$ -os



9. ábra

Egy InGa AsP összetételű félvezető SIMS tömegspektruma oxigén ionokkal történt bombázás esetén [52].

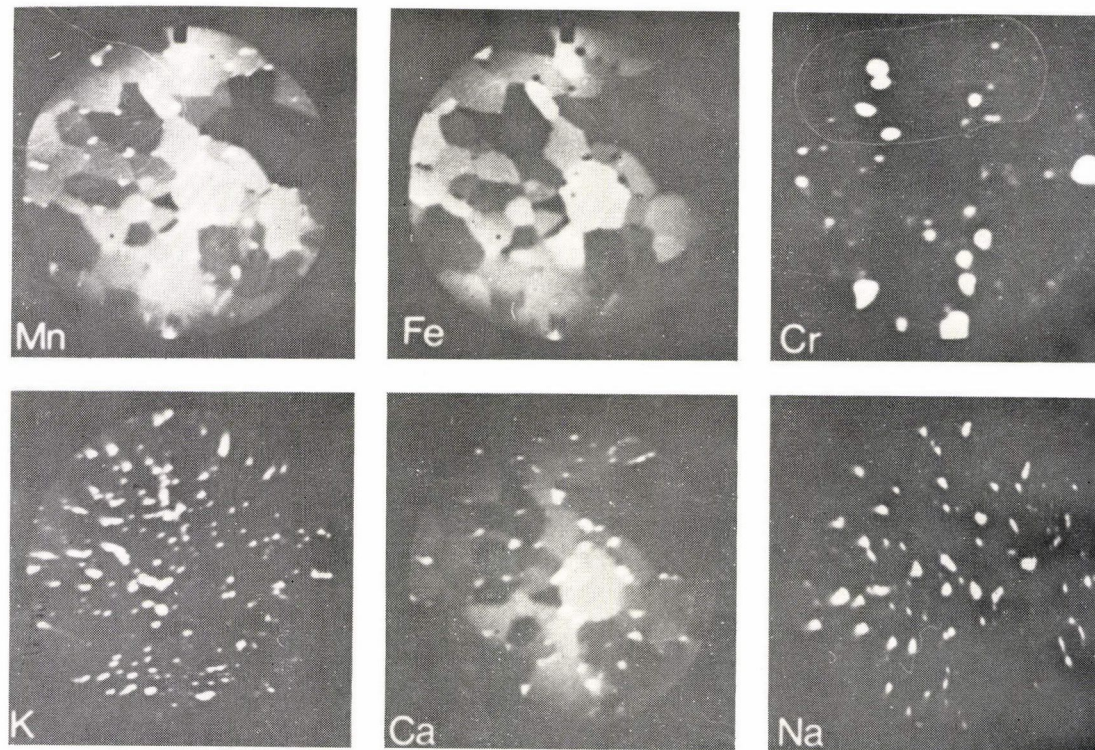
a) pozitív ionok spektruma

b) negatív ionok spektruma

(Az ionintenzitás (I_s) önkényes egységekben)

nagyításban $1\ \mu\text{m}$ feloldással. Az így nyert kép hasonló az elektronmikroszkopdával nyerhető képekhez néhány nagy előnnyel:

— izotópeloszlás analizálható,



10. ábra

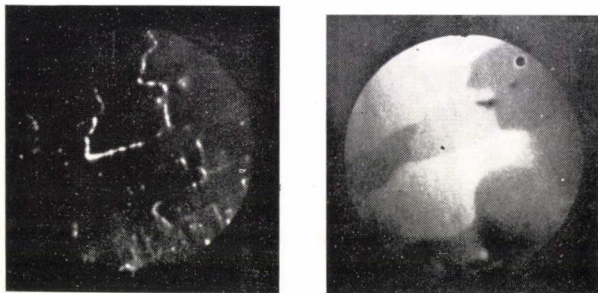
Egy mangán tartalmú ferrites vas minta 6 alkotójának (Mn, Fe, Cr, K, Ca, Na) kristályszerkezeti eloszlása ion mikroszkóppal meghatározva [57]

- csak kb. 50 Å-nyi mélységből származhatnak az analizált ionok,
- könnyű elemek is leképezhetők.

A folyamatosan bombázó SIIMS és a primer nyalábbal pásztázva letapogatható SIMMS, elvében tehát különböző, eredményében hasonló műszerek adatai kiértékeléséhez egy megjegyzés kívánczik. A SIIMS esetén az állandó intenzív ionbombázás miatt a vizsgált felületet állandóan tisztának tekinthetjük, ezzel szemben a SIMMS esetén a vizsgált felület az idő nagy részében nincs bombázva, így a háttérgáz adszorpció miatt az ionképek téves adatokat adhatnak közepes vákuum viszonyok (10^{-6} — 10^{-7} torr) esetén.

A módszer jelentősége a félvezető iparban, geológiában, metallurgiában felbecsülhetetlen.

Példaként bemutatjuk egy mangán tartalmú ferrites vas minta azonos helyéről készült 6 ionképet, ahol is az egyes alkotók kristályszerkezeti eloszlása jól érzékelhető (10. ábra) [57].



11. ábra

A polikristályos volframba diffundáltatott vas a szemcsehatárokon helyezkedik el 2000 Å mélységben.
a, W^+ , b. Fe^+ ionképe [58]

Diffúziós mintánk ionmikroszkópos képe világosan mutatja, hogy a polikristályos volframban alacsony hőmérsékleten diffundáltatott vas a szemcsehatárokon helyezkedik el (11. ábra). Ennek alapján lehetőség volt a kis behatolási mélységű szemcsehatár diffúziós modell kísérleti igazolására [58].

4.3. Kvantitatív analízis

A SIMS-el a szilárd minták kvantitatív analízise a szekunder ionáram és a koncentráció összefüggését leíró (5) egyenlet alapján elvben elvégezhető. Ehhez azonban számos elvi és kísérleti problémát kell megoldani:

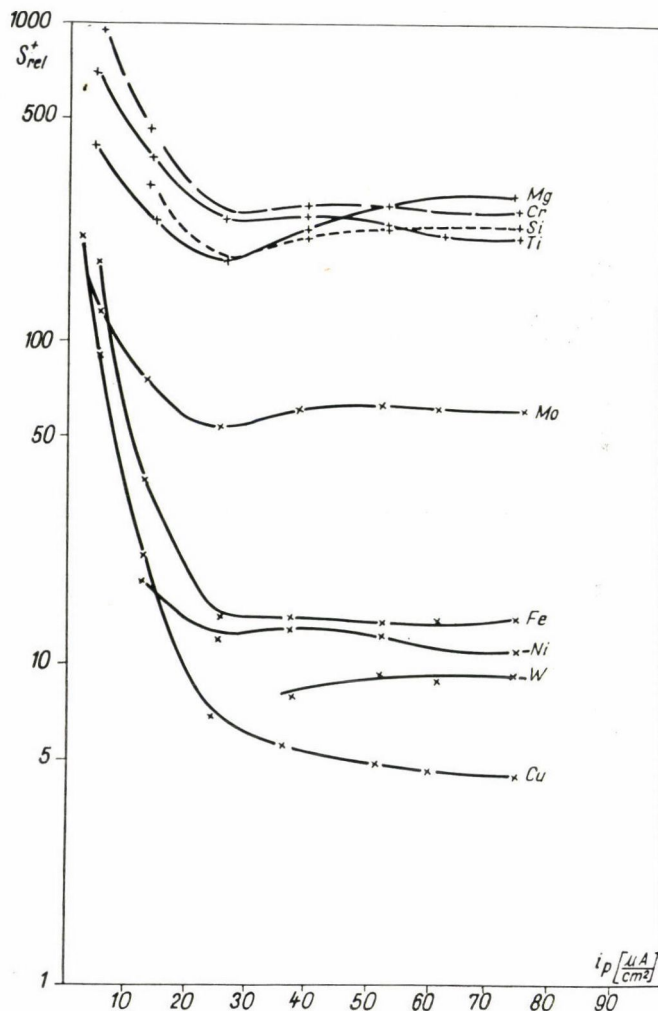
- lehet-e a minta felületét úgy stabilizálni, hogy α^+ érték konstans maradjon?
- függ-e az egyes elemek ionizációs hatásfoka a minta összetételétől?
- végezhető-e analízis az egyes elemek α^+ értékeinek előzetes ismeretében?
- mi a módszer érzékenysége?

E kérdéseknek ma még csak egy része tisztázott.

Felület állapotának hatása

A szekunder ionizáció hatásfoka, mint azt előbb vázoltuk, függ a felület kilépési munkájától ($e\Phi$), amit a felület borítottsága (θ) befolyásol. Elektronegatív anyagok erős kovalens ad-, ill. kemiszorpciója a felületen lecsökkenti a vezető sávban levő elektronok számát, növeli α^+ -t (kémiai ionizáció). Ilyen felületi réteg teljes hiánya esetén a kinetikus ionemisszió tapasztalható. Reprodukálható analízishez valamelyik állapotot egyértelműen biztosítani kell.

Teljesen tiszta felület ($\theta=0$) két módon remélhető:



12. ábra

Fémek alumíniumra (1000) vonatkoztatott relatív ionhozamának változása a bombázó ionáram-sűrűség (i_p) függvényében ($p=10^{-6}$ torr)

a) ultra vákuum rendszerben ($p = 10^{-9} - 10^{-10}$ torr), ahol a felület elszennyeződése a vizsgálat során elenyésző [61],

b) vagy olyan nagy primer ionáramsűrűség alkalmazásával, hogy az maga tisztítsa a felületet [59, 60]: primer áramsűrűség \gg kontamináció sebessége.

Ez például 10^{-6} torr háttérgáz nyomásánál $i_p = 100 \mu\text{A}/\text{cm}^2$ felett várható. Ezt támasztják alá relatív ionhozam méréseink is (12. ábra) [17]: az ionhozamok állandósulása i_p növelésével a felületi kémiai állapot stabilizálódására utal.

Másik lehetőség, hogy a felület biztosan maximálisan és állandó mértékben borított legyen a mérés során ($\theta = 1$).

a) Ha Andersen [37] javaslata alapján a mintát oxigén ionokkal bombázzuk, az elporlasztott felületi oxidréteg mindig újra képződik és így θ és ezzel α^+ konstans magas értéken marad.

b) A másik lehetőség Guenot [14] vizsgálatai szerint, hogy viszonylag nagy parciális oxigénnyomást (10^{-5} torr) létesítünk a minta körül, amely esetben az adszorpció sebességének növelésével képeznünk teljesen borított felületet.

Matrix hatás

Számos tapasztalat utal arra [33, 34, 62, 63, 64], hogy az ötvözetek szekunder ionemissziója erősen eltér a tiszta anyagokétól. Ez a jelenség a változó porlasztási koefficiens (a lassabban porlasztható komponens szabja meg inkább a teljes porlasztási sebességet) mellett az ötvözet komponenseiből álló felület együttes kilépési munkájával kapcsolatos.

Bár nincs egységes kép az ötvözetek szekunder ionemissziójáról, az alábbi megállapítások támpontot nyújthatnak a kvalitatív analízisnél:

- kb. 1 % alatt az ionemisszió lineáris a koncentrációval [62],
- olyan koncentráció-tartományban végezhető megbízható analízis, ahol nincs fázisátalakulás [63],
- a porlasztás során a felület összetétele ugyan megváltozik, de a porlasztott anyagban a koncentrációarány megegyezik az anyag térfogatának koncentrációarányával [65, 66].

Analitikai módszerek

Az itt elmondottak alapján belátható, hogy a kvantitatív analízis a SIMS segítségével nem egyszerű feladat. A következő lehetőségek kínálkoznak:

1. Fél kvantitatív analízist végezhetünk az irodalomban publikált α^+ adatok segítségével, ha a hasonló kísérleti körülményeket biztosítani tudjuk.

2. A termikus ionizációs MS vizsgálatoknál szokásos izotóphígításos módszer alkalmazható, de ilyenkor az „in-situ” vizsgálat lehetősége elvész. A SIMS csak azon tulajdonsága használható ki, hogy nanogramnyi anyag is elegendő egy analízishez.

3. Jelenleg legelterjedtebb módszer az ismert standardokkal való kalibráció, melyhez nedves analitikával vagy szikraionforrású MS-sel meghatározott és a vizsgálandóval azonos összetételű mintákat alkalmaznak.

4. A legújabb publikációk [35, 39] szerint ma már mód van az elméletileg megállapított α^+ értékek analitikai felhasználására is. *Andersen* belső standardok (plazma hőmérséklet, elektronsűrűség) és anyagi állandók ismeretében a Saha—Eggert-egyenlet alapján számolt nagy pontosságú analízis adatokat publikált összetett ásványi rendszerekről [16]. A számítás bonyolultsága miatt csak computerrel végezhető, de az ARL cég a szükséges programot és memóriaanyagot eleve szállítja SIMS készülékéhez [43].

A SIMS módszer érzékenysége és anyagfelhasználása

A SIMS érzékenysége koncentráció-mérésre (c_{\min}) (5) egyenlet alapján:

$$c_{\min} = \frac{I_{s, \min}}{I_p^0 \alpha^+ SA} \quad (6)$$

ahol $I_{s, \min}$ a minimális detektálható szekunder ionáram és A az MS transzmissziója, a készülék meghatározott paraméterei. Az érzékenység tehát — bizonyos határok között — szabadon változtatható a porlasztási sebességgel:

$$\dot{S} = SI_p, \quad (7)$$

amelyben S ugyanolyan anyagokra jellemző állandó, de I_p -t viszont széles határok között változtathatjuk. Növelésének a primer ionágyú teljesítményén kívül a felhasználható anyagmennyiség (m) szab határt, amellyel ugyanis egyenes arányban áll:

$$m = \dot{S}t = SI_p t, \quad (8)$$

ahol t egy analízis ideje.

Ezen egymással összefüggő mennyiségek mellett az érzékenység (és egyben a szükséges mintamennyiség) függ az elemenként széles határok között változó α^+ értéktől is. Vagyis c_{\min} és m erősen anyagi minőségfüggő. A korábbiakban tárgyaltak alapján az érzékenység jelentősen növelhető oxidált felület létrehozásával, α^+ megnövelésével.

Tájékoztatásul, a SIMS módszer érzékenysége *Rüdenauer* [67] elméleti becslése alapján 0,1 ppb (alumíniumra) és 100 ppb (arany) között változik. A SIMS anyagfelhasználása mint az a (8) egyenletből számolható, rendkívül kicsiny, rutin térfogati elemzéseknél 10^{-8} — 10^{-10} g. Például 100 ppm Al tartalom kimutatása $100 \mu\text{m}^3$, azaz 100 \AA mélységű $100 \mu\text{m}$ átmérőjű anyagmennyiség felhasználását kívánja meg [68]. Megemlítendő, hogy nagy ionizációjú anyagok és speciális körülmények esetén $d=10^{-15}$ — 10^{-20} g is lehet. Másrésztől viszont *Beninghoven* SSIMS módszere [47] a felületi monomolekuláris rétegnek csupán 0,1 %-át használja el a felület egy teljes analíziséhez.

Kvantitatív analitikai alkalmazások

Az előbbi elvi kérdések ismeretében válaszolhatók azok a területek, amelyeken a SIMS sikerrel alkalmazható a szilárdtest analitikában, esetenként olyan eredményeket, lehetőségeket kínálva, amelyeket más tömegspektrometriás vagy egyéb analitikai módszer nem tud nyújtani.

Lehetőséget ad a SIMS extrém kis anyagmennyiségek [69] mérésére „in-situ” körülmények között. Így például meghatározták 10^{-20} g Na-t növényi mintákban [70], vizsgálták a mikrokorróziónál fejlődött hidrogént [71], elvégezték az Apollo programban begyűjtött holdközet minták teljes analízisét [72].

Lokális izotóparány mérések végezhetők el a SIMS-el. Ezek sok esetben jelentősen eltérő eredményt adnak a szokásos mintavétellel nyerhető átlagolt értékektől, amelynek fontos geológiai érdekessége lehet [16, 73].

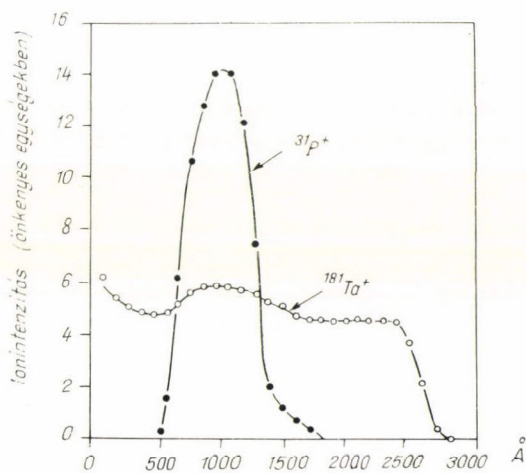
4.4. A mélységi analízis

E vizsgálatoknak kiemelt jelentőségük van a SIMS alkalmazása területén, hiszen a vékony ($100\text{--}10^4$ Å) rétegek szerkezetének ismerete a modern technikában és kutatásban alapvető fontosságú.

Az analízis alapja az, hogy a porlasztás során az anyag fokozatosan és kontrollálható sebességgel maródik és az elporlasztott réteg összetétele MS-sel meghatározható. Az időben mért szekunder ionintenzitás változás mélység-koncentráció függvénye transzformálható [67] a porlasztási sebesség ismeretében:

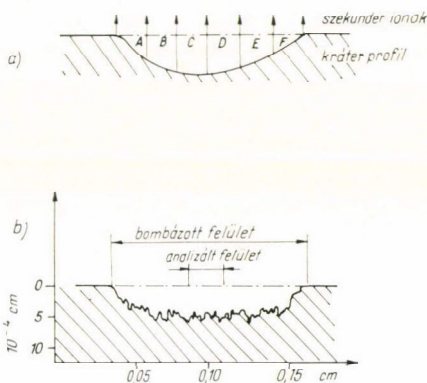
$$I_s(t) = AS\alpha^+ I_p c(z),$$

$$Z = \frac{\dot{S}}{Fd} t \quad (9)$$



13. ábra

H_3PO_4 majd Na_2SO_4 oldatban anódosan oxidált tantálcselemez felületének Ta^+ és P^+ szekunder ion intenzitása a mélység függvényében. A foszforsavból 1000 Å vastag foszfor tartalmú réteg kötődött meg az oxidban (Pawel és munkatársai [74])



14. ábra.

a) Inhomogén primer ionnyaláb által létrehozott kráter profilja. Az egy időben távozó szekunder ionok nem azonos mélységben keletkeznek.

b) Defókuszált primer ionnyaláb keltette kráter alja sem homogén, mert az ionporlasztás durvítja a felületet (Contamin és Slodzian [76])

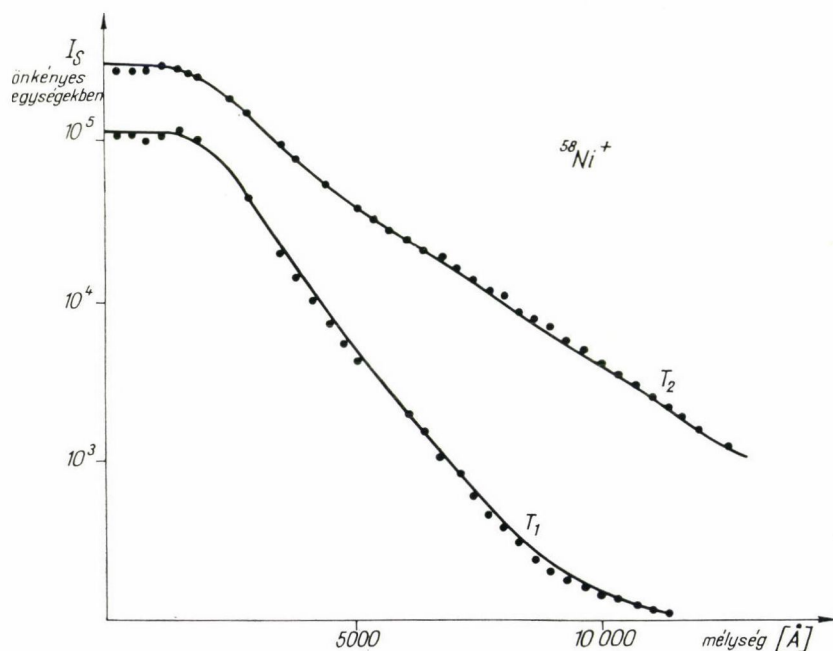
ahol Z — a porlasztott kráter mélysége, F — a felülete, d — a minta sűrűsége. Az alkalmazhatóságot jól szemlélteti a 13. ábra. Egy kb. 50 \AA vastag P tartalmú réteg kimutatható volt az elektrolitikusan előállított TaO filmben Pawel és munkatársai vizsgálataiban [74].

A SIMS módszer a réteg analízisében extrém nagy mélységi feloldással rendelkezik (10 \AA nagyságrend), ami azt jelenti, hogy ilyen vékony rétegek kimutathatók és vastagságuk, ill. összetételük torzítás nélkül meghatározható. A mélységi feloldást a következő faktorok határozzák meg, ill. korlátozzák.

1. Korlátozza maga a primer ionok becsapódása, amely a felső kb. 5–10 atomi réteg szerkezetét nagy energiával mintegy összekavarja [67, 75]. Ez a hatás csökkenő primer ionenergiával csökkenthető. Másrészt a szekunder ionok alsóbb atomi rétegeiből is kiütődhetnek (lásd 1. ábra).

2. Ha a primer ionsugár keresztmetszetében nem homogén, a keletkező kráter alja, így az egy időben detektált primer ionok nem azonos mélységből keletkeznek (14a. ábra) [8]. Számos megoldás ismeretes e hiba kiküszöbölésére: a széles defókuszált primer ion használata, (14b. ábra) [76] az ionsugár pásztáztatás [57], matematikai korrekció stb.

3. Az ionporlasztás eleve inhomogénna teszi a felületet, mint az a 14b. ábrán is látható. Ez ellen a target vizsgálat közbeni forgatásával védekezhetünk.



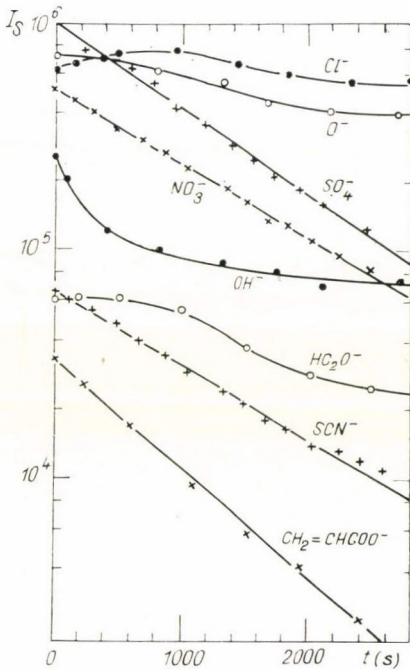
15. ábra

Wolframba két különböző hőmérsékleten (T_1 és T_2) diffundáltatott nikkelt minta Ni^+ emissziója a diffúziós mélység függvényében

A SIMS mélységi profil felvételére való alkalmazási köre az irodalom alapján döntően a félvezető ipar implantációs és diffúziós vizsgálatai. A SIMS ugyanis különösen alkalmas a B, Si, P, Ga, Al stb. kimutatására [77, 78, 79]. Példaként bemutatjuk SIMS-szel való diffúziós vizsgálataink egy mérését, amelyenél W fémbe különböző hőmérsékleteken diffundáltatott Ni eloszlását láthatjuk mintegy 15 000 Å mélységig, végezve az analízist (15. ábra) [80].

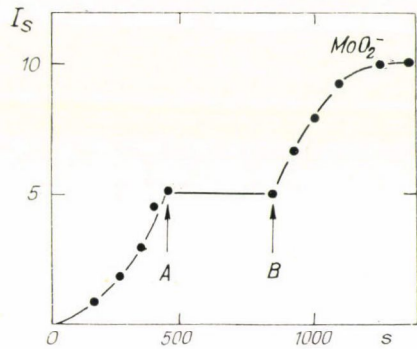
4.5. A felületanalízis

Szilárdtestek legfelső rétegének, ill. felső néhány atomi rétegének analízisére újabban számos kísérleti technika honosodott meg (Auger, LEED, ESCA, ellipszometria stb.). Ezek mellett, ezeket kiegészítve a SIMS nagyon hasznos információkat nyújthat a szilárdtestek felületéről, ha a porlasztás sebességét annyira lecsökkentjük, hogy a teljes vizsgálat során csak egy monomolekuláris réteg kerüljön analízisre. A SIMS módszer alapvető problémája a felület analízisének az, hogy egyrészt a bombázó ionok, másrészt a háttérgázok adszorpciója megváltoztathatja vizsgálandó eredeti felületet. E hatások kiküszöbölésére három módszert javasol az irodalom:



16. ábra

A felületi (SO_4^- , NO_3^- stb.) és a térfogati (Cl^- , O^- , OH^- stb.) eredetű ionok szekunder intenzitás változása SSIMS-el történt felületanalízis során az idő függvényében (Benninghoven [5]), (I_s , önkényes egységekben)



17. ábra

Molibdén felület MoO_4^{2-} ionemissziója (I_s) oxidáció során. Az A időpontban az oxigén hozzávezetést megszüntették, B időpontban ismét folytatták. Az ionemisszió növekedése a felület oxidálódását jelzi. (Benninghoven [61])

1. A DSIMS alkalmazását (*Fogel* és munkatársai [81, 82]) heterogén felületi reakciók vizsgálatához úgy, hogy a reakciópartner gáz nyomását erősen megnövelik (10^{-4} torr) és így biztosítják, hogy a felületi reakció termék mindig újra képződhessen.

2. A pulzált SIMS módszer (*Thomas* [83]) esetén a primer ionok nagy intenzitással, de csak rövid ideig tartó impulzusokban érik a felületet. Az így keletkező szekunder ionok repülési idő-MS-sel analizálhatók. Az impulzusok között a felület a gázzal való reakcióban regenerálódik.

3. A legegyszerűbb felület analízis MS módszer a SSIMS (*Beninghoven* [4, 47]), amelynek lényege az, hogy a vizsgálandó mintát ultra vákuum rendszerben — ahol a felületi abszorpció jelentéktelen — rendkívül kis ionáramsűrűséggel bombázzák (10^{-9} A/cm²), ami a felületi monomolekuláris rétegnek csak kb. 1%-át porlasztja el egy teljes analízis során. Azaz lényegében nem változtatja meg a vizsgálat az eredeti mintát. Természetesen az extrém kicsi szekunder ionáramok nagy érzékenységgű tömeganalizátor rendszert igényelnek.

A felületi eredetű szekunder ionok intenzitása ($I_{s,t}$) a

$$I_{s,t} = I_{s,0} \exp(-t) \text{ konst.} \quad (10)$$

függvény értelmében exponenciálisan csökken az időben (t), és így elkülöníthető a spektrumban esetlegesen megjelenő térfogati eredetű ionoktól (16. ábra) [5].

A SIMS módszer felületi reakciók tanulmányozására történő alkalmazhatóságát példázza a 17. ábra, ahol a Mo felületre való oxigén hozzávezetést időlegesen megszakították, így nem nőtt a felület MoO_2 emissziója. A SIMS-et sikerrel alkalmazták számos katalitikus heterogén kémiai reakció követésére, valamint kémiai elreagáltatott felületek szerkezetének felderítésére [5, 81, 83, 84, 85].

Összefoglalva a szilárdtestek szekunder ionemissziója lehetőséget ad számos különleges analitikai feladat megoldására, amelyek más módszerekkel nem, vagy csak körülményesen lennének megoldhatók. Várható az alkalmazási területek további bővítése a szekunder ionemisszió elmélete területén bekövetkező fejlődéssel együtt.

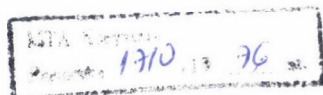
IRODALOM

1. Mass Spektrometric Analysis of Solids. Ed. by *A. J. Ahearn*, Elsevier Publ. Co. 1966.
2. Trace Analysis by Mass Spectrometry. Ed. by *A. J. Ahearn*, Acad. Press, 1972.
3. *Evans, C. A.*, Thin Solid Films 19, 11, 1973.
4. *Evans, C. A.*, Anal. Chem. 44, 67, A 1972.
5. *Beninghoven A.*, Surf. Sci. 35, 427, 1973.
6. *Riedel M., Petrović B.*, IBK Int. Publ. (Beograd—Vinča) (megjelenés alatt).
7. *Honig R. E.*, Adv. in Mass Spectry. 6, 337, 1974.
8. *Socha A. J.*, Surf. Sci. 25, 147, 1971.
9. *Carter G., Colligon J. S.*: Ion bombardment of Solids, Heineman Ed. Books. Ltd. 1969.
10. *Werner, H. W.*, Vacuum 22, 613, 1972.
11. *Roll, P. K., Fluit, J. M., Kistemaker, J.*, Physica 26, 1009, 1960.
12. *Sigmund, P.*, Phys. Rev. 184, 383, 1969.
13. *Kaminsky, M.*: Atomic and Ionic Impact Phenomena. Springer Vlg. 1965.
14. *Guenot, D.*: Thesis, Paris, 1966.
15. *Slodzian, G., Hennequin, J-F.*, Compt. Rend. 263, 1246, 1966.

16. Andersen, C. A., Hinthorne, J. R., *Science* 175, 853, 1972.
17. Riedel M., Petrović B., *Magy. Kém. Folyóirat* 81, 188 (1975)
18. Woodyard, J. R.: 15th Ann. Conf. on Mass Spectry. Denver, USA, 1967.
19. Jurela, Z., Perović, B., *Can. J. Phys.* 46, 773, 1968.
20. Werner, H. W., Grefte de M. A. M., van der Berg J., *Radiat. Eff.* 19, ..., 1973.
21. Feldman, C., Satkiewicz, F. G., *Thin Solid Films* 12, 217, 1972.
22. Tanciev, G. D., Nikolajev, E. N., *Piszma v. Zsurn. Ekszp. Teor. Fiz.* 13 473, 1971.
23. Jurela, Z., *Radiat. Eff.* 19, 175, 1973.
24. Paletto, S., Perdrix, M., Goutte, R., Guillaud, C., *Surf. Sci.* 35, 473, 1973.
25. Blaise, G., Slodzian, G., *Revue de Physique Appliquée* 8, 105, 1973.
26. Paletto, S., Bignon, C., Goutte, R., Guillaud, C., *Compt. Rend.* 272 B, 1307, 1971.
27. Jurela, T., *Int. J. Mass Spectrom. Ion Phys.* 12, 33, 1973.
28. Bradely R. C., Ruedel E., *J. Appl. Phys.* 33, 800, 1962.
29. Benninghoven A., *Z. Phys.* 220, 159, 1969.
30. Casting R., Hennequin J-F., *Adv. in Mass Spectry.* 5, 419, 1971.
31. Joyes P., Casting R., *Compt. Rend.* 263 B, 384, 1966.
32. Joyes P., *J. Phys. (Paris)* 30, 365, 1969.
33. Blaise G., *Radiat. Eff.* 18, 235, 1973.
34. Blaise G., Slodzian G., *Compt. Rend.* 273 B, 357, 1961.
35. Schroeer J. M., *Surf. Sci.* 35, 485, 1973.
36. Schroeer J. M., Rhodin T. N., Bradley R. C., *Surf. Sci.* 34, 571, 1973.
37. Andersen C. A., *Int. J. Mass Spectrom. Ion Phys.* 2, 61, 1969.
38. Andersen C. A., *Int. J. Mass Spectrom. Ion Phys.* 3, 413, 1970.
39. Andersen C. A., Hinthorne J. R., *Anal. Chem.* 45, 1421, 1973.
40. Vekszler V. I., Cinpijuk B. A., *Zsurn. Ekszp. Teor. Fiz.* 60, 1393, (1971).
41. Vekszler V. I., Benjaminovics M. B., *Zsurn. Teh. Fiz.* 26, 1671, 1956.
42. Herzog, R. F. K., Viehböck F. P., *Phys. Rev.* 76, 855, 1949.
43. IMMA ionmikropróba prospektusa, ARL, Sunland, USA. 1972.
44. Werner H. W., *Vacuum* 22, 613, 1972.
45. Riedel M., Perovic B., *IBK Int. Publ. (Beograd—Vinča) IBK-1349*, 1975
46. Wittmaack, V., Maul J., Schulz F., *Int. J. Mass Spectrom. Ion Phys.* 11 23, 1973.
47. Benninghoven A., Loebach E., *Rev. Sci. Instr.* 42, 49, 1971.
48. Pichlmayer F., *Int. Conf. on Ion-Surface Interaction*, Garching, 1972.
49. Rüdenauer F. G., *Vacuum* 22, 609, 1973.
50. Cstaubg R., Slodzian G., *J. Microscopy* 1, 395, 1962.
51. Rouberol J. M., Basseville P., *Rev. Tech. Thomson-CSF* 4, 135, 1972.
52. Colby B. N., Evans C. A., *Appl. Spectry* 27, 274, 1973.
53. Evans C. A., *Adv. in Mass Spectry* 5, 436, 1971.
54. Honig R. E., *Adv. in Mass Spectry* 2, 25, 1961.
55. Benninghoven A., *Z. Phys.* 199, 141, 1967.
56. Liebl, H., Herzog R. F. K., *J. Appl. Phys.* 34, 2893, 1963.
57. IMS 300 ionmikroszkóp prospektusa, Cameca, Courbevoie. 1972.
58. Kozma L., Riedel M., Bartha L., *Phys. Stat. Sol. (a)* 26, 711 (1974)
59. Beske H. E., *Z. Naturforsch* 22a 459, 1967.
60. Werner H. W., Grefte de H. A. M., *Vacuum Techn.* 2, 27, 1968.
61. Benninghoven A., *Surf. Sci.* 28, 541, 1971.
62. Schelten J., *Z. Naturforsch.* 23a, 109, 1968.
63. Cserepin V. T., *Adv. in Mass Spectry.* 5, 1971.
64. Klemm D. D., *Exp. Techn. der Phys.* 19, 468, 1971.
65. Dahlgren S. D., Clanahan Mc., *J. Appl. Phys.* 43, 1514, 1972.
66. Trang, M. L., Wehner G. K., *J. Appl. Phys.* 42, 2449, 1972.
67. Rüdenauer F. G., *Int. J. Mass Spectrom. Ion Phys.* 6, 309, 1971.
68. Morabito J. M., Lewis R. K., *Anal. Chem.* 45, 869, 1973.
69. McHugh J. A., 15th Ann. Conf. on Mass Spectry. Denver USA, 1967.
70. Philips B. F., Baxter R. D., Blosser E. R., 23th Pittsbrugh Conf. Cleveland, USA, 1972.
71. Gray H. R., *Corrosion (Houston)* 28, 47, 1972.
72. Andersen C. A., Hinthorne J. R.: *Earth and Planet. Sci. Lett.* 14, 195, 1972.
73. Gradsztajn E., Salome M., Janiv A., Bernas R.: *Earth and Planet. Sci. Lett.* 6, 387, 1968.
74. Pawel R. E., Pemsler J. P., Evans C. A., *J. Electrochem. Soc.* 119, 24, 1972.
75. McHugh J. A., *Radiat. Eff.* 19, ..., 1973.

76. Contamin P., Slodzian G., Compt. Rend. 264, 805, 1968.
77. Huber A. M., Moulin M., J. Radioanal. Chem. 12, 75, 1972.
78. Corset M., J. Radioanal. Chem. 12, 69, 1972.
79. Blanchard B., Hilleret H., Monniet J., Mater. Res. Bull. 6, 1283, 1971.
80. Kozma L., Riedel M., MTA Műszaki Fizikai Kutató Intézet Közleményei (megjelenés alatt).
81. Fogel M. Ja., Int. J. Mass Spectrom. Ion Phys. 9, 109, 1972.
82. Ribalko, V. F. Fogel. M. Ja., Kolot Ja. V., Zsurn. Fiz. Him. 43, 955, 1969.
83. Thomas D. W.: in Time-of Flight Mass Spectry. Ed. by. Price D. and Williams J. E., Pergamon Press 1969.
84. Kucsajev V. L., Temkin M. J., Kinet i. Kataliz. 13, 719, 1927.
85. Benninghoven A., Plog. C., Treitz N., Int. J. Mass Spectrom. Ion Phys. 13, 415. 1974.

MTA KUTATÓ AKADÉMIA
KÖZLEMÉNYEI



Technikai szerkesztő: Turchányi György
A kiadásért felelős az Akadémiai Kiadó igazgatója — Műszaki szerkesztő: Agócs András
A kézirat beérkezett: 1975. július 15. — Terjedelem: 8,75 (A/5) ív
75-3269 — Szegedi Nyomda — F. v. Vincze György ig.

A MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI TUDOMÁNYOK
OSZTÁLYÁNAK

KÖZLEMÉNYEI

Matematikai, fizikai, csillagászati dolgozatokat, referátumokat, könyvismertetéseket, a Tudományos Minősítő Bizottságnak a III. Osztályra vonatkozó híreit s a III. Osztály híreit közli. Évenként egy kötet (kb. 40 ív) jelenik meg (négy szám alkot egy kötetet).

A Közlemények előfizetési ára kötetenként, azaz évenként 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, 1363 Budapest V., Alkotmány u. 21. Pénzforgalmi jelzőszámunk 215-11 488, külföldi megrendelések a „Kultúra”

Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat,
1011 Budapest I., Fő utca 32.

Pénzforgalmi jelzőszám: 218-10 990 útján eszközölhetők.

Ára: 10,—Ft
Előfizetés kötetenként: 48,— Ft

INDEX: 26491

TARTALOMJEGYZÉK

<i>Kiss Ádám:</i> Könnyű magok kollektív tulajdonságainak vizsgálata 60—90 MeV energiájú deuteronok inelasztikus szórásával.....	467
<i>Riedel Miklós:</i> A szekunder ionemisszió alkalmazása a szilárdtestek kémiai analízisében	539

A MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT XXII. KÖTETÉHEZ

TÁRGYMUTATÓ

	Oldal
<i>Sasvári László</i> : Másodrendű szerkezeti átalakulások	1
<i>Károlyházy Frigyes</i> : Gravitáció és makroszkopikus testek kvantummechanikája	23
<i>Szabados László</i> : Ionizációs frontok vizsgálata az intersztelláris mágneses tér figyelembevételével	101
<i>Pálfa Gabriella</i> : Neutronok rugalmas szórásának vizsgálata nehéz magokon	119
<i>Gálfi László</i> : A sokrészecske-keltés Regge fenomenológiája	195
<i>Ungár Tamás</i> : A röntgen abszorpciók élek finom szerkezetének auto-ionizációs modellje	213
<i>Pócsik György</i> : Ütköző sugár fizika	242
<i>Vincze Imre</i> : A szennyező atomok mágneses momenta anomális hőmérsékletfüggésének vizsgálata vas és nikkal alapú ötvözetekben	279
<i>Nagy Sándor, Sailer Kornél, Daróczy Sándor, Raics Péter, Nagy József és Germán Endre</i> : Ge(Li) detektor hatásfokának mérése kiterjedt forrásra	323
<i>Gajzágó Éva</i> : A Lamb eltolódás protonszerkezeti korrekciója	339
<i>Tihanyi László</i> : Relativisztikus plazma rezgései önmaga által keltett skalártérben	391
<i>Dénes Ervin</i> : Küszöbjelenségek vizsgálata egy egzaktul megoldható modell keretében	401
<i>Palla László</i> : Pi mezonok elektromágneses tömegkülönbsége I.	499
<i>Montvay István</i> : Bevezetés a sokrészecskekeltés fenomenológiájába	511
<i>Gnädig Péter</i> : A proton elektromágneses szerkezete és a hidrogénspektrum hiperfinom felhasadása	529
<i>Berényi Dénes</i> : Magasabb rendű és atomi effektusok atommagok bomlásában és interdiszciplináris vonatkozásaik	569

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

<i>T. D. Newton és Wigner Jenő</i> : Elemi rendszerek lokalizált állapotai	87
<i>Erdal İnönü és Wigner Jenő</i> : A Galilei-csoport ábrázolásai	183
<i>Erdal İnönü és Wigner Jenő</i> : Csoportok és ábrázolásaik kontrakciójáról	265
<i>V. Bargmann</i> : A folytonos csoportok unitér sugár-ábrázolásairól	447

KÜLFÖLDI PUBLIKÁCIÓK

MTA Lumineszcencia és Félvezető Tanszéki Kutató Csoport	181
---	-----

KÖNYVISMERTETÉSEK

<i>D. ter Haar and Stephen G. Brush</i> : Planck's Original Papers in Quantum Physics (Györgyi Géza)	99
<i>S. Takeuchi</i> : The Properties of Liquid Metals (T. Gy.)	99
<i>R. Röhler</i> : Biologische Kybernetik (T. Gy.)	390
<i>Tarján I. and Mátrai M.</i> : Laboratory Manual on Crystal Growth (Zsoldos Lehel)	495
<i>H. Brechna</i> : Superconducting magnet systems (Zimmer György)	495

<i>Jacques Vanier: Basic Theory of Lasers and Masers (V. P.)</i>	496
<i>Otfried Madelung: Festkörpertheorie III. (T. Gy.)</i>	497
<i>Fodor Judit: A determinizmus koncepció fejlődése és kapcsolatai a kvantummechanikával</i> <i>(B. G.)</i>	528
<i>Antal Müller: Quantum Mechanics: A Physical World Picture (B. G.)</i>	528
<i>E. Zwicker—E. Terhardt: Fact and Models in Hearing</i>	568
<i>Jens Blauert: Räumliches Hören</i>	595
<i>F. Topsoe: Informationstheorie</i>	595
<i>Walter Schottky: Thermodynamik</i>	596
<i>H. H. Müller és K. Magnus: Übungen zur Technischen Mechanik</i>	596
<i>W. C. Schieve and I. S. Turner: Lectures in Statistical Physics</i>	597
<i>N. F. Mott: Metal-Insulator Transitions</i>	597

A MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT XXII. KÖTETÉHEZ

NÉVMUTATÓ

Oldal

<i>Bargmann V.</i> : A folytonos csoportok unitér sugár-ábrázolásairól	447
<i>Berényi Dénes</i> : Magasabb rendű és atomi effektusok atommagok bomlásában és interdiszciplináris vonatkozásai	569
<i>Daróczy Sándor</i> : lásd Nagy Sándornál	323
<i>Dénes Ervin</i> : Küszöbjelenségek vizsgálata egy egzaktul megoldható modell keretében	401
<i>Gajzágó Éva</i> : A Lamb eltolódás protonszerkezeti korrekciója	339
<i>Gálfi László</i> : A sokrészecske-keltés Regge fenomenológiája	195
<i>Germán Endre</i> : lásd Nagy Sándornál	323
<i>Gnädig Péter</i> : A proton elektromágneses szerkezete és a hidrogénspektrum hiperfinom felhasadása	529
<i>Inönü Erdal és Wigner Jenő</i> : A Galilei-csoport ábrázolásai	183
<i>Inönü Erdal és Wigner Jenő</i> : Csoportok és ábrázolásaik kontrakciójáról	265
<i>Károlyházy Frigyes</i> : Gravitáció és makroszkopikus testek kvantummechanikája	23
<i>Montvay István</i> : Bevezetés a sokrészecske-keltés fenomenológiájába	511
<i>Nagy József</i> : lásd Nagy Sándornál	323
<i>Nagy Sándor, Sailer Kornél, Daróczy Sándor, Raics Péter, Nagy József és Germán Endre</i> : Ge(Li) detektor hatásfokának mérése kiterjedt forrásra	323
<i>Newton T. D. és Wigner Jenő</i> : Elemi rendszerek lokalizált állapotai	87
<i>Palla László</i> : Pi mezonok elektromágneses tömegkülönbsége I.	499
<i>Palla Gabriella</i> : Neutronok rugalmas szórásának vizsgálata nehéz magokon	119
<i>Pócsik György</i> : Ütköző sugár fizika	242
<i>Raics Péter</i> : lásd Nagy Sándornál	323
<i>Sailer Kornél</i> : lásd Nagy Sándornál	323
<i>Sasvári László</i> : Másodrendű szerkezeti átalakulások	1
<i>Szabados László</i> : Ionizációs frontok vizsgálata az intersztelláris mágneses tér figyelembevételével	101
<i>Tihanyi László</i> : Relativisztikus plazma rezgései önmaga által keltett skalártérben	391
<i>Ungár Tamás</i> : A röntgen abszorpciós élek finom szerkezetének auto-ionizációs modellje	213
<i>Vincze Imre</i> : A szennyező atomok mágneses momenta anomális hőmérsékletfüggésének vizsgálata vas és nikkel alapú ötvözetekben	279
<i>Wigner Jenő</i> : lásd Newton T. D.-nél	87
<i>Wigner Jenő</i> : lásd Inönü Erdalnál	183
<i>Wigner Jenő</i> : lásd Inönü Erdalnál	265

